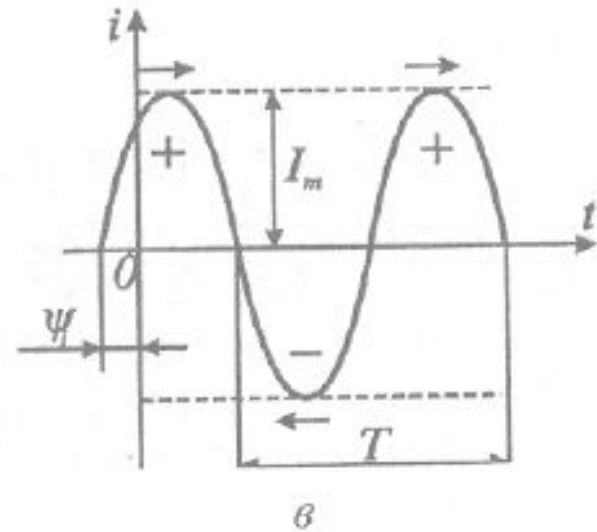
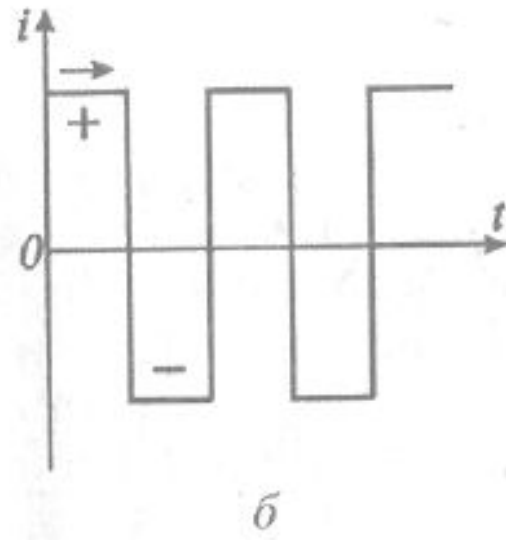
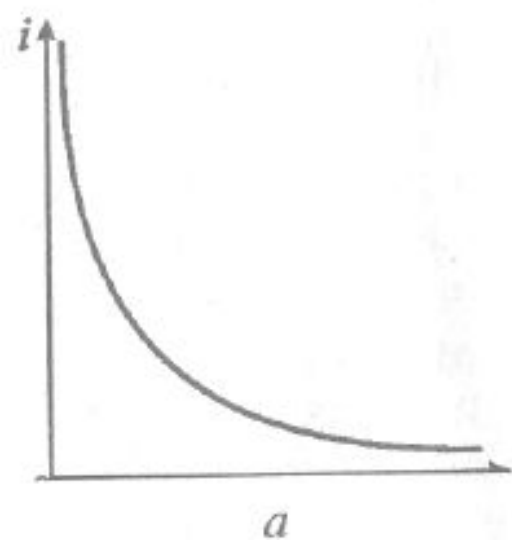


Электротехника и электроника

*ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ
ОДНОФАЗНОГО ПЕРЕМЕННОГО ТОКА*

Переменный ток по величине (а), по направлению (б), по величине и направлению (в)



Параметры синусоидального тока

- Период переменного тока
- Частота колебаний
- Амплитуда тока
- Угловая частота
- Начальная фаза
- Фаза
- Среднее значение тока
- Действующее значение тока

