

Сегодня: \*



## Краткий курс лекций по физике

Кузнецов Сергей Иванович  
доцент к. ОФ ЕНМФ ТПУ

## Тема 2. ВОДОРОДОПОДОБНЫЕ СИСТЕМЫ В КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ

2.1. Квантовомеханическая картина строения атома

2.2. Квантовые числа

2.3. Пространственное квантование (Магнитное квантовое число)

2.4.2.4. Спин электрона. Опыт Штерна и Герлаха

**Дополнение  
механической  
планетарной модели  
Резерфорда  
квантовыми  
постулатами Бора-  
Зоммерфельда -**

**приводит к согласию с  
экспериментальными  
данными Ангстрема,  
Бальмера, Зеемана и  
других исследователей.**

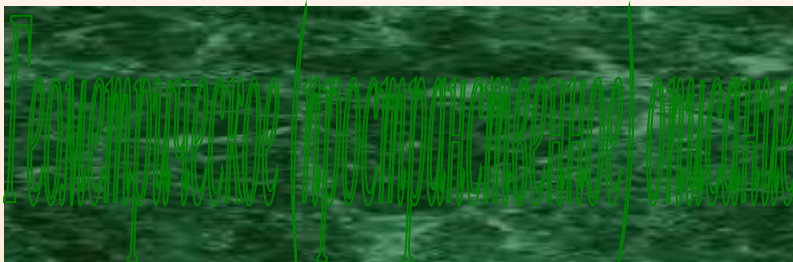
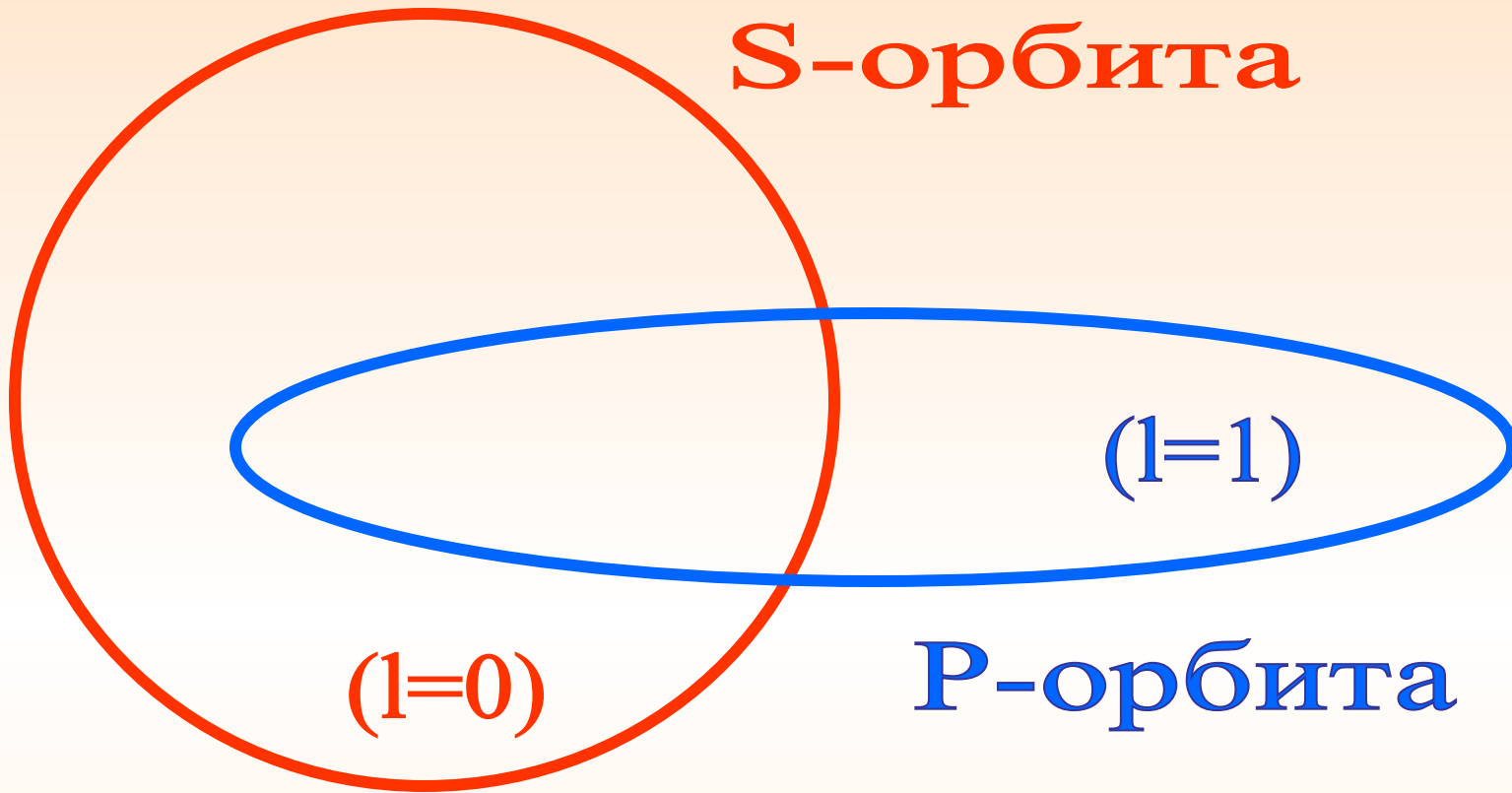
*И все же ....*

**Теория Бора-Зоммерфельда  
использовала два  
принципиально различных  
подхода:**

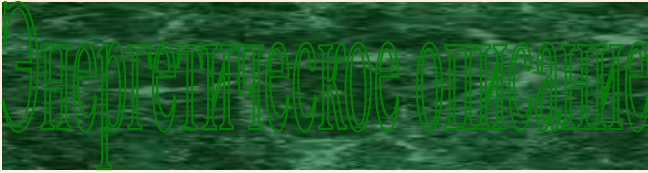
**понятие непрерывной  
траектории механики  
Ньютона,**

**- представление о дискретных  
квантовых состояниях.**

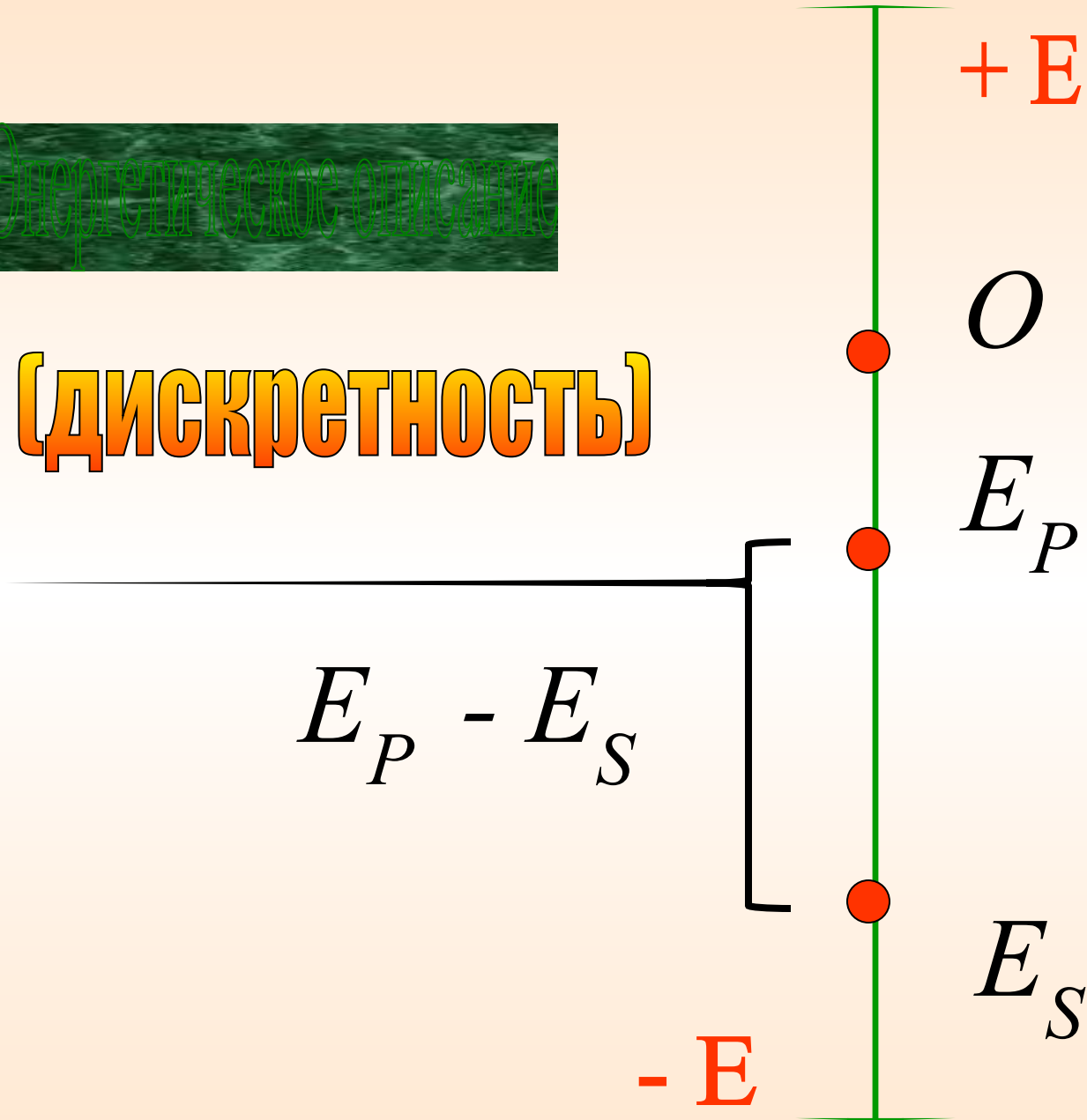
S-орбита



**(непрерывность)**



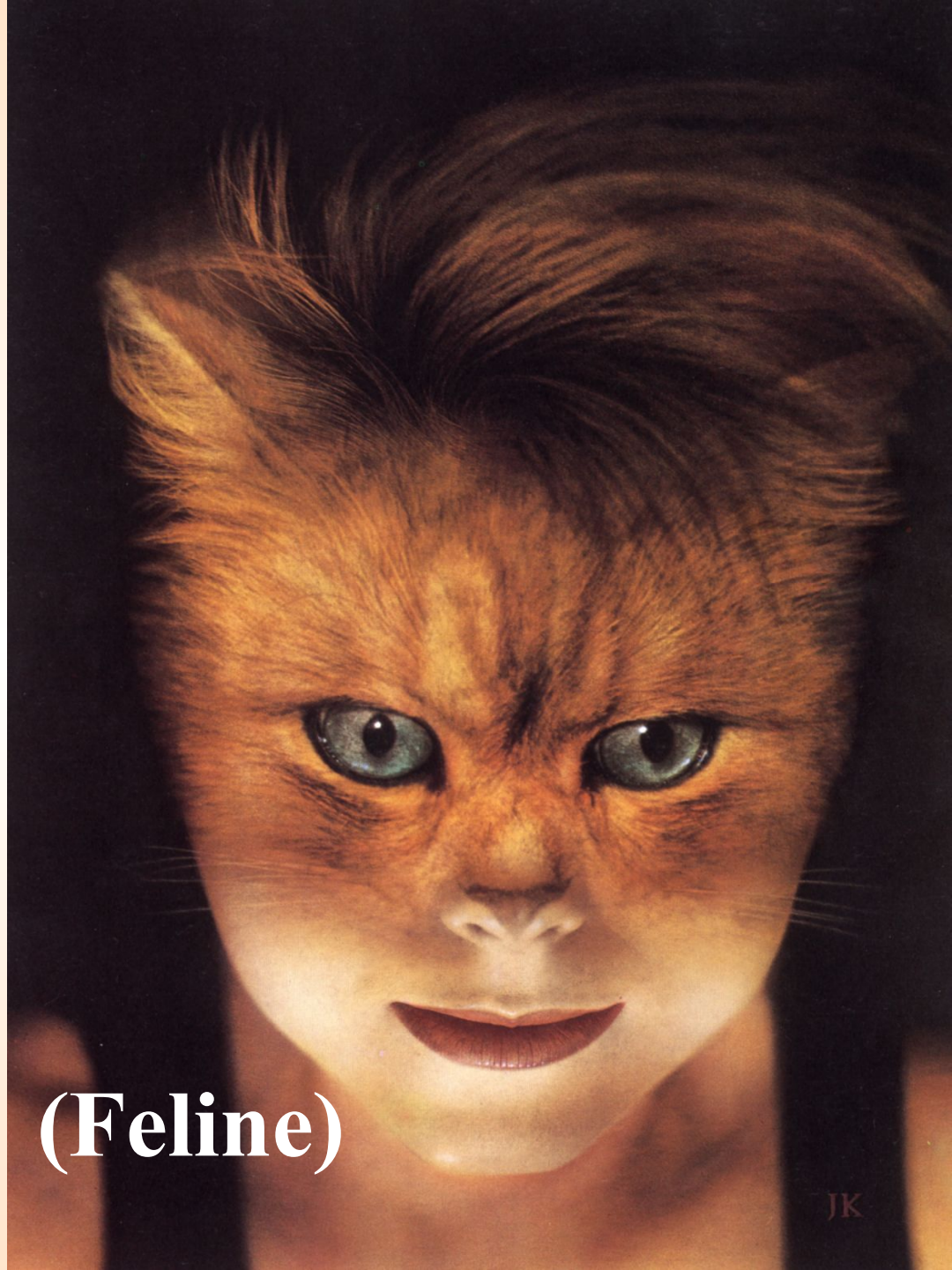
**(ДИСКРЕТНОСТЬ)**





**Аналогия  
теории Бора -  
Зоммерфельда  
как слияния  
двух описаний  
микромира**

**(Feline)**



**Дальнейшее развитие  
квантовой механики  
привело к отказу от  
механической картины  
движения электрона в  
поле ядра.**

**Планетарная модель  
была заменена  
КВАНТОВО-ВОЛНОВЫМ  
описанием строения  
атома.**

## 2.1. Квантовомеханическая картина строения атома

На прошлой лекции мы обсуждали **ограниченность боровской теории строения атома**. Рассмотрим теперь **квантовомеханическую теорию атомов, гораздо более полную, чем старая теория Бора**. Она сохраняет некоторые аспекты старой теории.

Например, электроны могут находиться в атоме только в дискретных состояниях с определенной энергией; при переходе электрона из одного состояния в другое испускается (или поглощается) фотон. Но квантовая механика – не просто обобщение теории Бора.

Она представляет собой гораздо более глубокую теорию и рисует совершенно иную картину строения атома.

Согласно квантовой механике, не существует определенных круговых орбит электронов, как в теории Бора.

В силу волновой природы электрон «размазан» в пространстве, подобно «облаку» отрицательного заряда.

Для основного состояния атома можно вычислить:

$$\Psi(r) = \sqrt{\frac{1}{\pi r_1^3}} e^{-\frac{r}{r_1}}, \quad (1)$$

где  $\Psi(r)$  – волновая функция положения, зависящая от расстояния  $r$  до центра;  
 $r_1$  - радиус первой боровской орбиты.

