

# ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА



# *Теоретическая механика*

Статика

Кинематика

Динамика

*2 семестр*

*3 семестр*

*Зачет*

*Экзамен*

# СТАТИКА

Часть 1.

# Литература

## Учебники

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики.
2. Яблонский А.А. Курс теоретической механики. Часть 1.
3. Цывильский В.Л. Теоретическая механика.
4. Бутенин Н.В. Курс теоретической механики. Часть 1.

Учебники других авторов

## Задачники

1. Мещерский И.В. Сборник задач по теоретической механике.
2. Бать М. И., Джанелидзе Г. Ю., Кельзон А. С. Теоретическая механика в примерах и задачах. Часть 1.

# Укрупненные темы статики

|   |   |
|---|---|
| 1 | Основные понятия и исходные положения статики |
| 2 | Сложение и разложение сил                     |
| 3 | Равновесие сходящейся системы сил             |
| 4 | Равновесие произвольной системы сил           |
| 5 | Центр тяжести                                 |
| 6 | Равновесие при наличии трения                 |

# 1. Основные понятия и исходные положения статики

|            |  |
|------------|--|
| <b>1.1</b> | <b>Абсолютно твердое тело. Сила, системы сил</b>         |
| <b>1.2</b> | <b>Задачи статики</b>                                    |
| <b>1.3</b> | <b>Исходные положения (аксиомы или принципы) статики</b> |
| <b>1.4</b> | <b>Связи и их реакции</b>                                |

# 1.1. Абсолютно твердое тело. Сила, системы сил.

## Определение

**статика**  
*Статикой называется раздел механики, в котором излагается общее учение о силах, и изучаются условия равновесия материальных тел, находящихся под действием сил*

## Определение абсолютно твердого

**тела**

*Абсолютно твердым телом называется такое тело, расстояние между двумя точками которого всегда остается постоянным.*

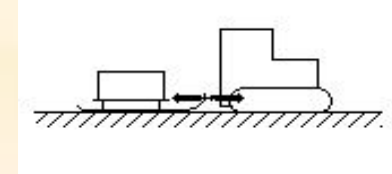
## Определение свободного и несвободного тела

*Тело, которому из данного положения можно сообщить любое перемещение в пространстве, называется свободным, а тело, перемещение которого ограничено другими телами – несвободное.*

# Силы.

## Определение силы

*Сила – величина, являющаяся основной мерой механического взаимодействия тел.*

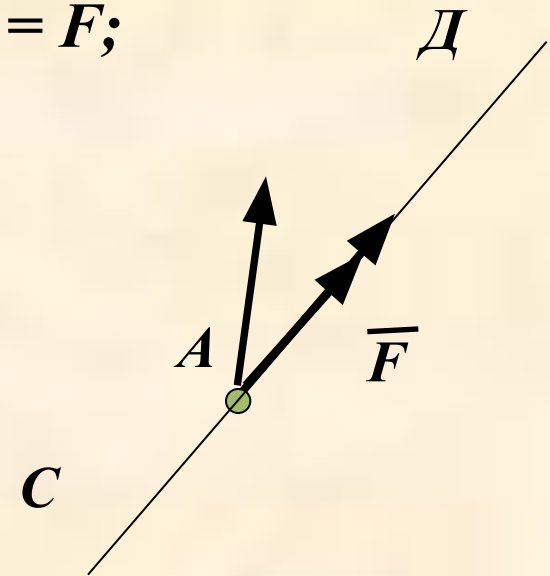


*Сила - векторная величина. Обозначается:  $\vec{F}, \vec{P}, \vec{Q}, \vec{S}, \vec{T}, \vec{S}$  и т.д.*

**Параметры, определяющие действие силы на тело:**

- а) числовое значение (модуль силы) –  $|\vec{F}| = F$ ;*
- б) направление силы;*
- в) точка приложения силы  
(на рисунке – точка А).*

*Линия (СД), вдоль которой действует сила, называется линией действия силы.*





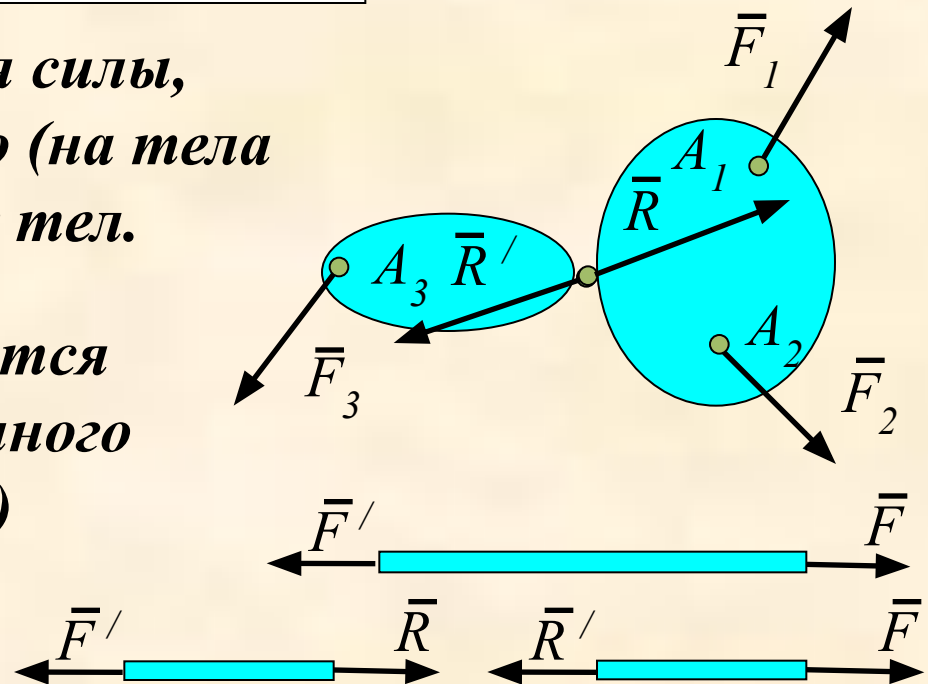
## Размерность силы

*Основной единицей измерения силы в Международной системе единиц (СИ) является 1 ньютон (Н). Более крупная единица - 1 килоньютон ( $1 \text{ кН} = 1000 \text{ Н}$ ).  $[\text{Н}] = \text{кг м/с}^2$ .*

## Внешнее и внутренние силы

Опр. *Внешними называются силы, которые действуют на тело (на тела системы) со стороны других тел.*

Опр. *Внутренними называются силы, с которыми части данного тела (тела данной системы) действуют друг на друга.*



## Сосредоточенные силы

Опр. Сила, приложенная к телу в какой-нибудь одной его точке, называется сосредоточенной.

## Распределенные силы

Опр. Силы (нагрузки), действующие на все точки данного объема или данной части поверхности тела, называются распределенными.

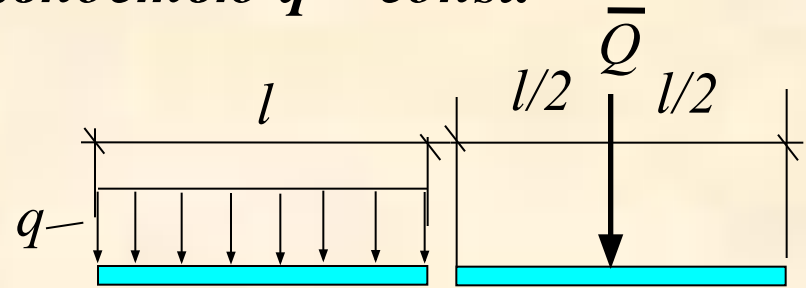
Распределенные нагрузки характеризуются интенсивностью  $q$ .  
Размерность  $[q] = \text{Н/м}$ .

## Виды распределенной нагрузки:

### а) равномерно распределенная нагрузка

Действие характеризуется интенсивностью  $q = \text{const}$ .

