

# ТЕМА 3

## СИНТЕЗ МЕХАНИЗМОВ

# План лекции

**Проектирование плоских и пространственных механизмов. Синтез трехзвенных плоских зубчатых механизмов с круглыми цилиндрическими колесами, геометрические элементы зубчатых колес, геометрия эвольвентных профилей, проектирование эвольвентных профилей. Синтез трехзвенных пространственных зубчатых механизмов, проектирование винтовой и червячной передач.**

# Проектирование плоских и пространственных механизмов

В теории механизмов и машин **под термином синтез понимают проектирование механизмов.** Для этого сначала формулируют техническое задание, в котором должны быть отражены назначение механизма в соответствии с технологическим процессом или технологическими операциями, функции движения выходных звеньев и функции изменения сил полезных сопротивлений, а также вид источников энергии.

**Детали, предназначенные для передачи вращательного движения, укрепляют на валах, представляющих собой вращающиеся в опорах стержни, в большинстве случаев цилиндрической формы. Вал, от которого передается движение, называется ведущим; вал, которому передается движение, называется ведомым.**

**Передачу вращательного движения возможно осуществить между валами, расположенными в пространстве как угодно: оси валов могут быть параллельными, пересекаться под любым углом, а также перекрещиваться под любым углом.**

**Передача вращательного движения между валами, оси которых параллельны, осуществляется при помощи плоских механизмов, в остальных случаях — при помощи пространственных механизмов.**

**Передача вращательного движения производится одним из следующих способов:**

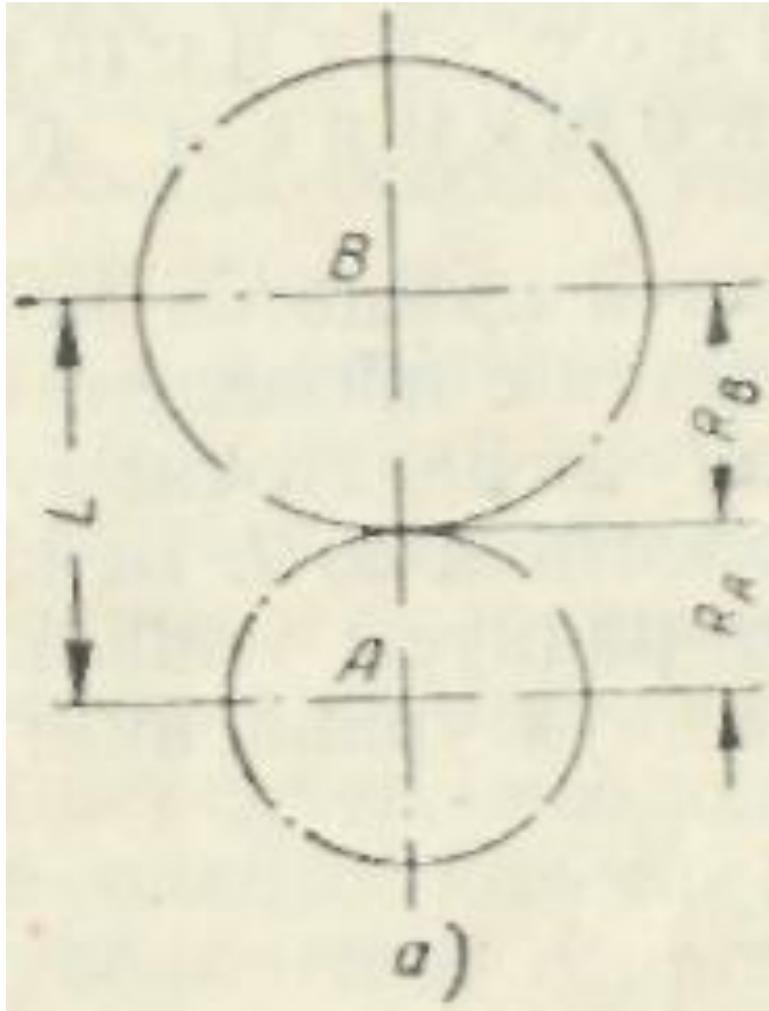
**непосредственным соприкосновением двух тел, одно из которых связано жестко с ведущим, а другое — с ведомым валом;**

**посредством гибких тел, сцепляющихся с телами, жестко связанными с ведущим, и ведомым валами.**

**Передача вращательного движения может производиться с увеличением или уменьшением угловой скорости вращения, а также без ее изменения.**

**Отношение угловых скоростей вращения обоих валов называется передаточным отношением. Передаточное отношение может быть, следовательно, выражено отношением угловой скорости ведущего вала к угловой скорости ведомого вала или наоборот.**

**Передаточное отношение в направлении силового потока, т. е. отношение угловой скорости ведущего вала к угловой скорости ведомого, называется передаточным числом\*.**



**Рис.1а)  
Передача  
вращательного  
движения между  
валами с  
параллельными  
осями.**

## Синтез трехзвенных плоских зубчатых механизмов с круглыми цилиндрическими колесами (основные сведения из теории зацепления)

Пусть передача вращения между двумя осями  $O_1$  и  $O_2$  (рис. 2 а) с угловыми скоростями  $\omega_1$  и  $\omega_2$  осуществляется посредством двух взаимоогигаемых кривых  $K_1$  и  $K_2$ , принадлежащих звеньям  $1$  и  $2$ . Проведем в точке соприкосновения  $C$  кривых  $K_1$  и  $K_2$  нормаль  $n - n$  и касательную  $t - t$  к этим кривым.