Электронное облако в основном состоянии водорода сферически-симметрично как показано на рисунке

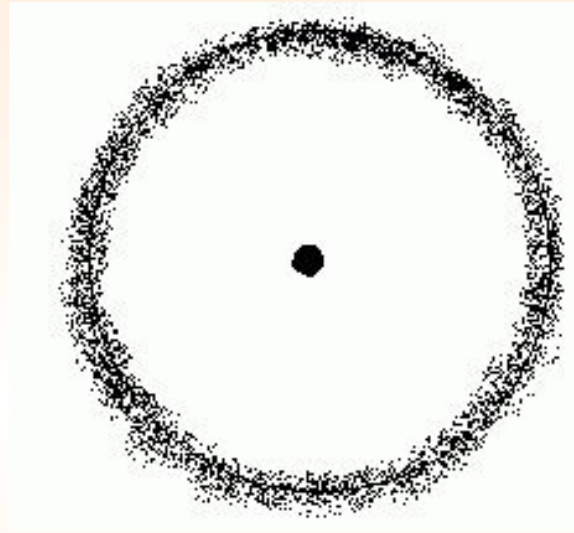


Рисунок 1

Электронное облако грубо характеризует «размеры» атома, но, поскольку облако может не иметь четко выраженные границы, *атомы также не имеют ни точной границы, ни одного определенного размера.*

Как мы увидим в дальнейшем, не все электронные облака сферически-симметричны. Обратите внимание на то, что хотя функция  $\Psi(r)$  при больших радиусах  $r$ , как следует из приведенного выше выражения сильно убывает, она не обращается в нуль на конечных расстояниях.

*Квантовая механика утверждает, что основная часть атома не представляет собой пустое пространство.*

*Т.к.  $\Psi \rightarrow 0$  только при  $r \rightarrow \infty$ , мы заключаем, что и во вселенной не существует в подлинном смысле пустого пространства.*



Электронное облако можно интерпретировать как с корпускулярной, так и с волновой точки зрения.

Напомним, что под частицей мы понимаем нечто локализованное в пространстве: в любой момент времени частица занимает вполне определенное положение в пространстве. Следовательно, *размытое в пространстве облако является результатом волновой природы электронов.*

*Электронное облако* можно также интерпретировать как *распределение вероятностей для данной частицы.*



Если измерить положение электрона 1000 раз, то большинство результатов измерений соответствовало бы точкам, в которых вероятность велика, хотя электрон случайно может оказаться и там, где вероятность мала.

*Мы не можем предсказать траектории, по которой будет двигаться электрон.*

После измерения положения электрона точно предсказать, *где будет находиться электрон в последующие моменты времени, невозможно.*

*Мы можем лишь вычислить вероятность обнаружить электрон в различных точках.*

Ясно, что подобная ситуация в корне отличается от классической Ньютоновской физики. Как отмечал впоследствии Н.Бор, *при испускании атомом светового фотона, бессмысленно даже спрашивать, как электрон переходит из одного состояния в другое.*

*Решение задачи об энергетических уровнях электрона для водорода (а также водородных систем: атома гелия  $\text{He}^+$ , лития  $\text{Li}^{2+}$  и др.) сводится к задаче о движении электрона в кулоновском поле ядра.*

*Потенциальная энергия взаимодействия электрона с ядром*, обладающим зарядом  $Ze$  (для атома водорода  $Z = 1$ )

$$U(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (2)$$

где  $r$  – расстояние между электроном и ядром.

## График функции $U(r)$ .

С уменьшением  $r$  (при приближении электрона к ядру) функция  $U(r)$  неограниченно убывает.

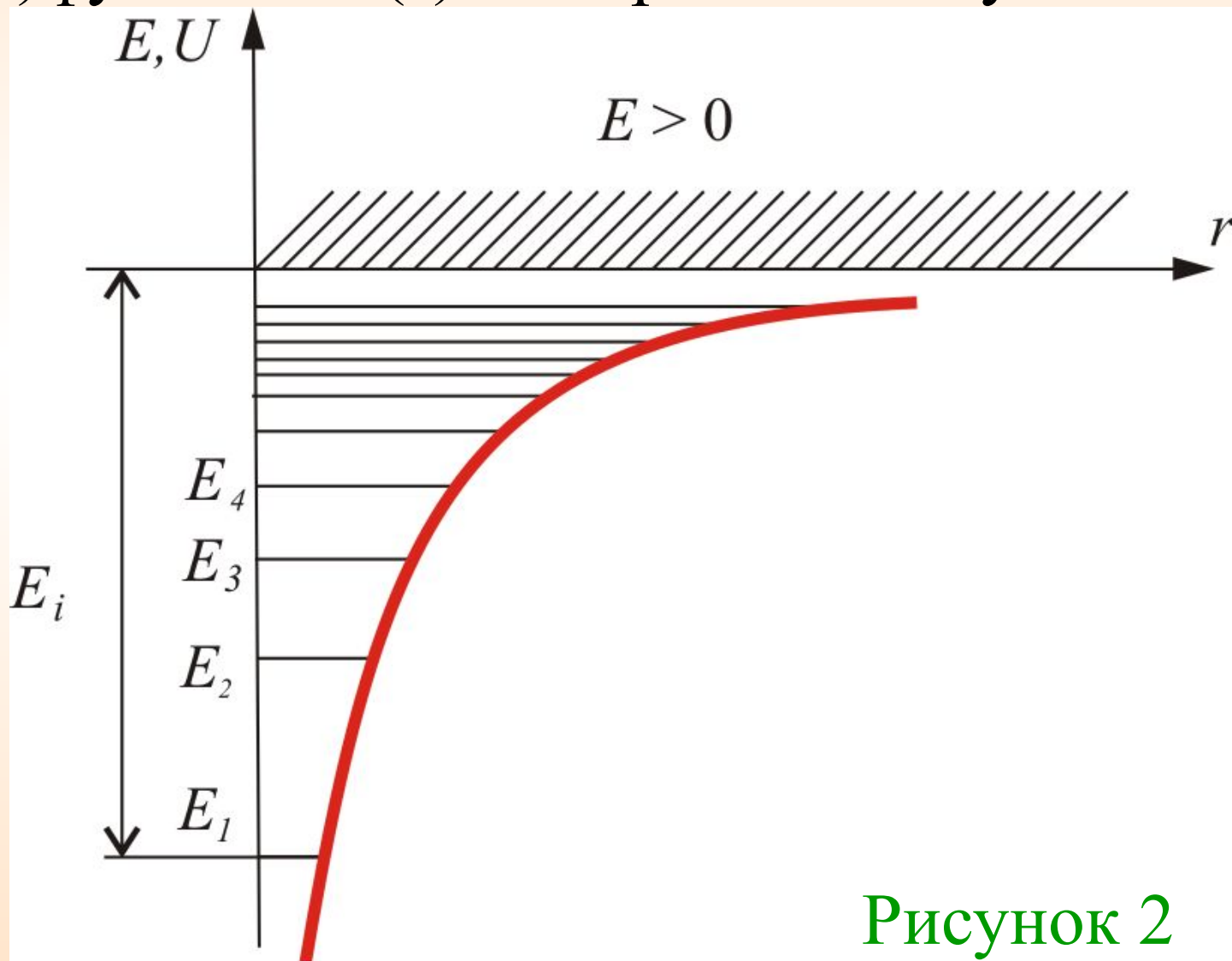


Рисунок 2



*Шредингер Эрвин* (1887 – 1961) – австрийский физик-теоретик, один из создателей квантовой механики.

Основные работы в области статистической физики, квантовой теории, квантовой механики, общей

теории относительности, биофизики. Разработал теорию движения микрочастиц – волновую механику, построил квантовую теорию возмущений – приближенный метод в квантовой механике. За создание волновой механики удостоен Нобелевской премии.

*Состояние электрона в атоме водорода описывается волновой функцией  $\Psi$ , удовлетворяющей стационарному уравнению*

*Шредингера:*

$$\nabla^2 \Psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \Psi = 0 \quad (3)$$

$E$  – полная энергия электрона в атоме.

$U(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$  - потенциальная энергия

Уравнения типа (3) *имеют решение, удовлетворяющее однозначности, конечности и непрерывности волновой функции  $\Psi$ , только при собственных значениях энергии:*

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{Z^2 m e^4}{8\pi^2 \epsilon_0^2}$$

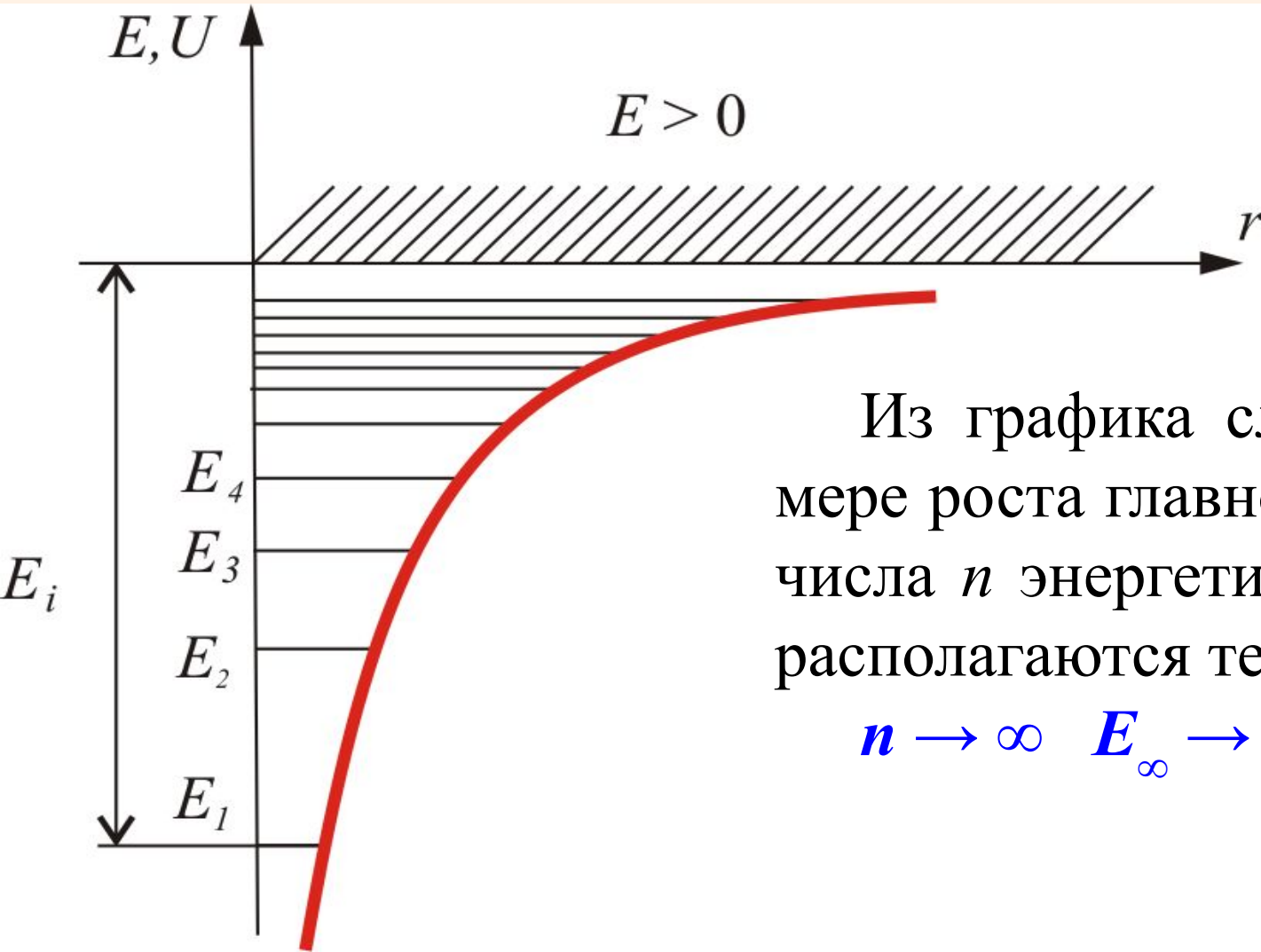
где  $n = 1, 2, 3, \dots$ , т.е. дискретного набора отрицательных значений энергии.

Как и в случае «потенциальной ямы» с бесконечно высокими стенками, *решение уравнения Шредингера для атома водорода приводит к появлению дискретных энергетических уровней:*



При  $E < 0$  движение электрона является связанным — он находится внутри гиперболической «потенциальной ямы». Самый низкий уровень  $E_1$ , отвечающий минимальной возможной энергии — **основной**, все остальные  $E_n > E_1$ , ( $n = 2, 3, 4, \dots$ ) — **возбужденные**.

При  $E > 0$  движение электрона становится свободным; область  $E > 0$  соответствует ионизированному атому.

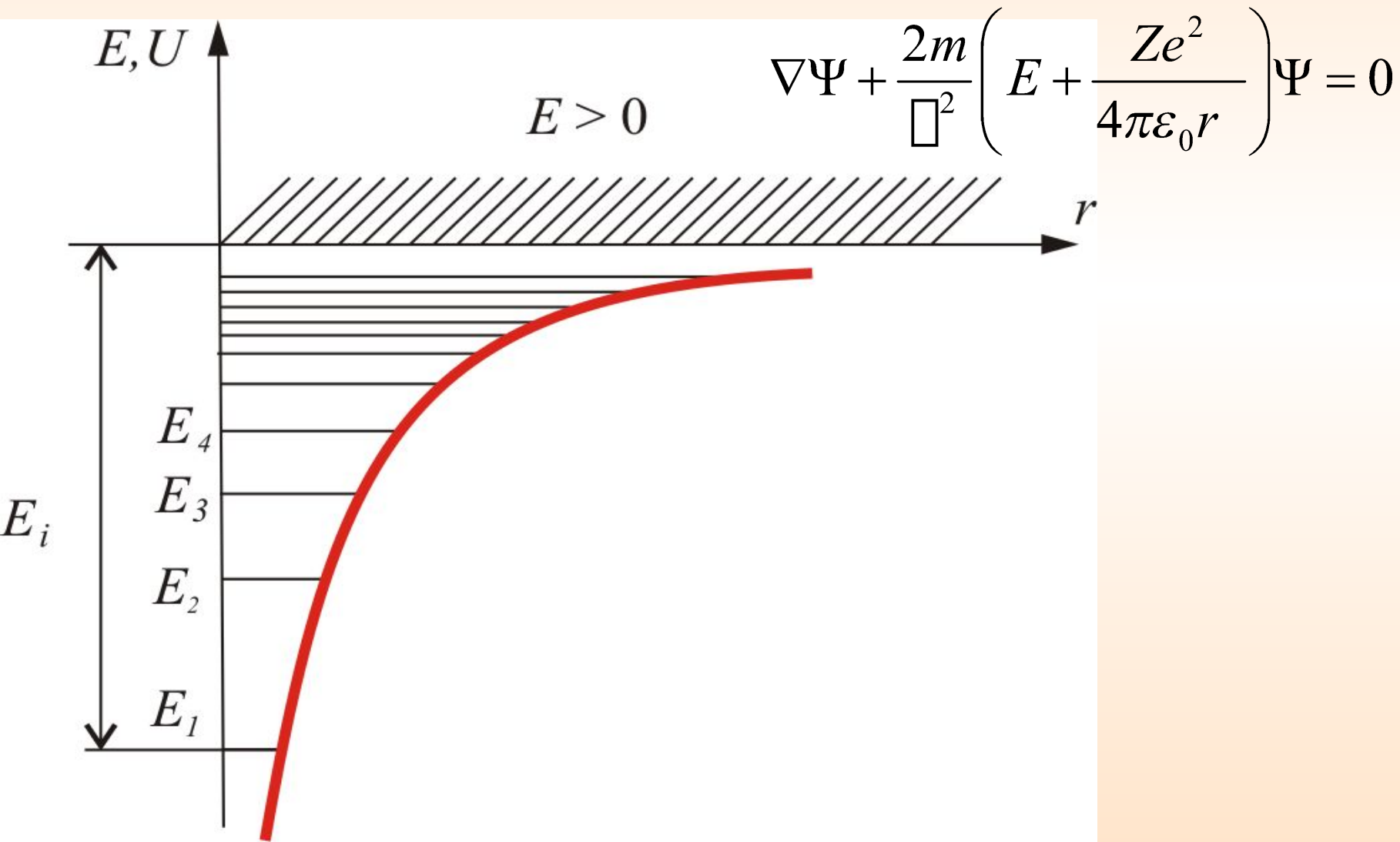


Из графика следует, что по мере роста главного квантового числа  $n$  энергетические уровни располагаются теснее и при

$$n \rightarrow \infty \quad E_{\infty} \rightarrow 0.$$



Итак, если Бору пришлось вводить дополнительные гипотезы (постулаты), то **в квантовой механике дискретные значения энергии, являясь следствием самой теории, вытекают непосредственно из решения уравнения Шредингера:**



## 2.2. Квантовые числа

В квантовой механике доказывається, что уравнению Шредингера *собственные функции*  $\Psi_{nlm}$  удовлетворяют, определяемые *три квантовыми числами*:

- *главным  $n$ ,*
- *орбитальным  $l$*
- *магнитным  $m$ .*

Как уже сказано в предыдущих параграфах – *главное квантовое число  $n$ , определяет энергетические уровни электрона* в атоме и может принимать любые целочисленные значения начиная с единицы ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ).

