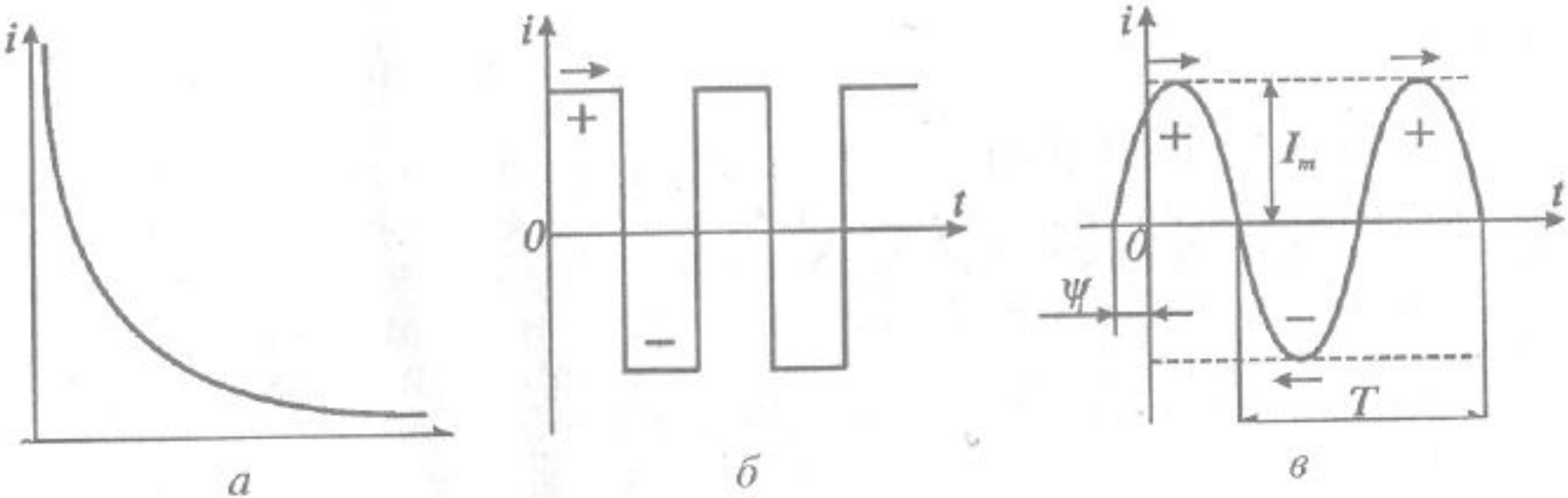
Электротехника и электроника

ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ОДНОФАЗНОГО ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Переменный ток по величине *(а)*, по направлению *(б)*, по величине и направлению (в)



Параметры синусоидального тока

- Период переменного тока
- Частота колебаний
- Амплитуда тока
- Угловая частота
- Начальная фаза
- Фаза
- Среднее значение тока
- Действующее значение тока

