

Тема №4. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ ИЗМЕНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

■ 4.1. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ

- Большое значение для теоретических исследований и для прикладных работ имеют следующие процессы: изохорный, протекающий при постоянном объеме, изобарный – при постоянном давлении, изотермический – при постоянной температуре, адиабатный – без теплообмена с окружающей средой. Кроме того, существуют еще политропные процессы, которые при определенных условиях могут переходить во все вышеперечисленные процессы.
- Для всех процессов устанавливается следующий общий метод исследования.
- 1. Выводится уравнение кривой процесса в pV и Ts координатах.
- 2. Устанавливается соотношение между основными параметрами состояния рабочего тела в начале и в конце процесса.
- 3. Определяется изменение внутренней энергии по формуле

$$\Delta u = u_2 - u_1 = \int_{t_1}^{t_2} c_v dt = c_v \Big|_0^{t_2} t_2 (4.1) \Big|_0^{t_1} t_1$$

- или при постоянной теплоемкости

$$u_2 - u_1 = c_v (t_2 - t_1)$$

- 4. Определяется работа изменения объема газа

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p dv = \int_{v_1}^{v_2} f(v) dv \quad .(4.3)$$

- 5. Находится удельное количество теплоты, участвующее в процессе

$$q_{1-2} = \int_{t_1}^{t_2} c_x dt = \overline{c_x} \Big|_0^{t_2} t_2 - \overline{c_x} \Big|_0^{t_1} t_1 \quad .$$

- 6. Находится изменение удельной энтропии по формулам

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1};$$

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1}.$$

- ассматриваемые процессы считаются обратимыми.

4.2. ИЗОХОРНЫЙ ПРОЦЕСС

- Изохорным называется процесс, проходящий при постоянном объеме. Кривая процесса называется изохорой (рис. 4.1, 4.2).
- Уравнение процесса $v = \text{const}$ или $dv = 0$.
- Соотношение параметров. Для процесса 1–2 запишем уравнение состояния газа в точках 1 и 2 $p_1 v_{1,2} = RT_1$, $p_2 v_{1,2} = RT_2$.
- Разделив первое уравнение на второе, получим известный закон Шарля
$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$$
, т.е. при изохорном процессе изменение абсолютных давлений прямо пропорционально изменению абсолютных температур.