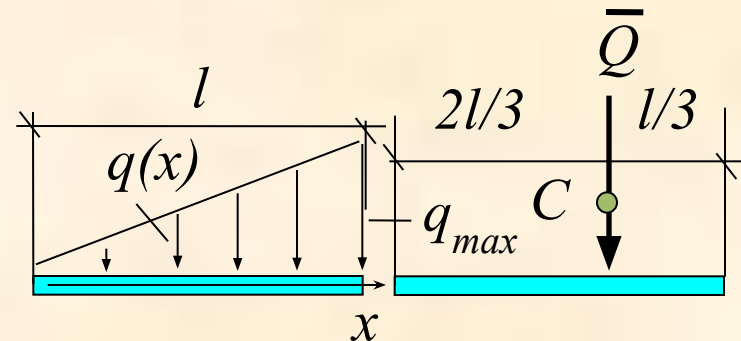
Заменяется сосредоточенной силой  $Q = q \cdot l$ , приложенной к середине участка распределения.



### б) по линейному закону

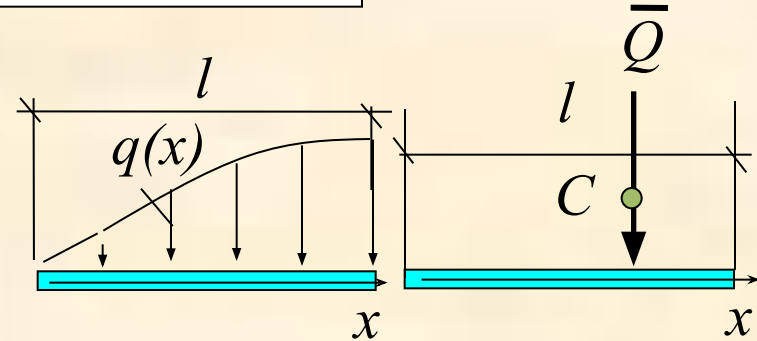
Действие характеризуется интенсивностью  $q(x) = a \cdot x$ .

Заменяется сосредоточенной силой  $Q = q_{\text{max}} \cdot l/2$ , приложенной на расстоянии  $l/3$  от конца участка распределения, где  $q = q_{\text{max}}$ .



**в) распределенная по произвольному закону  $q(x)$**

Заменяется сосредоточенной силой  $Q = \int_0^l q(x)dx$ , которая приложена в центре тяжести  $C$  фигуры, заключенной между осью  $Ox$  и  $q(x)$ .



**Системы сил.**

а) совокупность сил, действующих на тело (или тела), называется системой сил;

б) если линии действия всех сил лежат в одной плоскости, то система сил называется плоской, а если не лежат в одной плоскости, - пространственной;

в) системы сил, линии действия которых пересекаются в одной точке, называется сходящимися;

В) системы сил, линии действия которых пересекаются в одной точке, называется сходящимися;

Г) системы сил, линии действия которых параллельны друг другу, называются параллельными;

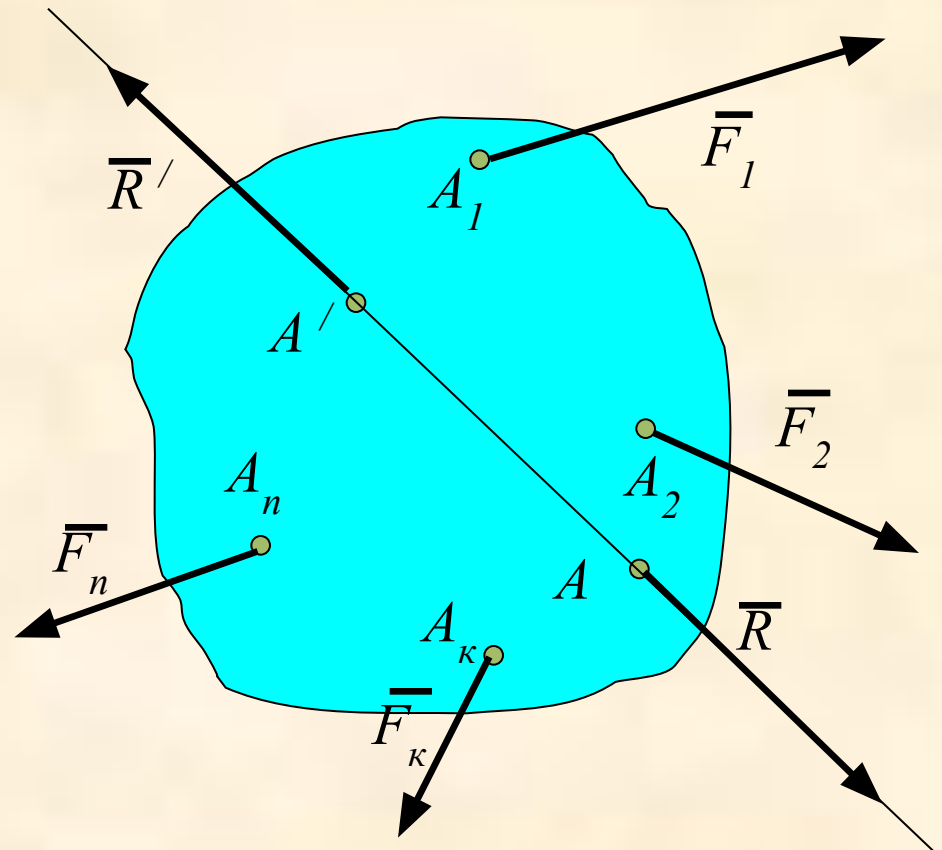
Д) если одну систему сил, действующих на свободное твердое тело, можно заменить другой системой, не изменяя при этом состояния покоя или движения, в котором находится тело, то такие две системы сил называются эквивалентными;

Е) система сил, под действием которой свободное твердое тело может находиться в покое, называется уравновешенной или эквивалентной нулю.

# Равнодействующая и уравнивающая силы

а) если данная система сил эквивалентна одной силе, то эта сила называется равнодействующей данной системы сил;

б) сила, равная равнодействующей по модулю, противоположна ей по направлению и действующая вдоль той же прямой, называется уравнивающей силой.



$\vec{R}$  - равнодействующая

$\vec{R}'$  - уравнивающая

$$\vec{R} = -\vec{R}'; \quad |\vec{R}| = |\vec{R}'|$$

# Тема 1.2. Задачи статики

## Задачи

```
graph TD; A[Задачи] --> B[Задача 1]; A --> C[Задача 2]; B --> D["Преобразование систем сил, действующих на твердое тело, в системы им эквивалентные, в частности приведение данной системы сил к простейшему виду."]; C --> E["Определение условий равновесия системы сил, действующих на твердое тело."];
```

### Задача 1

*Преобразование систем сил, действующих на твердое тело, в системы им эквивалентные, в частности приведение данной системы сил к простейшему виду.*