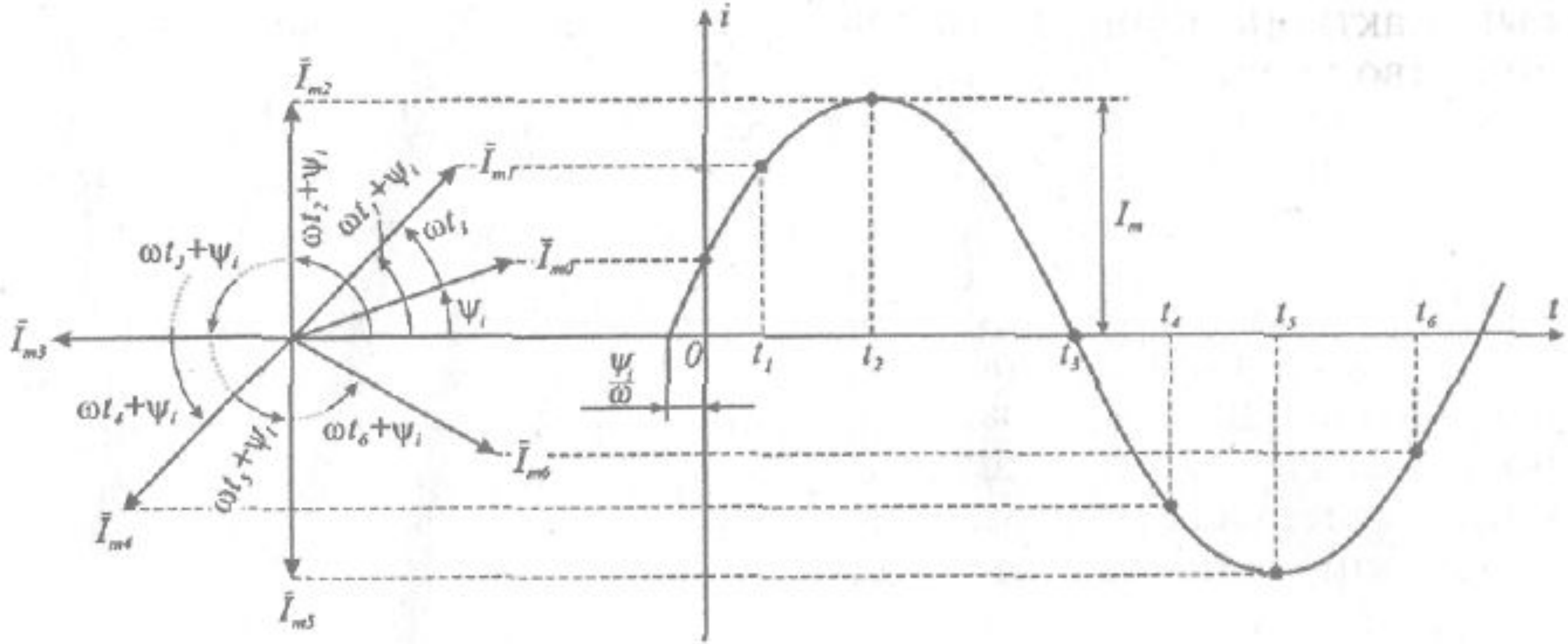
Действующие значения тока, напряжения, эдс синусоидального тока

$$I^2 T = \int_0^T I_m^2 \sin^2 \omega t \, dt,$$

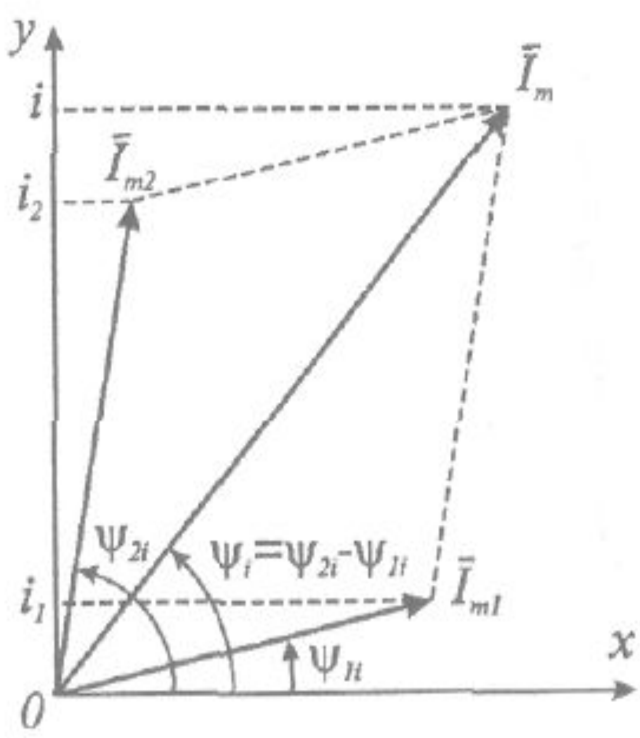
$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \approx 0{,}707 I_m.$$

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}; \qquad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}.$$