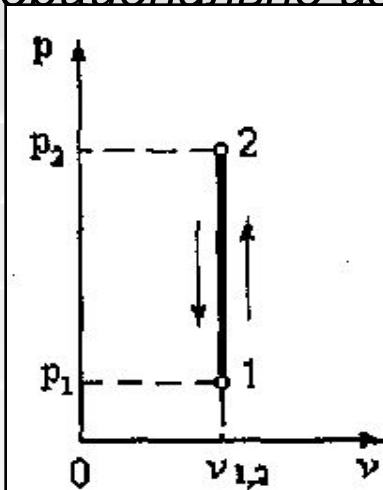


Рис. 4.1

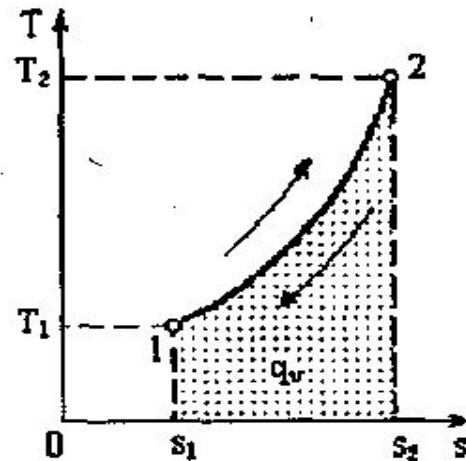


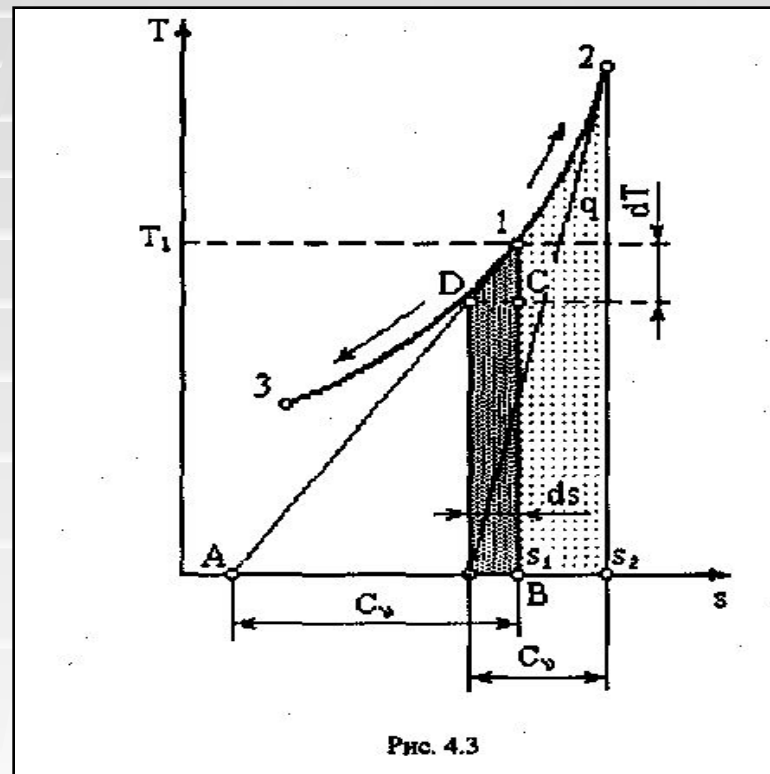
Рис. 4.2

- Изменение внутренней энергии. Для процесса 1–2 запишем уравнение первого закона термодинамики $dq_v = du_v + pdv$.

- Так как $dv=0$, то $dq_v = du_v = c_v dT$.

- Интегрируя последнее уравнение, получим

$$q_v = \int_{T_1}^{T_2} c_v dT = c_v (T_2 - T_1) = u_2 - u_1 \quad .(4.4)$$



- Работа изменения объема газа. Ввиду того, что $dv=0$, работа $dl=pdv=0$. То есть работа в изохорном процессе равна нулю, и вся теплота, подводимая (отводимая) к рабочему телу, идет на изменение внутренней энергии. Удельная располагаемая работа l_0 определяется по формуле

$$l_0 = - \int_{p_1}^{p_2} v dp = -v(p_2 - p_1) .$$

- Удельное количество теплоты определяется по формуле (4.4).

- 6. Изменение удельной энтропии найдем из уравнений первого и второго законов термодинамики. Запишем уравнение первого начала в виде

$$dq = c_v dT + p dv .$$

- Разделив обе части этого уравнения на T , получим

$$\frac{dq}{T} = c_v \frac{dT}{T} + \frac{p}{T} dv \quad .(4.5)$$

- Из уравнения состояния идеального газа следует, что

$$\frac{p}{T} = \frac{R}{v} \quad .(4.6)$$

- Подставляя (4.6) в (4.5), найдем

$$\frac{dq}{T} = c_v \frac{dT}{T} + \frac{R}{v} dv$$

■ Так как , $ds = dq/T$ то $ds = c_v \frac{dT}{T} + \frac{R}{v} dv$.

■ Интегрируя последнее соотношение, будем иметь

$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1} \quad .(4.7)$$

■ Так как в изохорном процессе $v_1 = v_2$, то $\ln v_2/v_1 = 0$.

Тогда
$$\Delta s = s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1}$$

■ Изображение термодинамического процесса в Ts координатах имеет ряд удобств. Как уже указывалось выше, площадью под кривой процесса определяется количество теплоты. Кроме того, используя кривую изохорного процесса в Ts координатах, можно определить значение истинной теплоемкости c_v .

