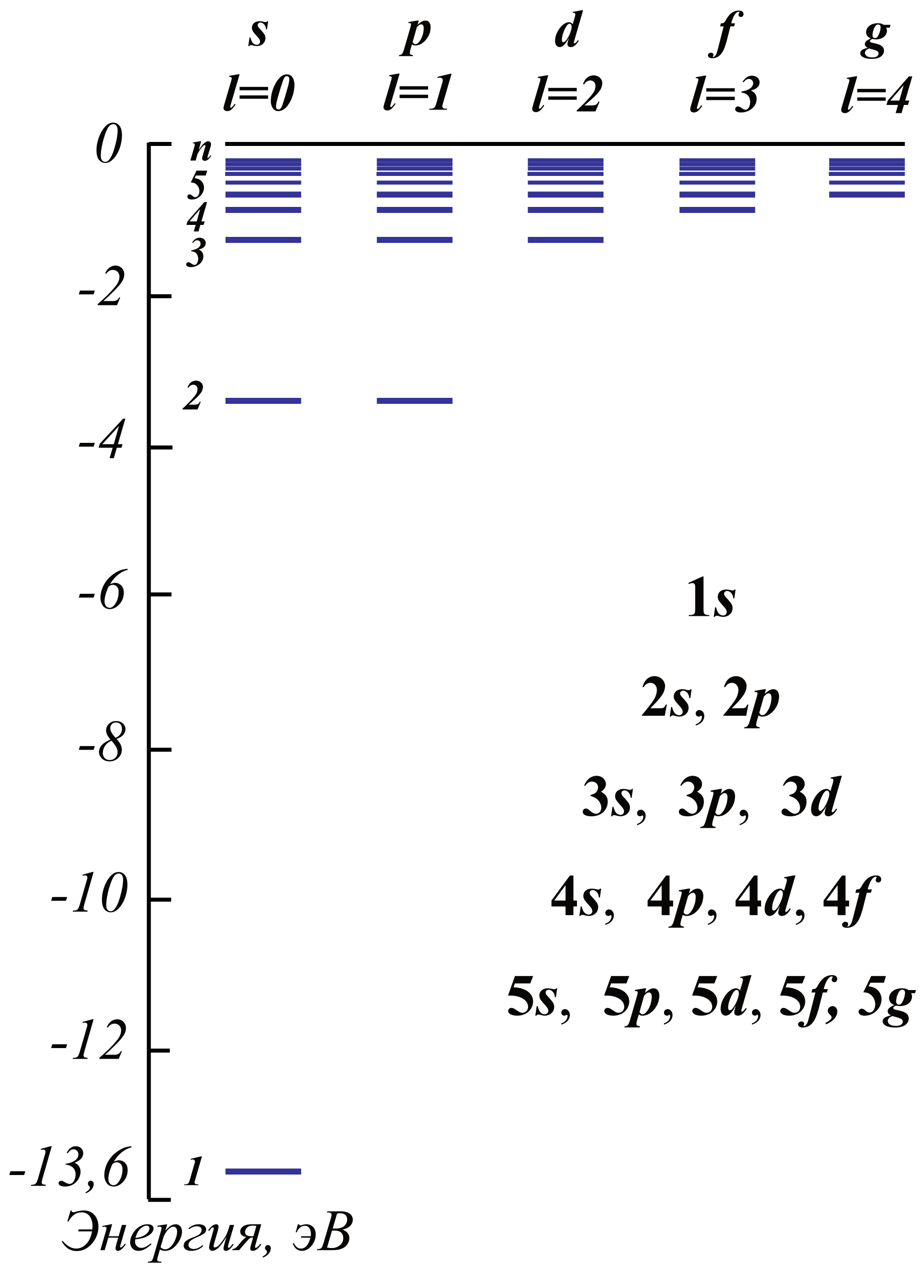
ЛЕКЦИЯ 7а

ПЛАН ЛЕКЦИИ

1. Спектр атома водорода.
2. Конфигурация электронных состояний атома водорода. ***1s*** – состояние.
3. Магнитный момент микрочастицы.
4. Механический момент импульса микрочастицы. Спин.
5. Неразличимость одинаковых микрочастиц. Принцип Паули.