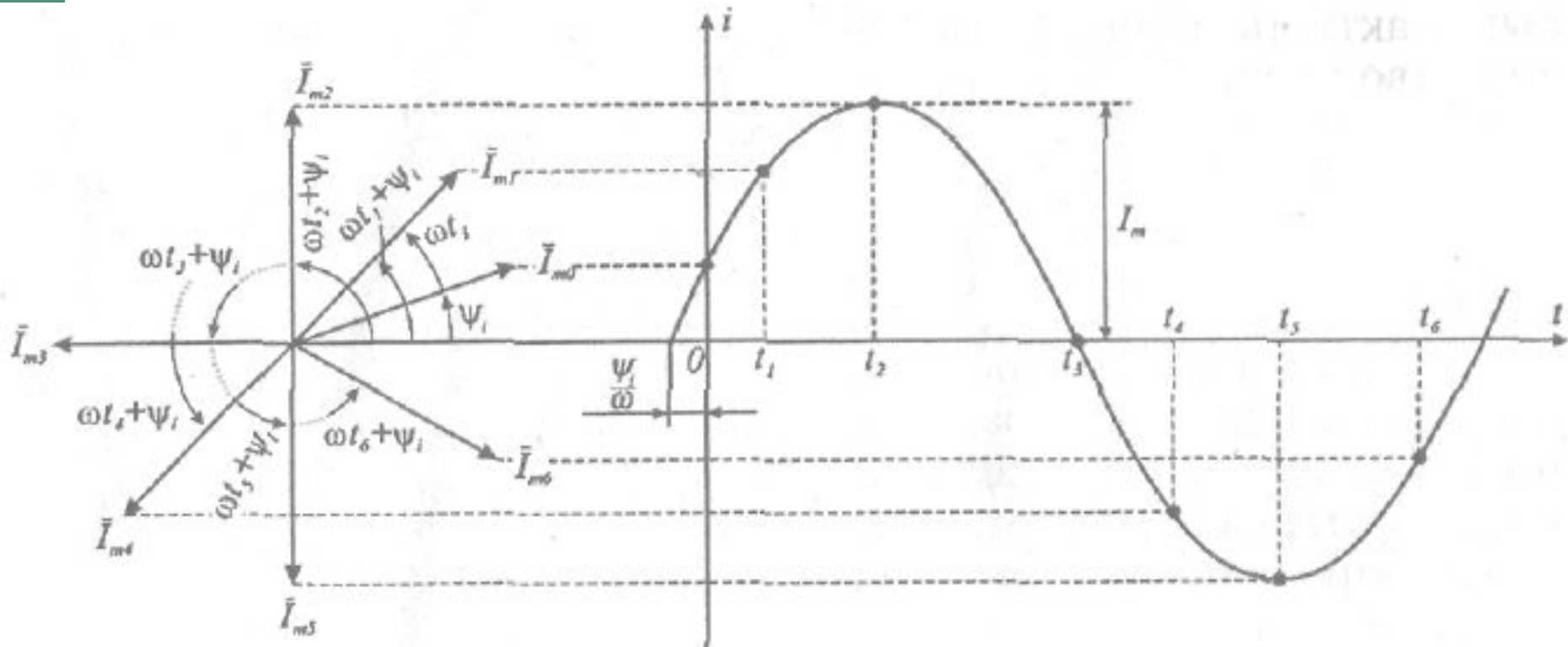
Действующие значения тока, напряжения, ЭДС синусоидального тока