4.3. ИЗОБАРНЫЙ ПРОЦЕСС

- Изобарными называются процессы, протекающие при постоянном давлении. Кривые процессов называются изобарами (рис. 4.4, 4.5).

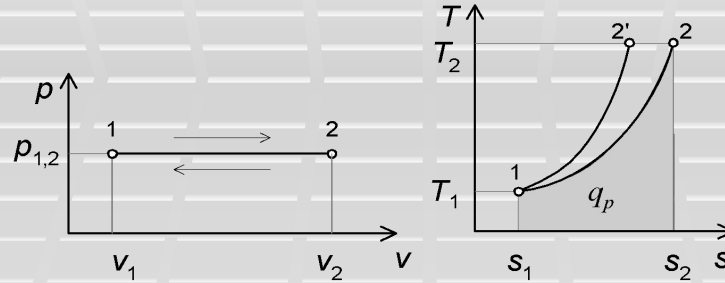


Рис. 4.4.

Рис. 4.5.

- 1. Уравнение процесса $p = \text{const}$ или $dp = 0$.
- 2. Соотношение параметров. Для процесса 1–2 запишем уравнение состояния в точках 1 и 2
$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{T_1}{T_2}$$
- Разделив первое уравнение на второе, получим известный закон Гей-Люссака

$$p_{1,2} v_1 = RT_1; \quad p_{1,2} v_2 = RT_2$$

- 3. Изменение внутренней энергии. Уравнение первого закона термодинамики для изобарного процесса имеет вид

$$dq_p = du + pdv \quad .(4.8)$$

- Таким образом, в изобарном процессе часть теплоты, подведенной к рабочему телу, расходуется на изменение внутренней энергии, а оставшаяся часть идет на совершение внешней работы. Для определения долей теплоты, затрачиваемой на изменение внутренней энергии и на совершение работы, разделим уравнение (4.8) на dq_p .

$$1 = \frac{du}{dq_p} + \frac{dl}{dq_p} \quad \text{Отсюда} \quad \frac{dl}{dq_p} = 1 - \frac{du}{dq_p} = 1 - \frac{c_v dT}{c_p dT} = 1 - \frac{c_v}{c_p} = 1 - \frac{1}{k}$$

- Если принять $k=1,4$, что соответствует двухатомным газам, то $\frac{dl}{dq_p} = 0,285$, а $\frac{du}{dq_p} = 0,715$.

- Следовательно, 28,5% всей подведенной к рабочему телу теплоты в изобарном процессе для двухатомного газа расходуется на совершение внешней работы, а 71,5% – на изменение внутренней энергии.

- Запишем уравнение первого закона термодинамики через энтальпию

$$dq = di - vdp$$

Так как $dp=0$, то

$$dq = di = c_p dT$$

.(4.9)

■ Или $q = i_2 - i_1 = c_p (T_2 - T_1)$ при $c_p = \text{const}$.

■ Следовательно, в изобарном процессе теплота, подведенная к рабочему телу, идет на увеличение энтальпии. Количество теплоты, подведенное к рабочему телу в изобарном процессе, измеряется площадью под кривой процесса (рис. 4.5).

■ 4. Работа в изобарном процессе будет $dl = p dv$, или $l = p \int_{v_1}^{v_2} dv = p(v_2 - v_1)$
Располагаемая работа $l_0 = -v dp = 0$, т.к. $dp = 0$.

■ 5. Удельное количество теплоты определяется по уравнениям (4.8), (4.9).