*Главное квантовое число  $n$  характеризует расстояние электрона от ядра – радиус орбиты.*

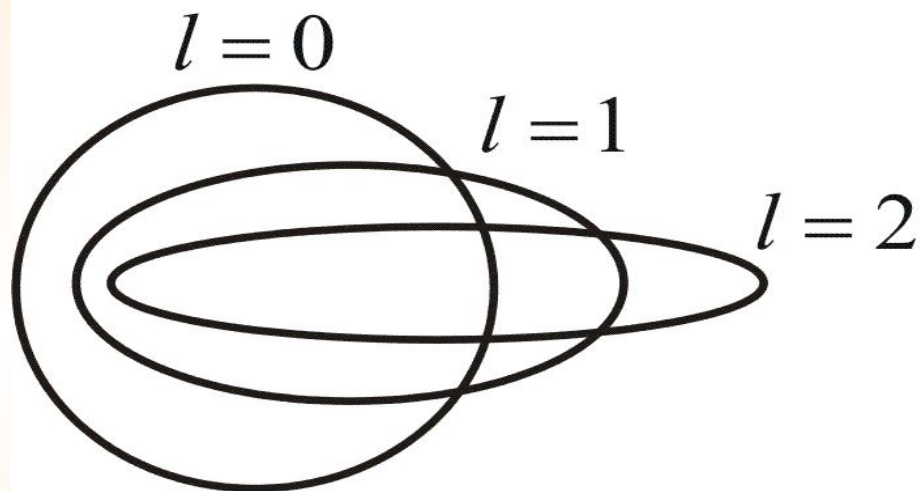
В атомной физике состояния электрона, соответствующие главному квантовому числу  $n$ , ( $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ ) принято обозначать буквами  $K, L, M, N, \dots$

	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
<b><math>n</math></b>	<b><math>K</math></b>	<b><math>L</math></b>	<b><math>M</math></b>	<b><math>N</math></b>

# Орбитальное квантовое число

$$l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$$

характеризует эллиптичность орбиты  
электрона и определяет момент импульса  
электрона  $L$



Состояния, соответствующие орбитальному числу  
 $l = 0, 1, 2, 3, \dots$ , также обозначаются буквами  
 $s, p, d, f, \dots$

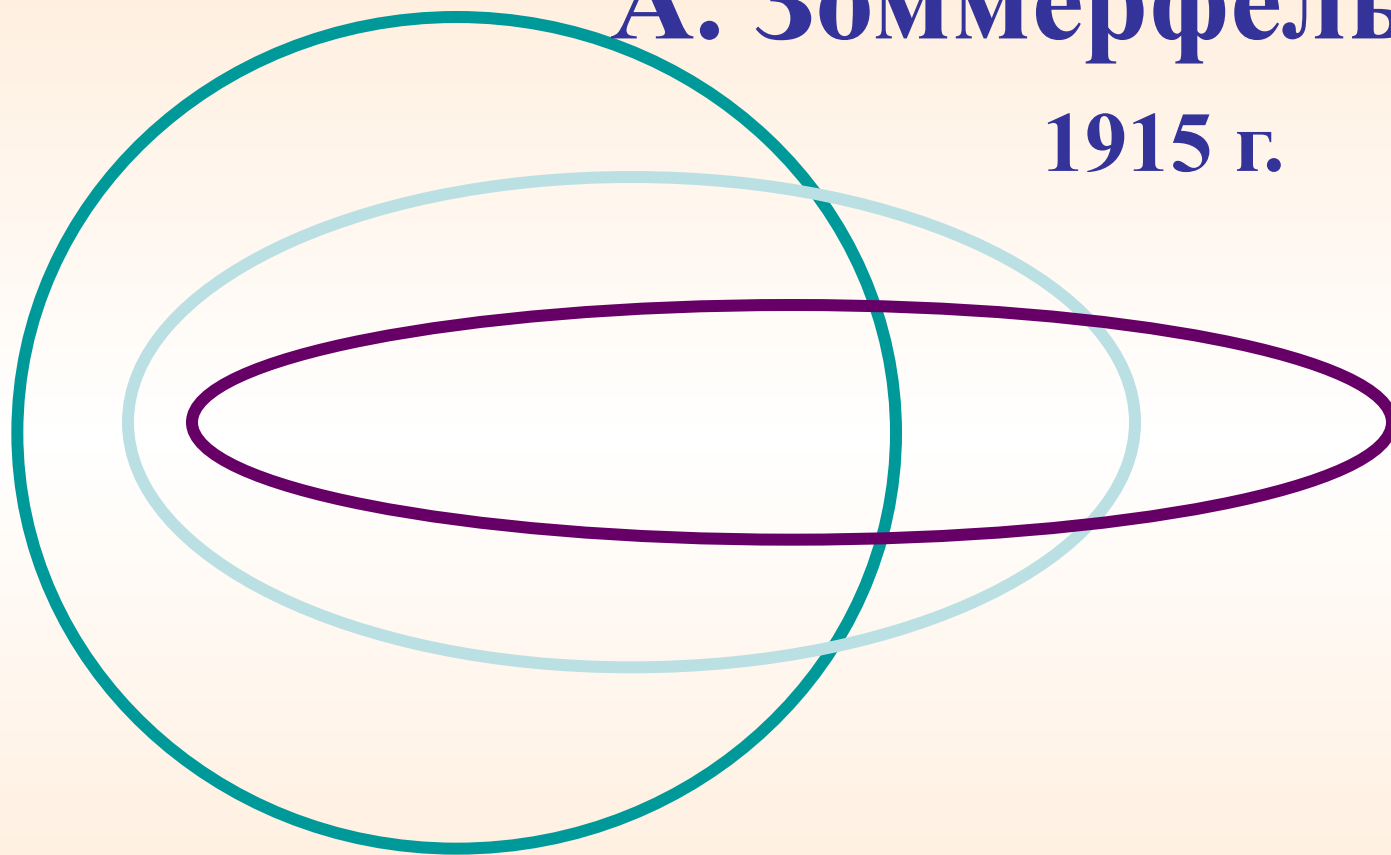
*sharp*, *principal*,  
*diffuse*, *fundamental*

	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
<b><i>l</i></b>	<b><i>s</i></b>	<b><i>p</i></b>	<b><i>d</i></b>	<b><i>f</i></b>

# Эллиптические орбиты

А. Зоммерфельда

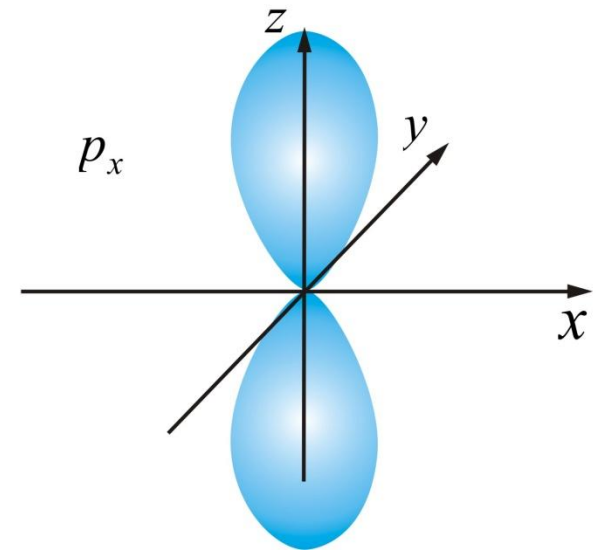
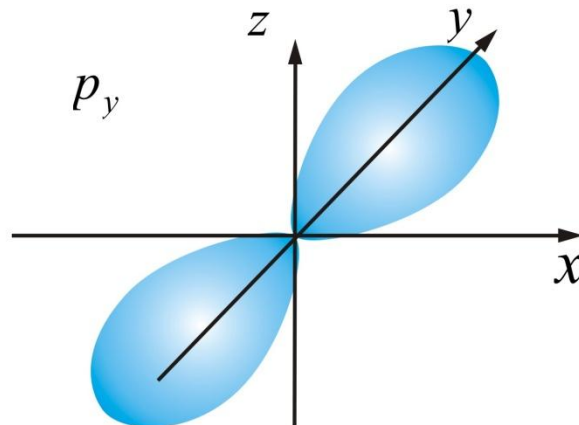
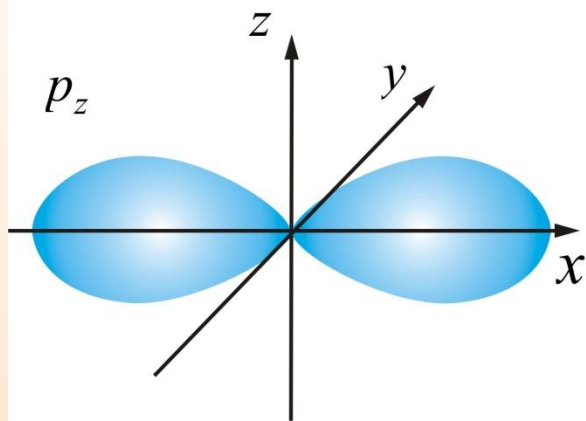
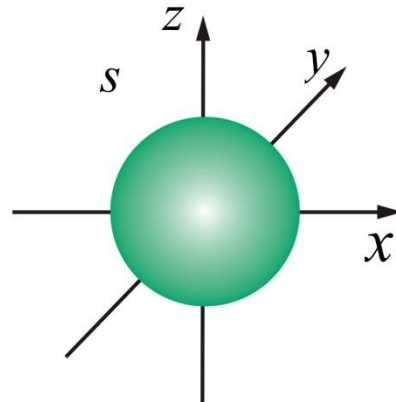
1915 г.



$$l = 1, 2, \dots, (n - 1)$$

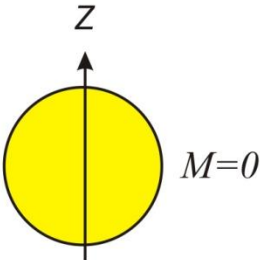
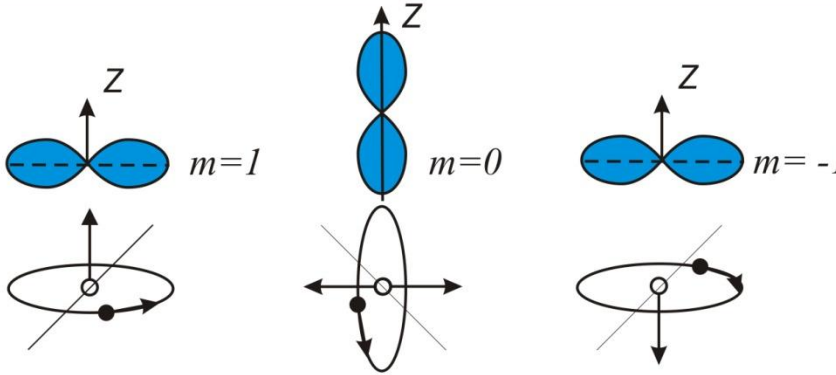
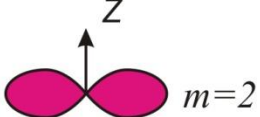
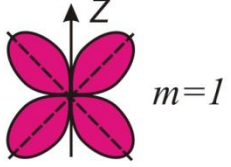
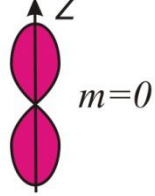
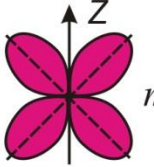
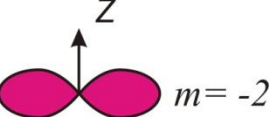
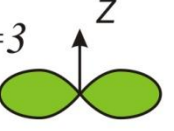
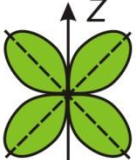
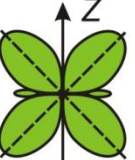
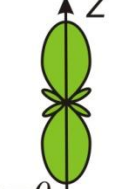
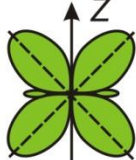
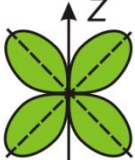
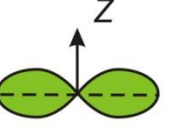
Квадрат модуля функции  $|\Psi|^2$  характеризует вероятность найти электрон в заданной точке. **Область пространства, в которой высока вероятность обнаружить электрон (не менее 0,95), называют орбиталью.**

$l$	0	1
	s	p



# Орбитали часто называют подоболочками оболочек, поскольку они характеризуют формы

разных орбит, на которых можно обнаружить электроны, находящиеся в одной оболочке (при заданном квантовом числе  $n$ ).

s-электроны	$l=0$  $M=0$	p-электроны	$l=1$  $m=1$ $m=0$ $m=-1$				
d-электроны	$l=2$  $m=2$	 $m=1$	 $m=0$	 $m=-1$	 $m=-2$		
f-электроны	$l=3$  $m=3$	 $m=2$	 $m=1$	 $m=0$	 $m=-1$	 $m=-2$	 $m=-3$