$$I^2 T = \int_0^T I_m^2 \sin^2 \omega t dt,$$

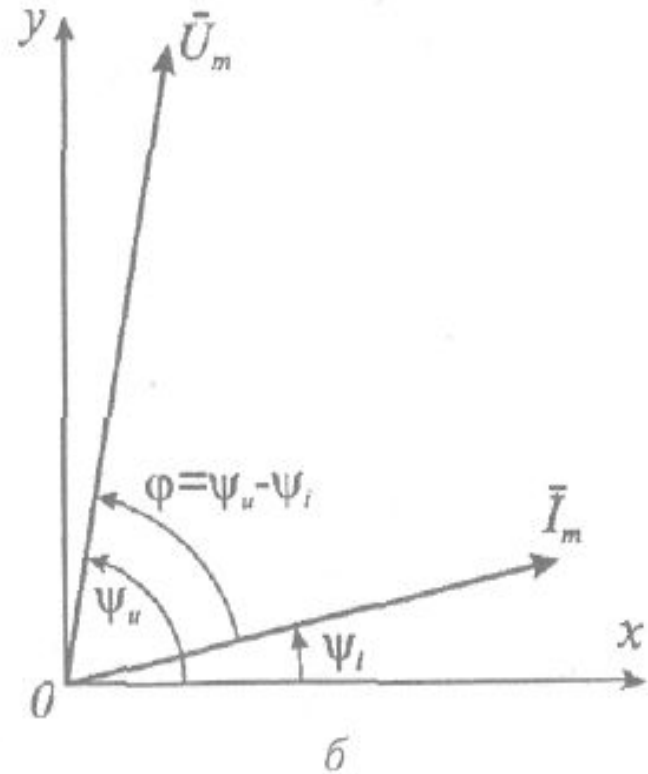
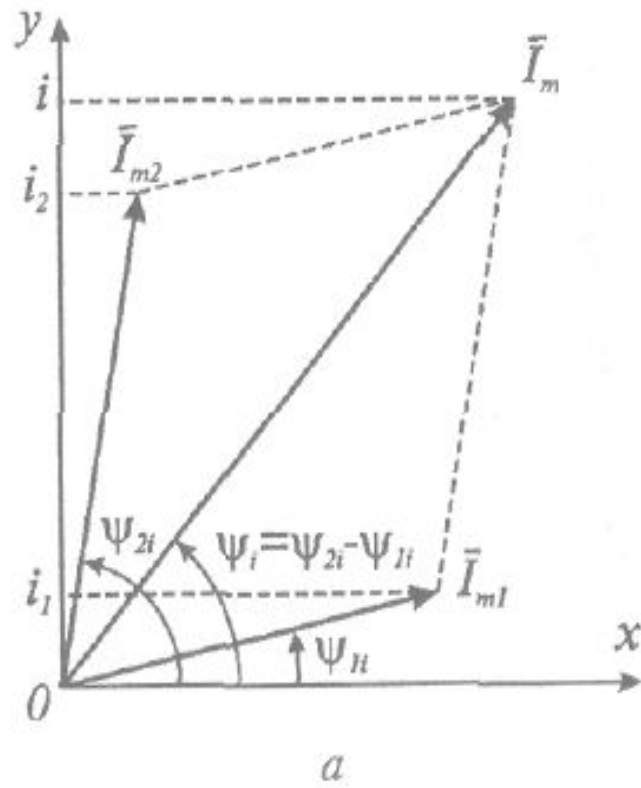
$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \approx 0,707 I_m.$$

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}; \quad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}.$$

Представление синусоидального тока вращающимся вектором



Векторные диаграммы токов (а), тока и напряжения (б)



Период переменного тока

- Синусоидальный ток является частным случаем периодического переменного тока, значение которого в любой момент времени t определяется мгновенным током:
$$i(t) = i(t + kT),$$
- где $k = 1, 2, 3 \dots$, а, измеряемый в секундах (с).
- Периодом T переменного тока $i(t)$ называется промежуток времени t , через который цикл изменения тока повторяется, а k указывает на номер цикла.

Частота колебаний

- Величина, обратная периоду, называется частотой колебаний, которая измеряется в герцах(Гц) и указывает на число колебаний за одну секунду, т. е. на число периодов переменного тока, укладываемых за время, равное одной секунде.

$$f = \frac{1}{T}$$

Синусоидальный ток

- Повсеместное применение получил периодический ток, являющийся синусоидальной функцией времени и называемый синусоидальным током