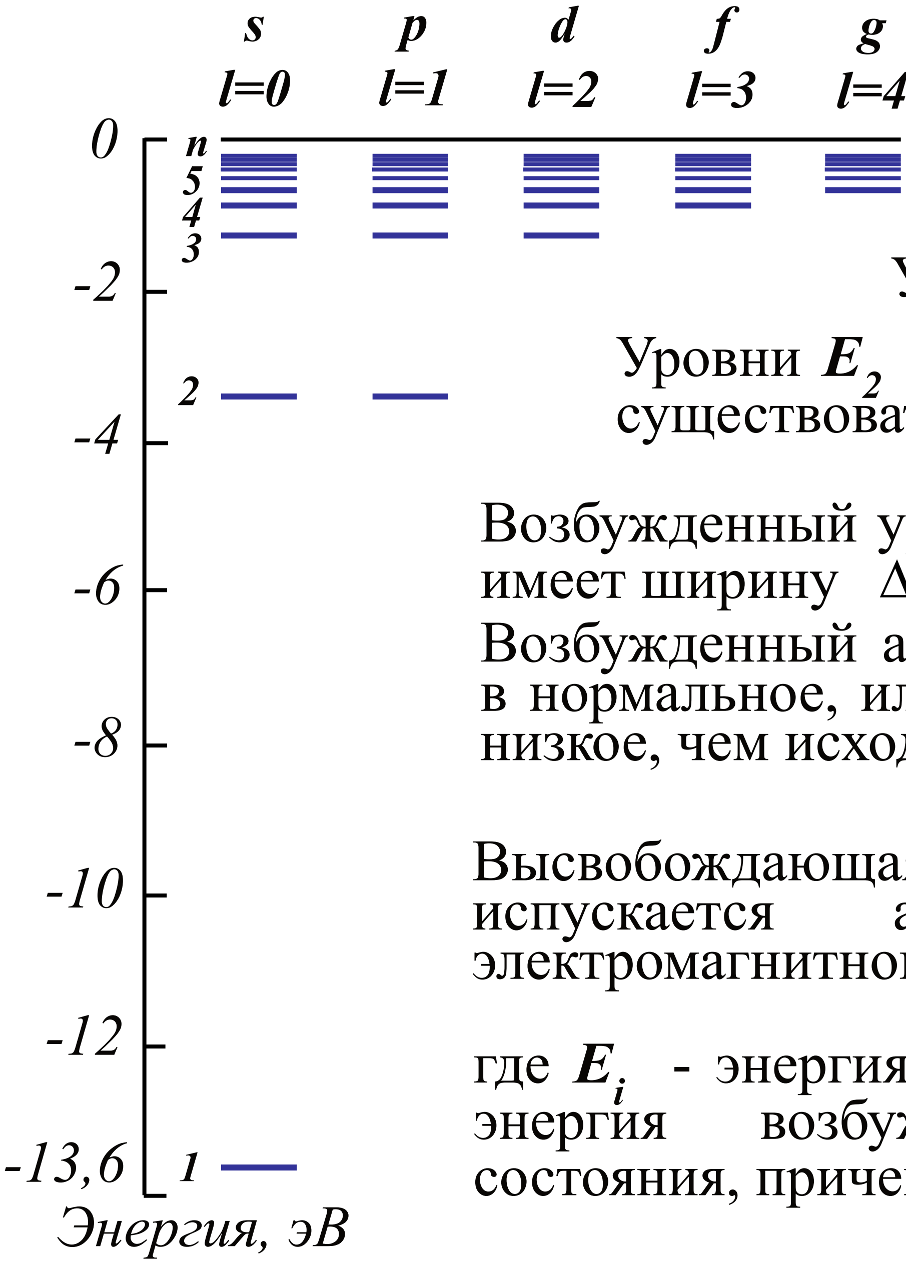
СПЕКТР АТОМА ВОДОРОДА.



Состояние атома **1*s*** , в котором электрон находится на нижнем энергетическом уровне E_n = –13,6 эВ, называется *основным* или *нормальным* и является стационарным.

Атом, не подверженный внешнему воздействию, может находиться в основном состоянии неопределенно долго.

СПЕКТР АТОМА ВОДОРОДА.



Уровень E_1 - бесконечно тонкий.

Уровни E_2, E_3, … - возбужденные, могут существовать лишь ограниченное время $\Delta\tau$.

