



*ТЕМА: ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ*

**Выполнили: Никифорова Л. и Голованов М.**

**Под руководством учителя математики**

**Плешаковой О.В.**

# *СОДЕРЖАНИЕ*

- Цели проекта
- Цилиндр
- Объем цилиндра
- Конус
- Объем конуса
- Шар и сфера
- Объем шара
- Объем и площадь поверхности тел вращения
- Интернет-ресурсы



# *ЦЕЛИ ПРОЕКТА:*

Познакомить учащихся с понятиями: цилиндр, конус, шар, сфера и их основными элементами.

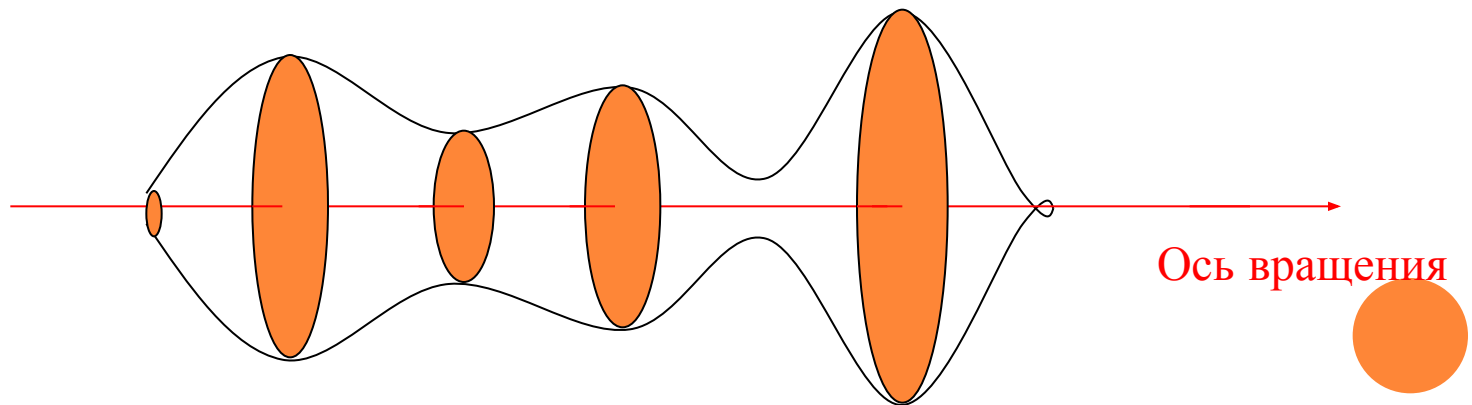
Развить пространственное воображение.