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i),$$

где

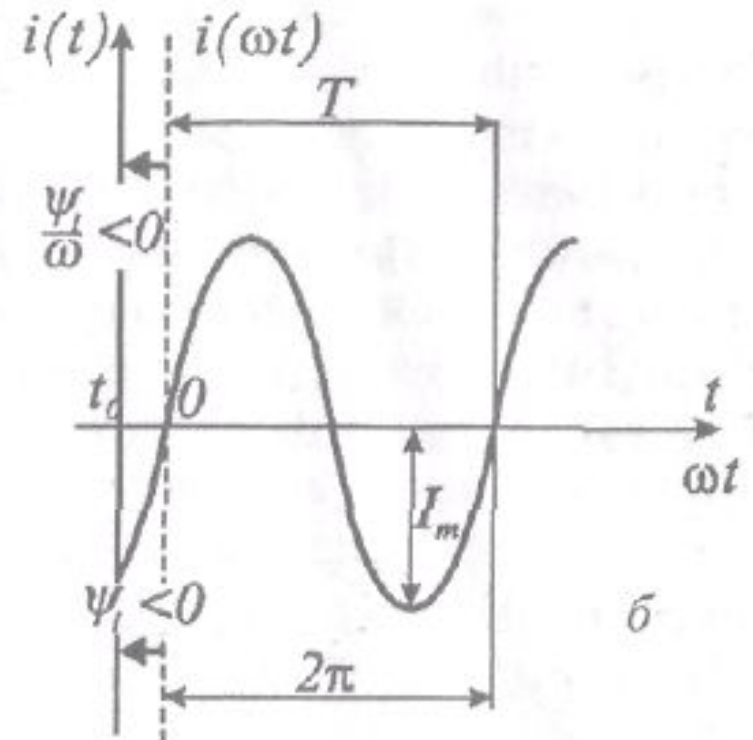
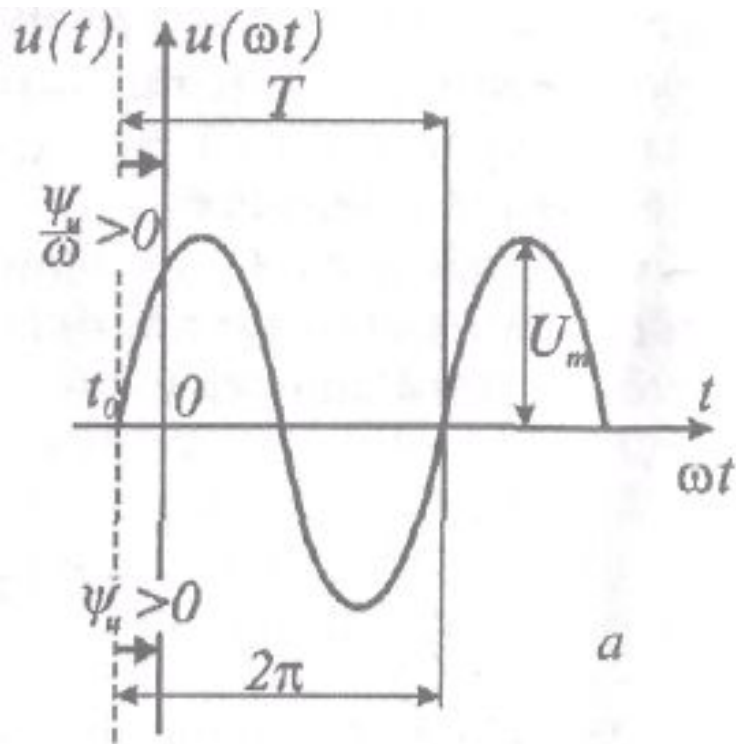
$\omega = 2\pi/T = 2\pi f$ — угловая частота,

ψ — начальная фаза.

Фаза

- Аргумент $\alpha_t = \omega t + \psi_i$, измеряемый в градусах или в радианах, определяет фазный угол синусоидальной функции тока в любой момент времени и называется фазой.
- Если $t = 0$, то $\alpha_0 = \psi_i$, есть начальная фаза тока, т. е. значение фазы синусоидального тока в начальный момент времени.
- Если $\alpha_0 = 0$, то $\psi_i = -\omega t_0$ т. е. в точке t_0 начальная фаза тока $\psi_i < 0$;

