

# **Физика**

## **Электростатика (продолжение)**

## 10.8. Типы диэлектриков. Поляризация диэлектриков.

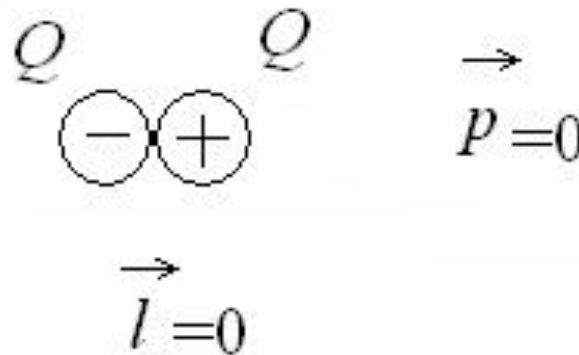
**Диэлектриком** называется вещество, не проводящее электрический ток. Основное свойство диэлектрика – способность поляризоваться во внешнем электрическом поле.

В зависимости от вида молекул диэлектрики делятся на три группы.

**Первую группу диэлектриков** составляют вещества, молекулы которых симметричны ( $\text{H}_2$ ,  $\text{O}_2$ ,  $\text{CO}_2$ ).

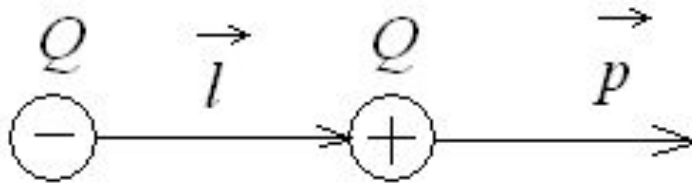
Центры положительных и отрицательных зарядов в отсутствие внешнего электрического поля совпадают и дипольный момент молекулы  $\vec{p}$  равен нулю. Молекулы таких диэлектриков называются неполярными.

$$\vec{p} = |Q| \cdot l$$



Вторую группу диэлектриков составляют вещества, молекулы которых имеют асимметричное строение ( $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{CO}$ ,...).

Центры «тяжести» положительных и отрицательных зарядов не совпадают.

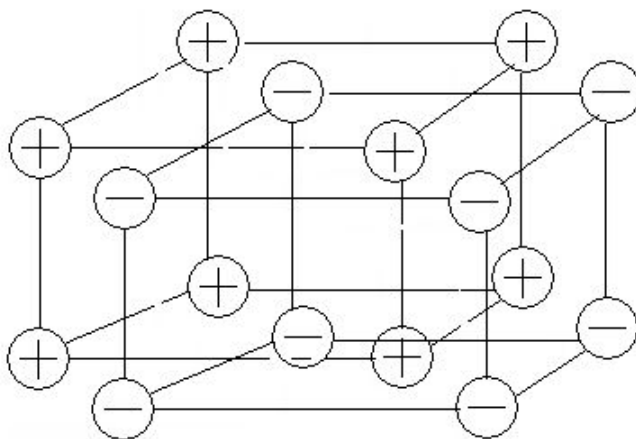


$$\vec{p} = |Q| \cdot l.$$

Молекулы таких диэлектриков в отсутствие внешнего электрического поля обладают дипольным моментом. Они называются полярными.

При отсутствии внешнего поля суммарный дипольный момент равен нулю. Под действием внешнего поля молекулы ориентируются одинаково, и в результате возникает результирующий момент.

***Третью группу диэлектриков*** составляют вещества, молекулы которых имеют ионное строение (NaCl, KCl ...). Ионные кристаллы представляют собой пространственные решетки с правильным чередованием ионов разных знаков.



Ионные кристаллы можно рассматривать, как совокупность двух подрешеток, который под действием внешнего поля сдвигаются, образуя дипольные моменты.

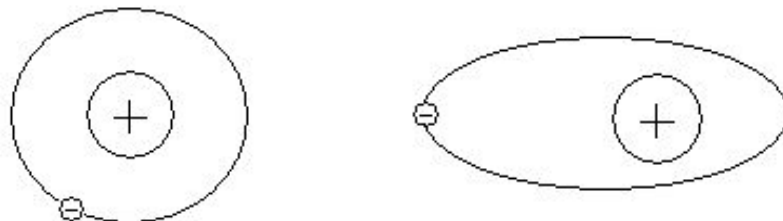
У всех трех видов диэлектриков под действием внешнего поля появляется дипольный (электрический) момент. Это явление называется поляризацией.