---

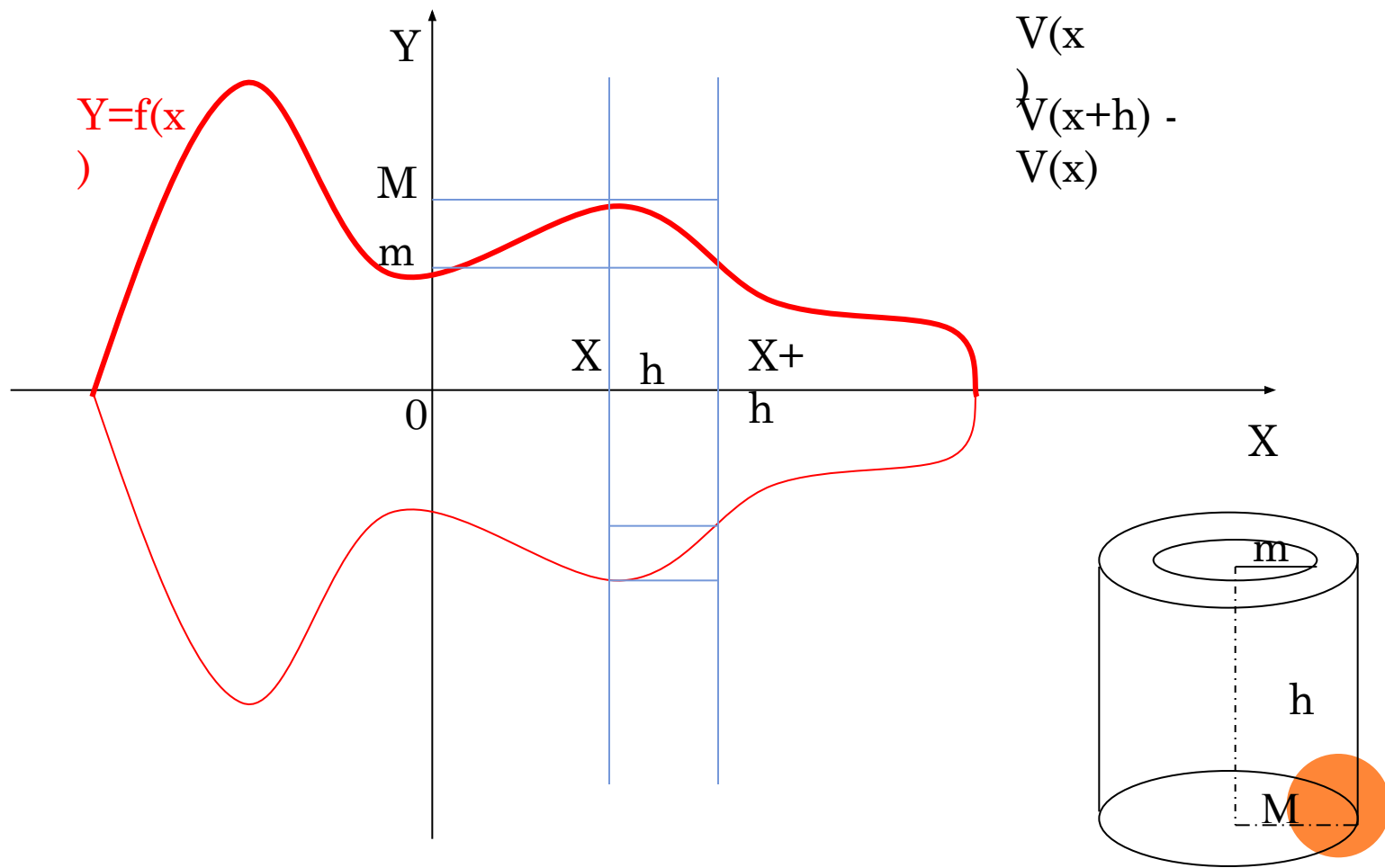


# ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ

- Телом вращения называется такое тело, которое плоскостями, перпендикулярными некоторой прямой (оси вращения), пересекается по кругам с центрами на этой прямой.



# ВЫВОД ФОРМУЛЫ ДЛЯ ОБЪЁМОВ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ



# *ВЫВОД ФОРМУЛЫ ДЛЯ ОБЪЁМОВ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ*

$$\pi m^2 h \leq V(x+h) - V(x) \leq \pi M^2 h,$$

$$\pi m^2 \leq \frac{V(x+h) - V(x)}{h} \leq \pi M^2.$$



## ВЫВОД ФОРМУЛЫ ДЛЯ ОБЪЁМОВ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ

$$V'(x) = \pi f^2(x).$$

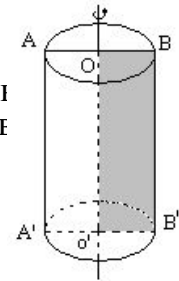
$$V(b) - V(a) = \int_a^b V'(x) dx,$$

$$V(b) - V(a) = \int_a^b \pi f^2(x) dx, a < b.$$



# Цилиндр

**1 Цилиндр** – тело, которое состоит из двух кругов, не лежащих в одной плоскости и совмещаемых параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих кругов



**2** Цилиндр получается при вращении прямоугольника вокруг стороны.

прямая  $OO$  - ось цилиндра

отрезок  $OO$  - высота,

отрезок  $AA = BB$  - образующая

круг  $(O,OB) = \text{кругу } (O',O'B')$  – основание цилиндра

**3** а) осевое сечение (проходит через ось) есть прямоугольник

б) сечение цилиндра плоскостью, параллельной его оси, представляет собой прямоугольник

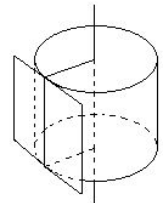
в) сечение цилиндра плоскостью, перпендикулярной его оси, представляет собой круг

**4** а) призмой вписанной в цилиндр, называется такая призма, у которой плоскостями оснований являются плоскости оснований цилиндра, а боковыми ребрами – образующие.