Скорости  $v_{C_1}$  и  $v_{C_2}$  точек  $C_1$  и  $C_2$ , принадлежащих звеньям  $1$  и  $2$ , связаны условием

$$v_{C_1} = v_{C_1} + v_{C_2C_1}$$

План скоростей механизма, построенный по этому уравнению, показан на (рис. 2 б)

Из точек  $O_1$  и  $O_2$  (рис. 2 а) опускаем на нормаль  $n-n$  перпендикуляры  $O_1A$  и  $O_2B$ , а из полюса плана скоростей (рис. 2 б) — перпендикуляр  $pc_0$  на направление  $t'-t'$ .

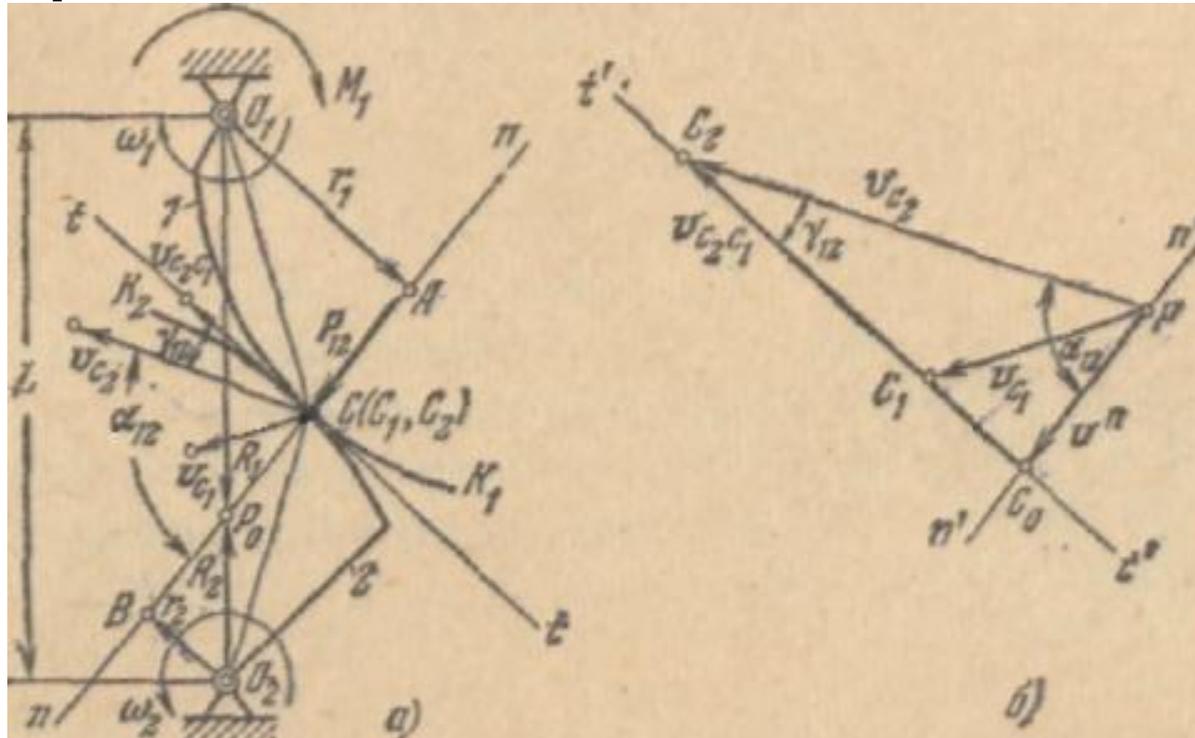


Рис 2 к определению форм профилей двух взаимноогнваемых кривых-, а) схема механизма с высшей парой; б) план скоростей.

Отрезок  $(pc_0)$  представляет собою нормальную составляющую  $v^n$

векторов скоростей  $v_{c1}$  и  $v_{c2}$

Из подобия треугольников  $O_1AC_1$  и  $pc_0c_1$  и треугольников  $O_2BC_2$

и  $pc_0c_2$  имеем

$$\frac{pc_0}{pc_2} = \frac{O_1A}{O_1C_1} \qquad \frac{pc_0}{pc_2} = \frac{O_2B}{O_2C_2} \qquad (2.1)$$

Отрезки  $(pc_1)$ ,  $(pc_2)$  и  $(pc_0)$  представляют собой соответственно скорости  $v_{c1}$ ,  $v_{c2}$  и  $v^n$ . Тогда соотношения (2.1) могут быть представлены так:

$$\frac{v^n}{vc_1} = \frac{O_1A}{O_1C_1} \qquad \frac{v^n}{vc_2} = \frac{O_2B}{O_2C_2}$$