Решая последовательно задачу об электро́не в прямоугольной потенциальной яме мы доказали только то, что *энергия и положение электрона квантуются, т.е. принимают дискретные значения.*

*Решая уравнения Шредингера для атома можно получить выражения для энергии, момента импульса и других динамических переменных электрона без привлечения каких-либо постулатов.*



Рассмотрим (без вывода) движение электрона в потенциальном поле

$$U = -Ze^2 / r$$

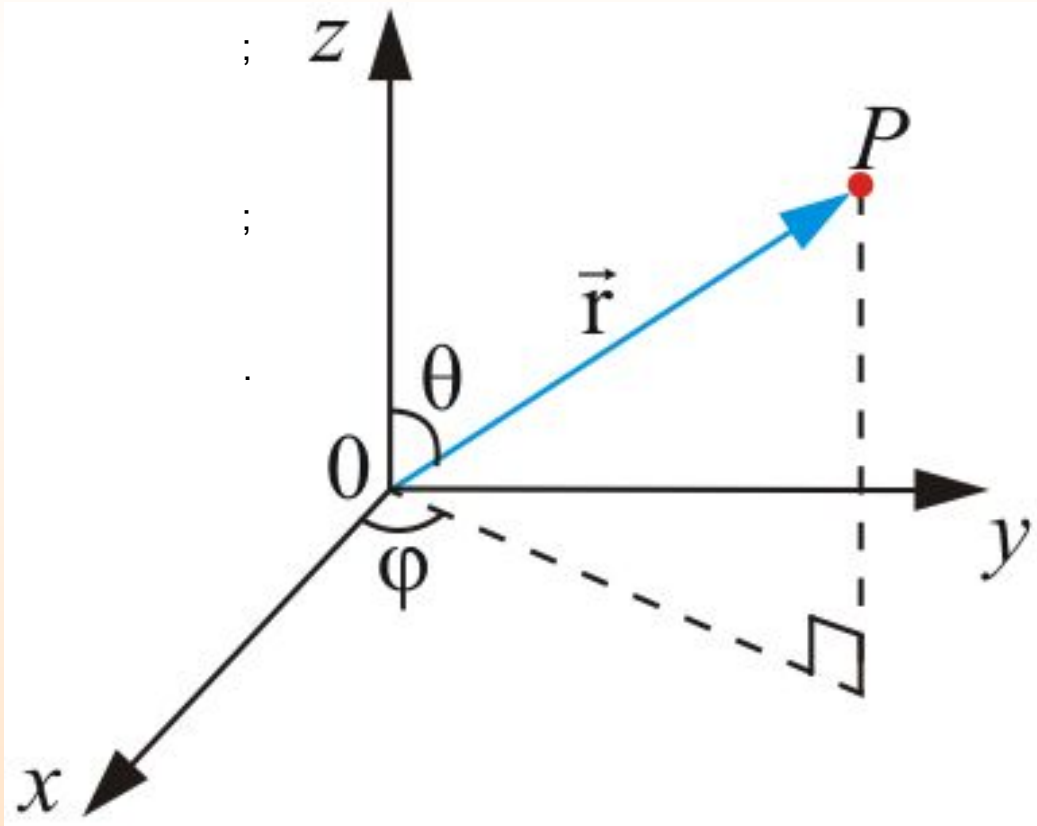
Стационарное уравнение Шредингера

$$\nabla^2 \Psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E + \frac{Ze^2}{r} \right) \Psi = 0 \quad (1)$$

Так как электрическое поле – центрально-симметрично, то для решения этого уравнения воспользуемся сферической системой координат:  $r$ ,  $\theta$ ,  $\varphi$ .

Воспользуемся сферической системой с координатами  $(r, \theta, \varphi)$ , которые связаны с декартовыми координатами, как это следует из рисунка, соотношениями:

$$x = r \sin \theta \cos \varphi \quad y = r \sin \theta \sin \varphi \quad z = r \cos \theta$$



Подставим в (1) выражение оператора Лапласа в сферических координатах, получим уравнение Шредингера в виде:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varphi^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E + \frac{Ze^2}{r} \right) \Psi = 0 \quad (2)$$

Уравнение (2) имеет решение при всех значениях  $E > 0$ , это соответствует свободному электрону:

**При  $E < 0$**

$$E_n = -\frac{me^4 Z^2}{2\hbar^2 n^2}$$

где  $n = 1, 2, 3, \dots$ ,

**т.е. энергия принимает дискретные значения.**

**Вывод такой же как и в теории Бора, но здесь этот вывод получается как естественное следствие из уравнения Шредингера.**

В квантовой механике широко используется понятие – *оператор*. Под оператором понимают *правило*, посредством которого одной функции  $\varphi$  сопоставляется другая функция  $f$  т.е.

$$f = \hat{Q} \varphi$$

$\hat{Q}$  – символ обозначения оператора.

Есть операторы импульса, момента импульса и т.д.  
 $\frac{d}{dt}$  – оператор скорости;  $\frac{d^2}{dt^2}$  – ускорения.

Если  $S$  – путь, то  $\frac{dS}{dt} = v$  – скорость и т.д.

С помощью оператора *стационарное уравнение Шредингера* можно записать в виде

$$\hat{H} \Psi = E \Psi \quad (4)$$

Это традиционный вид записи уравнения Шредингера.

Здесь  $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U$  — *оператор энергии*.

Воздействуя на  $\Psi$  – функцию, полученную при решении уравнения (2) **оператором момента импульса** (движение электрона вокруг ядра осуществляется по криволинейной траектории) **можно получить выражение для момента импульса.**

Для **момента импульса** в квантовой механике вводятся четыре оператора: **оператор квадрата момента импульса**  $\hat{L}^2$

**и три оператора проекций момента импульса на оси координат**  $\hat{L}_x, \hat{L}_y, \hat{L}_z$

$$\hat{L}^2 \Psi = L^2 \Psi$$

*Уравнение для момента импульса электрона.*

Решение этого уравнения является очень трудным

Ограничимся только конечным результатом:

Собственное значение *орбитального момента импульса электрона*  $L_e$

$$L_e = \hbar \sqrt{l(l+1)} \quad (5)$$

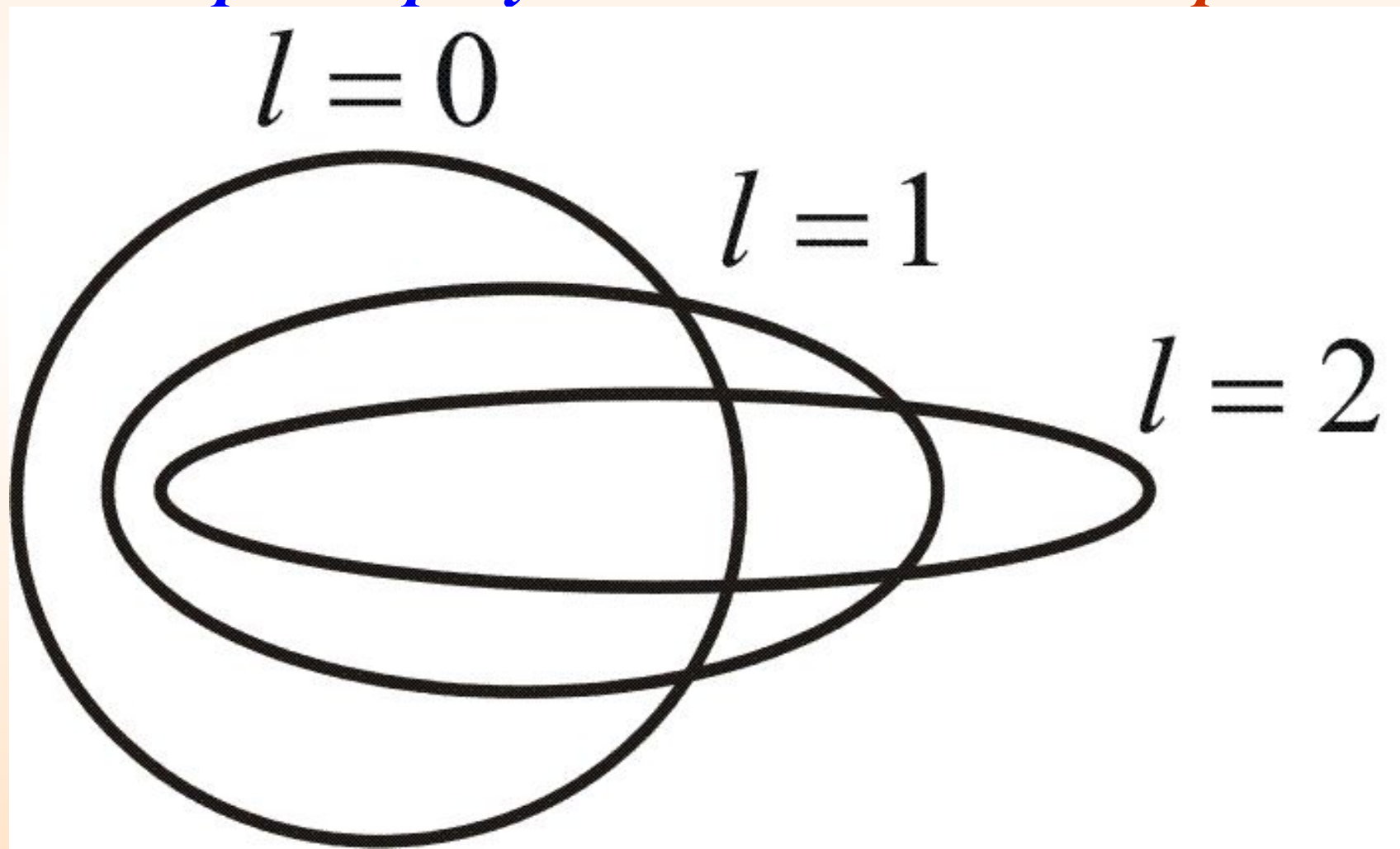
$l$  – орбитальное квантовое число ( $l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$ )

Из этого выражения видно, что *момент импульса электрона в атоме тоже квантуется.*

Если обратиться к привычной нам модели атома, то:

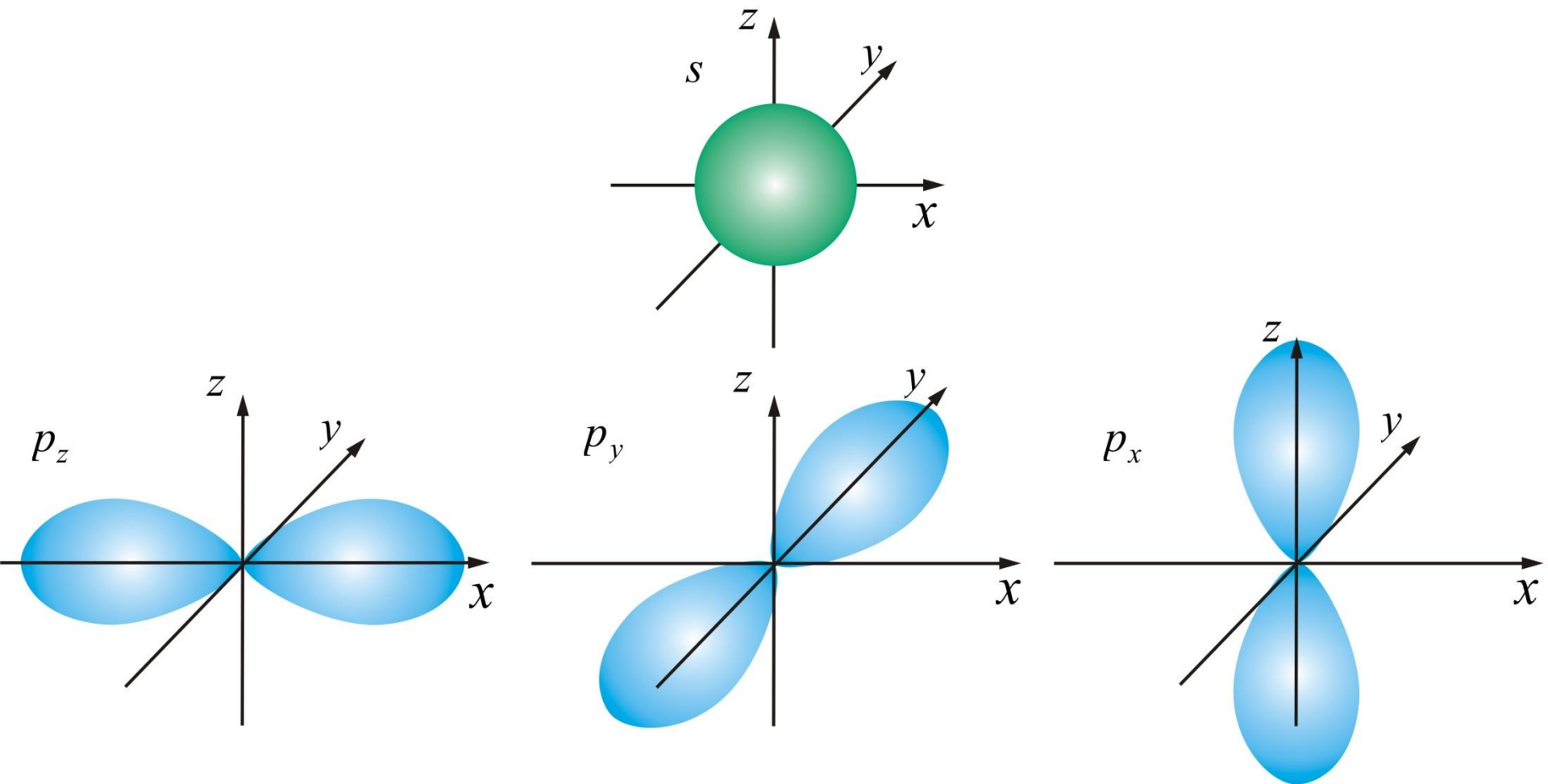
*$n$  – характеризует среднее расстояние электрона от ядра (радиус орбиты);*