б) Касательной плоскостью к цилиндру называется плоскость проходящая

через образующую цилиндра и перпендикулярная плоскости осевого сечения, содержащей эту образующую.

Призма описана около цилиндра, если у нее плоскостями оснований являются плоскости оснований цилиндра, а боковые грани касаются цилиндра.

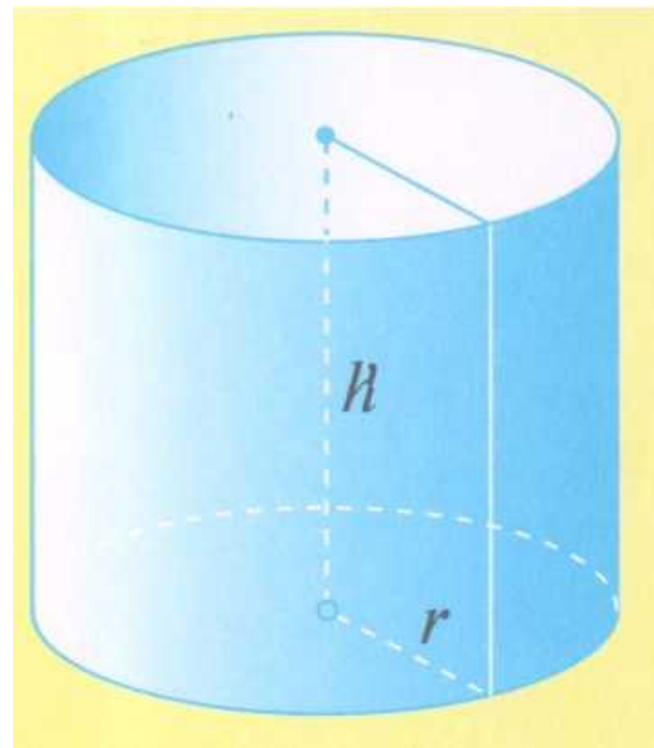




# ОБЪЁМ ЦИЛИНДРА

Объём цилиндра равен произведению площади основания на высоту

$$V = SH$$



# ПЛОЩАДЬ БОКОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЦИЛИНДРА

$$\square S = 2\pi r h$$



# ЦИЛИНДР

- **Цилиндр** (греч. Kyliindros, валик, каток) — геометрическое тело, ограниченное цилиндрической поверхностью (называемой боковой поверхностью цилиндра) и не более чем двумя поверхностями (основаниями цилиндра); причём если оснований два, то одно получено из другого параллельным переносом вдоль образующей боковой поверхности цилиндра; и основание пересекает каждую образующую боковой поверхности ровно один раз.
- Бесконечное тело, ограниченное замкнутой бесконечной цилиндрической поверхностью, называется **бесконечным цилиндром**, ограниченное замкнутым цилиндрическим лучом и его основанием, называется **открытым цилиндром**. Основание и образующие цилиндрического луча называют соответственно основанием и образующими открытого цилиндра.



# Эллиптический цилиндр

- Эллиптический цилиндр — Правильный круглый цилиндр Эллиптический цилиндр Цилиндр (греч. *kýlidros*, валик, каток) геометрическое тело, ограниченное цилиндрической поверхностью (называемой боковой поверхностью цилиндра) и не более чем двумя поверхностями



# КОНУС

1. **Конус** – тело, которое состоит из круга – основания конуса, точки, не лежащей в плоскости этого круга, - вершины конуса и всех отрезков, соединяющих вершину конуса с точками основания.