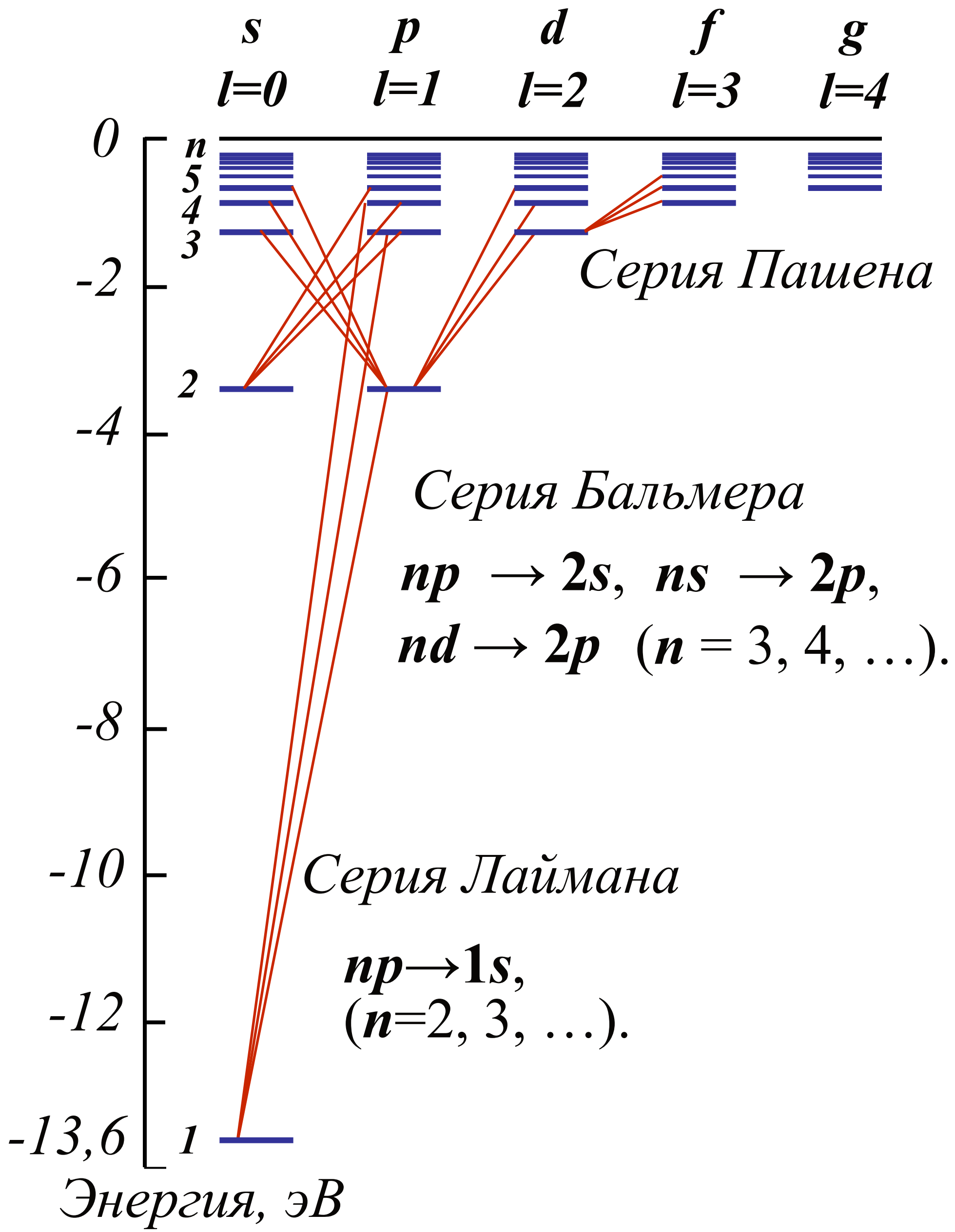
Возбужденный уровень несколько «размыт», т. е. имеет ширину $\Delta E_1 \sim \hbar/\Delta\tau$.

Возбужденный атом самопроизвольно переходит в нормальное, или в другое, энергетически более низкое, чем исходное, состояние.