**Поляризацией диэлектрика** называется процесс ориентации диполей или появления под воздействием внешнего электрического поля ориентированных по полю диполей.

Соответственно трем группам диэлектриков различают три вида поляризации:

### **1. Электронная, или деформационная поляризация.**

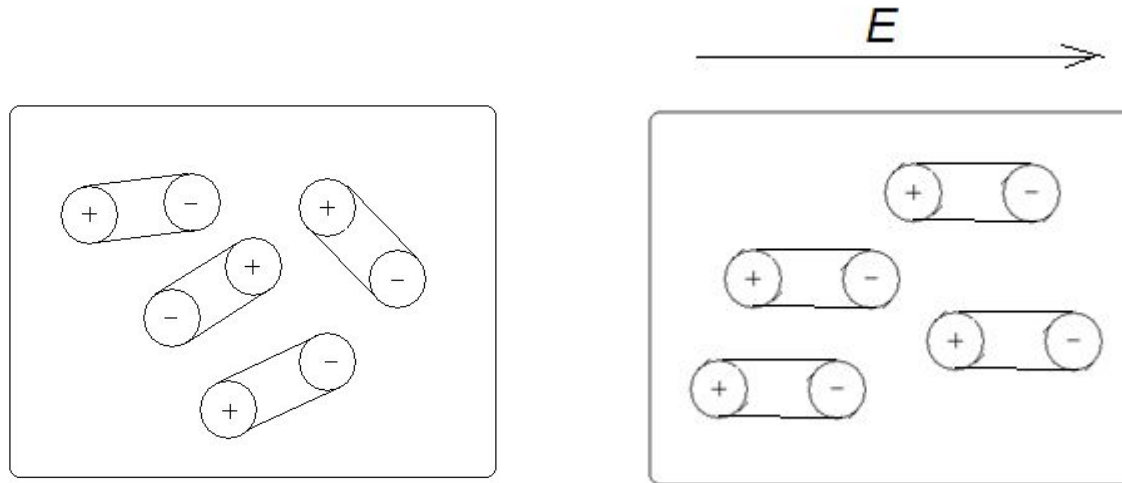
Она заключается в возникновении у атомов дипольного момента за счет деформации электронных орбит.



Электроны деформированных оболочек образуют с положительными зарядами ядер атомов пару взаимно связанных зарядов, которые называются упругими диполями.

## 2. Ориентационная, или дипольная, поляризация диэлектрика с полярными молекулами.

Она заключается в ориентации имеющихся дипольных моментов молекул по полю.



## 3. Ионная поляризация диэлектриков с ионными кристаллическими решетками, заключающаяся в смещении подрешетки положительных ионов вдоль поля, а отрицательных — против поля, приводящем к возникновению дипольных моментов.

## Поляризованность и напряженность поля в диэлектрике

При помещении диэлектрика во внешнее электрическое поле он поляризуется, т. е. приобретает отличный от нуля дипольный момент:

$$p_v = \sum_i p_i.$$

Для количественного описания поляризации диэлектрика пользуются векторной величиной — поляризованностью.

**Поляризованность** – дипольный момент единицы объема диэлектрика.

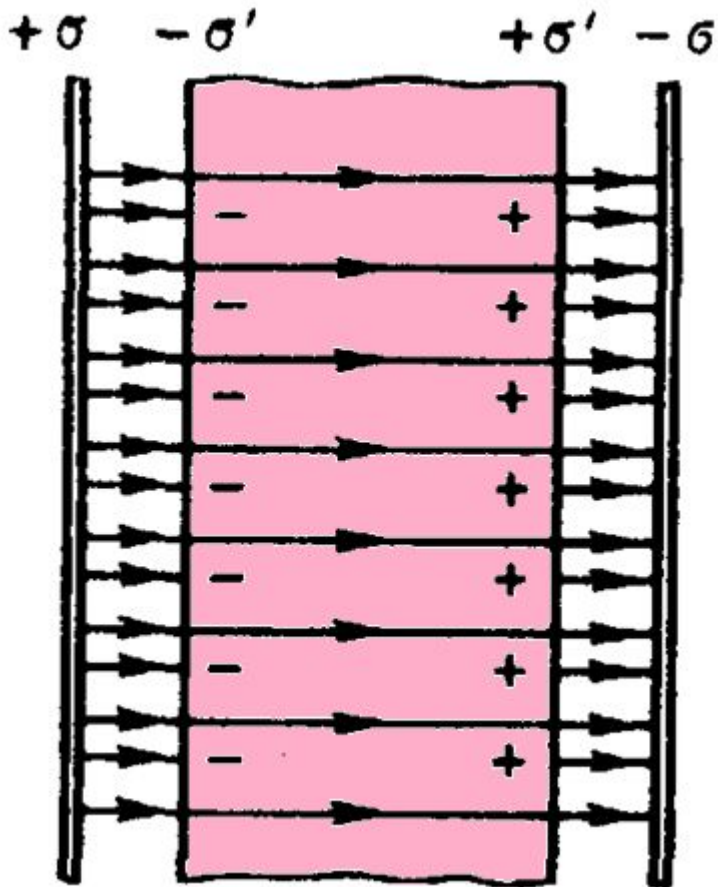
$$P = \frac{p_v}{V} = \sum_i \frac{p_i}{V}.$$