Или

$$v^n = v_{c1} \frac{O_1A}{O_1C_1} \qquad v^n = v_{c2} \frac{O_2B}{O_2C_2}$$

Заменяя  $V_{C_1}$ , и  $V_{C_2}$  их значениями, равными

$$V_{C_1} = \omega_1 (O_1 C_1) \quad V_{C_2} = \omega_2 (O_2 C_2),$$

Получаем

$$v^n = \omega_1 (O_1 A) \quad \text{и} \quad v^n = \omega_2 (O_2 B),$$

Откуда

$$\omega_1 (O_1 A) = \omega_2 (O_2 B). \quad (2.2)$$

Следовательно, передаточная функция  $i_{12}$  равна

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2B}{O_1A} = \frac{r_1}{r_2} \quad (2.3)$$

Продолжим нормаль  $n - n$  до пересечения в точке  $P_0$  с отрезком  $(O_1O_2)$ . Тогда из подобия треугольников  $\triangle O_2BP_0 \sim \triangle O_1AP_0$  имеем

$$\frac{O_2B}{O_1A} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{O_2P_0}{O_1P_0}$$

И формула (2.3) принимает окончательный вид:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2P_0}{O_1P_0} = \frac{R_1}{R_2} \quad (2.4)$$

Равенство (2.4) называется *основной теоремой зацепления*.

## Эвольвенты и её свойства

### Эвольвента и ее свойства

Эвольвента образуется путем перекатывания производящей прямой  $K_y N_y$  без скольжения по основной окружности радиуса  $r_b$  (рис. 1).

Радиус произвольной окружности –  $r_y$ .  $ON_y \parallel \tau\tau$

Из треугольника  $ON_y K_y$  следует, что

$$r_y = \frac{r_b}{\cos \alpha_y} \quad (1)$$

Так как  $K_y N_y$  перекатывается без скольжения по основной окружности, то

(2)

$$L\check{N}_y = K_y N_y$$

$$r_b(\sigma_y + \alpha_y) = r_b \cdot \operatorname{tg} \alpha_y$$

$$\theta_y = \operatorname{tg} \alpha_y - \alpha_y$$

$$\theta_y = \operatorname{inv} \alpha_y$$

$\theta_y$  – инволюта;

Уравнения (1) и (2) являются уравнениями эвольвенты в параметрической форме.

$\alpha_y$  – угол профиля эвольвенты для точки  $K_y$ , лежащей на произвольной окружности.

$\alpha$  – угол профиля эвольвенты для точки  $K$ , лежащей на делительной окружности радиуса  $r$ .

Угол профиля эвольвенты для точки  $K_b$ , лежащей на основной окружности, равен нулю:  $\alpha_b = 0$ .

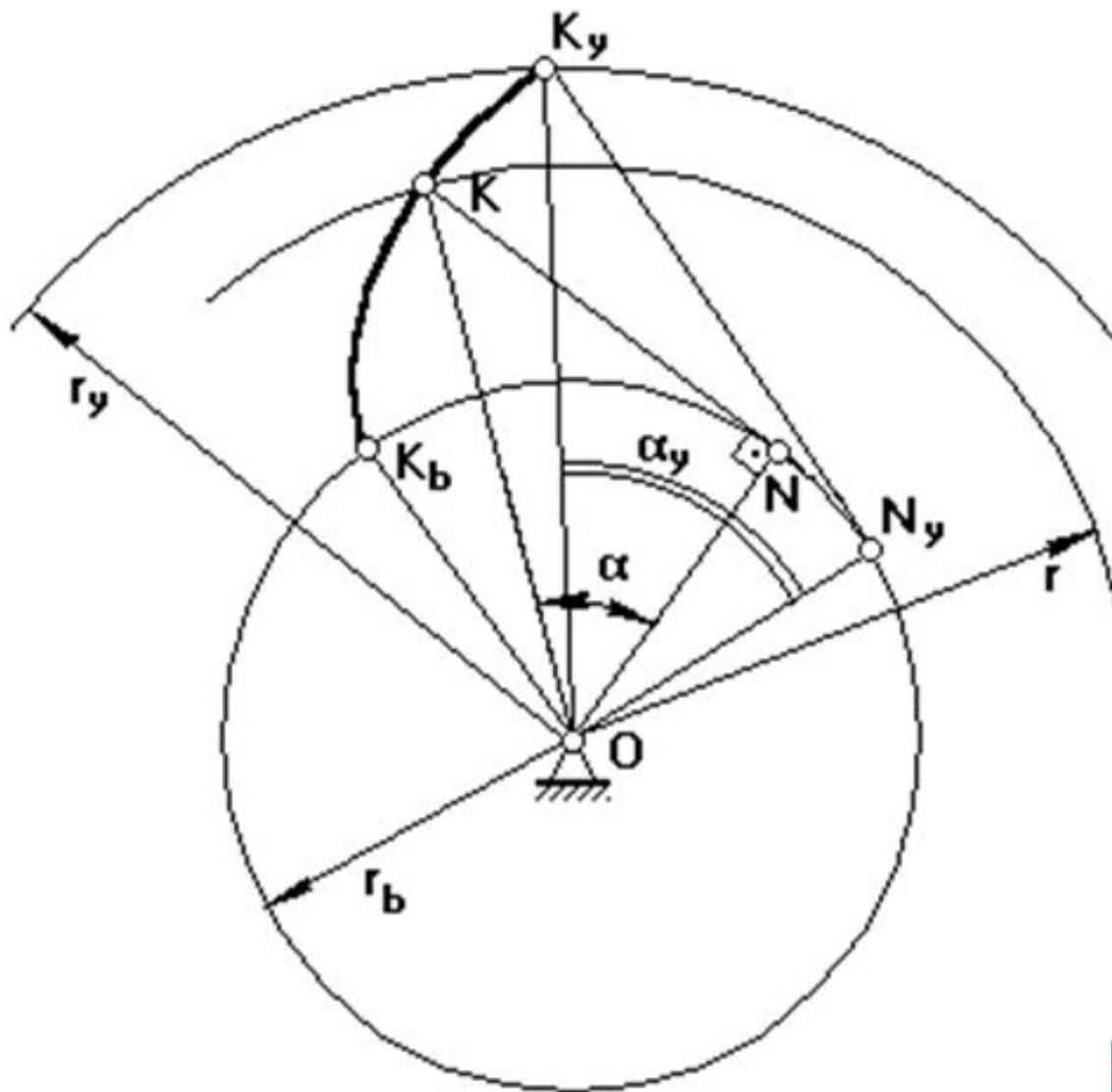
Свойства эвольвенты:

1. Форма эвольвенты зависит от радиуса основной окружности.

2. Производящая прямая  $K_y N_y$  является нормалью к эвольвенте в данной точке.

3. Эвольвента начинается от основной окружности..

Рис .1



## Геометрические элементы зубчатых колес

Ниже даны стандартные зависимости зубчатых зацеплений, предусмотренные ГОСТ для нормального прямозубого колеса

Шаг зацепления передачи  $t = \pi m$

Высота головки зуба  $h' = m$

Высота ножки зуба  $h'' = 1,25/72$

Высота зуба  $h = 2,25m$

Радиальный зазор  $e = 0,25m$

Диаметр делительной окружности, выраженный в мм,  $d_e = mz$

Диаметр окружности головок  $D_e = m(z - f - 2)$

Диаметр окружности ножек  $D_i = m(z - 2,5)$

## Геометрия эвольвентных профилей

Делительной окружностью называется окружность стандартных шага  $p$ , модуля  $m$  и угла профиля  $\alpha$ .

Шаг – расстояние между одноименными точками двух соседних профилей зубьев, измеренные по дуге соответствующей окружности.

Модулем называется часть диаметра делительной окружности, приходящаяся на один зуб.

Модуль  $m$ , [мм] – стандартная величина и определяется по справочникам, исходя из трех рядов:

- 1 ряд – наиболее предпочтительный;
- 2 ряд – средней предпочтительности;
- 3 ряд – наименее предпочтительный.

**Модуль характеризует высоту зуба. Чем больше зуб, тем более шумной становится зубчатая передача.**

**Угол профиля – угол между касательной к эвольвенте в данной точке и радиус-вектором данной точки.**

**Угол профиля для точки, лежащей на делительной окружности, является величиной стандартной и равной  $20^\circ$  (хотя лучше  $25^\circ$ ).**

**Основные расчетные зависимости:**

**Радиус делительной окружности**

$$r_b = r \cos \alpha; \quad \alpha = p \cos 20^\circ$$

**Модуль по ГОСТ**

$$m = \frac{t}{\pi}$$

## Проектирование эвольвентных профилей

Эвольвентную зубчатую передачу составляют, как минимум, из 2-х зубчатых колес, при этом в рассмотрение вводятся две начальные окружности радиусами  $r_{w1}$  и  $r_{w2}$ .

Меньшее зубчатое колесо в обычной понижающей зубчатой передаче называется шестерня.

Вместо производящей прямой здесь вводится в рассмотрение линия зацепления  $N_1N_2$ , которая одновременно касается 2-х основных окружностей  $r_{b1}$  и  $r_{b2}$ .

**Линия зацепления является геометрическим местом точек контакта сопряженных эвольвентных профилей.**

**В точке  $B_1$  пара эвольвент, которые в данный момент времени контактируют в точке  $K$ , входят в зацепление. В точке  $B_2$  эта же пара эвольвент из зацепления выходят.**

**На линии зацепления  $N_1N_2$  все взаимодействующие эвольвенты при зацеплении касаются друг друга. Вне участка  $N_1N_2$  эвольвенты пересекаются, и если такое случится, то произойдет заклинивание зубчатого колеса.**

Угол  $N_1O_1P =$  углу  $N_2J_2P = \alpha_w$  – угол зацепления.

