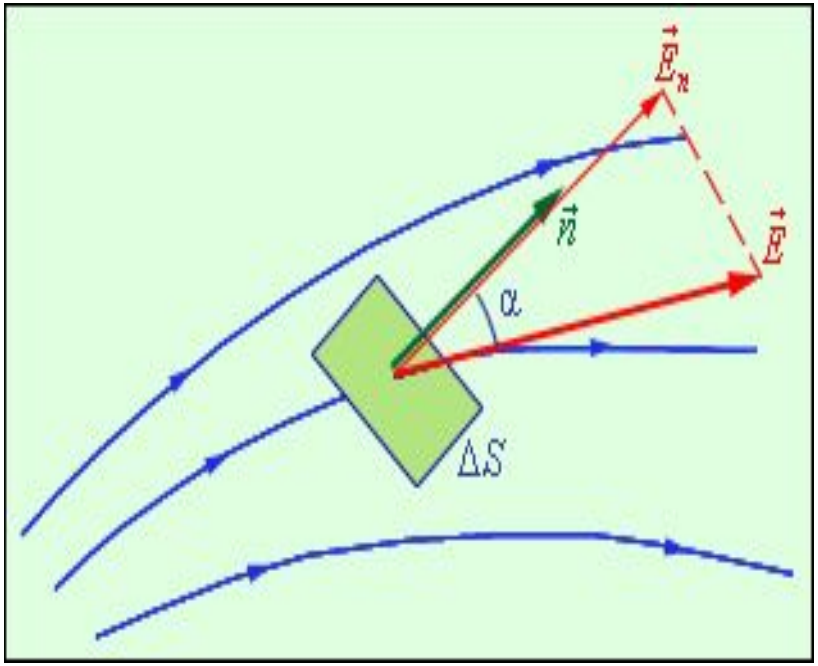
Теорема Гаусса

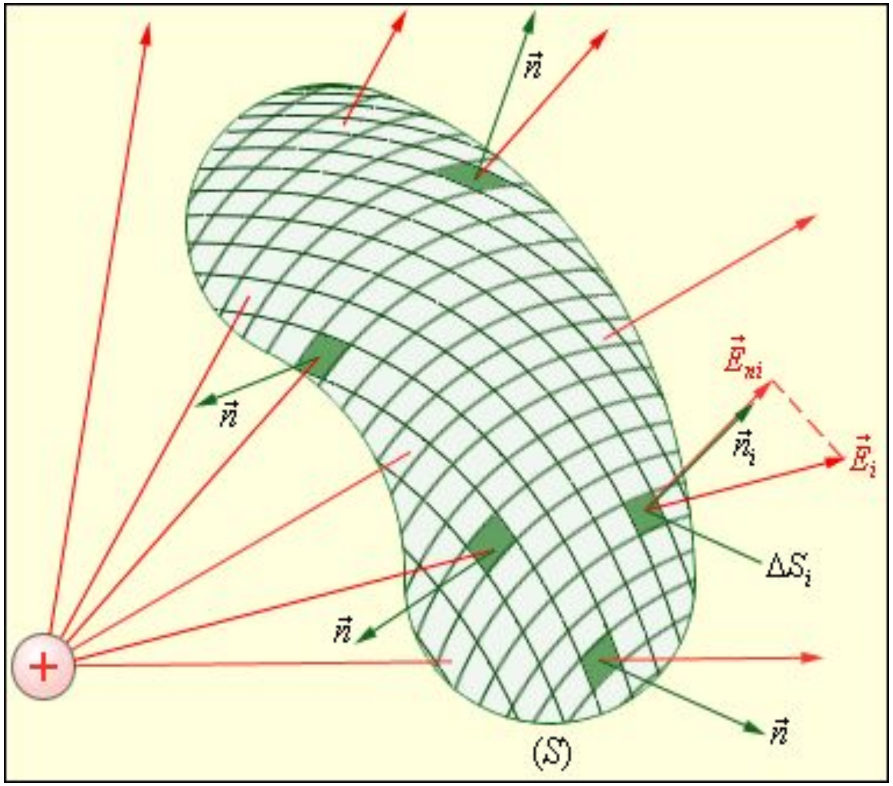


$$\Delta\Phi = E\Delta S \cos\alpha = E_n \Delta S$$

Φ - поток вектора напряженности электрического поля.

Рассмотрим теперь некоторую произвольную замкнутую поверхность S. Если разбить эту поверхность на малые площадки ΔS_i, определить элементарные потоки $\Delta\Phi_i$ поля $\vec{E}$ через эти малые площадки, а затем их просуммировать, то в результате мы получим поток Ф вектора $\vec{E}$ через замкнутую поверхность S

В случае замкнутой поверхности всегда выбирается ***внешняя нормаль***.



$$\Phi = \sum \Delta\Phi_i = \sum E_{ni}\Delta S_i$$

Теорема Гаусса утверждает:

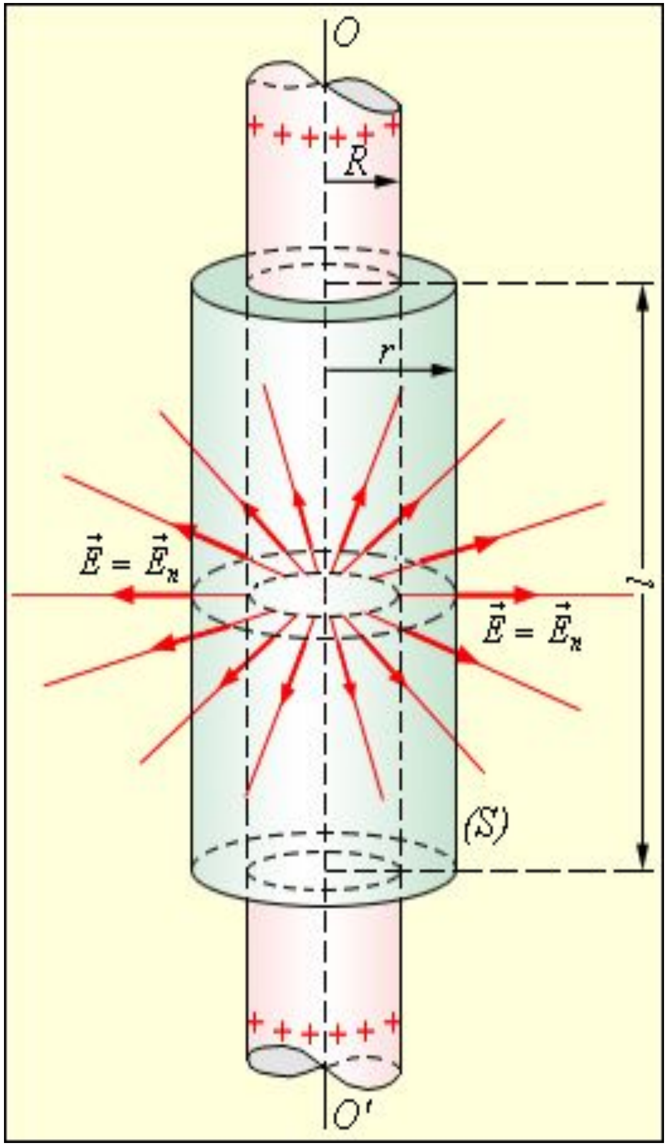
Поток вектора напряженности электростатического поля $\vec{E}$ через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, расположенных внутри этой поверхности, деленной на электрическую постоянную ε_0.

$$\Phi = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{\text{внутр}}$$

Используя теорему Гаусса, можно в ряде случаев легко вычислить напряженность электрического поля вокруг заряженного тела, если заданное распределение зарядов обладает какой-либо симметрией и общую структуру поля можно заранее угадать

1. *задача о вычислении поля тонкостенного полого однородно заряженного длинного цилиндра радиуса R.*

   Эта задача имеет осевую симметрию. Из соображений симметрии, электрическое поле должно быть направлено по радиусу. Поэтому для применения теоремы Гаусса целесообразно выбрать замкнутую поверхность S в виде соосного цилиндра некоторого радиуса r и длины l, закрытого с обоих торцов



При $r \geq R$ весь поток вектора напряженности будет проходить через боковую поверхность цилиндра, площадь которой равна $2\pi rl$, так как поток через оба основания равен нулю.

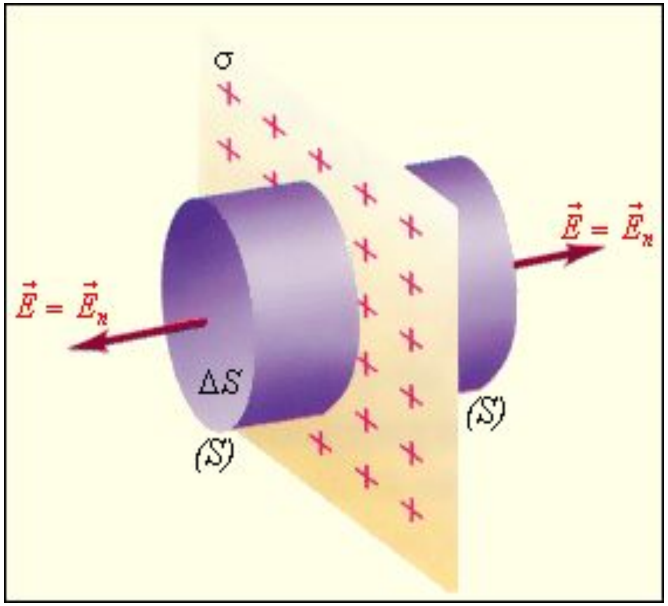
Применение теоремы Гаусса дает:

$$\Phi = E 2\pi r l = \frac{\tau l}{\varepsilon_0},$$

где τ – заряд единицы длины цилиндра. Отсюда

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}.$$

2.определение поля равномерно заряженной плоскости



В этом случае гауссову поверхность S целесообразно выбрать в виде цилиндра некоторой длины, закрытого с обоих торцов. Ось цилиндра направлена перпендикулярно заряженной плоскости, а его торцы расположены на одинаковом расстоянии от нее. В силу симметрии поле равномерно заряженной плоскости должно быть везде направлено по нормали. Применение теоремы Гаусса дает:

$$2E\Delta S = \frac{\sigma \Delta S}{\varepsilon_0} \quad \text{или} \quad E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0},$$

где σ – ***поверхностная плотность заряда***, то есть заряд, приходящийся на единицу площади.