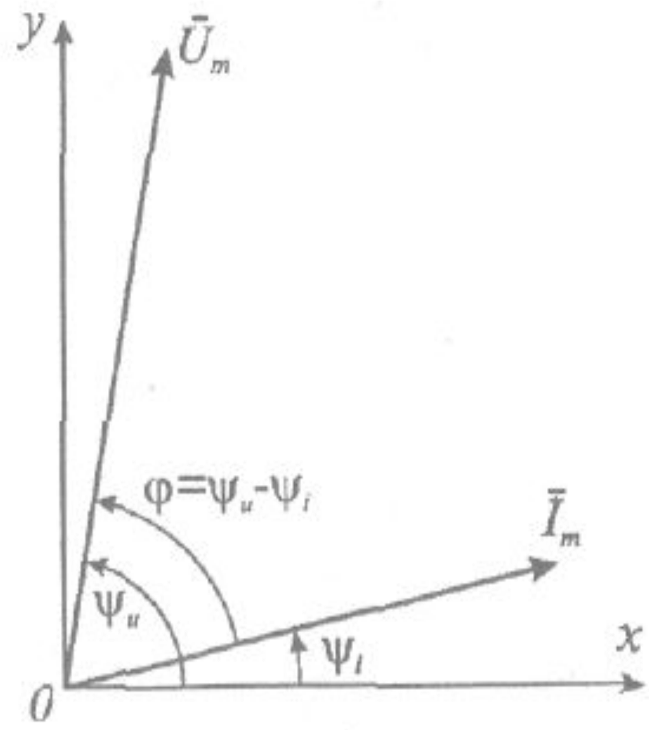
Представление синусоидального тока вращающимся вектором



Векторные диаграммы токов (а), тока и напряжения *(б)*



а



б

Период переменного тока

- Синусоидальный ток является частным случаем периодического переменного тока, значение которого в любой момент времени t определяется мгновенным током:

$$i(t) = i(t + kT),$$

- где *k* = 1,2,3 ... а, измеряемый в секундах (с).
- Периодом *T* переменного тока *i (t)* называется промежуток времени *t*, через который цикл изменения тока повторяется, а *k* указывает на номер цикла.

Частота колебаний

- Величина, обратная периоду, называется частотой колебаний,

  которая измеряется в герцах(Гц) и указывает на число колебаний за одну секунду, т. е. на число периодов переменного тока, укладывающихся за время, равное одной секунде.

$$f = \frac{1}{T},$$

Синусоидальный ток

- Повсеместное применение получил периодический ток, являющийся синусоидальной функцией времени и называемый синусоидальным током