Конус получается при вращении прямоугольного треугольника вокруг катета.

2. т.  $S$  – вершина конуса

круг  $(O, OA)$  – основание конуса

$SA=SB$  – образующие конуса

Отрезок  $SO$  – высота конуса

Прямая  $SO$  – ось конуса

3. а) осевое сечение конуса – равнобедренный треугольник

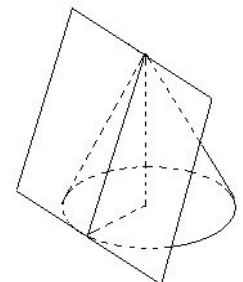
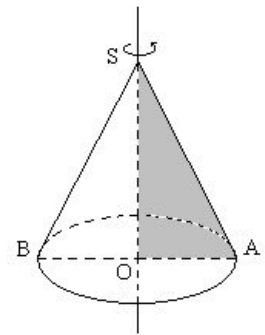
б) сечение конуса плоскостью, проходящей через его вершину – равнобедренный треугольник

в) сечение конуса плоскостью, перпендикулярно оси симметрии – круг

4. а) вписанная пирамида – пирамида, основание которой есть многоугольник, вписанный в окружность основания конуса, вершина – вершина конуса, боковые ребра пирамиды – образующие конуса

б) Касательной плоскостью к конусу называется плоскость, проходящая через образующую конуса и перпендикулярная плоскости осевого сечения, содержащей эту образующую.

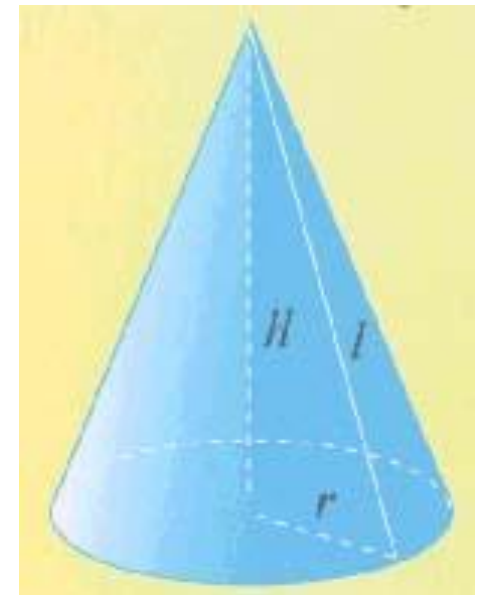
Описанная пирамида – пирамида, у которой основанием служит многоугольник, описанный около основания конуса, вершина – вершина конуса, боковые грани – касательные плоскости конуса.



# *ОБЪЁМ КОНУСА*

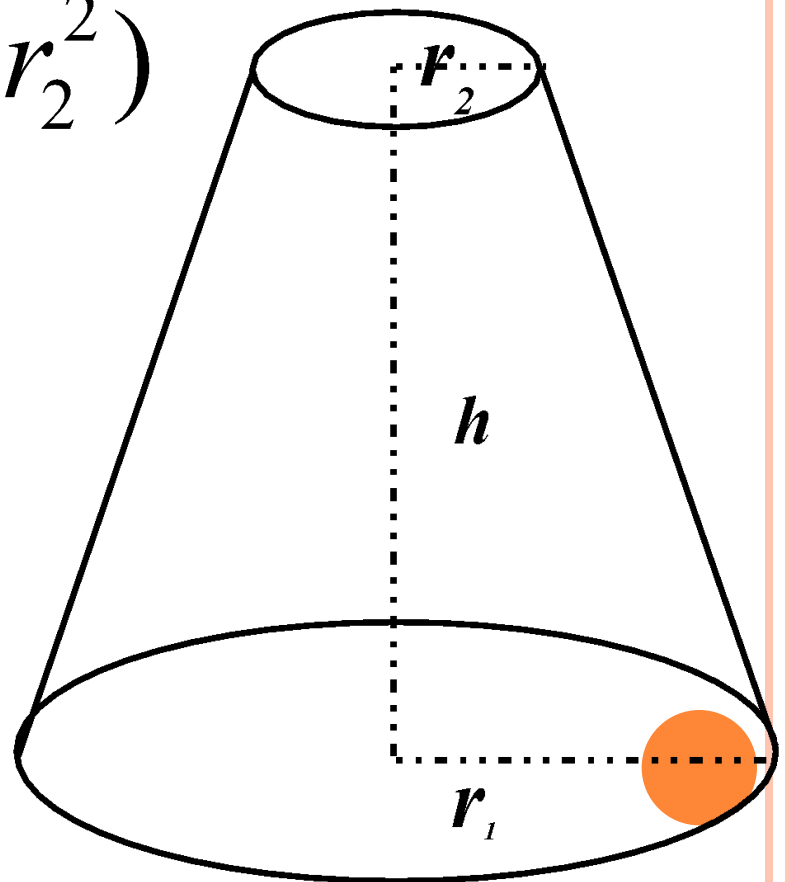
Объём конуса равен одной трети произведения площади основания на высоту.