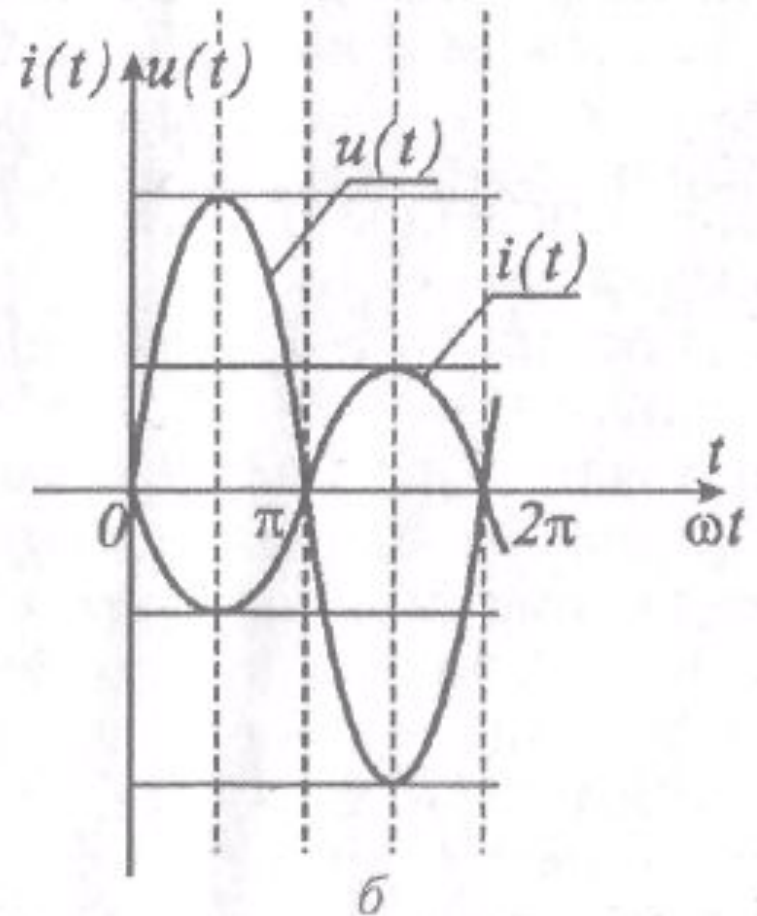
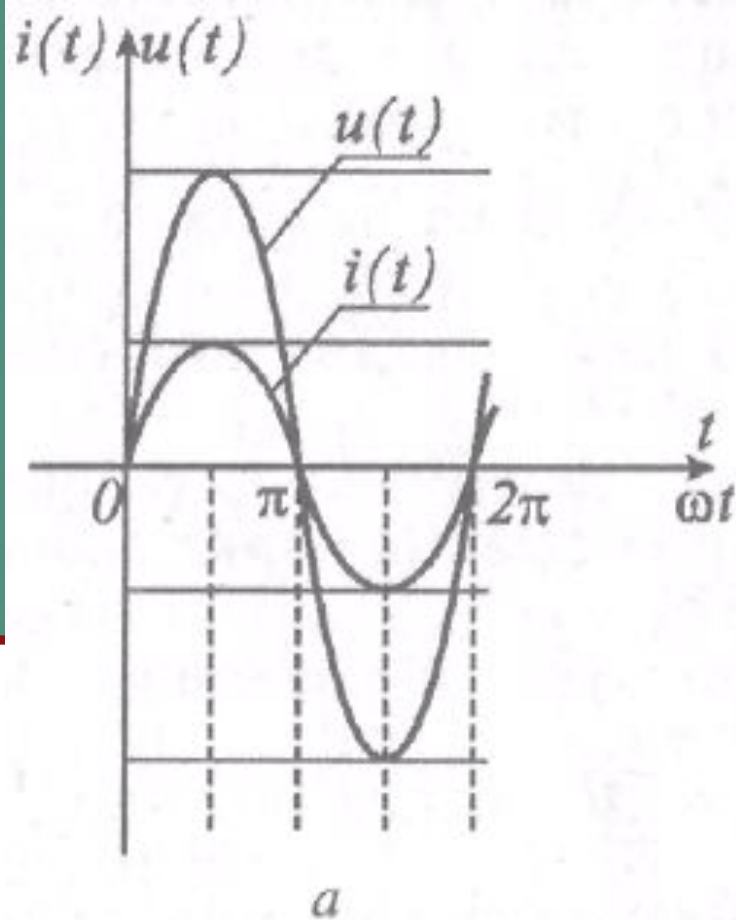
Начальные фазы синусоидальных напряжения (а) и тока (б)



Векторная диаграмма

- Совокупность векторов, изображающих синусоидальные токи, напряжения и ЭДС одинаковой частоты в начальный (или в любой один и тот же) момент времени, называется *векторной диаграммой*.

Синусоидальное напряжение и ток совпадают по фазе (а)
и в противофазе (б)



Среднее значение периодического переменного тока

$$I_{cp} T/2 = \int_0^{T/2} i dt .$$

- Среднее значение периодического переменного тока I_{cp} за период T обычно определяют из геометрических представлений: площадь прямоугольника с основанием $T/2$ и высотой I_{cp} приравнивают площади, ограниченной кривой тока $i(t)$, т. е.