Высвобождающаяся при этом энергия испускается атомом в виде кванта электромагнитного излучения: $\hbar\omega = E_i - E_k$

где E_i - энергия возбужденного состояния, E_k - энергия возбужденного или нормального состояния, причем $E_i > E_k$.

СПЕКТР АТОМА ВОДОРОДА.



В атоме возможны не все переходы между уровнями, а только те, при которых орбитальное квантовое число l изменяется на единицу:

$$\Delta l = \pm 1.$$

Это условие называется *правилом отбора.*

Покажем некоторые переходы, разрешенные правилом отбора.

КОНФИГУРАЦИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМА ВОДОРОДА. 1s – СОСТОЯНИЕ.

Пространственное распределение вероятности обнаружить электрон вблизи ядра зависит от квантовых чисел ***n***, ***l***, ***m*** (нерелятивистский случай).

Рассмотрим для примера только ***1s*** – состояние атома, как наиболее простое.

Все волновые функции, соответствующие ***s*** – состояниям атома, сферически симметричны.

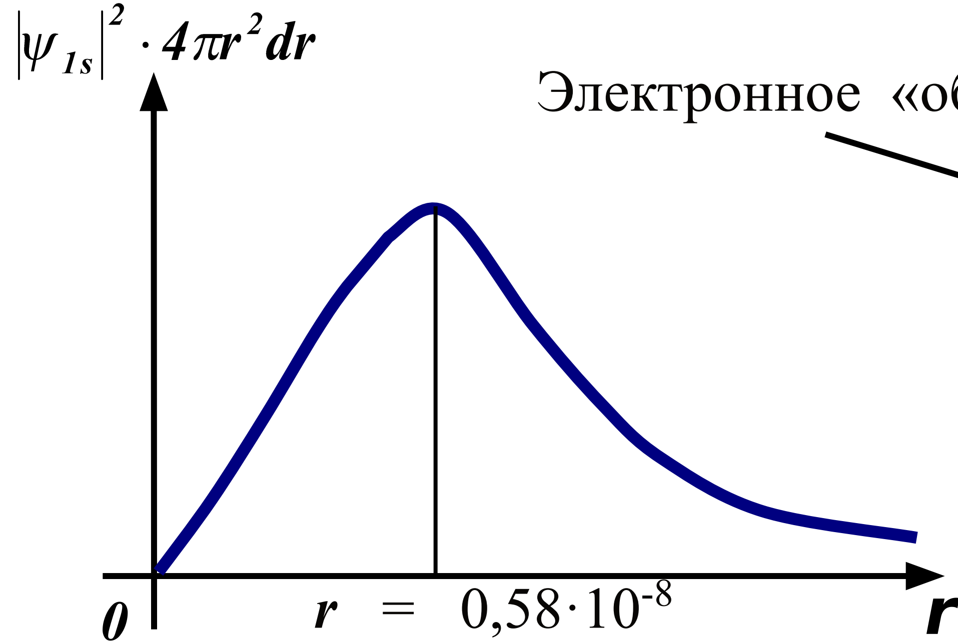
Вероятность обнаружения электрона в сферическом слое объемом равна (без вывода): $dV = 4\pi r^2 dr$

$$dW = \left|\psi_{1s}\right|^2 dV = \frac{1}{\pi a^3}\exp\left(-2r/a\right)\cdot 4\pi r^2 dr, \qquad a = const$$

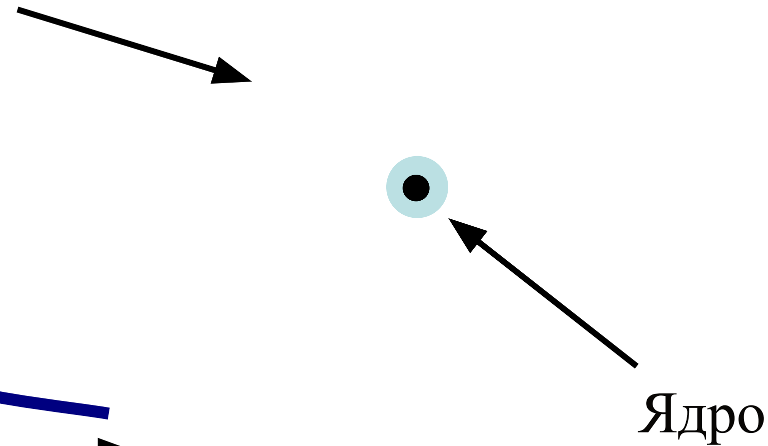
Это означает, что вероятность обнаружить электрон на некотором расстоянии ***r*** вблизи ядра зависит только от этого расстояния.