*$l$  – характеризует эллиптичность орбиты:*





*Основным состоянием электрона в атоме водорода является  $s$  – состояние:*



Если вычислить *наиболее вероятное расстояние от ядра для электрона в  $s$ -состоянии*, получим:

$$r_1 = \frac{\hbar^2}{me^2}$$

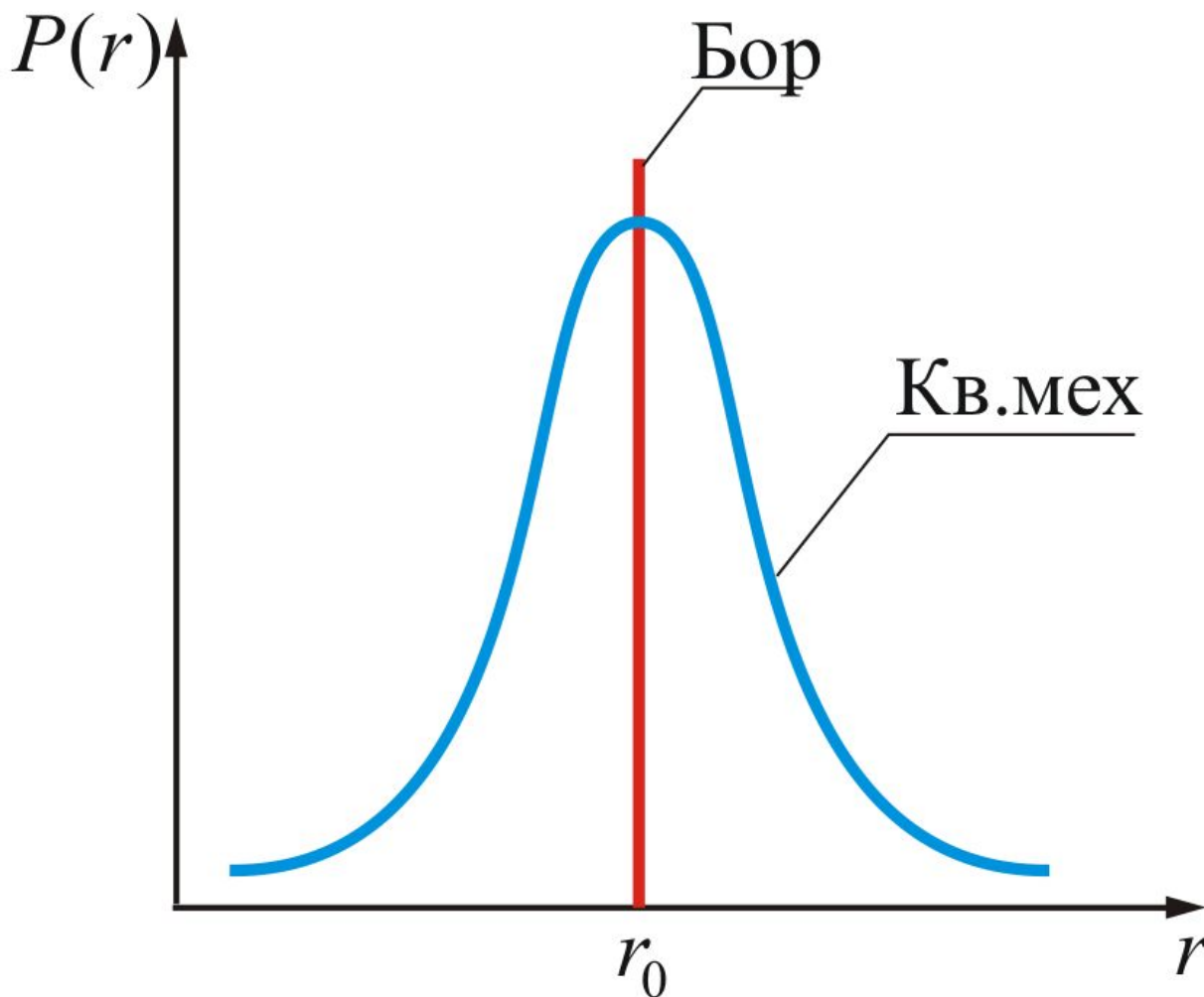
в СИ:

$$r_1 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2}$$

– это **первый Боровский радиус**

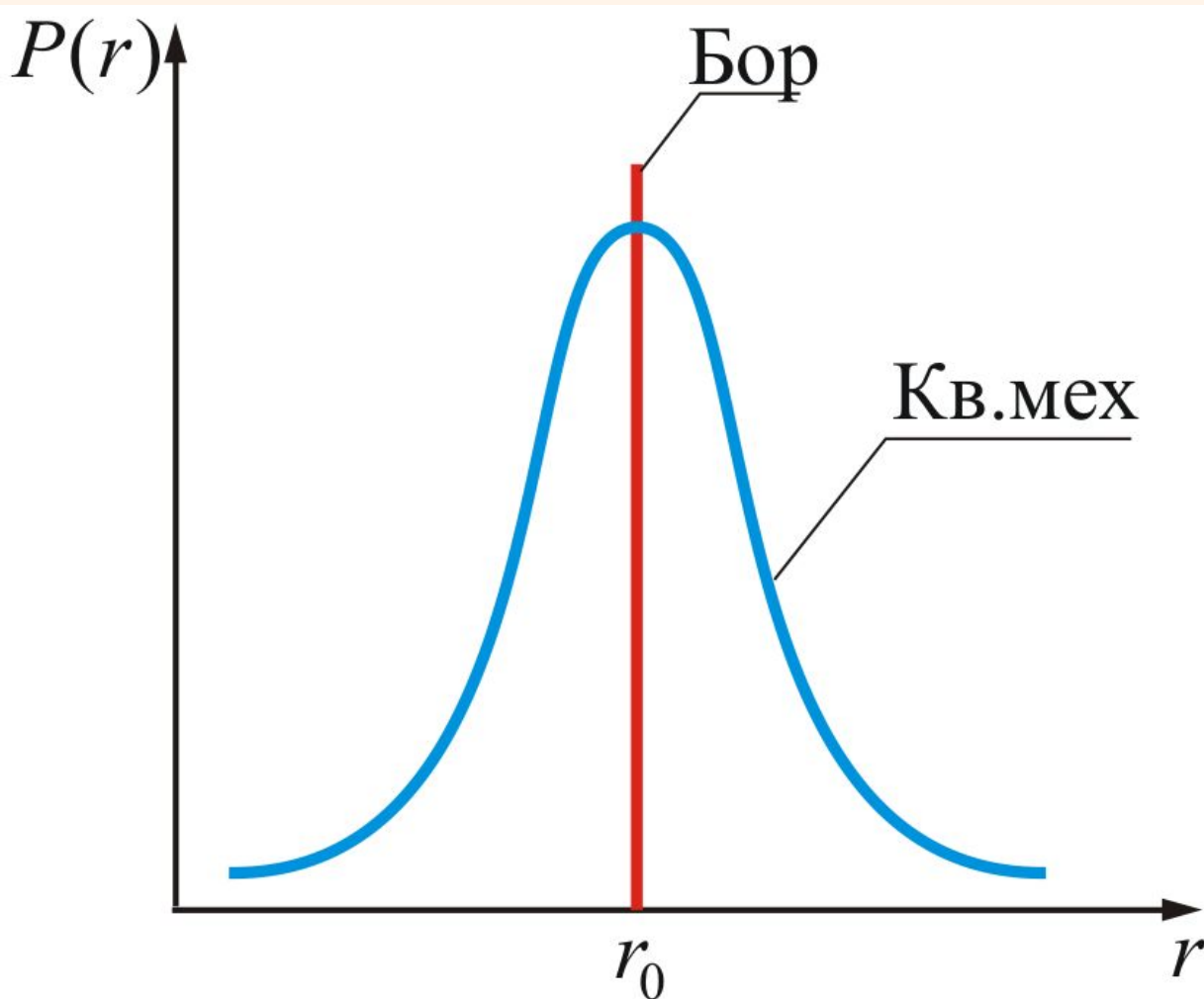
Для других значений  $n$  получим выражения, соответствующие следующим Боровским орбитам.

Боровские орбиты электрона представляют собой *геометрическое место точек, в которых с наибольшей вероятностью может быть обнаружен электрон.*



По теории Бора *вероятность нахождения электрона* при любых других значениях  $r$ , кроме  $r = r_1$ , *равна нулю.*

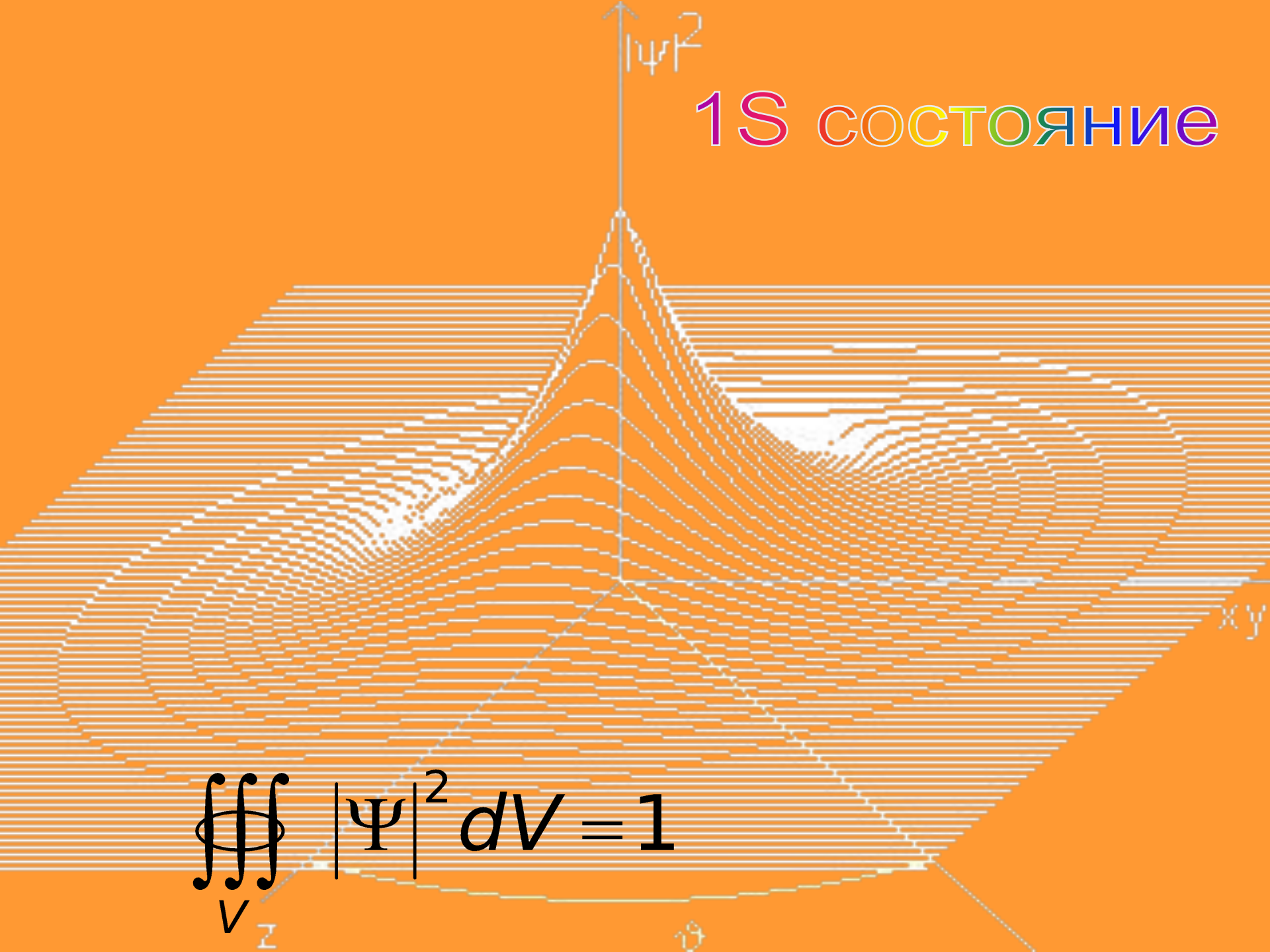
Согласно квантовой механике эта вероятность лишь достигает максимальное значение при  $r = r_1$ .



*Допускается*  
нахождение  
электрона и на  
других  
расстояниях от  
ядра, но  
*с меньшей  
вероятностью.*

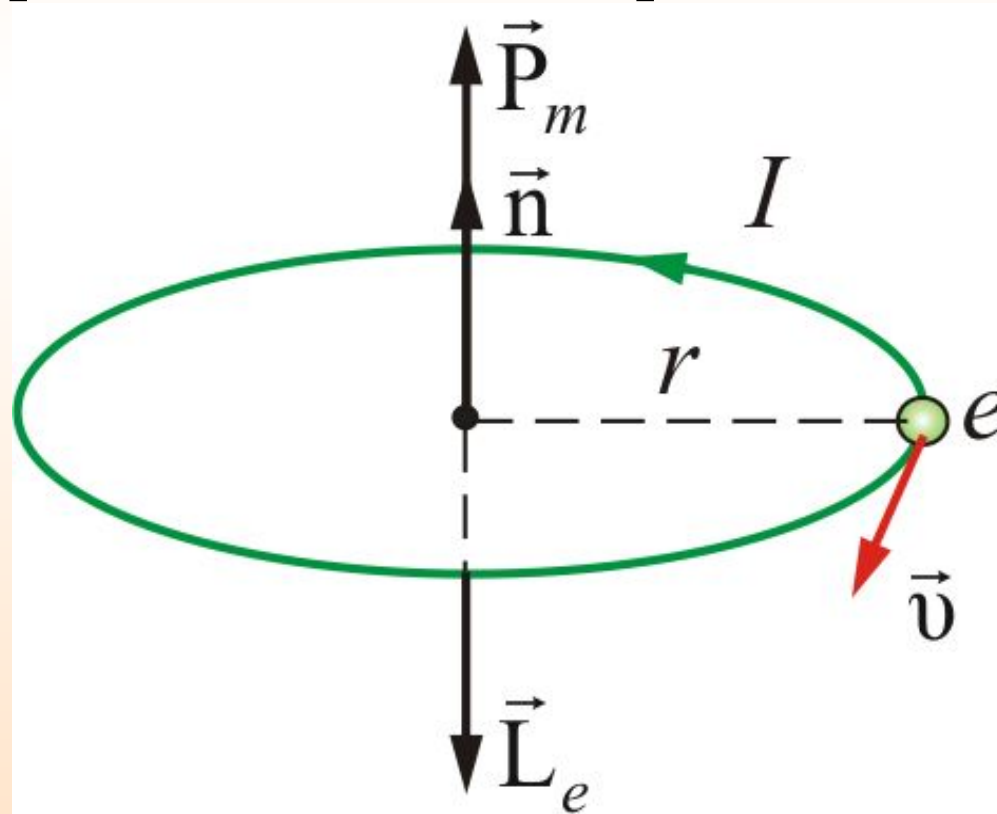
1S состояние

$$\iiint_V |\Psi|^2 dV = 1$$



## 2.3. Пространственное квантование (магнитное квантовое число)

Из курса электричество магнетизма мы знаем, что орбитальный момент импульса электрона  $\vec{L}_e$  и пропорциональный ему магнитный момент  $\vec{P}_m$  ориентированы перпендикулярно плоскости орбиты электрона и противоположно направлены.