Для передачи, составленной из нулевых зубчатых колес  $\alpha_w = 20^\circ$

Для передачи, составленной из положительных з. к.  $\alpha_w > 20^\circ$

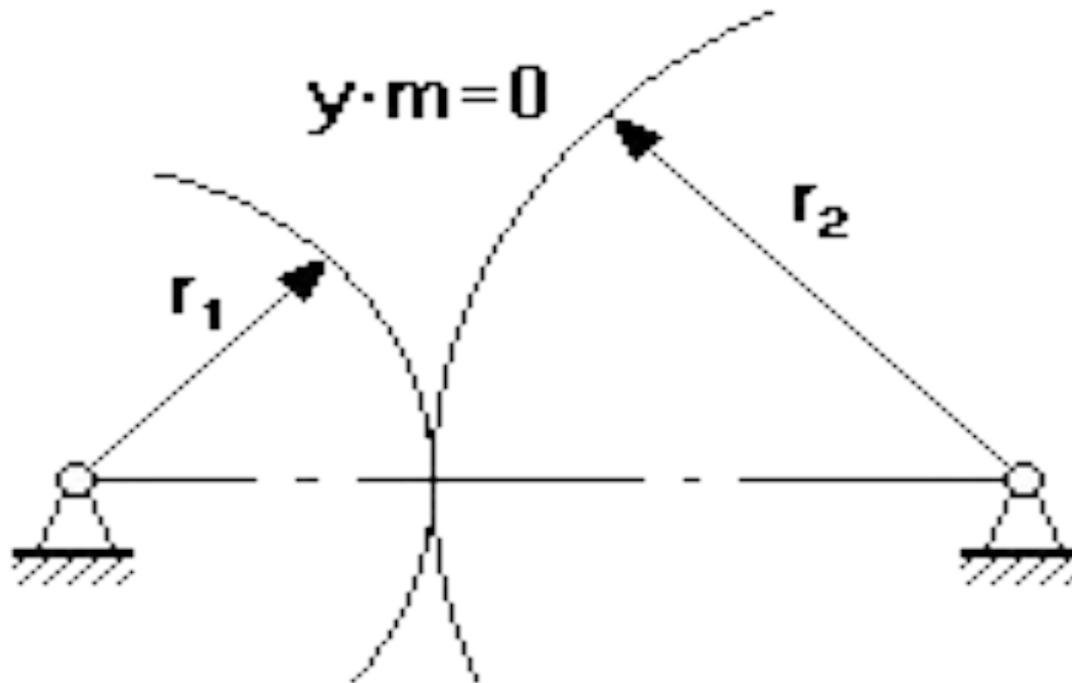
Для передачи, составленной из отрицательных з. к.  $\alpha_w < 20^\circ$

$c = c^* \cdot m$  – радиальный зазор, величина стандартная, необходим для нормального обеспечения смазки.

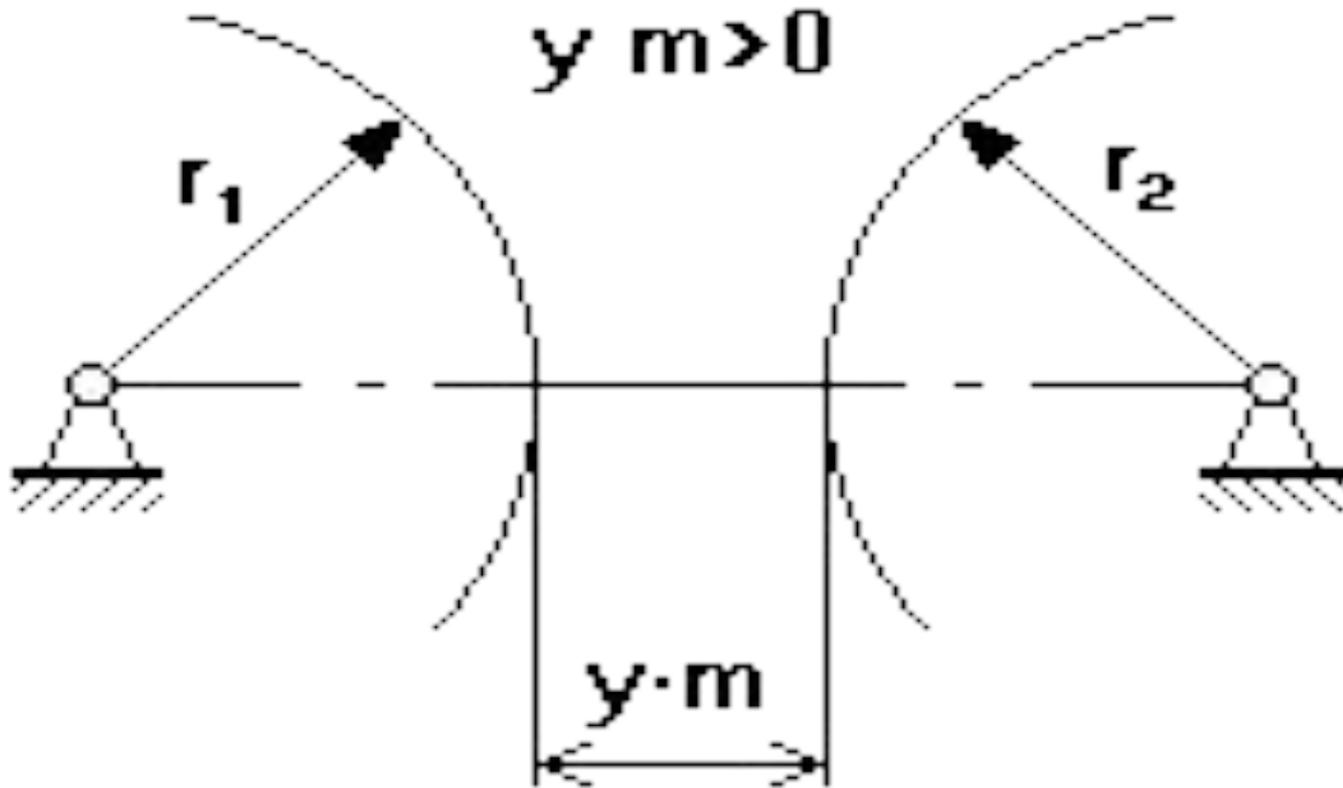
$c^*$  – коэффициент радиального зазора, по ГОСТ  $c^* = 0.25$  ( $c^* = 0.35$ ).