Поляризованность  $P$  линейно зависит от напряженности поля  $E$ :

$$P = \chi \varepsilon_0 E.$$

$\chi$  — диэлектрическая восприимчивость вещества, характеризующая свойства диэлектрика.

## Диэлектрическая проницаемость



Пластина из однородного диэлектрика помещена в однородное внешнее электрическое поле  $E_0$ .

Под действием поля диэлектрик поляризуется, т. е. происходит смещение зарядов: положительные смещаются по полю, отрицательные — против поля.

Заряды  $+\sigma'$  и  $-\sigma'$  называются связанными зарядами, появляющиеся в результате поляризации диэлектрика.

Связанные заряды вызывают появление электрического поля  $E'$ , которое направлено против внешнего поля  $E_0$ .



$$E = E_0 - E' = E_0 - \frac{\sigma'}{\epsilon_0},$$

$$E' = \frac{\sigma'}{\epsilon_0} \quad \text{- поле, созданное двумя бесконечными заряженными плоскостями.}$$

Определим поверхностную плотность связанных зарядов  $\sigma'$ .  
Полный дипольный момент пластинки диэлектрика:

$$p_V = PV = PSd.$$

С другой стороны:  $Q' = \sigma'S, \quad p_V = \sigma'Sd.$

Приравняем и получим:  $PSd = \sigma'Sd,$

$$\sigma' = P$$

- поверхностная плотность связанных зарядов  $\sigma'$  равна поляризованности  $P$ .

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 - \chi \mathbf{E},$$

откуда напряженность результирующего поля внутри диэлектрика равна:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{E}_0}{1 + \chi} = \frac{\mathbf{E}_0}{\varepsilon}.$$

Безразмерная величина  $\varepsilon = 1 + \chi$ .

называется диэлектрической проницаемостью среды.

$\varepsilon$  показывает, во сколько раз поле ослабляется диэлектриком, и характеризует количественно свойство диэлектрика поляризоваться в электрическом поле.

## 10.9. Электрическое смещение. Теореме Гаусса для электростатического поля в диэлектрике

Вектор напряженности  $E$ , переходя через границу диэлектриков, претерпевает скачкообразное изменение. Поэтому необходимо характеризовать поле еще вектором электрического смещения:

$$D = \varepsilon_0 \varepsilon E.$$

Вектор электрического смещения можно записать еще как:

$$D = \varepsilon_0 E + P.$$

Единица электрического смещения — кулон на метр в квадрате (Кл/м<sup>2</sup>).

Вектором  $D$  описывается электростатическое поле, создаваемое *свободными зарядами*.

Для произвольной *замкнутой* поверхности  $S$  поток вектора  $D$  сквозь эту поверхность определяется выражением:

$$\Phi_D = \oint_S D \, dS = \oint_S D_n \, dS,$$

$D_n$  — проекция вектора  $D$  на нормаль  $n$  к площадке  $dS$ .

**Теорема Гаусса** для электростатического поля в диэлектрике:

$$\oint_S D \, dS = \oint_S D_n \, dS = \sum_{i=1}^n Q_i,$$

- «поток вектора смещения электростатического поля в диэлектрике сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности *свободных* электрических зарядов».