■ 6. Изменение удельной энтропии найдем из формулы (4.7), используя соотношение параметров изобарного процесса $v_2/v_1 = T_2/T_1$

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{T_2}{T_1} = (c_v + R) \ln \frac{T_2}{T_1}$$

■ Так как по уравнению Майера $c_v + R = c_p$, то

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1}$$

- Из уравнения Майера $R = c_p - c_v$ следует, что $c_p > c_v$.
- Поэтому изменение энтропии при изобарном процессе будет больше, чем при изохорном
$$(s_2 - s_1)_p > (s_2 - s_1)_v .$$

- Из сопоставления рис. (4.3) и (4.6) следует, что изобара 1–2 (рис. 4.5) при одинаковых температурах T_1 и T_2 , более пологая кривая, чем изохора 1 – 2'.

4.4. ИЗОТЕРМИЧЕСКИЙ ПРОЦЕСС

- Изотермическим называется процесс, протекающий при постоянной температуре. Кривая процесса называется изотермой (рис. 4.5, 4.6).

- 1. Уравнение процесса $T = \text{const}$ или $dT = 0$.

- 2. Соотношение параметров. Уравнение состояния идеального газа в точках 1 и 2 изотермического процесса будет

$$p_1 v_1 = RT_{1,2}; \quad p_2 v_2 = RT_{1,2}$$

- Поделив первое уравнение на второе, получим

$$\frac{p_1 v_1}{p_2 v_2} = 1 \quad , \text{или} \quad \frac{p_2}{p_1} = \frac{v_1}{v_2} \quad .(4.10)$$

- Отсюда получаем еще одно уравнение изотермического процесса

$$pv = \text{const} \quad .$$

- Из соотношения (4.10) следует, что объем газа изменяется обратно пропорционально его давлению (закон Бойля – Мариотта).

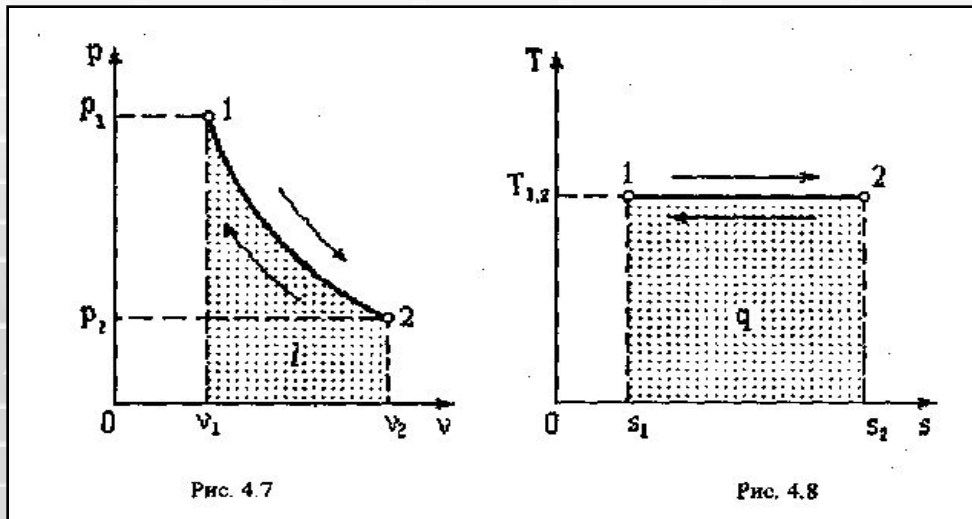


Рис. 4.7

Рис. 4.8

- 3. Изменение внутренней энергии. Запишем уравнение первого закона термодинамики в виде
$$dq = c_v dT + p dv$$

Так как $dT=0$, то
$$dq = p dv = dl \quad (4.11)$$

- Отсюда следует, что вся теплота, подведенная к рабочему телу в изотермическом процессе, идет на совершение работы. Изменение внутренней энергии
$$du = c_v dT = 0$$

4. Работа в изотермическом процессе находится по формуле (4.11). Интегрируя это соотношение, получим