### Задача 2

*Определение условий равновесия системы сил, действующих на твердое тело.*

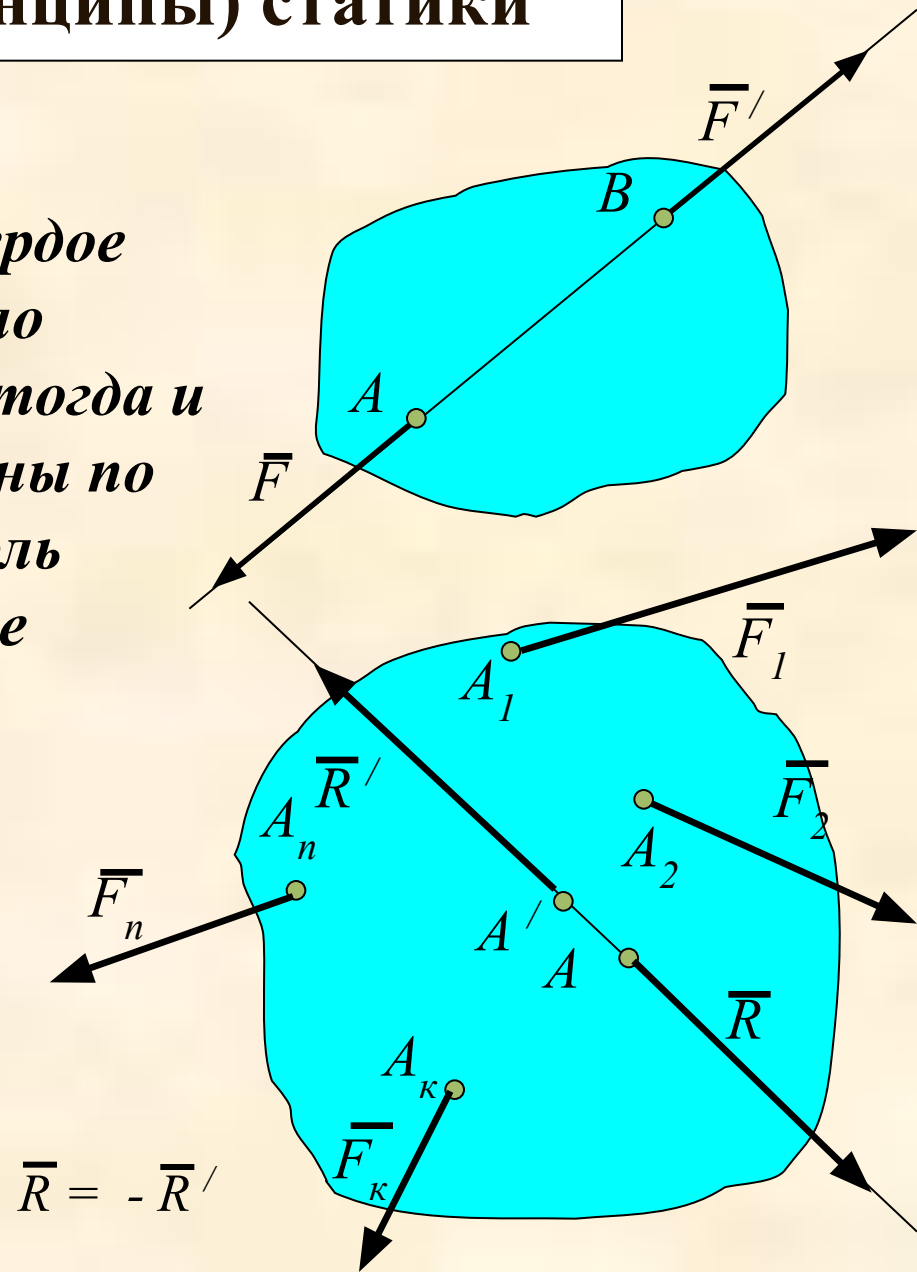
# Тема 1.3. Исходные положения (аксиомы или принципы) статики

## Аксиома двух сил

*Если на свободное абсолютно твердое тело действуют две силы, то тело может находиться в равновесии тогда и только тогда, когда эти силы равны по модулю ( $F = F'$ ) и направлены вдоль одной прямой в противоположные стороны.*

## Аксиома присоединения

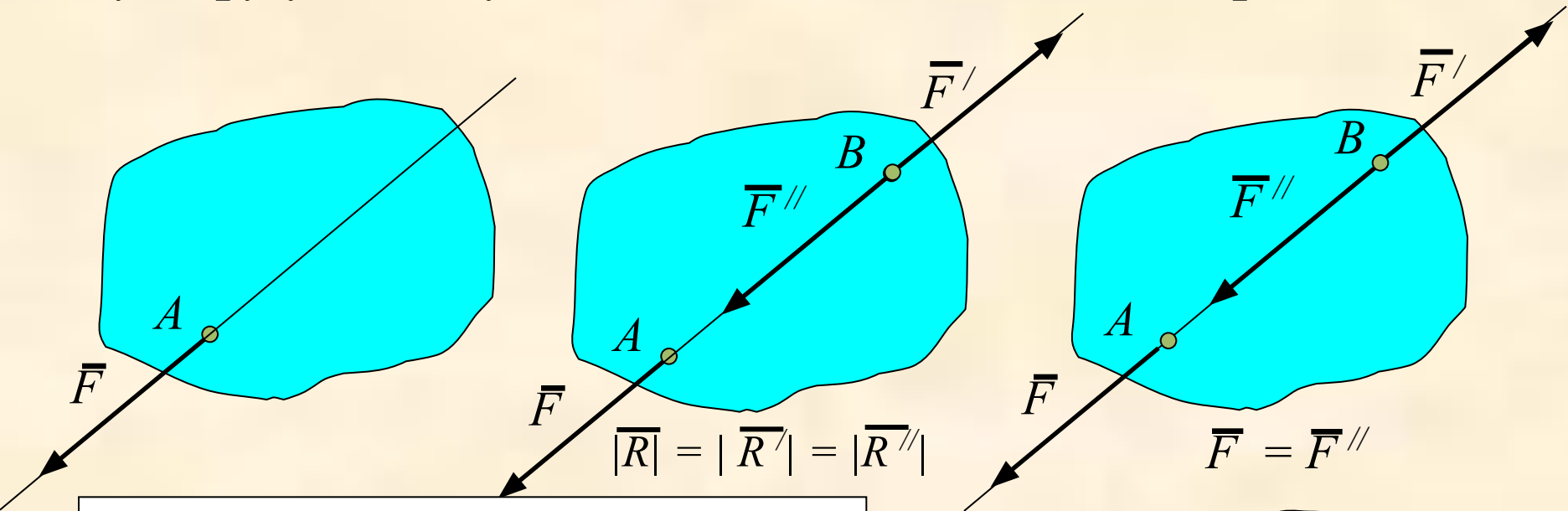
*Действие данной системы сил на абсолютно твердое тело не изменится, если к ней прибавить или от нее отнять уравновешенную систему сил.*





## Следствие из первой и второй аксиом

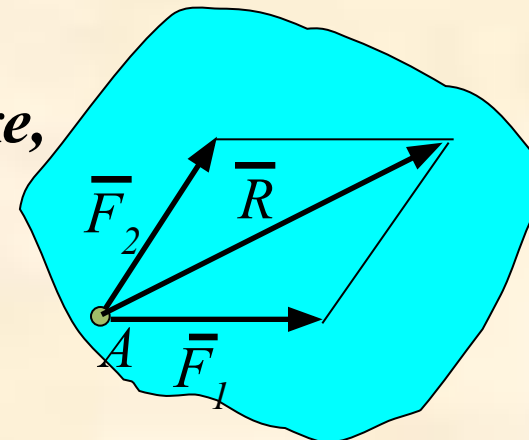
*Действие силы на абсолютно твердое тело не изменится, если перенести точку приложения силы вдоль ее линии действия в любую другую точку, т.е. сила – скользящий вектор.*



## Аксиома параллелограмма

*Две силы, приложенные к телу в одной точке, имеют равнодействующую, приложенную в той же точке и изображаемую диагональю параллелограмма, построенного на этих силах, как на сторонах.*

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

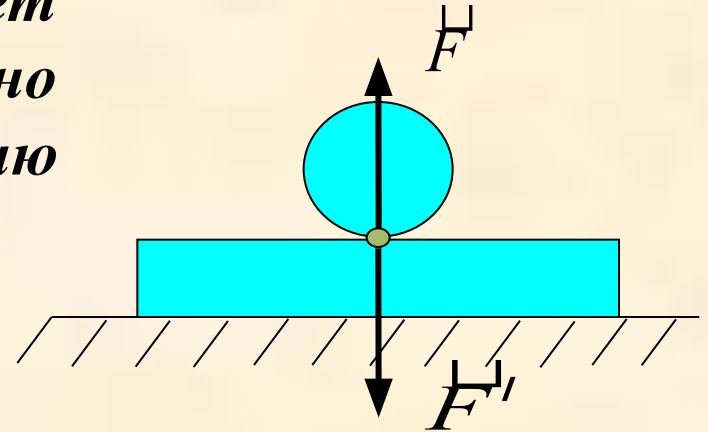


## Аксиома равенства действия и противодействия

*При всяком действии одного материального тела на другое имеет место такое же численно, но противоположное по направлению противодействие, то есть*

$$\vec{F} = -\vec{F}'$$

*Силы  $\vec{F}$  и  $\vec{F}'$  не образуют уравновешенную систему сил, так как приложены к разным телам.*

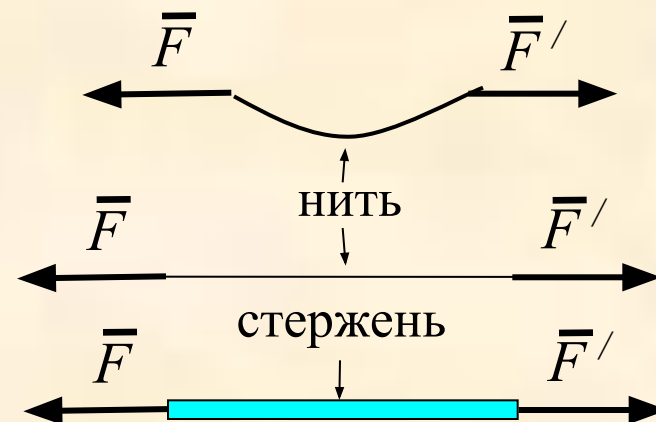


### Следствие.

*Свойство внутренних сил.* Из аксиомы следует, что сумма внутренних сил, действующих на абсолютно твердое тело, образует уравновешенную систему сил, которую можно отбросить. То есть, при изучении условий равновесия тела необходимо учитывать только внешние силы.