Для вакуума:  $D_n = \varepsilon_0 E_n$ ,

тогда поток вектора напряженности  $E$  сквозь произвольную замкнутую поверхность равен:

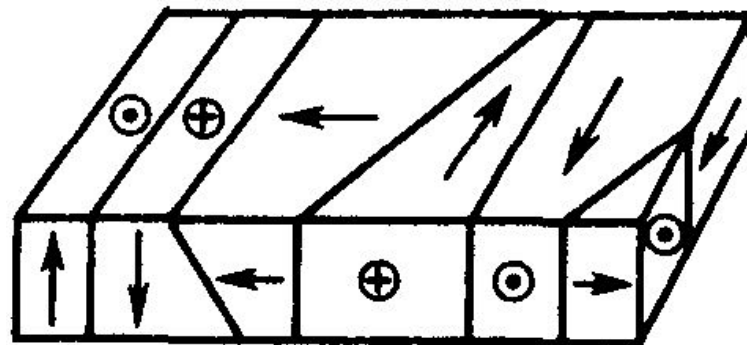
$$\oint_S \varepsilon_0 E_n dS = \sum_{i=1}^n Q_i.$$

- теорема Гаусса для вакуума.

## 10.10. Сегнетоэлектрики и пьезоэлектрики

**Сегнетоэлектрики** — диэлектрики, обладающие в определенном интервале температур спонтанной (самопроизвольной) поляризованностью.

При отсутствии внешнего электрического поля сегнетоэлектрик представляет собой совокупность доменов — областей с различными направлениями поляризованности.



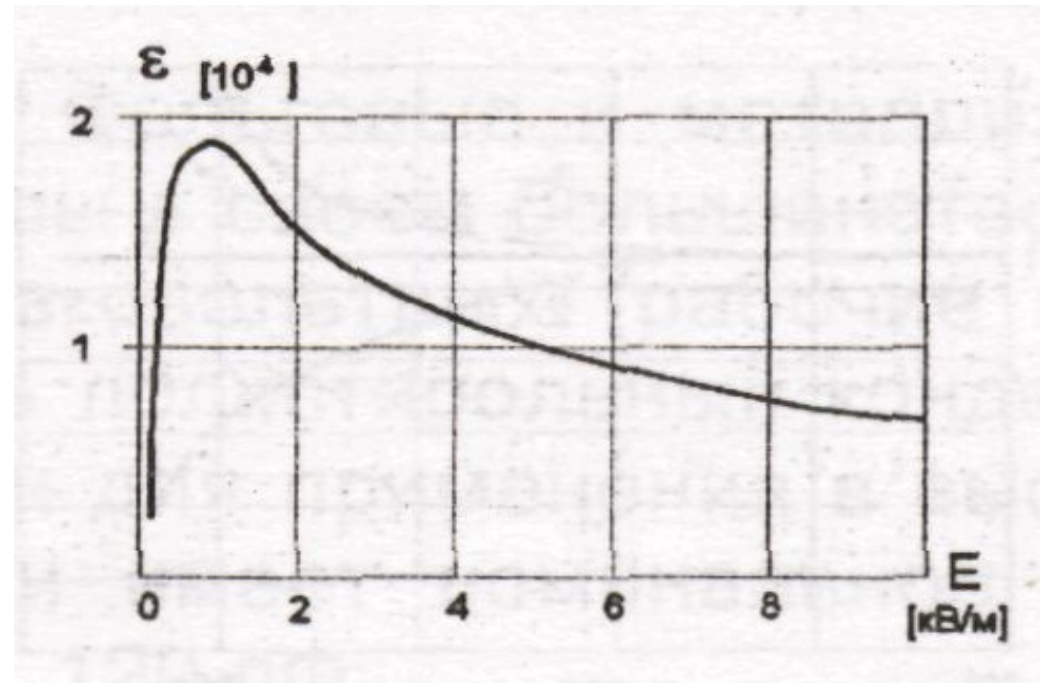
Суммарный дипольный момент диэлектрика равен нулю.

При внесении сегнетоэлектрика во внешнее поле происходит переориентация дипольных моментов доменов по полю