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p dv$$

- Так как из уравнения состояния идеального газа $p = RT/v$, то

$$l = RT \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v} = RT(\ln v_2 - \ln v_1) = RT \ln \frac{v_2}{v_1} = p_1 v_1 \ln \frac{p_1}{p_2}$$

или

$$l = p_1 v_1 \ln \frac{v_2}{v_1} = p_2 v_2 \ln \frac{v_2}{v_1}$$

- Удельная располагаемая работа находится по формуле

$$l_0 = - \int_{p_1}^{p_2} v dp = - \int_{p_1}^{p_2} \frac{p_1 v_1}{p} dp = - p_1 v_1 \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p} = p_1 v_1 \ln \frac{p_1}{p_2}$$

- Таким образом, в изотермическом процессе идеального газа работа изменения объема l , располагаемая работа l_0 и удельное количество теплоты равны между собой $l = l_0 = q$.

- Теплоемкость в изотермическом процессе $c_T = \frac{dq}{dT} \rightarrow \pm\infty$,

так как $dT=0$. Отсюда следует, что теплоемкость в изотермическом процессе не может быть определена.

- 5. Удельное количество теплоты, участвующее в изотермическом процессе, будет $dq = Tds$. Интегрируя, получим

$$q = T(s_2 - s_1) \quad .$$

- 6. Изменение удельной энтропии в изотермическом процессе определяется отношением $ds = dq/T$.

- Отсюда $ds = (1/T)pdv$,

$$dq = Tds = pdv \quad .$$

- Интегрируя, получим

$$s_2 - s_1 = \frac{1}{T} \int_{v_1}^{v_2} pdv = \int_{v_1}^{v_2} \frac{R}{v} dv = R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

4.5. АДИАБАТНЫЙ ПРОЦЕСС

- Адиабатным называется процесс, протекающий без теплообмена с окружающей средой. Кривая этого процесса называется адиабатой

(рис. 4.7, 4.8).

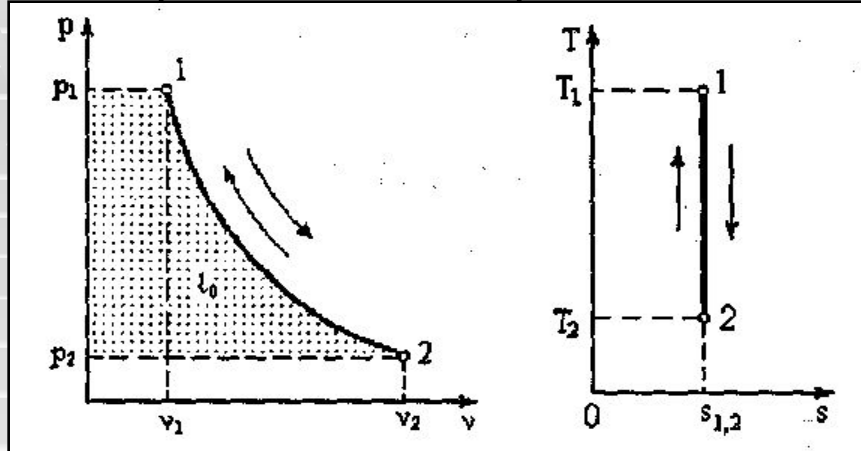


Рис. 4.7.

Рис. 4.8.

- 1. Уравнение адиабатного процесса $dq=0$ и, следовательно,

$$ds = \frac{dq}{T} = 0 \quad .$$

- 2. Соотношение параметров. Из уравнений первого закона термодинамики при $dq=0$ имеем

$$c_p dT - v dp = 0 \quad \text{и} \quad c_v dT + p dv = 0 \quad .$$

- Разделив первое уравнение на второе, получим $\frac{c_p dT}{c_v dT} = -\frac{v dp}{p dv}$,
или $k \frac{dv}{v} = -\frac{dp}{p}$. (4.12)

- Интегрируя последнее уравнение при $k = \text{const}$, $c_p = \text{const}$ и $c_v = \text{const}$, будем иметь $k \ln v + \ln p = \text{const}$

Отсюда $p v^k = \text{const}$.