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i),$$

где

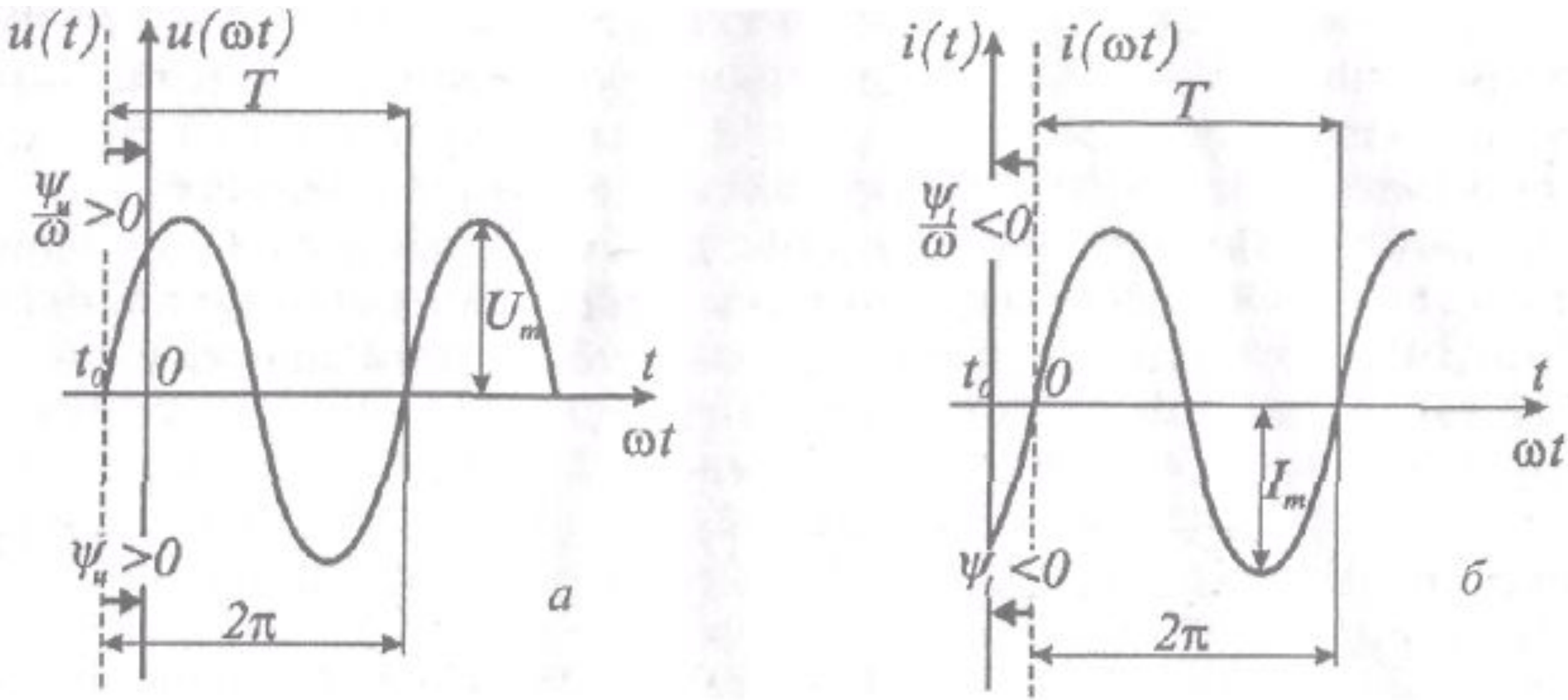
$\omega = 2\pi/T = 2\pi f$ — угловая частота,

ψ — начальная фаза.

Фаза

- Аргумент $\alpha_{t} = \omega t + \psi_{i}$, измеряемый в градусах или в радианах, определяет фазный угол синусоидальной функции тока в любой момент времени и называется фазой.
- Если t =0, то $\alpha_0 = \psi_i$, есть начальная фаза тока, т. е. значение фазы синусоидального тока в начальный момент времени.
- Если $\alpha_0 = 0$, то $\psi_i = -\omega t_0$ т. е. в точке t_0 начальная фаза тока $\psi_i < 0$;

Начальные фазы синусоидальных напряжения *(а)* и тока (б)