Покажем условно на рисунке распределение вероятности встретить электрон в сферическом слое единичной толщины радиусом ***r***.

КОНФИГУРАЦИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ СОСТОЯНИЙ АТОМА ВОДОРОДА. 1s – СОСТОЯНИЕ.



$r = 0{,}58 \cdot 10^{-8}$ см



С наибольшей вероятностью электрон атома водорода в ***1s*** – состоянии «бывает» в сферическом слое радиусом $0{,}58 \cdot 10^{-8}$ см, что соответствует первому боровскому радиусу орбиты электрона в невозбужденном атоме водорода.

В остальных слоях пространства вокруг ядра электрон бывает реже.

СПИН И МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА МИКРОЧАСТИЦ

Магнитный момент микрочастицы.

Частицы бывают заряженные и незаряженные. Заряд – это *параметр* частицы, т.е. величина, не зависящая от состояния частицы. Заряд квантуется, т.е. это дискретная величина.

Частицы бывают магнитными и не магнитными.

Магнитные частицы – это маленькие *постоянные* магниты. Основной характеристикой постоянного магнита является его магнитный момент $\vec{p}_m$.

Магнитный момент величина векторная. На магнит в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$ будет действовать момент силы $\vec{M}$.

Этот момент стремится повернуть магнит так, чтобы его магнитный момент стал параллелен вектору $\vec{B}$.

Но: магнитный момент не является исчерпывающей характеристикой магнитных свойств *заряженной* частицы.

МАГНИТНЫЙ МОМЕНТ МИКРОЧАСТИЦЫ.

Заряженная частица, совершающая движение по замкнутой траектории, подобна контуру с током.

Контур с током в магнитном поле ведет себя как магнит, т.е. тоже характеризуется *магнитным моментом*.

Магнитный момент плоского контура с током: $\vec{p}_m = IS\vec{n}$, где I - сила тока в контуре, S – площадь контура, $\vec{n}$- нормаль к плоскости контура.

Таким образом, если микрочастица, не обладающая магнитными свойствами, вращается с частотой ν (ню) по замкнутой траектории, ограничивающей площадь S, то она будет характеризоваться *магнитным моментом* $\vec{\mu} = q\nu S\vec{n}$.

МАГНИТНЫЙ МОМЕНТ МИКРОЧАСТИЦЫ.

Введем определения.

Магнитный момент микрочастицы, возникающий при ее движении по некоторой траектории (орбите), называется *орбитальным магнитным моментом*.

Орбитальный магнитный момент обычно обозначают $\vec{\mu}_L$.

Если частица неподвижна, то ее орбитальный магнитный момент равен нулю.

Магнитный момент неподвижной частицы называется ее *собственным магнитным моментом*.

Собственный магнитный момент обычно обозначают $\vec{\mu}_S$

Если частица обладает собственным магнитным моментом $\vec{\mu}_S$ и орбитальным $\vec{\mu}_L$, то ее полный магнитный момент равен:

$$\vec{\mu} = \vec{\mu}_S + \vec{\mu}_L$$

МЕХАНИЧЕСКИЙ МОМЕНТ ИМПУЛЬСА ЧАСТИЦЫ. СПИН.

Механическим (орбитальным) моментом импульса обладает всякая частица, совершающая движение по траектории.

Это вектор, который равен $\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}]$, где $\vec{r}$ - радиус-вектор частицы, $\vec{p}$ - ее импульс.

Из этой формулы следует, что вектор орбитального механического момента импульса направлен по нормали к плоскости орбиты, т.е. также, как и орбитальный магнитный момент $\vec{\mu}_L$.

Можно ожидать, что векторы $\vec{L}$ и $\vec{\mu}_L$ связаны между собой.

Действительно, такая связь существует в виде $\boxed{\vec{\mu}_L = g\vec{L}}$,

где скалярный коэффициент g называется *гиромагнитным отношением* и равен половине удельного заряда частицы $g=q/2m$.