- Последнее соотношение является еще одним уравнением адиабатного процесса.
- 3. Изменение внутренней энергии и работа в адиабатном процессе определяются из уравнения первого закона термодинамики при $dq = 0$
 $du = -dl = c_v dT$.

- Интегрируя, получим $u_1 - u_2 = l = c_v (T_1 - T_2)$

- Таким образом, в адиабатном процессе работа совершается за счет убыли внутренней энергии.

- Работа в адиабатном процессе может также определяться по следующей формуле
 $l = \frac{R}{k-1} (T_1 - T_2)$, где $\frac{R}{k-1} = c_v$

■ Так как из уравнения состояния $T_1 = p_1 v_1 / R$, $T_2 = p_2 v_2 / R$, то формула для работы примет вид $l = \frac{1}{k-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2)$.

■ Вынося за скобки, получим $l = \frac{p_1 v_1}{k-1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right)$

■ Учитывая, что $T_2/T_1 = (v_1/v_2)^{k-1}$ и $T_2/T_1 = (p_2/p_1)^{(k-1)/k}$,

■ получим $l = \frac{p_1 v_1}{k-1} \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} \right]$; $l = \frac{p_1 v_1}{k-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{(k-1)/k} \right]$

■ Располагаемая работа находится по формуле $l_0 = - \int_{p_1}^{p_2} v dp$.

■ При обратимом адиабатном процессе располагаемая работа будет в k раз больше удельной работы расширения газа и противоположна ей по знаку. Для доказательства преобразуем соотношение (4.12) к виду $-v dp = k p dv$.

■ Отсюда $dl_0 = k dl$ или $l_0 = kl$ (4.12a)

- 4. Изменение энтропии в адиабатном процессе $ds=0$. Отсюда . То есть, обратимый адиабатный процесс одновременно является изоэнтропным (при постоянной энтропии).

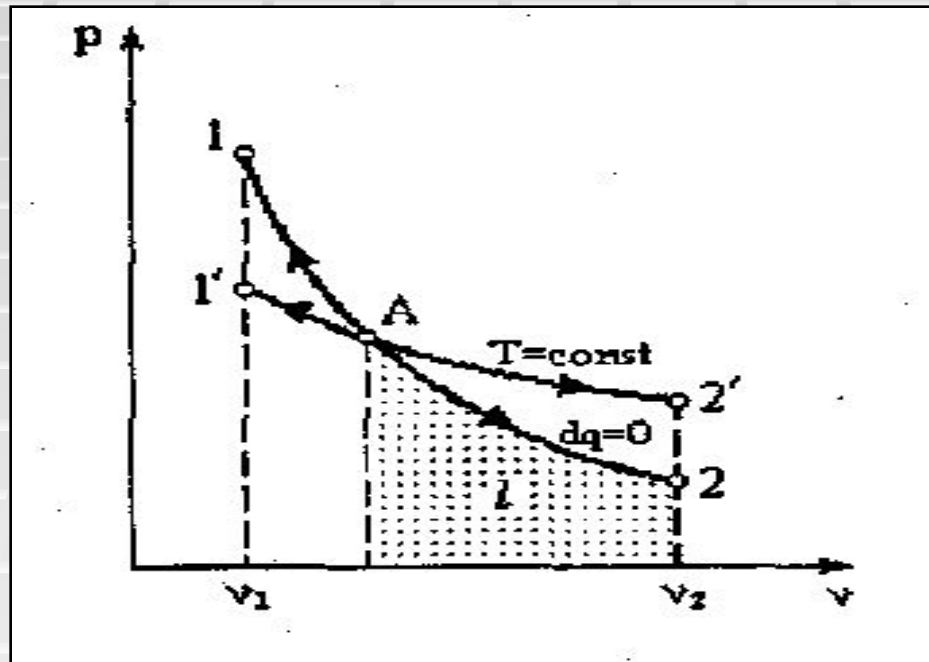


Рис. 4.9.