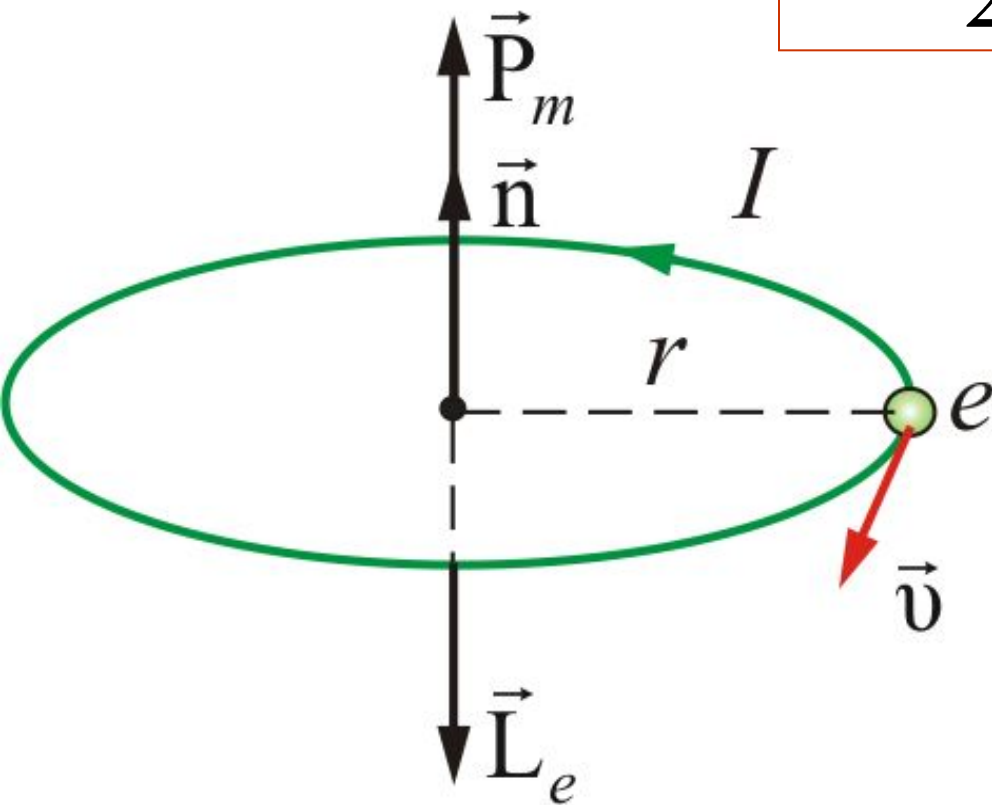


Между  $\vec{L}$  и  $\vec{P}_m$  существует связь

$$\vec{P}_m = -g\vec{L} = -\frac{|e|\hbar}{2m} \vec{L}$$

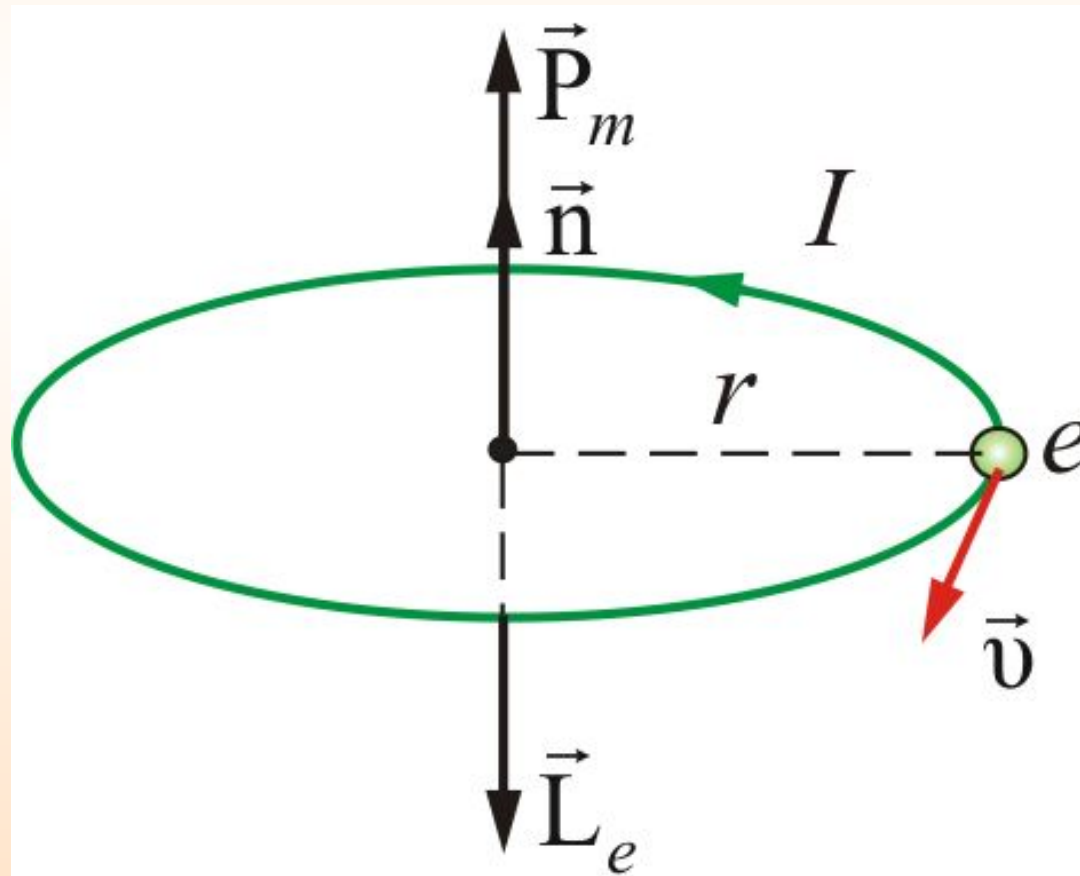
$$g = \frac{|e|\hbar}{2m}$$

– орбитальное  
гиромагнитное  
отношение.



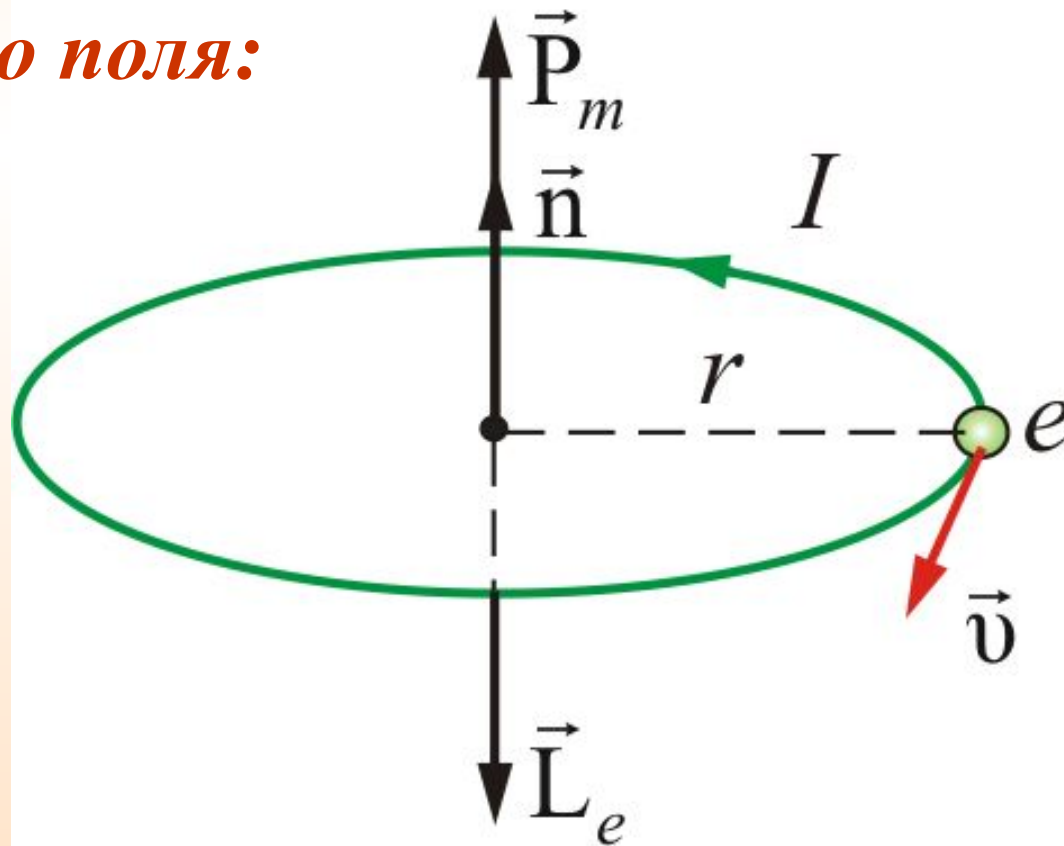
Такая связь векторов сохраняется и в теории Бора.

В *квантовой механике*, естественно, не может быть указана ориентация  $\vec{L}$  и  $\vec{P}_m$  относительно плоскости электронной орбиты (орбиты, в буквальном смысле этого слова, нет).





Для указанной ориентации  $\vec{\Gamma}$  и  $\vec{P}_m$  должно быть выбрано некоторое направление в пространстве, и расположение  $\vec{\Gamma}$  может быть задано углом между вектором  $\vec{\Gamma}$  и этим направлением. *За указанное направление выбирается направление внешнего магнитного поля:*

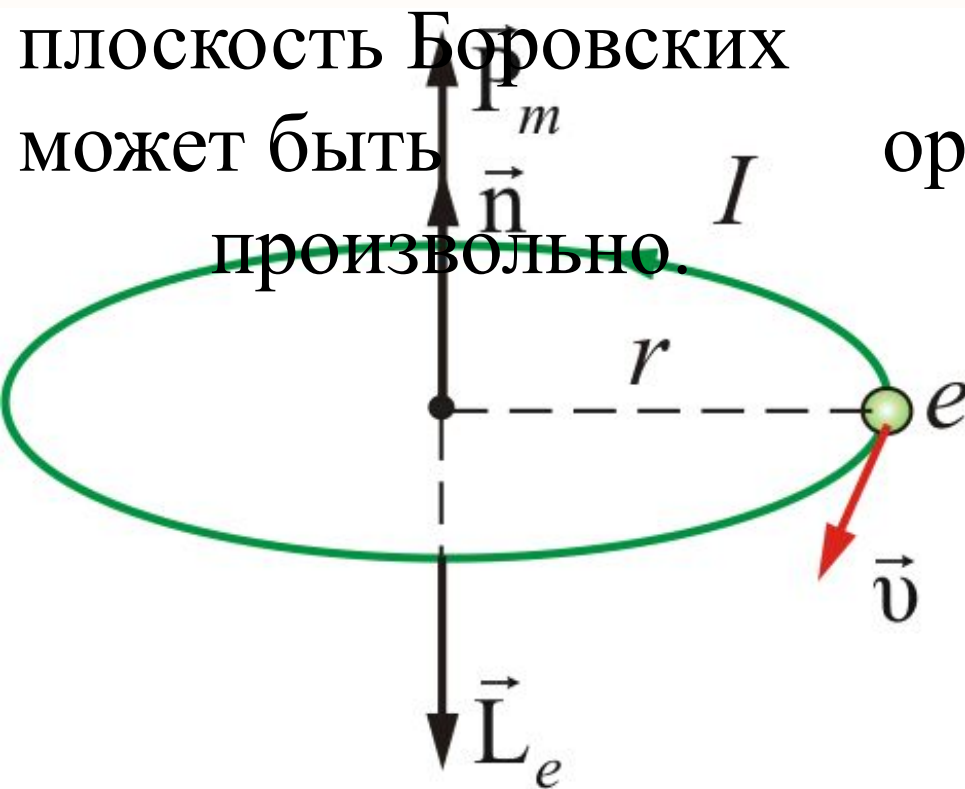


В классической физике представлялось само собой разумеющимся, что вектор орбитального момента импульса электрона  $\vec{L}$  (или магнитного момента  $\vec{\mu}_m$ ) может быть ориентирован *относительно выбранного направления*

*произвольным образом,*

т.е.

плоскость Борвских орбит тоже может быть произвольно ориентирована.



Однако, такое предположение оказалось ошибочным.

*В квантовой механике* строго доказывается (это следует из решения уравнения Шредингера), что *проекция ( $L_z$ )* вектора  $\vec{L}$  на направление внешнего поля ( $z$ ) *может принимать лишь целочисленные значения кратные  $\hbar$*

$$L_z = m\hbar \quad (2.3.2)$$

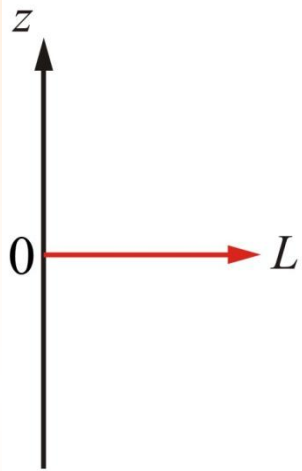
*$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$  – магнитное квантовое число.*  
 *$l$  – орбитальное квантовое число,*

Таким образом,  $\vec{L}$  может принимать  $(2l + 1)$  ориентаций в пространстве.

Определим величину модуля  $\Gamma$   
 Т.к. проекция не может быть больше модуля  
 вектора, то, следовательно  $m \leq \sqrt{l(l+1)}$ .  
 Отсюда следует, что максимальное значение  $|m| = l$   
 ( $m$  – целое число).

Итак,  $m$  тоже может принимать  $(2l + 1)$  значений  
 ( $l = 0$  дает одно «лишнее» значение),  
 т. е.  $\Gamma$  может принимать  $(2l + 1)$  ориентаций  
 в пространстве.

# Возможные ориентации вектора $\mathbf{L}$ в состояниях $s, p, d$ .

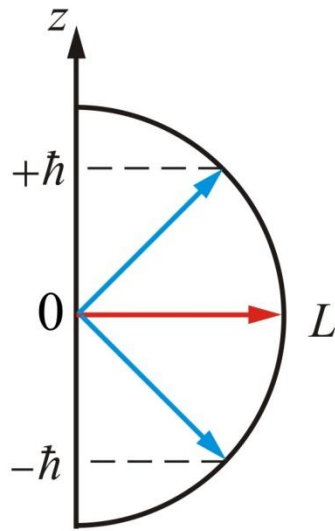


$s$ -состояние

$$l = 0$$

$$m = 0$$

$$L_z = 0$$

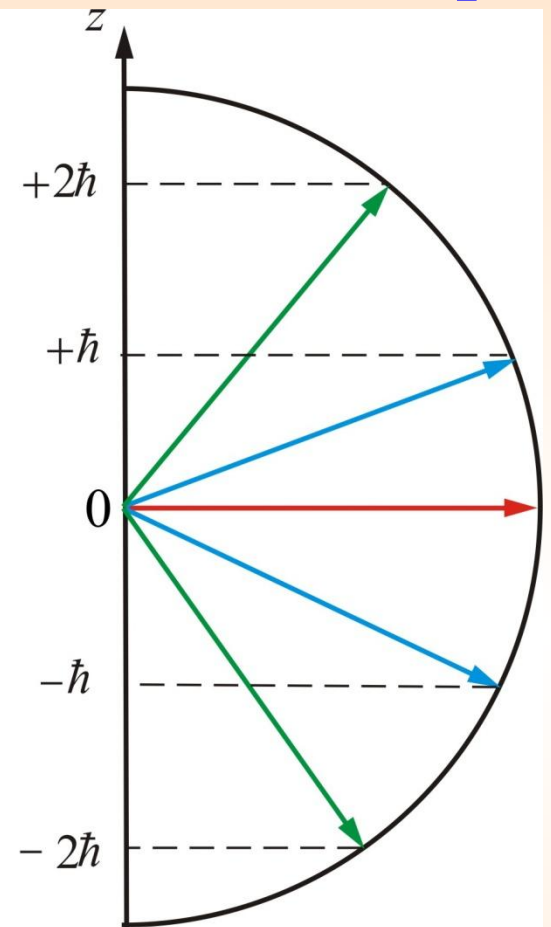


$p$ -состояние

$$l = 1$$

$$m = 0, \pm 1$$

$$L_z = 0, \pm \hbar$$



$d$ -состояние

$$l = 2$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2$$

$$L_z = 0, \pm \hbar, \pm 2\hbar$$

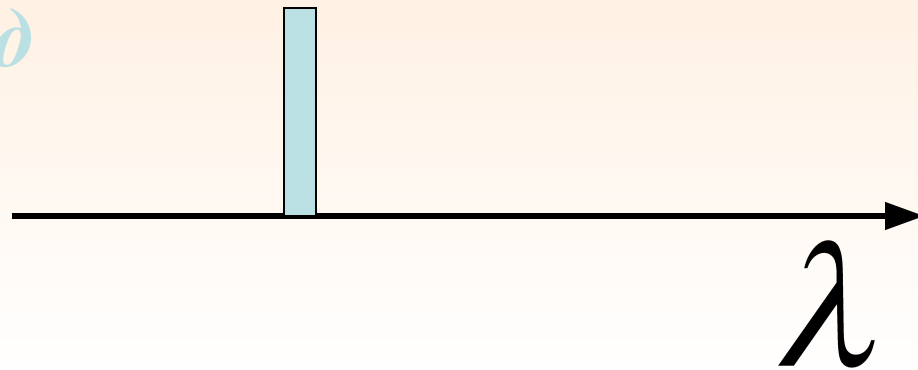
Таким образом, пространственное квантование приводит к «расщеплению» энергетических уровней на ряд подуровней.