МЕХАНИЧЕСКИЙ МОМЕНТ ИМПУЛЬСА ЧАСТИЦЫ. СПИН.

Полный магнитный момент частицы складывается из орбитального и собственного магнитных моментов.

Из соображений симметрии: нет ли таких частиц, которые наряду с орбитальным механическим моментом импульса обладают еще и собственным (не связанным с орбитальным движением) механическим моментом импульса?

Классическая физика: нет орбитального движения, нет и момента импульса.

В квантовой физике, как показывают эксперименты, существуют частицы с таким свойством.

Определение.

Существуют микрочастицы, момент импульса которых состоит из двух слагаемых. Одно из них является *орбитальным моментом импульса*, второе не зависит от орбитального движения частицы и называется *спином*.

МЕХАНИЧЕСКИЙ МОМЕНТ ИМПУЛЬСА ЧАСТИЦЫ. СПИН.

Спин частицы связан с собственным магнитным моментом формулой, аналогичной формуле связи векторов $\vec{L}$ и $\vec{\mu}_L$:

$$\vec{\mu}_s = g_s \vec{L}_s$$

Коэффициент g_s называется *спиновым гиромагнитным отношением* и равен удельному заряду частицы $g=q/m$, т.е. вдвое больше орбитального гиромагнитного отношения.

Существование спина у микрочастиц позволяет ввести понятие о полном механическом моменте импульса:

Вектор $\vec{J}$, равный сумме $\vec{L}+\vec{L}_s$ орбитального момента импульса и спина, называется *полном механическим моментом импульса* микрочастицы.

Наличие спина подтверждено экспериментально, его свойства вытекают из решений релятивистского квантового уравнения. Спин следует считать внутренним свойством, присущим электрону также, как масса или заряд.

КВАНТОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКОГО МОМЕНТА МИКРОЧАСТИЦЫ

Из лекции 8: механический орбитальный момент импульса частицы *квантуется*, т.е. не может быть произвольным, а принимает только определенные дискретные значения.

Эти значения определяются формулой: $\boldsymbol{L} = \hbar\sqrt{\boldsymbol{l}(\boldsymbol{l}+\boldsymbol{1})}$

l – *орбитальное квантовое число*, которое при заданном ***n*** принимает значения $\boldsymbol{l = 0, 1, \ldots, (n - 1)}$.

Таким образом, момент импульса частицы определяется квантовым числом ***l***.

Проекция $\boldsymbol{L_z}$ *орбитального момента импульса* на координатную ось также есть величина дискретная и кратная $\hbar$:

$$\boldsymbol{L_z = m\hbar}$$

m – *магнитное квантовое число*, которое при заданном ***l*** может принимать значения $\boldsymbol{m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm l}$.

КВАНТОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКОГО МОМЕНТА МИКРОЧАСТИЦЫ

Формулы квантования спина и его проекций почти такие же, что и формулы квантования орбитального момента импульса:

$$L_s = \hbar\sqrt{s(s+1)}, \qquad s = 0,\ \frac{1}{2},\ 1,\ \frac{3}{2},\ \ 2, \ldots.$$

s – это спиновое квантовое число, определяющее значения модуля собственного механического момента импульса – спина частицы.

$$L_{sz} = m_s\hbar, \qquad m_s = -s,\ -s+1,\ s+1,\ s, \ldots$$

Для электрона, протона, нейтрона $s = \dfrac{1}{2}$, следовательно, $L_s = \dfrac{1}{2}\hbar\sqrt{3}$.

Проекция спина на заданное направление для этих частиц может принимать всего два значения, отличающиеся друг от друга на $\hbar$

$$+\frac{1}{2}\hbar \quad \text{и} \quad -\frac{1}{2}\hbar$$

НЕРАЗЛИЧИМОСТЬ ОДИНАКОВЫХ МИКРОЧАСТИЦ. ПРИНЦИП ПАУЛИ.

В классической механике частицы одинаковой природы (например, электроны) можно различать.

Это связано с тем, что их движение происходит по определенным траекториям, что дает принципиальную возможность проследить за движением каждой частицы.

В квантовой механике в силу принципа неопределенности понятие траектории частицы не существует.

Состояние системы частиц описывается волновой функцией, которая имеет вероятностный смысл.

Поэтому следить за каждой из одинаковых частиц и тем самым различать их невозможно.