4.6. ПОЛИТРОПНЫЙ ПРОЦЕСС

- Политропным называется процесс, в котором удельная теплоемкость остается постоянной величиной, а линию процесса называют политропой. Политропы – это кривые, описывающие газовые процессы, в которых происходит изменение всех термодинамических параметров.
- 1. Уравнение политропного процесса. Удельное количество теплоты, участвующее в политропном процессе, определяется по формуле (4.13) $q = c(T_2 - T_1)$ и $dq = cdT$
- где c – теплоемкость политропного процесса.
- Подставляя (4.13) в уравнения первого закона термодинамики (2.2) и (2.7), получим $dq = cdT = c_v dT + pdv$;
 $dq = cdT = c_p dT - vdp$.

- Разделим второе уравнение на первое $\frac{c - c_p}{c - c_v} = -\frac{vdp}{pdv}$.

- Обозначая $\frac{c - c_p}{c - c_v} = n$, получим $\frac{ndv}{v} = -\frac{dp}{p}$.

- После интегрирования найдем $n \ln v + \ln p = \text{const}$ или $pv^n = \text{const}$.(4.14)
- Полученное уравнение является уравнением политропного процесса, где n показатель политропы.
- Показатель политропы n изменяется в пределах от $-\infty$ до $+\infty$. В частных случаях, когда n принимает определенные значения, политропный процесс может переходить в любой из рассмотренных выше процессов. Например—при $n=\pm\infty$ из уравнения (4.14), записанного в виде $p^{1/n} v = \text{const}$, следует, что $v=\text{const}$, т.е. получаем изохорный процесс. При $n=0$ согласно (4.14) получим изобарный процесс; $n=1$ – изотермический и при $n=k$ – адиабатный.
- Таким образом, политропный процесс является обобщающим для всех рассмотренных выше процессов.
- 2. Соотношение параметров. Так как уравнение политропы аналогично уравнению адиабаты, то, заменив показатель адиабаты показателем политропы, можно записать следующие уравнения, связывающие основные термодинамические параметры

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^n ;$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} ;$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} .$$

- 3. Работа в политропном процессе. По аналогии с выражениями для работы в адиабатном процессе, заменяя k на n , получим следующие выражения для определения работы в политропном процессе

$$l = \frac{R}{n-1} (T_1 - T_2);$$

$$l = \frac{1}{n-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2);$$

$$l = \frac{p_1 v_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right];$$

$$l = \frac{p_1 v_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right].$$

- Аналогично, располагаемая работа будет $l_o = nl$.(4.14a)
- Таким образом, располагаемая работа в политропном процессе в n раз больше работы расширения.
- Теплоемкость в политропном процессе определяется по формуле

$$c = c_v \frac{n - k}{n - 1} \quad .(4.15)$$

- 4. Изменение энтропии в политропном процессе определяется по формулам

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1};$$

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1};$$

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{p_2}{p_1} + c_p \ln \frac{v_2}{v_1}.$$

- Подставляя значение теплоемкости из (4.15) в соотношение

$$ds = \frac{dq}{T} = c \frac{dT}{T}, \text{ получим } ds = c_v \frac{n-k}{n-1} \frac{dT}{T}.$$

- После интегрирования находим $\Delta s = s_2 - s_1 = c_v \frac{n-k}{n-1} \ln \frac{T_2}{T_1}$.

- Учитывая уравнение (4.14) и соотношение

$$\frac{c - c_p}{c - c_v} = n, \text{ получим } s_2 - s_1 = c_v (n-k) \ln \frac{v_1}{v_2},$$

- или $s_2 - s_1 = c_p \frac{(n-k)}{n} \ln \frac{p_2}{p_1}$.