$$V = \frac{1}{3} SH$$



# *ОБЪЁМ УСЕЧЁННОГО КОНУСА*

$$V = \frac{1}{3} \pi h (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$$



## *ПЛОЩАДЬ БОКОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ*

$$S = \pi R L$$

Где R- радиус основания, L- длина образующей





# ШАР И СФЕРА

**Шар** – тело состоящее из всех точек пространства, находящихся на расстоянии не больше данного от данной то

Сфера – граница шара.

Шар получается при вращении полукруга вокруг его диаметра как оси

2. т.  $O$  – центр шара

$OA=OB$  – радиус шара

$AB$  – диаметр

3. а) Всякое сечение шара плоскостью – круг, центром которого является основание перпендикуляра, опущенного из центра шара на секущую плоскость.

б) плоскость, проходящая через центр шара – диаметральная плоскость. Сечение шара диаметральной плоскостью называется большим кругом, а сечение сферы – большой окружностью.

4. Плоскость проходящая через точку  $A$  поверхности шара и перпендикулярная радиусу, проведенному в точку  $A$ , называется касательной плоскостью, точка  $A$  – плоскостью касания.

а) многогранник называется вписанным в шар, если все его вершины лежат на поверхности шара.

б) многогранник называется описанным около шара, если все его грани касаются поверхности шара.

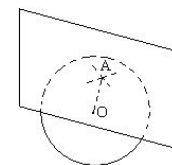
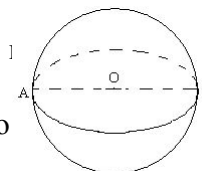
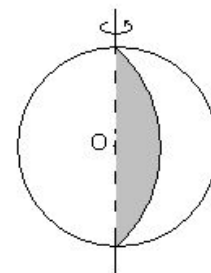
IV. Закрепление нового материала.

Для того, чтобы выяснить, как учащиеся усвоили новый материал, им предлагается ответить на следующие вопросы, ответы на которые обсуждаются всем классом:

1. Укажите среди окружающих вас предметов в природе, технике объекты, имеющие формы цилиндра, конуса, шара
2. При вращении каких фигур получаются цилиндр, конус, шар, сфера?
3. При помощи моделей покажите и назовите основные элементы цилиндра, конуса, шара

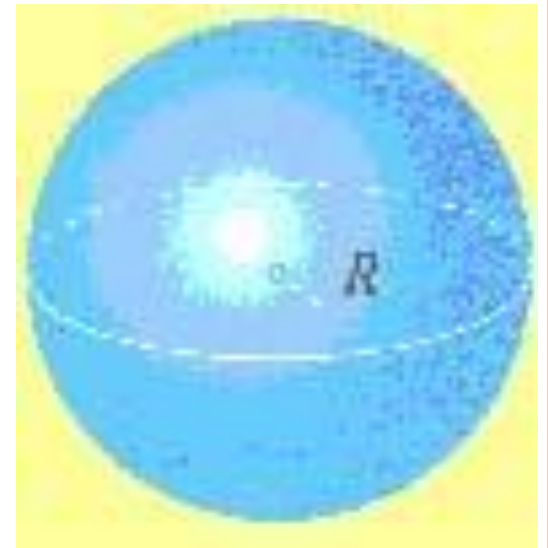
V. Сообщение домашнего задания.