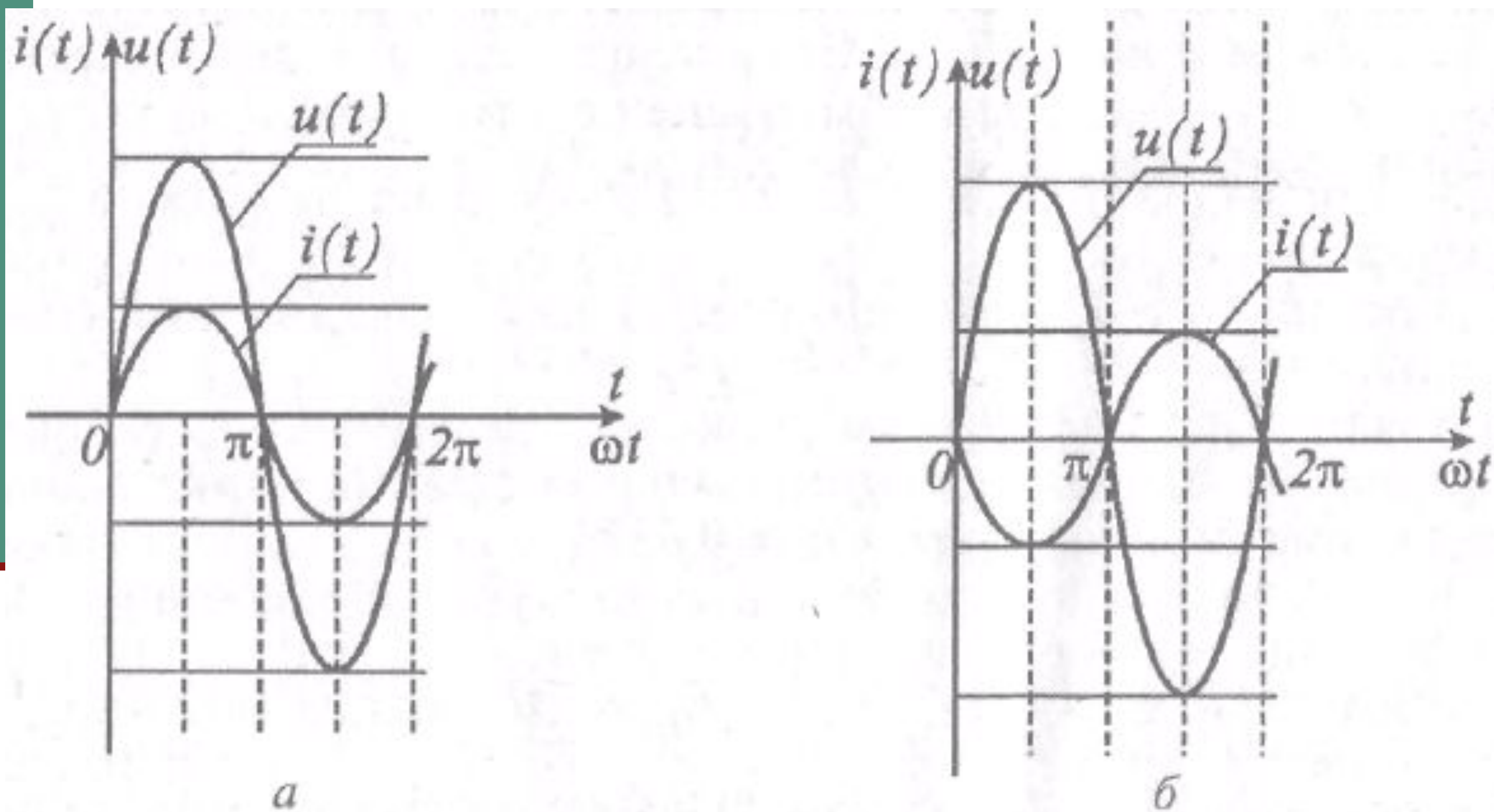


Векторная диаграмма

- Совокупность векторов, изображающих синусоидальные токи, напряжения и ЭДС одинаковой частоты в начальный (или в любой один и тот же) момент времени, называется *векторной диаграммой.*

Синусоидальные напряжение и ток совпадают по фазе *(а)*

и в противофазе *(б)*



Среднее значение периодического переменного тока

$$I_{cp}T/2=\int_0^{T/2} idt\ .$$

- Среднее значение периодического переменного тока I_{cp} за период <u>*T*</u> обычно определяют из геометрических представлений: площадь прямоугольника с основанием $T/2$ и высотой I_{cp} приравнивают площади, ограниченной кривой тока $i(t)$, т. е.