*Расщепление энергетических уровней в магнитном поле было обнаружено в 1896 г. голландским физиком П. Зееманом* и получило название **эффекта Зеемана**.

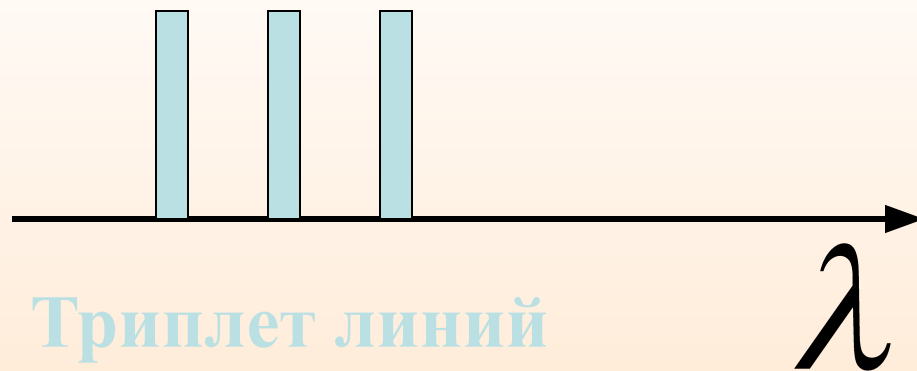
*Расщепление уровней энергии во внешнем электрическом поле тоже доказано экспериментально и называется **эффектом Штарка**.*

# Эффект Зеемана

*P - S переход*

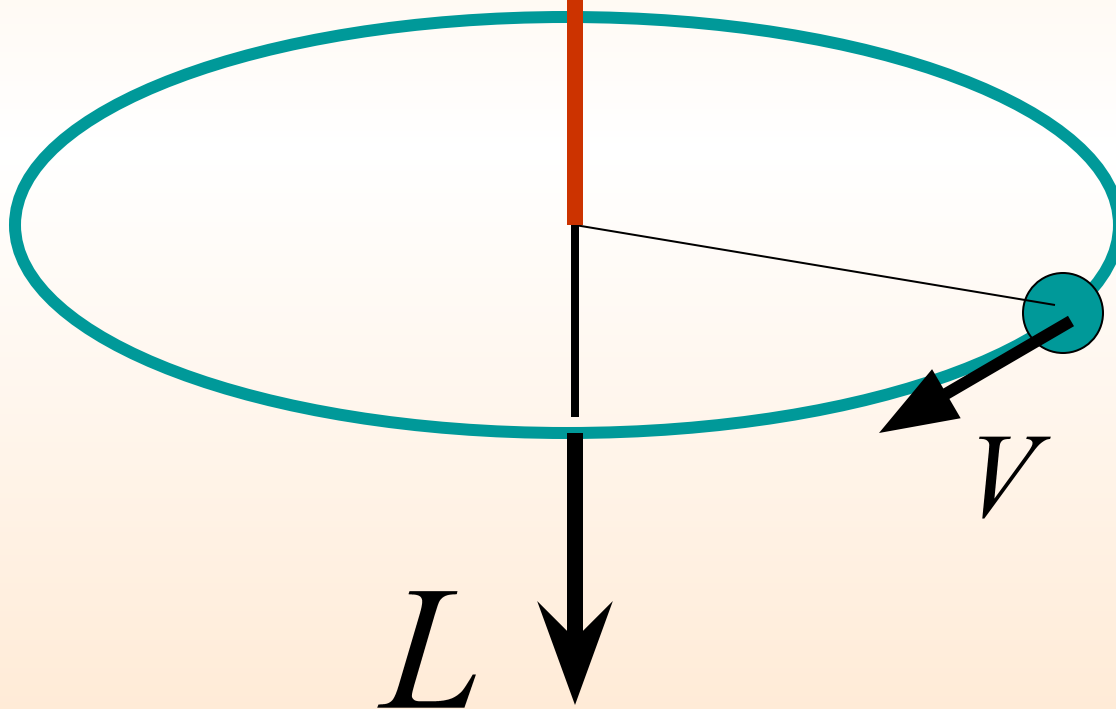


**В  
магнитном  
поле**



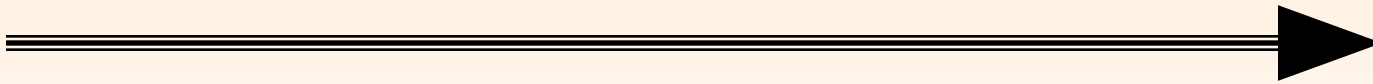
$P_m$

Орбитальный  
магнитный  
момент

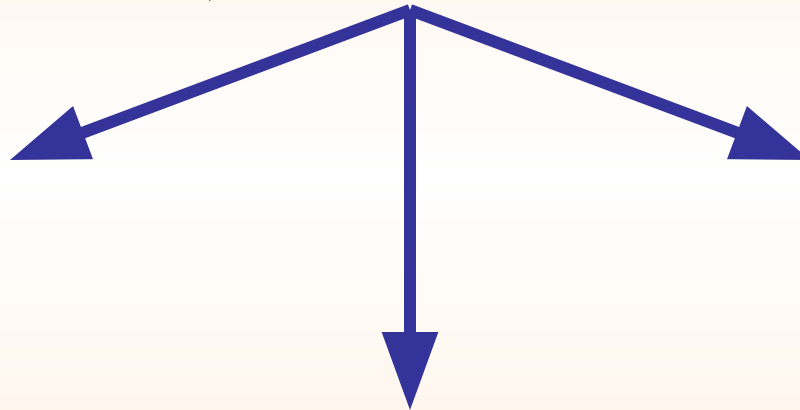




# Вектор индукции магнитного поля $B$

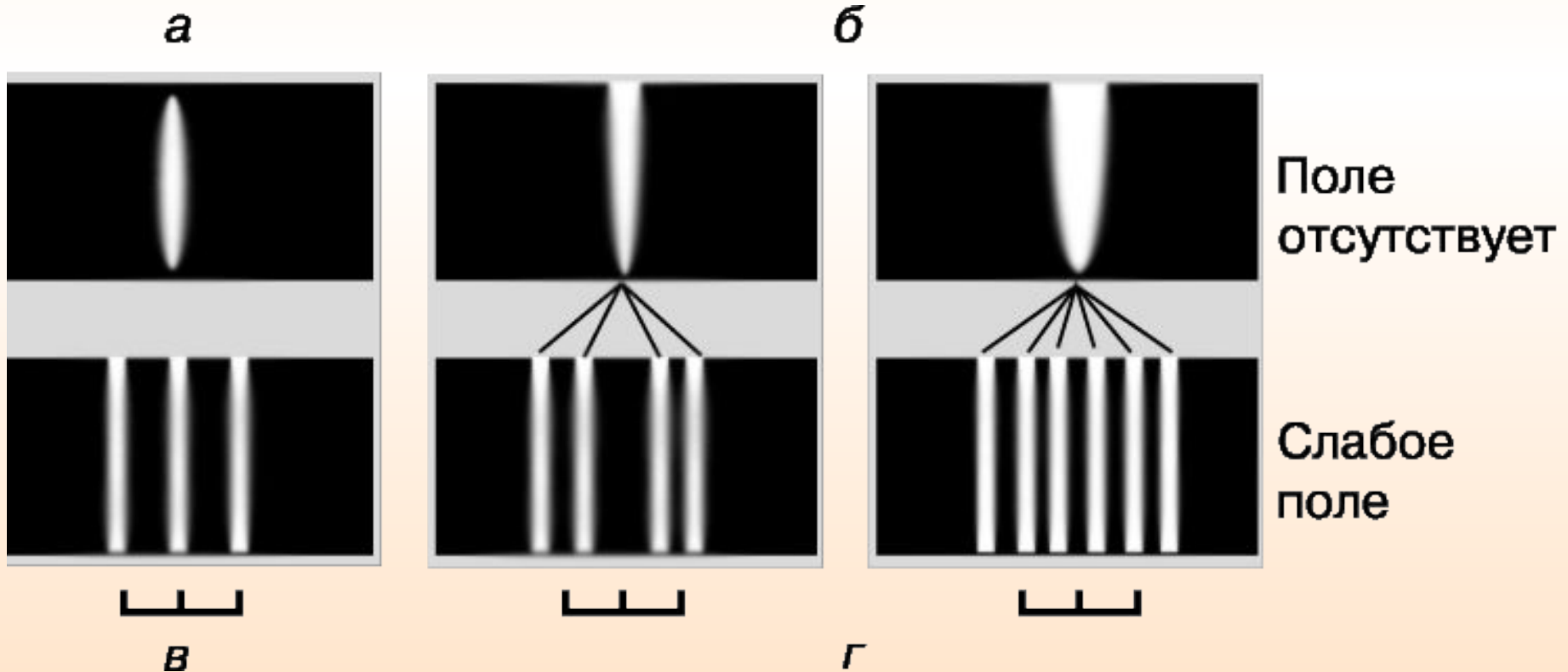


(для орбиты с  $l = 1$ ).



Возможные ориентации вектора орбитального магнитного момента  $P_m$

**Эффект Зеемана** нормальный и аномальный (вид перпендикулярно направлению магнитного поля).  
*a* – синглет цинка; *б* – главный дублет натрия; *в* – нормальный триплет; *г* – аномальное расщепление.



## 2.4. Опыт Штерна и Герлаха.

*В 1922 году Штерн и Герлах поставили опыты, целью которых было измерение магнитных моментов  $P_m$  атомов различных химических элементов.*

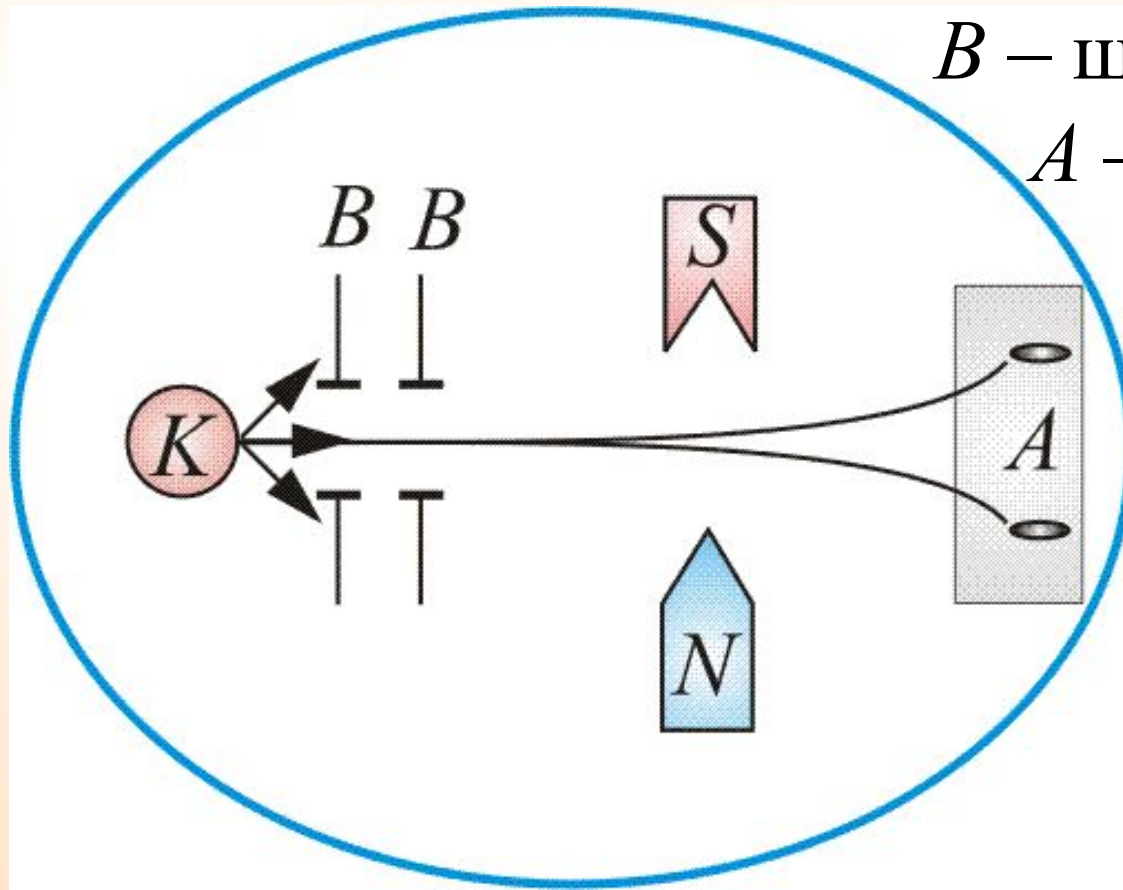
Для химических элементов, образующих первую группу таблицы Менделеева и имеющих один валентный электрон, магнитный момент атома равен магнитному моменту валентного электрона, т. е. одного электрона.

Идея опыта заключалась в измерении силы, действующей на атом в сильно - неоднородном магнитном поле.

Неоднородность магнитного поля должна быть такова, чтобы она сказывалась на расстояниях порядка размера атома. Только при этом можно было получить силу, действующую на каждый атом в отдельности.

В колбе вакуум  $10^{-5}$  мм. рт. ст., ***К*** – *серебряный шарик*, который нагревался до температуры испарения.