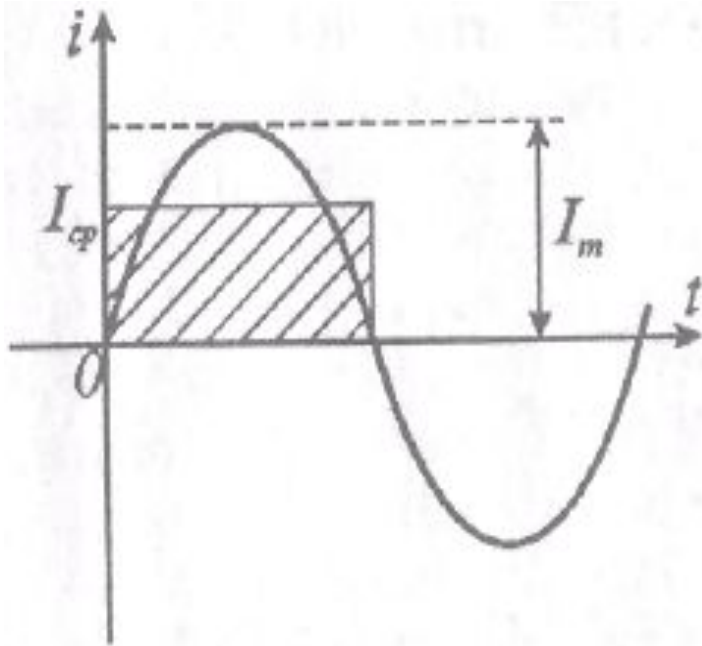
Средневыпрямленный ток

- Средневыпрямленным током I_{cp} , как средним значением тока за время положительной полуволны, т. е. за половину периода:

$$I_{cp} \frac{T}{2} = \int_0^{\frac{T}{2}} i dt = \int_0^{\frac{T}{2}} I_m \sin \omega t dt ,$$

$$I_{cp} = \frac{2}{\pi} I_m \approx 0,637 I_m .$$

К определению средневыпрямленного
(среднего) значения синусоидального тока



$$I_{cp} = \frac{2}{\pi} I_m \approx 0,637 I_m.$$

$$U_{cp} = \frac{2}{\pi} U_m; \quad E_{cp} = \frac{2}{\pi} E_m.$$

Действующее значение периодического переменного тока

- Действующее значение периодического переменного тока (действующий ток) I определяют из энергетических представлений: действующий ток равен по величине такому постоянному току I , который в активном сопротивлении R за период T выделяет такое количество энергии, как данный переменный ток i , т. е.

Действующий ток

$$RI^2T = \int_0^T Ri^2 dt,$$

- где $Ri^2 dt$ - есть выделяемая периодическим переменным током i в активном сопротивлении R за время dt .
- Здесь под интеграл ток i входит в квадрате: отрицательная половина синусоидального тока дает такой же вклад в количество выделяемой энергии, как и положительная, поэтому интеграл берется за период T .

Представление синусоидального тока комплексными величинами

- Любое комплексное число, обозначаемое \dot{A} или \underline{A} , можно изобразить на комплексной плоскости точкой с радиусом - вектором \dot{A} и представить в алгебраической, тригонометрической и показательной формах.

Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексного числа

$$\underline{A} = \dot{A} = a + jb = A \cos \alpha + jA \sin \alpha = Ae^{j\alpha},$$