Между делительными окружностями  $y \cdot m$  – это воспринимаемое смещение.

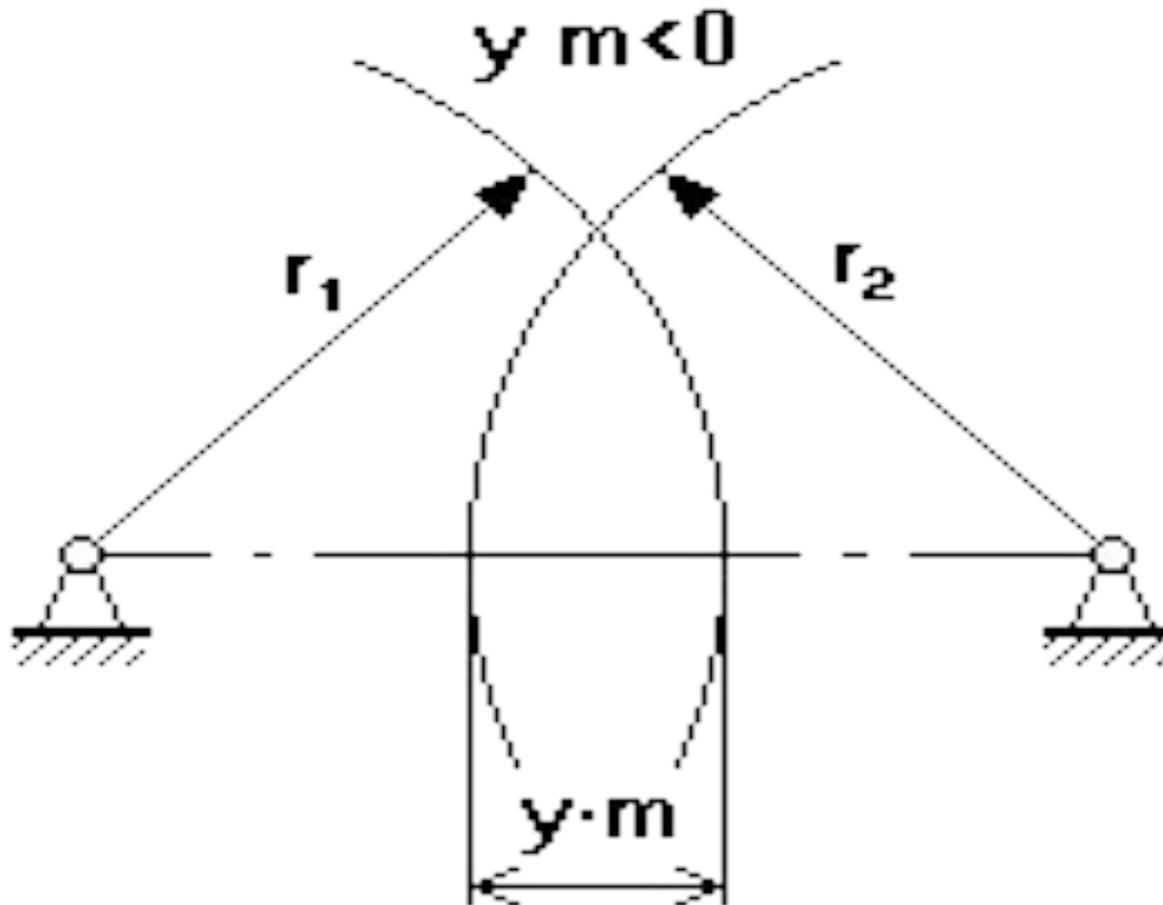
$y$  – коэффициент воспринимаемого смещения, он имеет знак, и в зависимости от знака различают: 1.  $y=0$   $y \cdot m=0$  – нулевая зубчатая передача