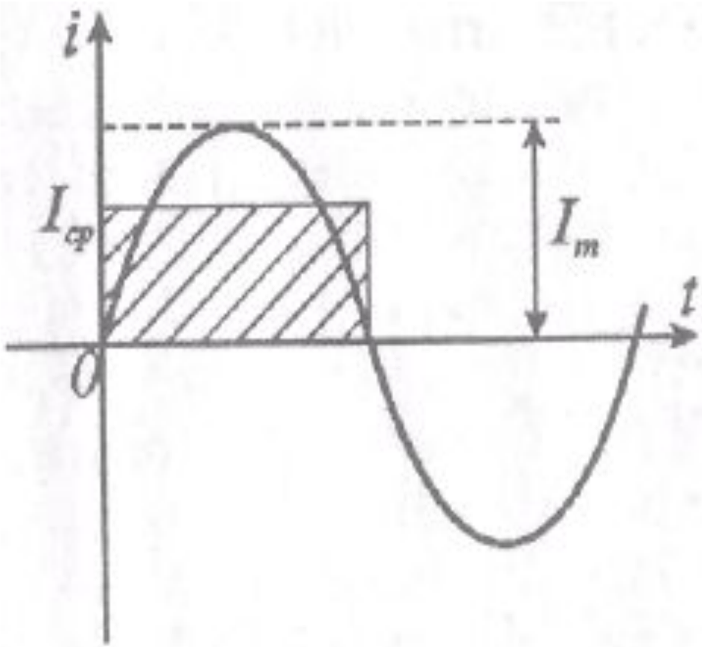
Средневыпрямленный ток

- Средневыпрямленным током $I_{ср}$, как средним значением тока за время положительной полуволны, т. е. за половину периода:

$$I_{cp}\frac{T}{2}=\int_0^{\frac{T}{2}} i\,dt=\int_0^{\frac{T}{2}} I_m \sin\omega t\,dt,$$

$$I_{cp}=\frac{2}{\pi}I_m\approx 0{,}637 I_m.$$

К определению средневыпрямленного (среднего) значения синусоидального тока



$$I_{cp} = \frac{2}{\pi} I_m \approx 0{,}637 I_m .$$

$$U_{cp} = \frac{2}{\pi} U_m ; \quad E_{cp} = \frac{2}{\pi} E_m .$$

Действующее значение периодического переменного тока

- Действующее значение периодического переменного тока (действующий ток) *I* определяют из энергетических представлений: действующий ток равен по величине такому постоянному току *I*, который в активном сопротивлении *R* за период *T* выделяет такое количество энергии, как данный переменный ток *i*, т. е.

Действующий ток

$$RI^2T = \int_0^T Ri^2dt,$$

- где Ri^2dt - ест [illegible] ляемая периодическим переменным током i в активном сопротивлении R за время dt.
- Здесь под интеграл ток i входит в квадрате: отрицательная половина синусоидального тока дает такой же вклад в количество выделяемой энергии, как и положительная, поэтому интеграл берется за период T.

Представление синусоидального тока комплексными величинами

- Любое комплексное число, обозначаемое *À* или <u>A</u>, можно изобразить на комплексной плоскости точкой с радиусом - вектором *À* и представить в алгебраической, тригонометрической и показательной формах.

Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексного числа

$$\underline{A} = \dot{A} = a + jb = A\cos\alpha + jA\sin\alpha = Ae^{j\alpha},$$

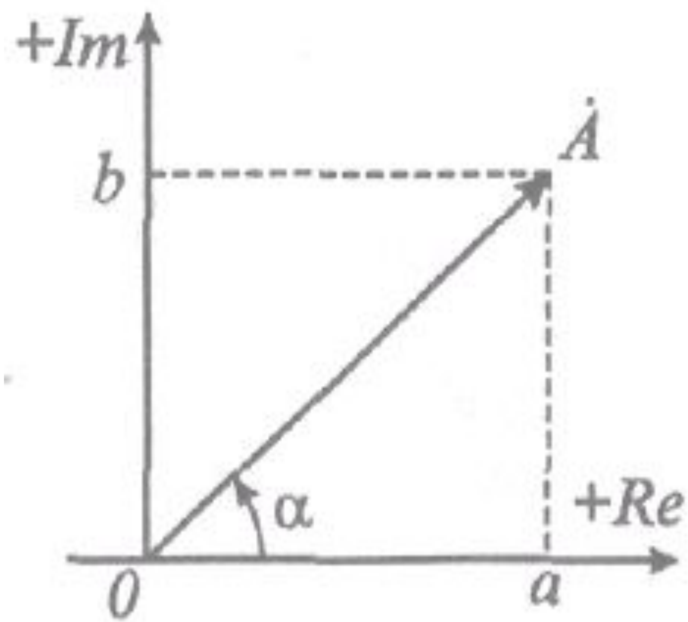
- где $A = \sqrt{a^2 + b^2}$ модуль комплексного числа;
- *a* – вещественная часть комплексного числа;
- *b* — мнимая часть комплексного числа;
- α = arctg *b/a* — аргумент комплексного числа.