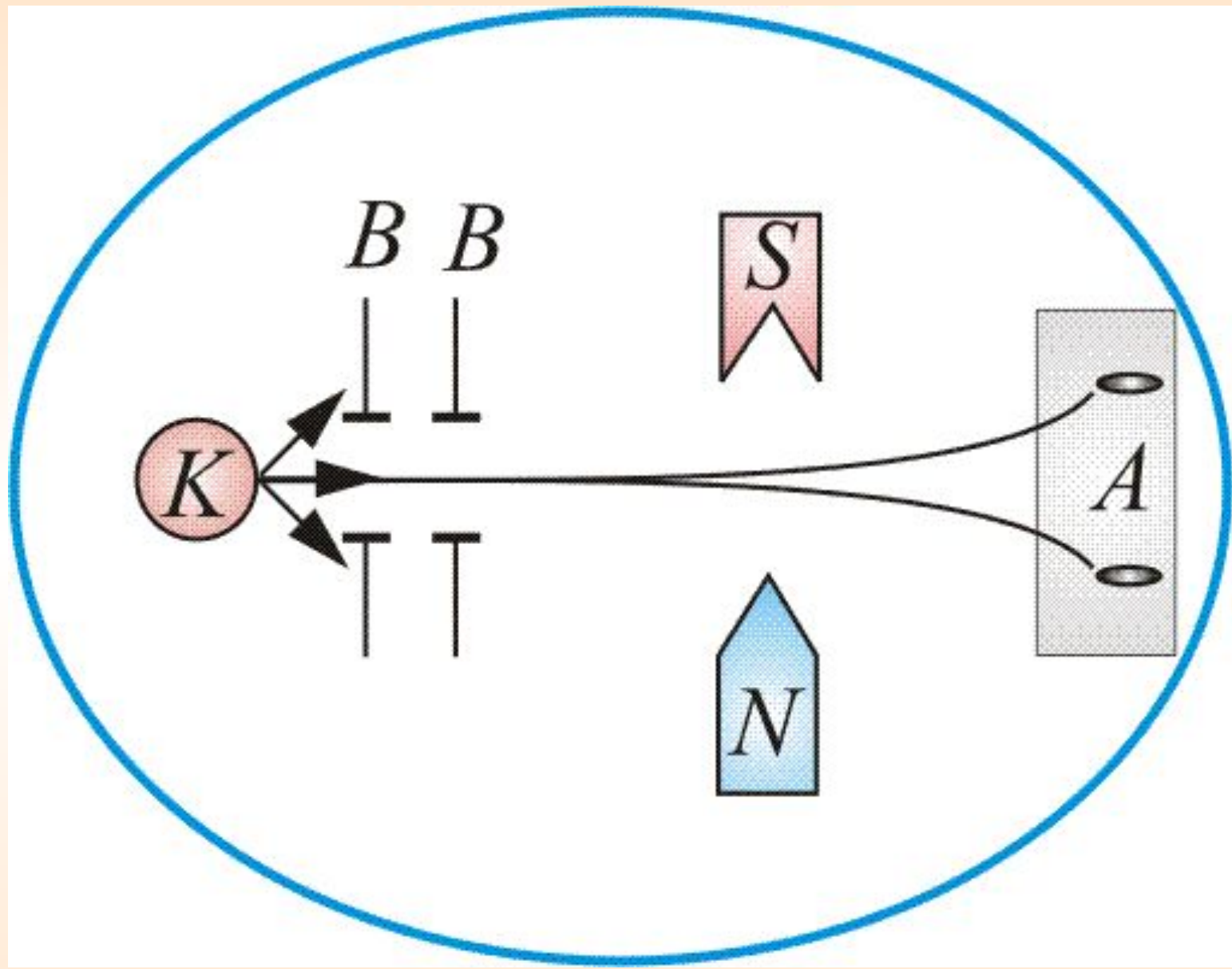
Атомы серебра летели с тепловой скоростью около 100 м/с



*B* – щелевые диафрагмы  
*A* – фотопластинка.

Если бы момент импульса атома  $\vec{L}$  (и его магнитный момент  $\vec{\mu}_m$ ) мог принимать произвольные ориентации в пространстве, т.е. в магнитном поле, то можно было ожидать непрерывного распределения попаданий атомов серебра на фотопластинку с большой плотностью попаданий в середине.

Но на опыте были получены совершенно неожиданные результаты: на фотопластинке получились *две резкие полосы* — все атомы отклонялись в магнитном поле двояким образом, соответствующим лишь *двум возможным ориентациям магнитного момента* (рисунок 6).



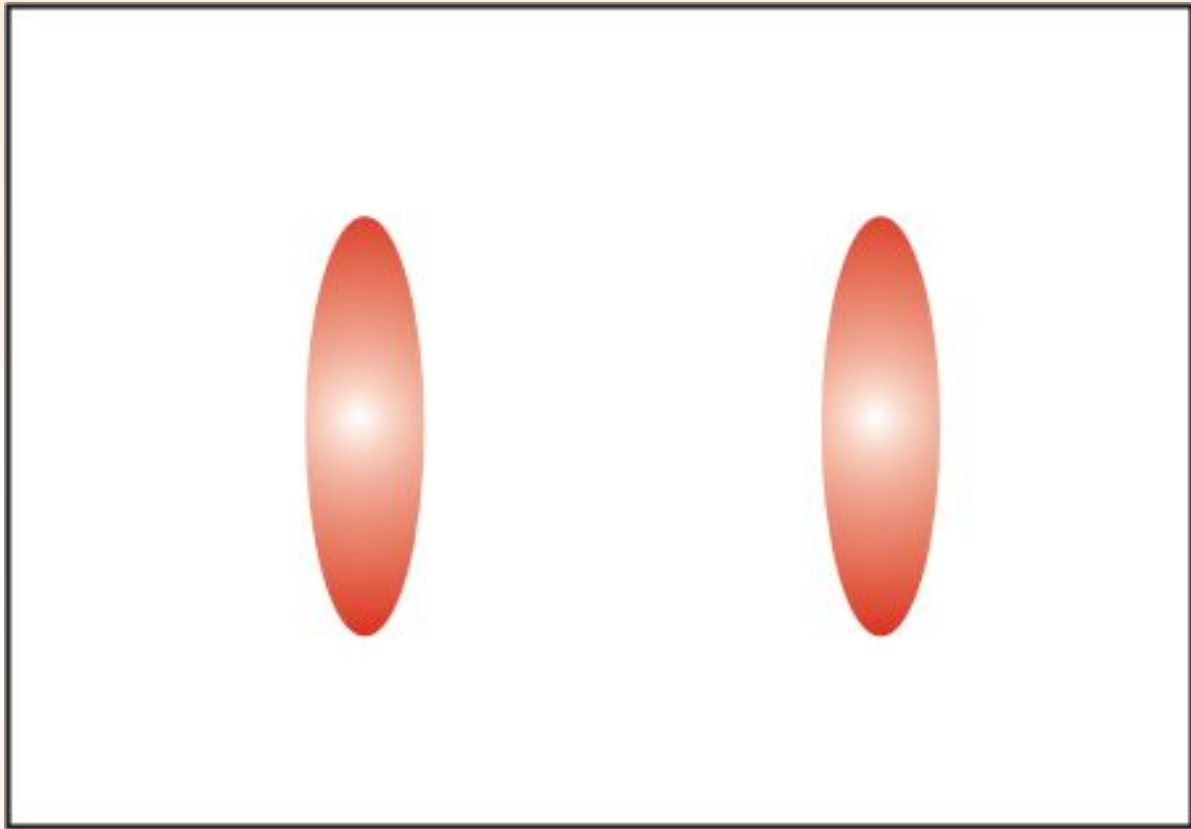


Рисунок 6



Этим доказывался квантовый характер магнитных моментов электронов.

Количественный анализ показал, что проекция магнитного момента электрона равна

$$\mu_A = \frac{e\hbar}{2m} = 0,927 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{Ое} = \mu_B$$

магнетон Бора

Т.е. для серебра Штерн и Герлах получили, что проекция магнитного момента атома (электрона) на направление магнитного поля численно равна магнетону Бора.

Напомним: 
$$P_m = \frac{e}{2m} L = \frac{e\hbar}{2m} \sqrt{l(l+1)} = \mu_B \sqrt{l(l+1)}$$

Опыты Штерна и Герлаха не только *подтвердили пространственное квантование* моментов импульсов в магнитном поле, но и дали экспериментальное подтверждение тому, что *магнитные моменты электронов тоже состоят из некоторого числа «элементарных моментов», т.е. имеют дискретную природу.*

*Единицей измерения магнитных моментов электронов и атомов является магнетон Бора* ( $\hbar$  – единица измерения механического момента импульса).

Кроме того, в этих опытах было обнаружено новое явление. Валентный электрон в основном состоянии атома серебра имеет орбитальное квантовое число  $l = 0$  ( $s$  – состояние).

Но при  $l = 0$ ,

$$L = \hbar \sqrt{l(l + 1)} = 0$$

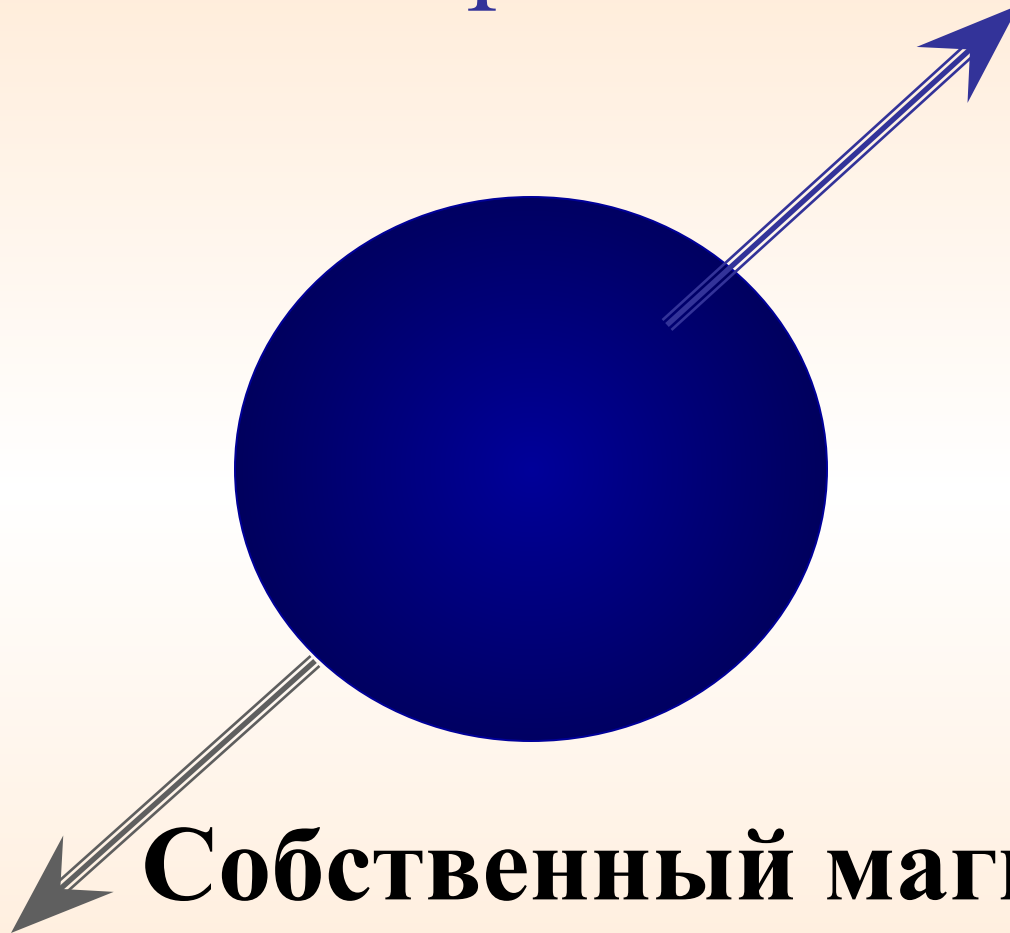
(проекция момента импульса на направление внешнего поля равна нулю).

Возник вопрос, пространственное квантование **какого момента импульса** обнаружилось в этих опытах и проекция какого магнитного момента равна магнетону Бора?

В 1925 г. студенты Геттингенского университета *Гаудсмит* и *Уленбек* предложили существование **собственного механического момента импульса у электрона  $S$  (спина)** и, соответственно, ***собственного магнитного момента электрона  $m_s$*** .

Введение понятия спина сразу объяснило ряд затруднений, имевшихся к тому времени в квантовой механике и в первую очередь, результатов опытов Штерна и Герлаха.

Спин электрона  $S$



**Собственный магнитный  
момент электрона**

Авторы дали такое толкование **спина: электрон вращающийся волчок.**

Но тогда следует, что «поверхность» волчка (электрона) должна вращаться с линейной скоростью равной  $300c$ , где  $c$  – скорость света. От такого толкования спина пришлось отказаться.

**Спин, как заряд и масса есть свойство электрона**

**П.Дирак** впоследствии показал, что **существование спина вытекает из решения релятивистского волнового уравнения Шредингера.**

Из общих выводов квантовой механики следует, что **спин**

$$L_S = \hbar \sqrt{S(S + 1)}$$

$S$  – спиновое квантовое число.

Аналогично, проекция спина на ось  $z$  ( $L_{S_z}$ ) (ось  $z$  совпадает с направлением внешнего магнитного поля) должна быть квантована и вектор  $L_{S_z}$  может иметь  $(2S + 1)$  различных ориентаций в магнитном поле.

Из опытов Штерна и Герлаха следует, что таких ориентаций *всего две*:

$$2S + 1 = 2,$$

$$\text{а значит } S = 1/2.$$

Для атомов первой группы, валентный электрон которых находится в  $s$  – состоянии ( $l = 0$ ) **момент импульса атома равен спину валентного электрона.**

Поэтому **обнаруженное для таких атомов пространственное квантование момента импульса в магнитном поле является доказательством наличия у спина лишь двух ориентаций во внешнем поле.**

(Опыты с электронами в  $p$  – состоянии подтвердили этот вывод, хотя картина получилась более сложной) (желтая линия натрия – дуплет из-за наличия спина).



## Численное значение спина электрона

$$L_S = \sqrt{(1/2)(1/2 + 1)}\hbar = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar$$

По аналогии с пространственным квантованием орбитального момента ( $L$ ) проекция  $L_{Sz} = m_S \hbar$ , т.е. тоже **должна быть квантованной величиной** (аналогично, как  $m = \pm e$ , то и  $m_S = \pm S$ ).

**Проекция спина** на направление внешнего магнитного поля, являясь квантовой величиной, определяется выражением:  $L_{sz} = \hbar m_s$  где  $m_s$  – **магнитное спиновое квантовое число**.  $m_s = \pm 1/2$  может принимать только два значения, что и наблюдается в опыте Штерна и Герлаха.

И так *магнитное спиновое квантовое число*  
 $m_s = \pm 1/2$  *может принимать два значения.*

*Спиновое квантовое число*  $S$  имеет только одно значение  $S = 1/2$ .

Итак, *проекция спинового механического момента импульса на направление внешнего магнитного поля может принимать два значения:*

$$L_{S_z} = \pm 1/2 \hbar \quad (2.4.1)$$

Так как мы всегда имеем дело с проекциями, то говоря, что спин имеет две ориентации; имеем в виду, что две проекции.

# Проекция магнитного момента электрона на

направление внешнего поля:

$$P_{mSz} = \mu_A = \frac{e\hbar}{2m}$$

(часто говорят о собственном магнитном моменте электрона)

Отношение

$$\frac{P_{msz}}{L_{sz}} = -\frac{e}{m_e} = \gamma_s$$

— спиновое гиромагнитное отношение.



Лекция окончена!!!