VI. Подведение итогов урока.

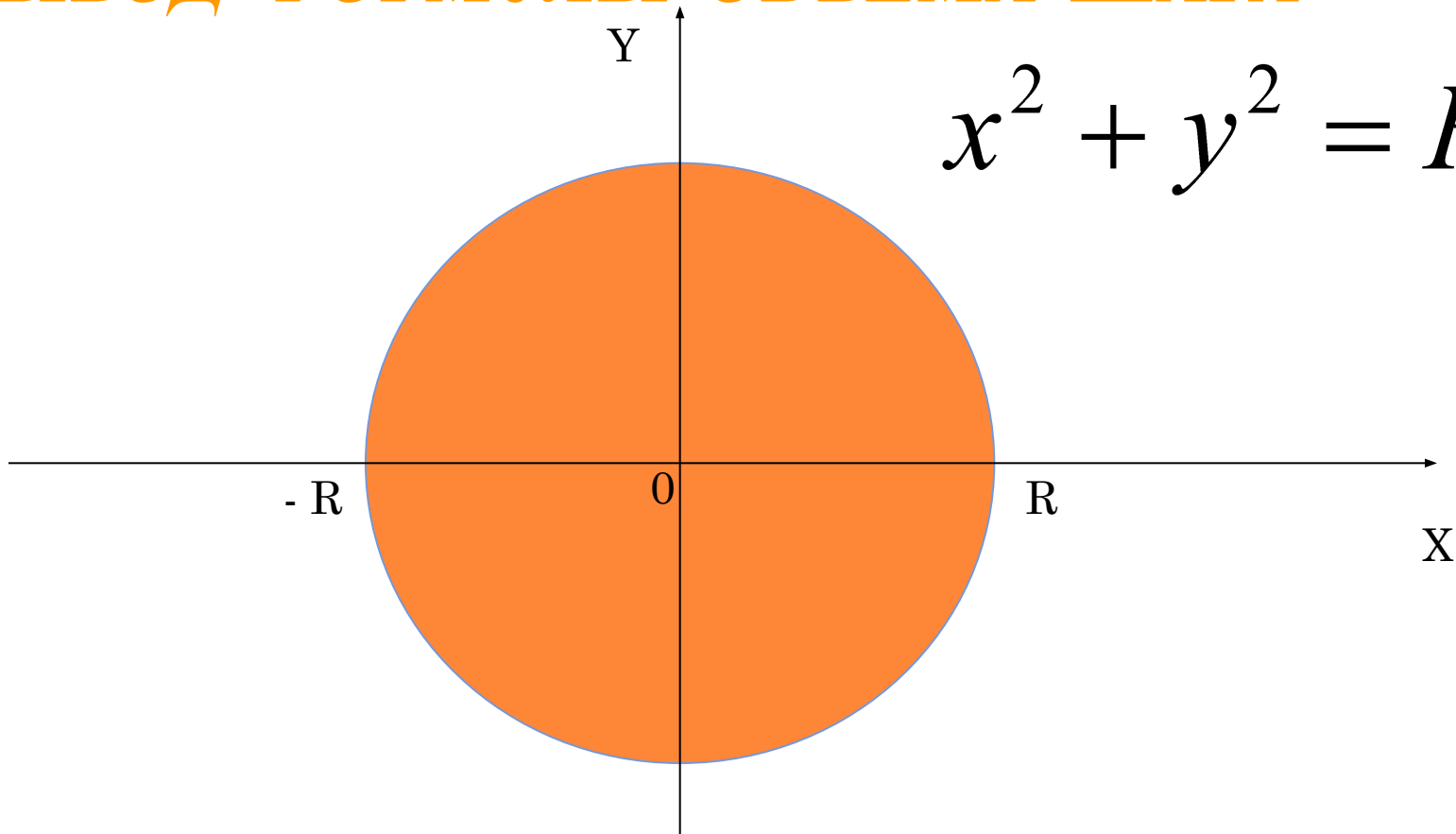


# ОБЪЁМ ШАРА

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$



# *ВЫВОД ФОРМУЛЫ ОБЪЁМА ШАРА*

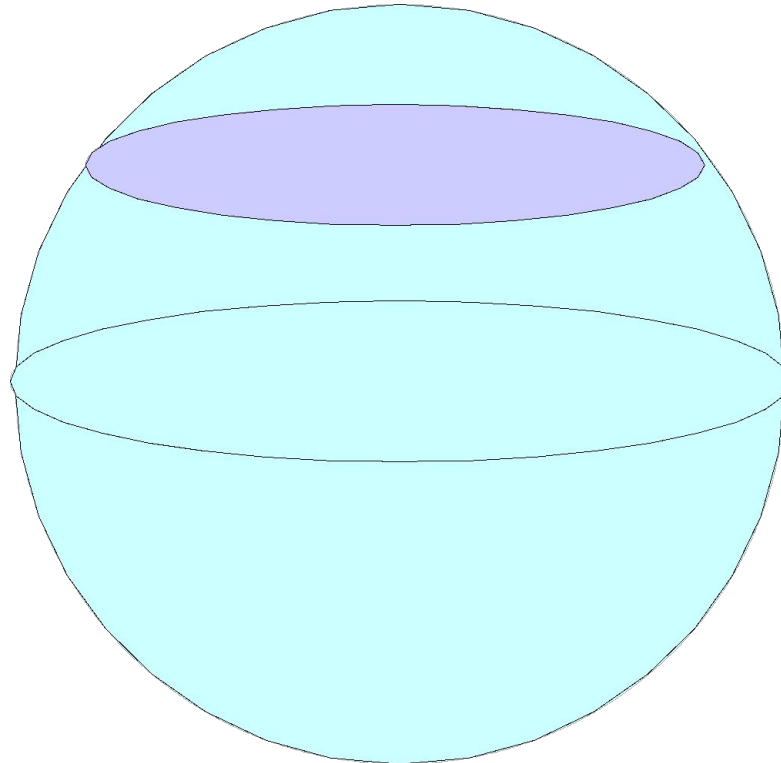


$$x^2 + y^2 = R^2$$

$$y = f(x) = +\sqrt{R^2 - x^2}, -R < x \leq R.$$