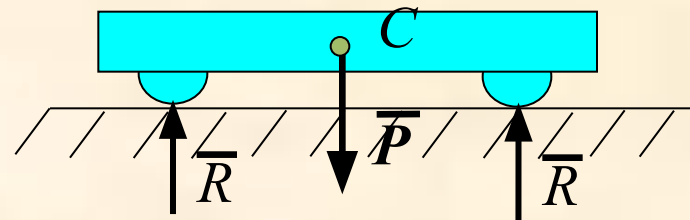
## Аксиома отвердевания (замораживания)

*Равновесие изменяемого (деформируемого) тела, находящегося под действием данной системы сил, не нарушится, если тело считать отвердевшим (абсолютно твердым).*



## Аксиома освобожденности твердых тел от связей (аксиома связей)

*Несвободное твердое тело можно считать свободным, если действие связей заменить их реакциями.*



# Тема 1.4. Связи и их реакции

## Общие определения

### Определение связи

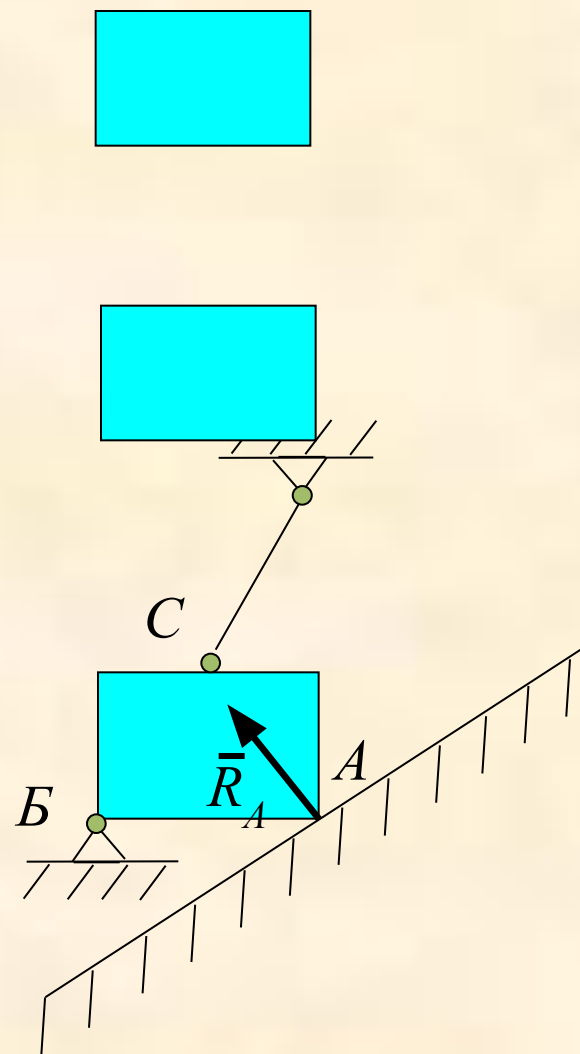
*Все то, что ограничивает перемещение тела в пространстве, называется связью.*

### Понятие реакции связи

*Сила, с которой данная связь действует на тело, препятствуя тем или иным его перемещениям, называется силой реакции связи или просто реакцией связи.*

### Направление реакции связи

*Реакция связи направлена в сторону, противоположную той, куда связь не дает перемещаться телу.*

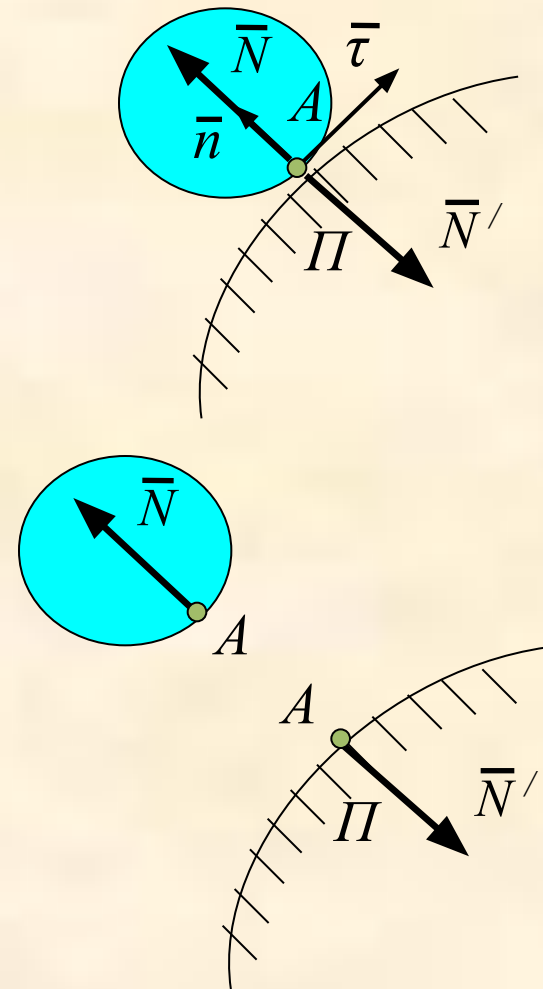


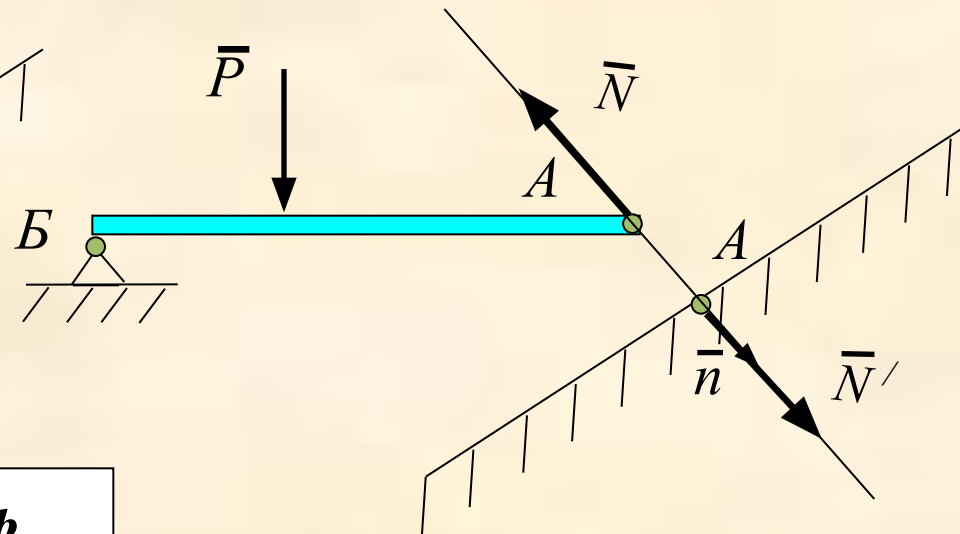
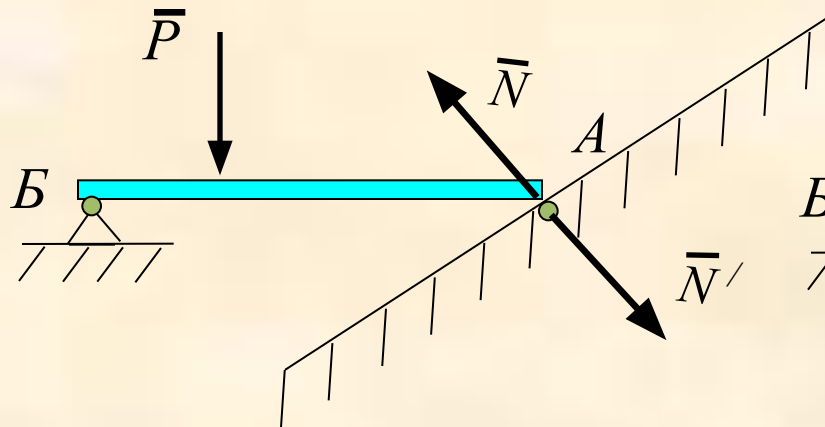
## Основные виды связей.