Представление синусоидального тока вращающимся вектором

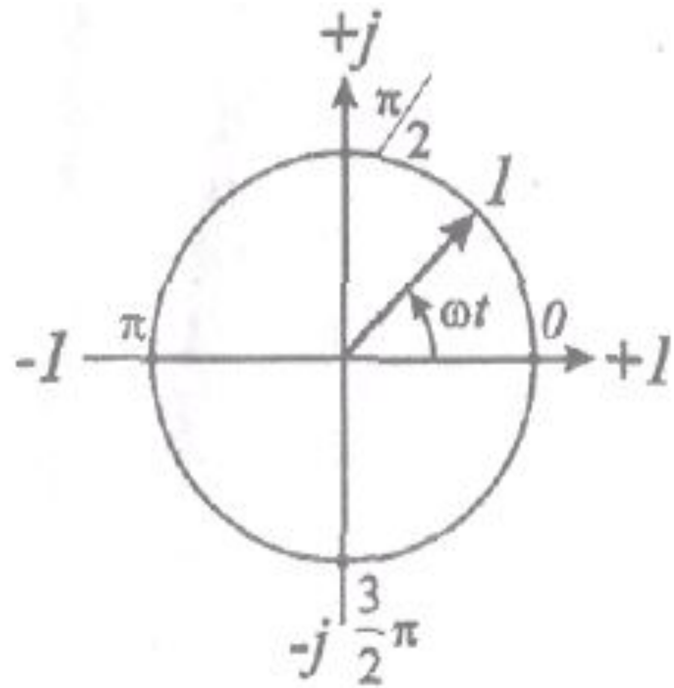
- Если аргумент *α* является линейной функцией времени *t*, т.е. , то и графическое представление комплексной функции *À*(*t*) аналогично представлению синусоидального тока вращающимся вектором

$$\dot{A}(t) = A\cos(\omega t + \psi) + jA\sin(\omega t + \psi) = Ae^{j(\omega t + \psi)},$$

Комплексное число А *(а)* и оператор вращения *(б)*



а



б

Мнимая и вещественная части

- Мнимая часть представляет собой синусоидальный ток.
- Вещественная часть представляет собой косинусоидальный ток.

$$J_m\{\dot{I}(t)\} = J_m\{I_m e^{j(\omega t + \psi_i)}\} = I_m \sin(\omega t + \psi_i);$$

$$Re\{\dot{I}(t)\} = Re\{I_m e^{j(\omega t + \psi_i)}\} = I_m \cos(\omega t + \psi_i).$$

Комплексный мгновенный и действующий синусоидальный ток

$$\dot{I}_m(t) = I_m e^{j\psi_i} e^{j\omega t} = \dot{I} e^{j\omega t},$$

$$\dot{I}_m = I_m e^{j\psi_i}$$

$$\dot{I} = I e^{j\psi_i},$$

Изображение синусоидального тока комплексными величинами

- *Синусоидальный ток*
  $i(t) = I_{m1} sin\ (\omega t_k + \psi_i)$,
  имеющий амплитуду I_m, *круговую частоту* ω *и начальную фазу* ψ_i, *однозначно изображается одной из комплексных величин: комплексным мгновенным синусоидальным током* $I(t)$, *комплексной амплитудой тока* I или *комплексным током* I.