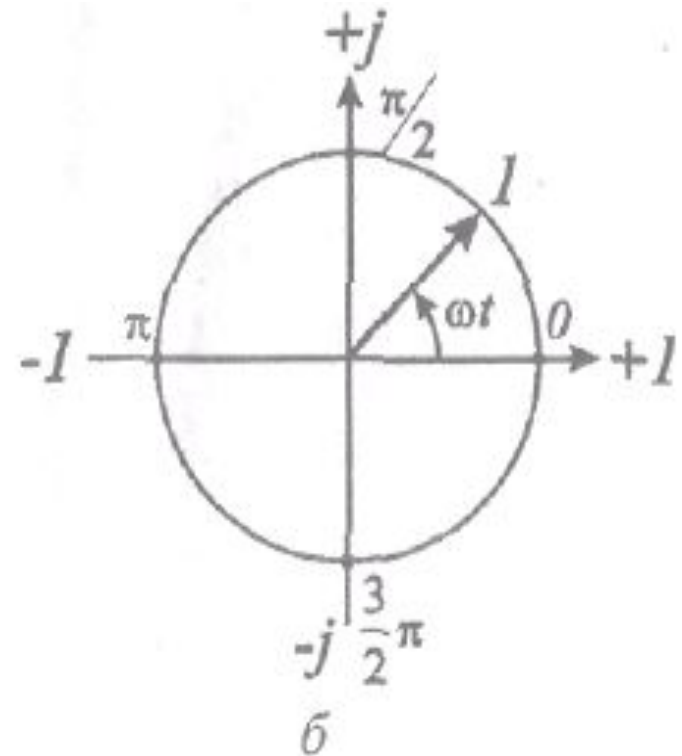
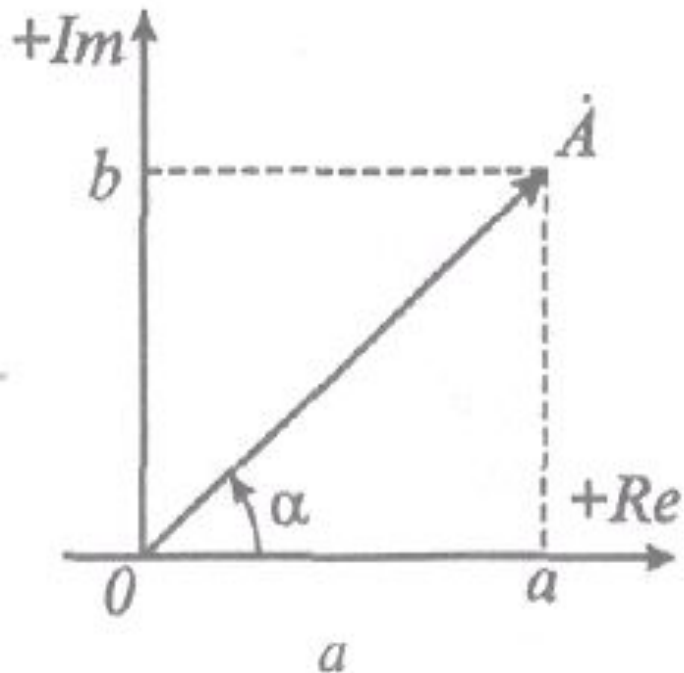
- где $A = \sqrt{a^2 + b^2}$ модуль комплексного числа;
- a – вещественная часть комплексного числа;
- b — мнимая часть комплексного числа;
- $\alpha = \operatorname{arctg} b/a$ — аргумент комплексного числа.

Представление синусоидального тока вращающимся вектором

- Если аргумент α является линейной функцией времени t , т.е. , то и графическое представление комплексной функции $\dot{A}(t)$ аналогично представлению синусоидального тока вращающимся вектором

$$\dot{A}(t) = A \cos(\omega t + \psi) + jA \sin(\omega t + \psi) = Ae^{j(\omega t + \psi)},$$

Комплексное число A (a) и оператор вращения (b)



Мнимая и вещественная части

- Мнимая часть представляет собой синусоидальный ток.
- Вещественная часть представляет собой косинусоидальный ток.

$$J_m\{I(t)\} = J_m\{I_m e^{j(\omega t + \psi_i)}\} = I_m \sin(\omega t + \psi_i);$$

$$Re\{I(t)\} = Re\{I_m e^{j(\omega t + \psi_i)}\} = I_m \cos(\omega t + \psi_i).$$

Комплексный мгновенный и действующий синусоидальный ток

$$\dot{I}_m(t) = I_m e^{j\psi_i} e^{j\omega t} = \dot{I} e^{j\omega t},$$

$$\dot{I}_m = I_m e^{j\psi_i}$$

$$\dot{I} = I e^{j\psi_i},$$

Изображение синусоидального тока комплексными величинами

- *Синусоидальный ток*

$$i(t) = I_{m1} \sin (\omega t_k + \psi_i),$$

имеющий амплитуду I_m , круговую частоту ω и начальную фазу ψ_i , однозначно изображается одной из комплексных величин: комплексным мгновенным синусоидальным током $I(t)$, комплексной амплитудой тока I или комплексным током I .