Гладкая плоскость (поверхность) или опора (свободное опирание)

Опр. Гладкой называется поверхность, трением о которую можно пренебречь.

Вывод. Реакция  $\vec{N}$  гладкой поверхности или опоры (при свободном опирании) направлена по общей нормали к поверхности соприкасающихся тел в точке их касания и приложена в этой точке.

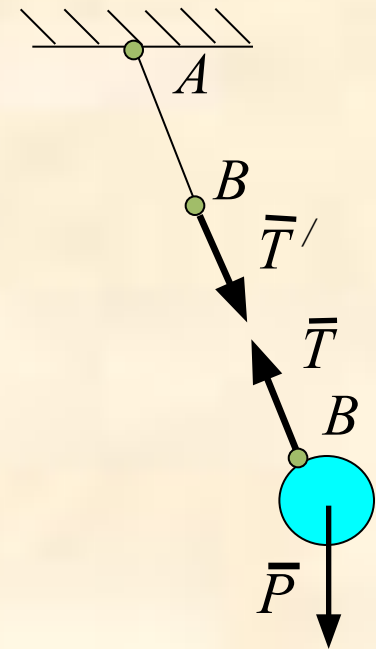
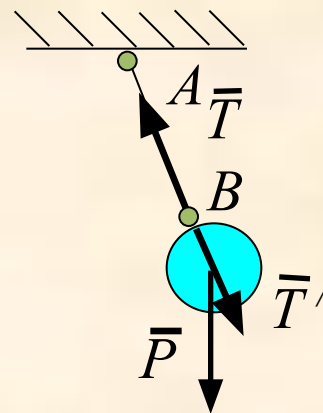




**Нерастяжимая нить**

**Опр.** *Нерастяжимой нитью называется связь, которая не дает телу удалиться от точки подвеса нити.*

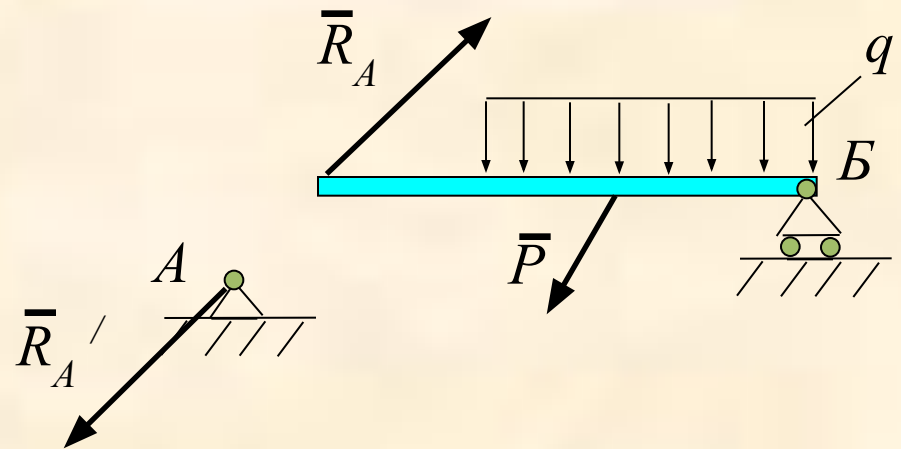
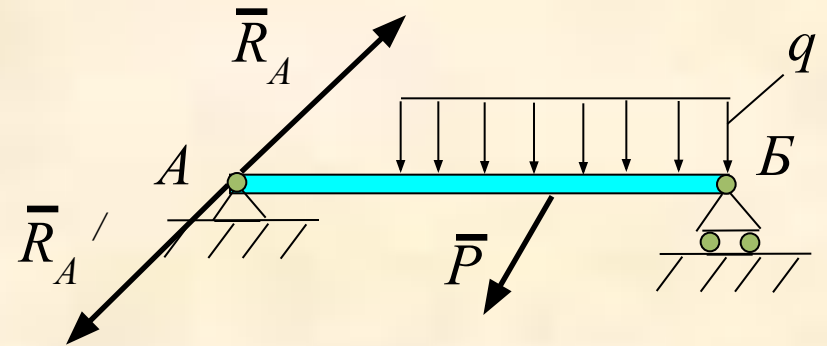
**Вывод.** *Реакция  $\vec{T}$  натянутой нерастяжимой нити направлена вдоль нити к точке подвеса.*



## Неподвижный цилиндрический шарнир (подшипник)

Опр. Неподвижным цилиндрическим шарниром (неподвижным шарниром) называется связь, которая осуществляет такое соединение тел, при котором одно тело может вращаться относительно другого вокруг общей оси, называемой осью шарнира.

Вывод. Реакция  $\bar{R}_A$  цилиндрического шарнира может иметь любое направление в плоскости, перпендикулярной оси шарнира.

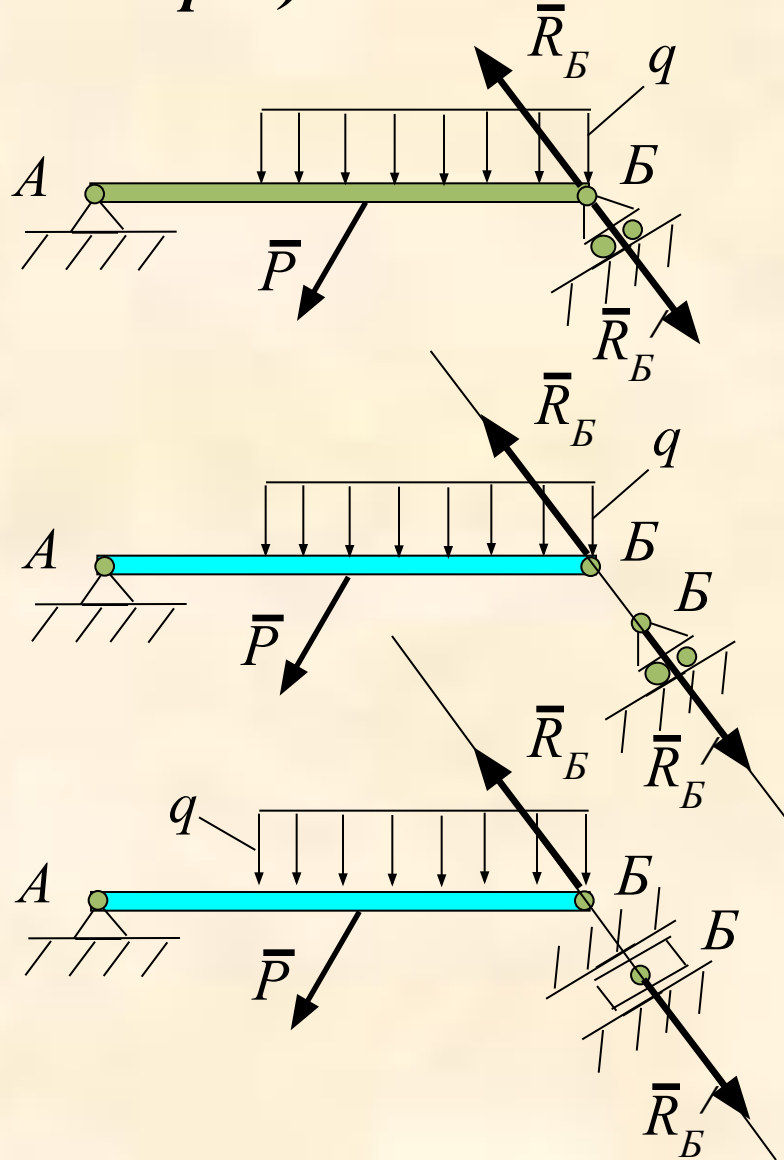


## Подвижный цилиндрический шарнир.

**Опр.** *Подвижным цилиндрическим шарниром (подвижным шарниром или шарнирно-подвижной опорой) называется шарнирно-неподвижная связь, не ограничивающая движение тела вдоль поверхности, по которой связь может перемещаться.*