Изображение комплексного тока синусоидальным током

- *Любая из комплексных величин*

  $I_m(t]$, I_m, I может быть представлена синусоидальным током $i(t)$.

$$
\left.\begin{aligned}
&i(t) \Rightarrow \dot{I}(t),\ \dot{I}_m;\ \dot{I}\\
&\dot{I}(t),\ \dot{I}_m,\ \dot{I} \Rightarrow i(t)
\end{aligned}\right\}
$$

Уравнения для напряжений и эдс

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u)\,;\;\; e(t) = E_m \sin(\omega t + \psi_e)\,;$$

$$\dot{U}(t) = U_m e^{(\omega t + \psi_u)}\,;\;\; \dot{E}_m(t) = E_m e^{(\omega t + \psi_e)}\,;$$

$$\dot{U}_m = U_m e^{j\psi_u}\,;\;\; \dot{E}_m = E_m e^{j\psi_e}\,;$$

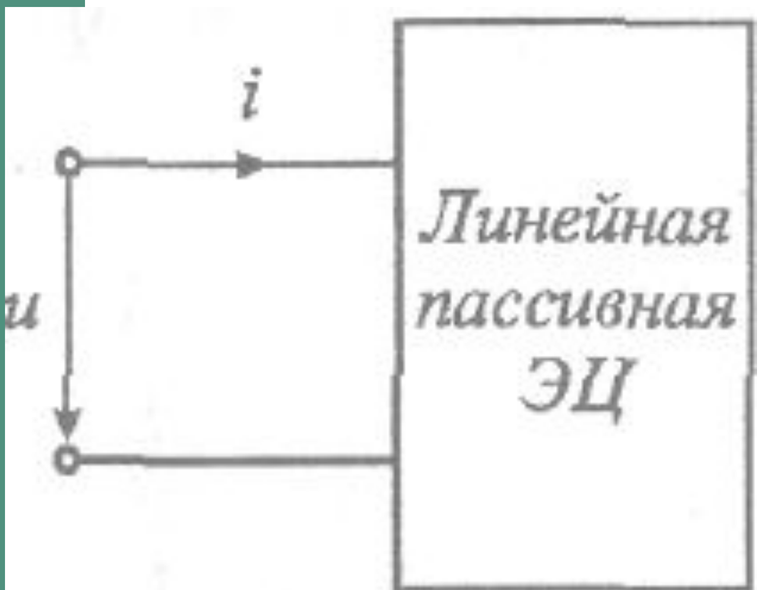
$$\dot{U} = U e^{j\psi_u}\,;\;\; \dot{E} = E e^{j\psi_e}\,;$$

$$\left.\begin{array}{l} u(t) \Rightarrow \dot{U}(t), \dot{U}_m, \dot{U};\, e(t) \Rightarrow \dot{E}(t), \dot{E}_m, \dot{E}; \\ \dot{U}(t), \dot{U}_m, \dot{U} \Rightarrow u(t);\, \dot{E}(t), \dot{E}_m, \dot{E} \Rightarrow e(t). \end{array}\right\}$$

Закон Ома для участка цепи синусоидального тока без источников ЭДС

- *Комплексная амплитуда тока в цепи синусоидального тока равна отношению комплексной амплитуды напряжения к комплексному электрическому сопротивлению цепи.*

Закон Ома для участка цепи синусоидального тока без источников ЭДС



$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \dot{U}Y\,; \quad \dot{U} = \dot{I}Z = \frac{\dot{I}}{Y}\,,$$

- где *Y= 1/Z* - комплексная проводимость двухполюсника.

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{U}_m}{Z} = \dot{U}_m Y\,; \quad \dot{U}_m = \dot{I}_m Z = \frac{\dot{I}_m}{Y}\,.$$

Комплексное электрическое сопротивление

$$Z = ze^{j\varphi} = z\cos\varphi + jz\sin\varphi = R + jx$$

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = \operatorname{arctg}\frac{x}{R}$$

$$z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + x^2}$$

$$R = z\cos\varphi$$

$$x = z\sin\varphi$$

Комплексная проводимость Y

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R + jx} = \frac{R - jx}{(R + jx)(R - jx)} =$$

$$= \frac{R}{R^2 + x^2} - j\frac{x}{R^2 + x^2} = g - jb\,,$$

$$g = \frac{R}{z^2}\,, \quad b = \frac{x}{z^2}$$