# *ШАРОВОЙ СЕГМЕНТ*

- Шаровым сегментом называется часть шара, отсекаемая от него плоскостью.



# *ОБЪЁМ ШАРОВОГО СЕГМЕНТА*

- Объём шарового сегмента равен

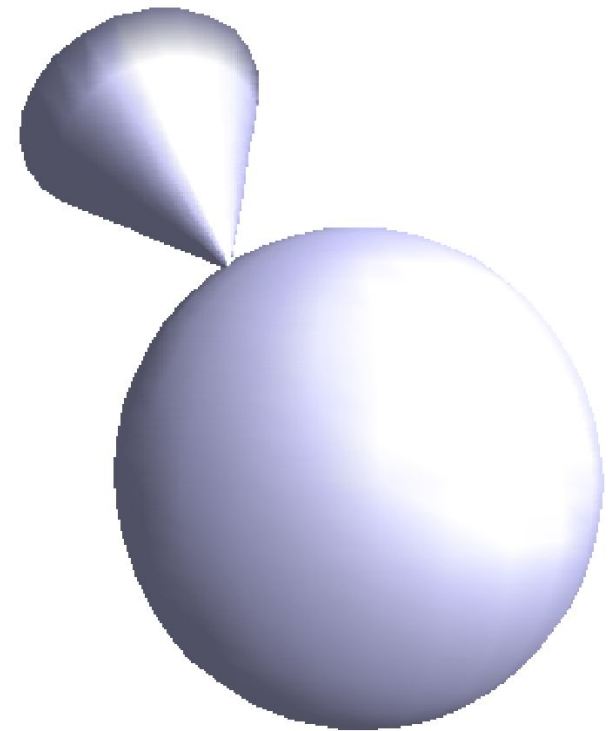
$$V = \pi H^2 \left( R - \frac{H}{3} \right).$$

- Здесь  $R$  – радиус шара, а  $H$  – высота шарового сегмента.