**Вывод1.** *Линия действия реакции шарнирно-подвижной опоры проходит через центр шарнира перпендикулярно опорной плоскости.*

**Вывод2.** *Линия действия реакции ползунка проходит центр шарнира перпендикулярно направляющим, в которых движется ползунки.*



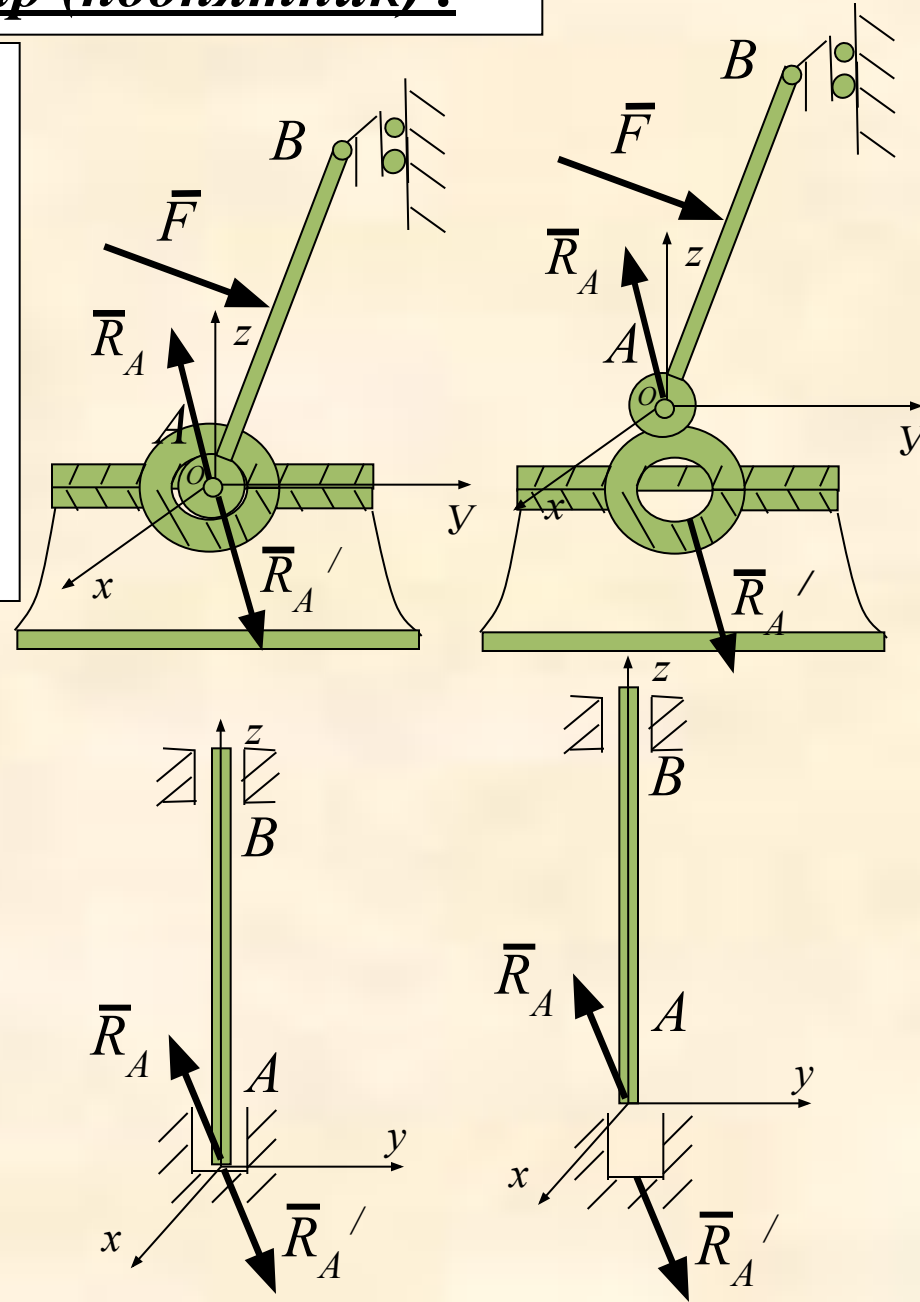


## Сферический шарнир (подпятник).

Опр. Сферическим (шаровым) шарниром называется связь, которая позволяет соединенным телам как угодно поворачиваться одно относительно другого вокруг центра шарнира.

Вывод1. Реакция сферического шарнира может иметь любое направление в пространстве.

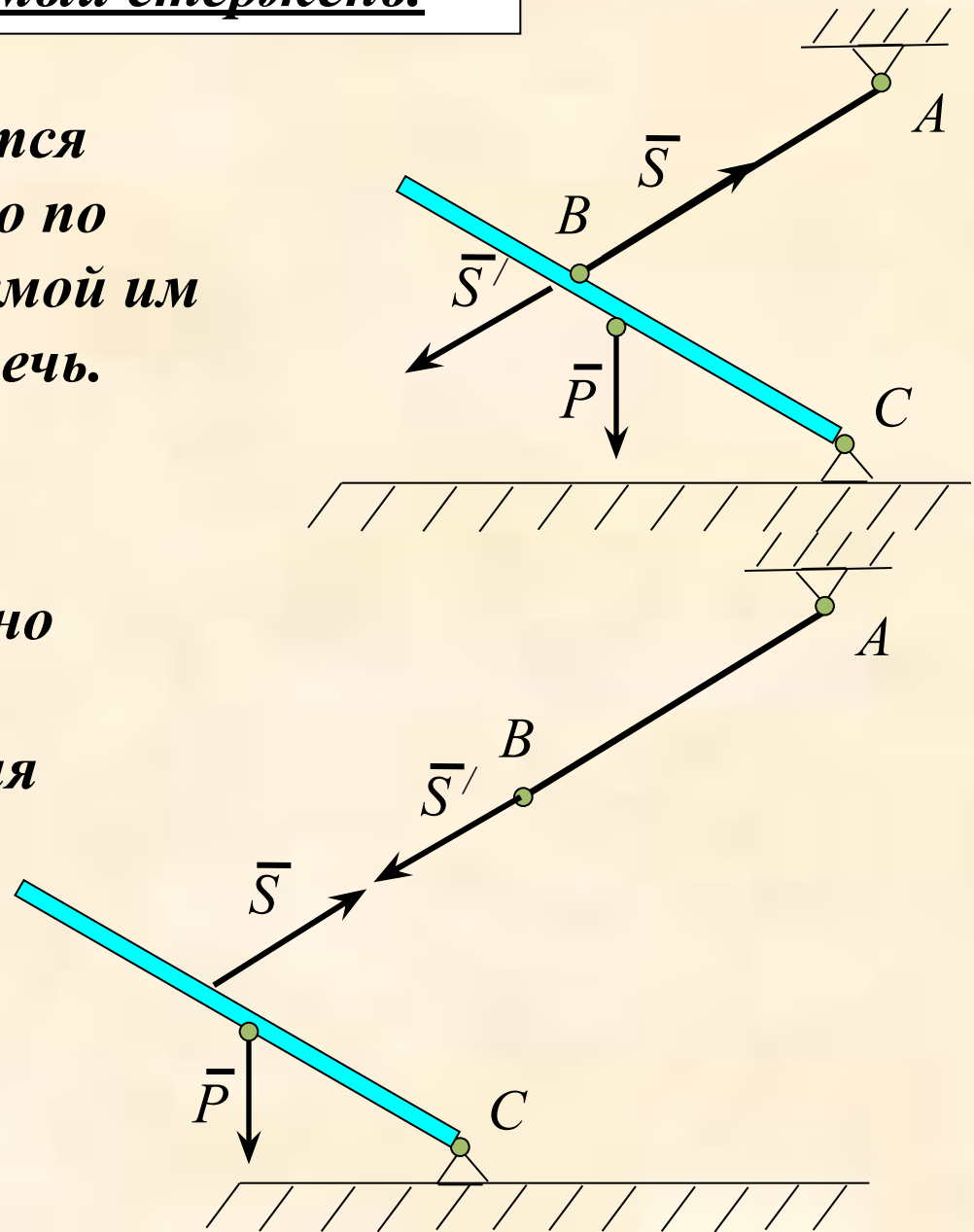
Вывод2. Реакция подпятника может иметь любое направление в пространстве.