2.  $y > 0$      $y \cdot m > 0$  – положительная зубчатая передача



### 3. $y < 0$    $y \cdot m < 0$ – отрицательная зубчатая передача



## **Свойства эвольвентного зацепления.**

**1. Эвольвентное зацепление молочувствительно к погрешностям изготовления, т.е. при отклонении межосевого расстояния от номинала передаточное отношение зубчатой передачи не изменится.**

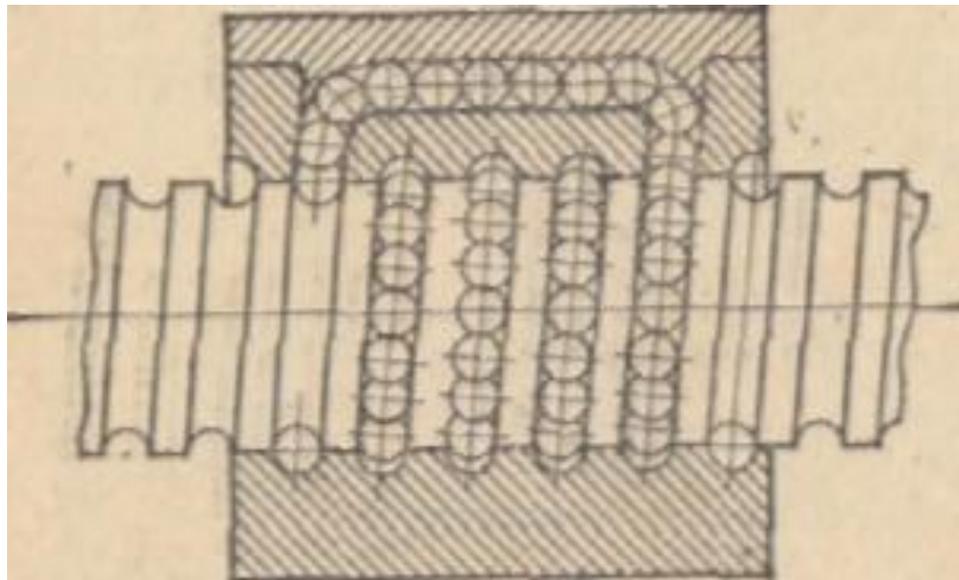
**2. Линия зацепления  $N_1N_2$  является общей нормалью к сопряженным эвольвентным профилям.**

**3. Контакт эвольвент осуществляется только на линии зацепления.**

## Винтовая передача (винт-гайка)

Винтовая передача преобразует вращательное движение в поступательное.

**Пример винтовой передачи**



## Проектирование винтовой передачи

**ВИНТОВАЯ ПЕРЕДАЧА** — устройство, содержащее винтовую пару, у которой гайка и винт образуют кинематические пары со стойкой или звеньями другого механизма. Причем в первом случае. Винтовая передача также называется передачей «винт—гайка».

## Основы расчета винтовой передачи

Параметры резьбы рассчитывают, исходя из заданных скоростей и нагрузок на выходном звене.

Относительное перемещение гайки и винта (ход резьбы  $p_z$ ) определяют в зависимости от скорости поступательного движения  $v$  и угловой скорости со винта или гайки:

$$p_z = 2\pi v / \omega$$

где  $v$  — мм/с;  $\omega$  — рад/с.

**В винтовых механизмах вращение винта или гайки осуществляется, как правило, с помощью маховичка, шестерни и т. п. При этом условное передаточное отношение можно выразить отношением перемещения маховичка  $S_M$  к перемещению гайки (винта)**

$$i = S_M / S_z = \pi D / p_z,$$

**где  $D$  — диаметр маховичка (шестерни и т. п.),  
 $p_z$  — ход винта.**

При малом  $p_{z1}$  и сравнительно большом  $D$  можно получить очень большое  $i$ . Например, при  $p_{z1} = 1$  мм,

$$D = 100 \text{ мм}, i = 314.$$

Зависимость между окружной силой  $F_{tm}$  на маховичке и осевой силой  $F_a$  на гайке (винте) имеет вид

$$F_a = F_{tm} i \eta,$$

где  $\eta$  — к. п. д. винтовой - пары.

$$\text{Для } i = 314 \text{ и } \eta \approx 0,3 \quad F_a \approx 95 F_{tm}$$

Таким образом, при простой и компактной конструкции передача винт—гайка позволяет получить большой выигрыш в силе или осуществлять медленные и точные перемещения.-

Соотношение между крутящим моментом  $M_K$  на гайке и осевой силой  $F_a$  на винте имеет вид