# ШАРОВОЙ СЕКТОР

- Шаровым сектором называется тело, которое получается из шарового сегмента и конуса следующим образом.
- Если шаровой сегмент меньше полушара, то шаровой сегмент дополняется конусом, у которого вершина в центре шара, а основанием является основание сегмента.
- Если сегмент больше полушара, то указанный конус из него удаляется.



# *ОБЪЁМ ШАРОВОГО СЕКТОРА*

- Объём шарового сектора равен

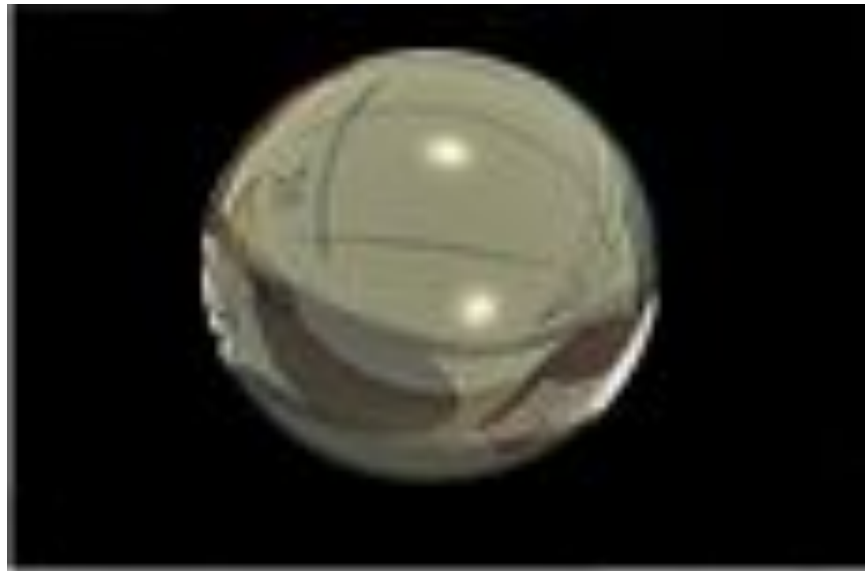
$$V = \frac{2}{3} \pi R^2 H$$

- Здесь  $R$  – радиус шара, а  $H$  – высота соответствующего шарового сегмента.



# *ШАР: ИСТОРИЯ*

- ▣ Оба слова "шар" и "сфера" происходят от одного и того же греческого слова "сфайра" - мяч. При этом слово "шар" образовалось от перехода согласных сф в ш. В древности сфера была в большом почёте. Астрономические наблюдения над небесным сводом неизменно вызывали образ сферы.





# ШАРЫ ИЗ ЖИЗНИ



# *ОБЪЕМ И ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ*

- 1. Площадь поверхности, образуемой при вращении линии, лежащей в плоскости целиком по одну сторону от оси вращения, равна произведению длины линии на длину окружности, пробегаемой центром масс этой линии.*
- 2. Объём тела, образуемого при вращении фигуры, лежащей в плоскости целиком по одну сторону от оси вращения, равна произведению площади фигуры на длину окружности, пробегаемой центром масс этой фигуры.*



# *ИСТОЧНИКИ ИНФОРМАЦИИ*

[www.ref.by/refs/49/28125/1.html](http://www.ref.by/refs/49/28125/1.html)

[averkina.edurm.ru/tela\\_vr11.doc](http://averkina.edurm.ru/tela_vr11.doc)

[www.diary.ru/.../p66358387.htm](http://www.diary.ru/.../p66358387.htm)

<http://www.mathematics.ru/courses/stereometry/content/chapter5/section/paragraph2/theory.html>