## Невесомый стержень.

Опр. Невесомым называется стержень, весом которого по сравнению с воспринимаемой им нагрузкой можно пренебречь.

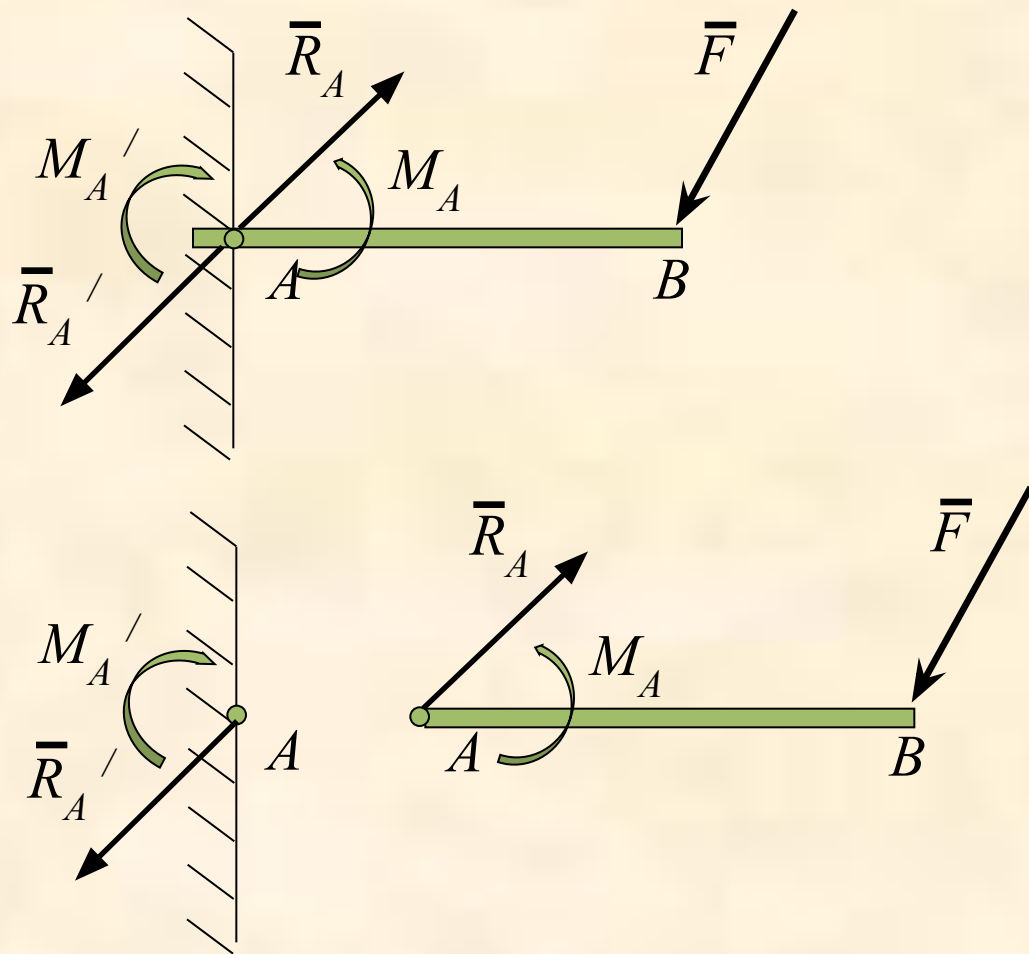
Вывод. Реакция шарнирно прикрепленного прямолинейного стержня направлена вдоль оси стержня.



**Жесткая заделка (или неподвижная заземленная опора).**

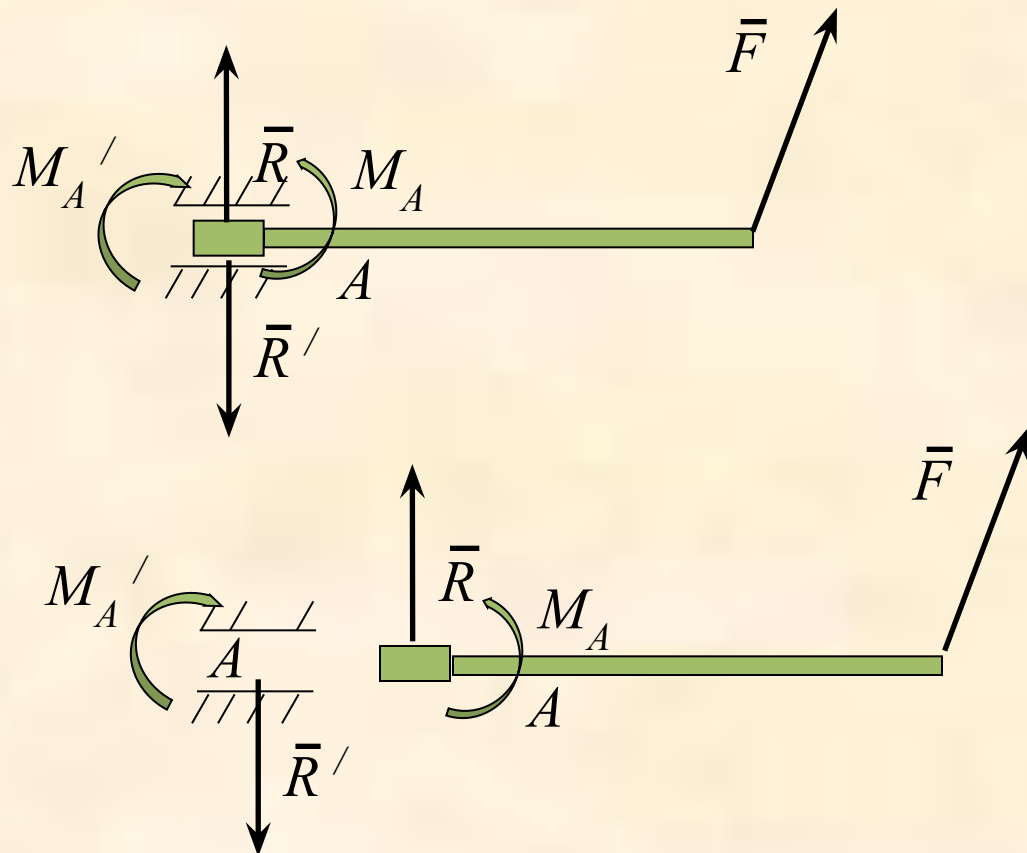
**Опр.** Жесткой заделкой называется связь, которая ограничивает любое перемещение тела.

**Вывод.** Действие жесткой заделки заменяется наперед неизвестной реакцией, которая может иметь любое направление в плоскости действия сил, и парой сил, с наперед неизвестным моментом  $M_A$ .



## Скользящая жесткая заделка.

**Опр.** Скользящей жесткой заделкой называется связь, которая ограничивает любое перемещение тела кроме движения по направляющему заделки.



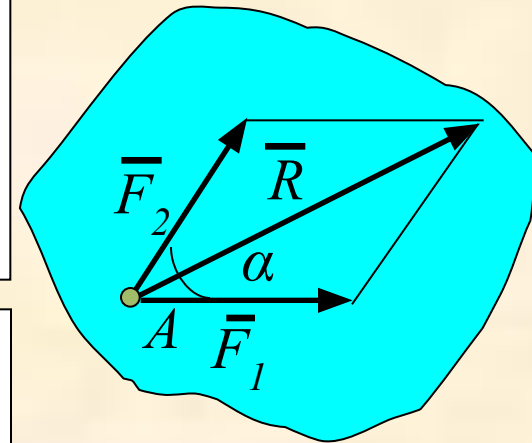
**Вывод.** Действие скользящей жесткой заделки заменяется наперед неизвестной реакцией, которая направлена перпендикулярно направляющему в плоскости действия сил, и парой сил, с наперед неизвестным моментом  $M_A$ .