Изображение комплексного тока синусоидальным током

- Любая из комплексных величин

$I_m(t)$, I_m , I может быть представлена синусоидальным током $i(t)$.

$$\left. \begin{aligned} i(t) &\Rightarrow \dot{I}(t), \dot{I}_m; \dot{I} \\ \dot{I}(t), \dot{I}_m, \dot{I} &\Rightarrow i(t) \end{aligned} \right\}$$

Уравнения для напряжений и эдс

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u); \quad e(t) = E_m \sin(\omega t + \psi_e);$$

$$\dot{U}(t) = U_m e^{j(\omega t + \psi_u)}; \quad \dot{E}_m(t) = E_m e^{j(\omega t + \psi_e)};$$

$$\dot{U}_m = U_m e^{j\psi_u}; \quad \dot{E}_m = E_m e^{j\psi_e};$$

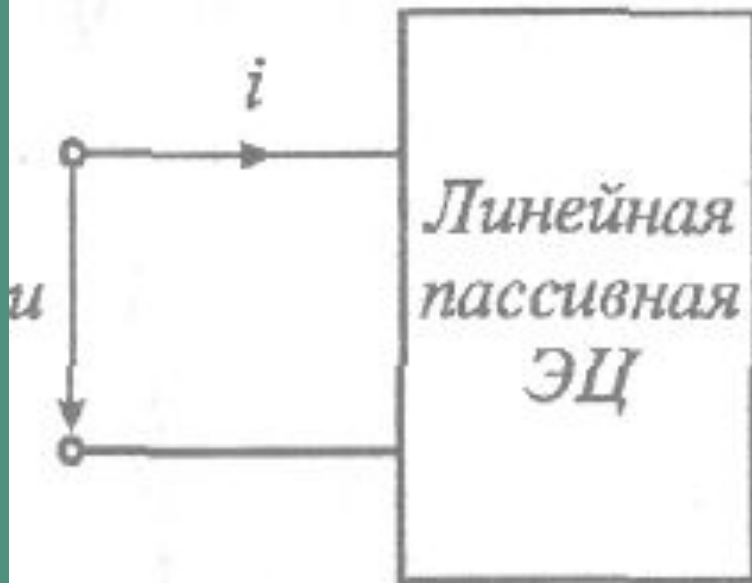
$$\dot{U} = U e^{j\psi_u}; \quad \dot{E} = E e^{j\psi_e};$$

$$\left. \begin{aligned} u(t) &\Rightarrow \dot{U}(t), \dot{U}_m, \dot{U}; \quad e(t) \Rightarrow \dot{E}(t), \dot{E}_m, \dot{E}; \\ \dot{U}(t), \dot{U}_m, \dot{U} &\Rightarrow u(t); \quad \dot{E}(t), \dot{E}_m, \dot{E} \Rightarrow e(t). \end{aligned} \right\}$$

Закон Ома для участка цепи синусоидального тока без источников ЭДС

- *Комплексная амплитуда тока в цепи синусоидального тока равна отношению комплексной амплитуды напряжения к комплексному электрическому сопротивлению цепи.*

Закон Ома для участка цепи синусоидального тока без источников ЭДС



$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \dot{U}Y; \quad \dot{U} = \dot{I}Z = \frac{\dot{I}}{Y},$$

- где $Y = 1/Z$ - комплексная проводимость двухполюсника.

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{U}_m}{Z} = \dot{U}_m Y; \quad \dot{U}_m = \dot{I}_m Z = \frac{\dot{I}_m}{Y}.$$

Комплексное электрическое сопротивление

$$Z = ze^{j\varphi} = z \cos \varphi + jz \sin \varphi = R + jx$$

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = \operatorname{arctg} \frac{x}{R}$$

$$z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + x^2}$$

$$R = z \cos \varphi$$

$$x = z \sin \varphi$$

Комплексная проводимость Y

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R + jx} = \frac{R - jx}{(R + jx)(R - jx)} =$$
$$= \frac{R}{R^2 + x^2} - j \frac{x}{R^2 + x^2} = g - jb ,$$

$$g = \frac{R}{Z^2} , \quad b = \frac{x}{Z^2}$$