Определенным является лишь состояние системы частиц в целом, а не состояние каждой частицы в отдельности.

НЕРАЗЛИЧИМОСТЬ ОДИНАКОВЫХ МИКРОЧАСТИЦ. ПРИНЦИП ПАУЛИ.

Таким образом, в квантовой механике частицы одинаковой природы оказываются неразличимыми.

Это утверждение носит понятие *принципа неразличимости* (или *принципа тождественности*) одинаковых частиц.

Принцип неразличимости одинаковых частиц является фундаментальным принципом квантовой механики, имеющим глубокие физические следствия.

Исходя из физического смысла величины $|\psi|^2$, принцип неразличимости можно записать в виде:

$$\left|\psi(x_1, x_2)\right|^2 = \left|\psi(x_2, x_1)\right|^2$$

где x_1 и x_2 – соответственно совокупность пространственных и спиновых координат первой и второй частиц.

НЕРАЗЛИЧИМОСТЬ ОДИНАКОВЫХ МИКРОЧАСТИЦ. ПРИНЦИП ПАУЛИ.

Из записанного выражения вытекает, что возможны два случая:

$$\psi\left(x_1, x_2\right) = \pm\psi\left(x_2, x_1\right)$$

т.е. принцип неразличимости одинаковых частиц ведет к определенному свойству симметрии волновой функции.

Если при перемене частиц местами волновая функция не меняет знака, то она называется *симметричной*, если меняет – *антисимметричной*.

Изменение знака волновой функции не означает изменения состояния, так как физический смысл имеет только квадрат модуля волновой функции.

Установлено, что симметрия или антисимметрия волновой функции определяется спином частиц.

НЕРАЗЛИЧИМОСТЬ ОДИНАКОВЫХ МИКРОЧАСТИЦ. ПРИНЦИП ПАУЛИ.

Частицы с полуцелым спином (например, электроны, протоны, нейтроны) описываются антисимметричными волновыми функциями и подчиняются статистике Ферми – Дирака.

Эти частицы называются *фермионами*.

Частицы с нулевым или целочисленным спином (например, фотоны) описываются симметричными волновыми функциями и подчиняются статистике Бозе – Эйнштейна.

Эти частицы называются *бозонами.*

Сложные частицы, составленные из нечетного числа фермионов (например, атомные ядра), являются <u>фермионами</u>, поскольку их суммарный спин – полуцелый, из четного – <u>бозонами</u> (суммарный спин – целый).

НЕРАЗЛИЧИМОСТЬ ОДИНАКОВЫХ МИКРОЧАСТИЦ. ПРИНЦИП ПАУЛИ.

Если тождественные частицы имеют одинаковые квантовые числа, то их волновая функция симметрична относительно перестановки частиц. Следовательно, два одинаковых фермиона, входящих в одну систему, не могут находиться в одинаковых состояниях, т.к. для них волновая функция должна быть антисимметричной.

Таким образом, должно существовать правило, которое управляет поведением систем элементарных частиц.

Это правило называется *принципом исключения* (*запрета*) или *принципом Паули* (по имени ученого, сформулировавшего этот принцип).

Принцип Паули возникает как фундаментальное следствие принципа неразличимости микрочастиц.

Приведем некоторые формулировки принципа Паули для системы <u>электронов</u> в кулоновском потенциальном поле (сложный атом):

ПРИНЦИП ПАУЛИ.

Системы электронов встречаются в природе только в состояниях, описываемых антисимметричными волновыми функциями.

Иная формулировка как следствие из первой:

В определенном квантовом состоянии может находиться не более одного электрона.

Квантовое состояние частицы определяется четырьмя квантовыми числами: $\boldsymbol{n}$ (главное квантовое число), $\boldsymbol{l}$ (орбитальное квантовое число), $\boldsymbol{m}$ (магнитное квантовое число), $\boldsymbol{m_s}$ (спиновое квантовое число). Следовательно,

в атоме не может быть больше одного электрона с одинаковыми четырьмя квантовыми числами.

Принцип Паули лежит в основе периодической системы элементов Менделеева.

Принцип Паули формулируется для частиц с антисимметричными волновыми функциями. Следовательно, он определяет распределение фермионов по квантовым состояниям и не распространяется на бозоны.