# Тема 2. Сложение и разложение сил.

## 2.1. Сложение сил

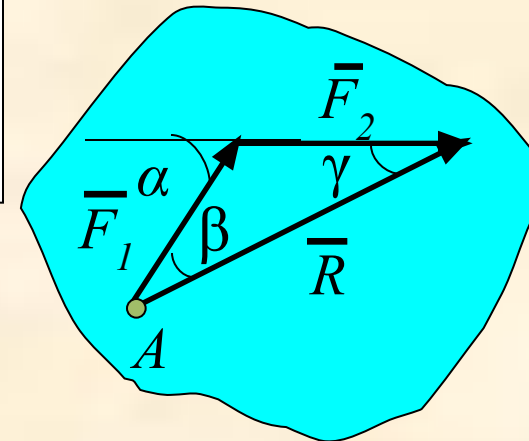
### Сложение 2-х сил.

Геометрическая сумма  $\vec{R}$  двух сил  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$  в соответствии с аксиомой параллелограмма находится по правилу параллелограмма, т.е.  $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ .



Геометрическая сумма двух сил может быть найдена построением силового треугольника.

Модуль  $R$ , углы  $\beta$  и  $\gamma$  определяются по формулам.



$$|\vec{R}| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cos \alpha},$$

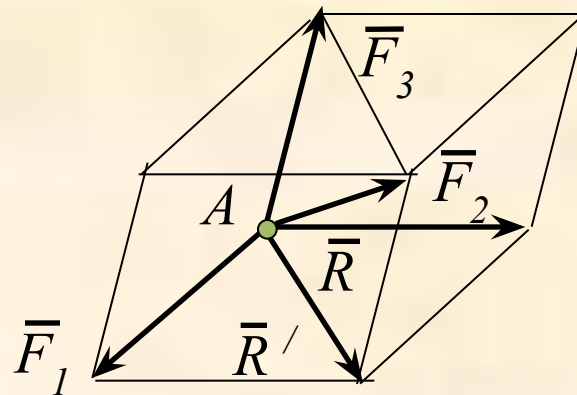
$$F_1 / \sin \gamma = F_2 / \sin \beta = R / \sin \alpha.$$

**Сложение 3-х сил, не лежащих в одной плоскости.**

*Геометрическая сумма  $\vec{R}$  трех сил  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  и  $\vec{F}_3$ , не лежащих в одной плоскости, определяется посредством последовательного применения правила параллелограмма и изображается диагональю параллелепипеда, построенного на этих силах (правило параллелепипеда).*

$$\vec{R}' = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$R = \vec{R}' + \vec{F}_3 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$



## Сложение системы сил.

**Опр.** Главным вектором любой системы сил называется геометрическая сумма всех сил, входящих в систему:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum \vec{F}_k.$$

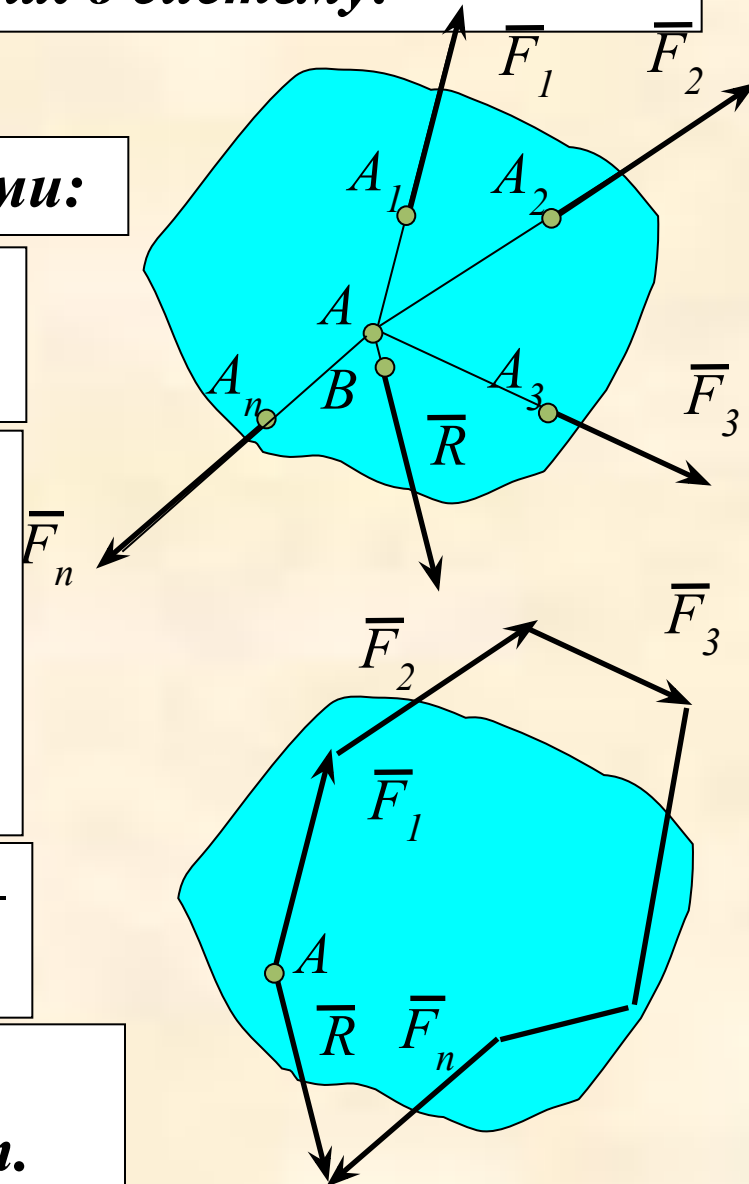
Главный вектор находится 2-я способами:

1. Последовательным сложением сил по правилу параллелограмма;

2. С помощью построения многоугольника сил. Каждая сила переносится в масштабе параллельно самой. Последующая сила откладывается от конца предыдущей.

Замыкающая сторона многоугольника – главный вектор  $\vec{R}$ .

Для системы сходящихся сил главный вектор и равнодействующая совпадают.



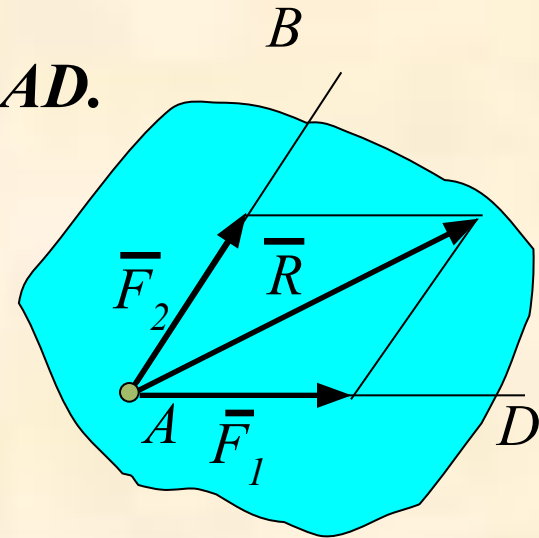
## 2.2. Разложение сил

### Разложение силы по двум заданным направлениям.

Пусть требуется разложить силу  $\vec{R}$  по двум заданным направлениям  $AB$  и  $AD$ .

Для этого необходимо построить параллелограмм, у которого разлагаемая сила является диагональю, а стороны параллельны заданным направлениям.

Силы  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$ , направленные по сторонам параллелограмма, будут составляющими силами.





## Разложение силы по трем заданным направлениям.

Пусть требуется разложить силу  $\vec{R}$  по трем заданным направлениям  $AB$ ,  $AC$  и  $AD$ , которые не лежат в одной плоскости.

Задача сводится к построению параллелепипеда, у которого диагональ изображает заданную силу  $\vec{R}$ , а ребра параллельны заданным направлениям.

Составляющие силы  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  и  $\vec{F}_3$  будут направлены вдоль этих ребер.