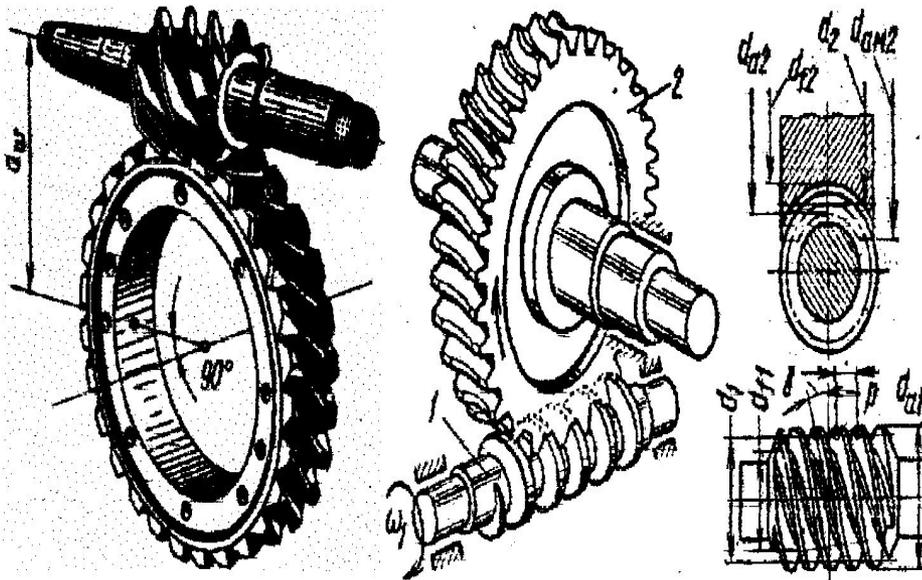
$$M_K = F_a d_2/2 \operatorname{tg}(\gamma + \rho),$$

где  $\rho$  — угол трения (в расчетах принимается  $\rho \approx 6^\circ$ , что соответствует коэффициенту трения  $f \approx 0,1$ ).

## Проектирование червячной передачи

Червячная передача имеет перекрещивающиеся оси валов, обычно под углом  $90^\circ$ . Она состоит из червяка – винта с трапецеидальной резьбой и зубчатого червячного колеса с зубьями соответствующей специфической формы.

*КОНСТРУКЦИЯ ЧЕРВЯЧНОЙ ПЕРЕДАЧИ*



Движение в червячной передаче преобразуется по принципу винтовой пары. Изобретателем червячных передач считают Архимеда.

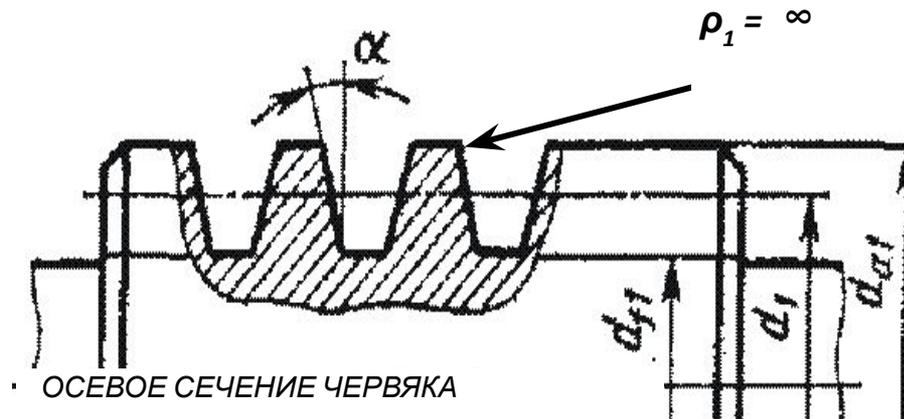
**Передаточное отношение червячной передачи находят аналогично цилиндрической**

$$U = n_1 / n_2 = Z_2 / Z_1.$$

**Здесь  $Z_2$  – число зубьев колеса, а роль числа зубьев шестерни  $Z_1$  выполняет число заходов червяка, которое обычно бывает равно 1, 2, 3 или 4.**

**В осевом сечении червячная пара (рис .1) фактически представляет собой прямобочное реечное зацепление, где радиус кривизны боковой поверхности "рейки" (винта червяка)  $\rho_1$  равен бесконечности и, следовательно, приведённый радиус кривизны равен радиусу кривизны зуба колеса  $\rho_{пр} = \rho_2$ .**

## Рисунок 1



Далее расчёт проводится по формуле Герца-Беляева. Из проектировочного расчёта находят осевой модуль червяка, а по нему и все геометрические параметры зацепления.

Особенность расчёта на изгиб состоит в том, что принимается эквивалентное число зубьев  $Z_{э\text{кв}} = Z_2 / \cos^3 \gamma$ , где  $\gamma$  - угол подъёма витков червяка.

## Контрольные вопросы

1. Что означает понятие «**синтез механизма**»?
2. Передаточное отношение и передаточное число?
3. Расчетное выражение основной теоремы зацепления?
4. Что понимают под эвольвентой?
5. Назовите основные геометрические характеристики зубчатых колес?
6. Принцип построение эвольвентных профилей зубчатых передач?
7. Принцип работы винтовой передачи?
8. Назовите основные элементы червячной передачи и суть её проектирования?