## Особенности сегнетоэлектриков

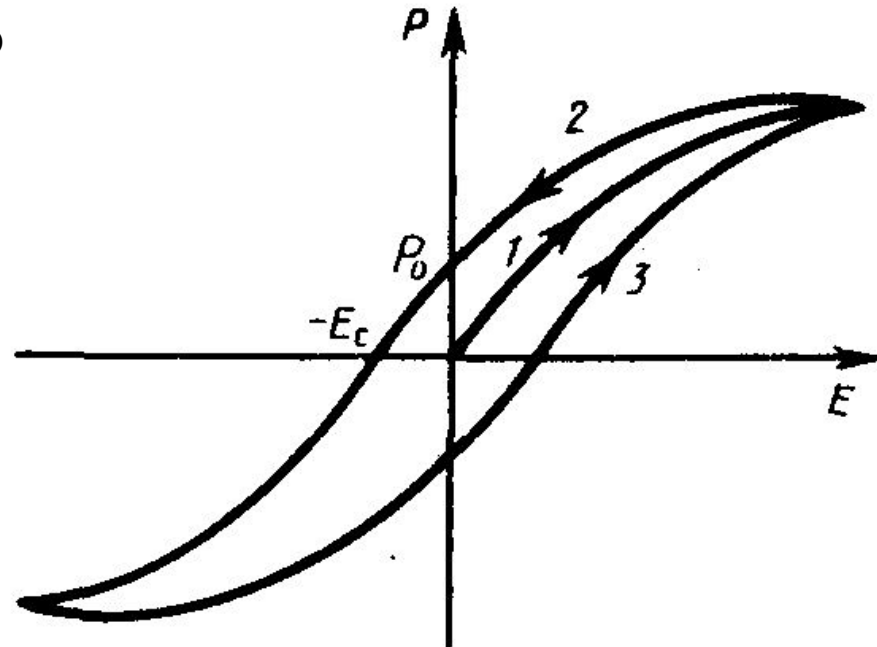
1. Смещение доменных границ под действием даже небольшого электрического поля определяет высокие значения диэлектрической проницаемости сегнетоэлектриков

Диэлектрическая проницаемость зависит от температуры и напряженности электрического поля.



2. При доменной поляризации наблюдается явление гистерезиса. Это явление определяет большие потери энергии.

Явление диэлектрического гистерезиса:



$P_0$  - остаточная поляризованность.

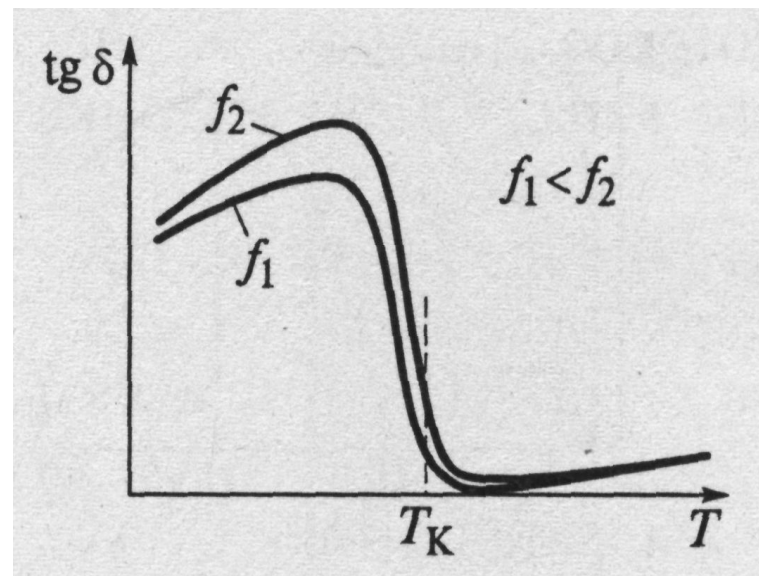
$E_c$  - коэрцитивная сила.



3. Сегнетоэлектрические свойства сильно зависят от температуры.

Для каждого сегнетоэлектрика имеется определенная температура, выше которой его необычные свойства исчезают и он становится обычным диэлектриком. Эта температура называется точкой Кюри.

Потери на гистерезис, как и доменная поляризация, существуют лишь до точки Кюри. При нагревании выше этой температуры доменная структура исчезает и наблюдается резкое снижение  $\text{tg}\delta$ .



## Пьезоэлектрики

К пьезоэлектрическим материалам относятся кристаллические и поликристаллические вещества с ярко выраженным пьезоэфффе́ктом.

**Пьезоэфффе́кт** заключается в появлении электрических зарядов разного знака на противоположных гранях кристаллов при их механической деформации (сжатии, растяжении, изгибе, кручении) вследствие поляризации.

**Обратный пьезоэфффе́кт** состоит в том, что приложение к пластине постоянного напряжения вызывает в ней деформацию.

Пьезоэлектрики называют активными диэлектриками и применяют в датчиках давления и смещения.



## Принцип действия

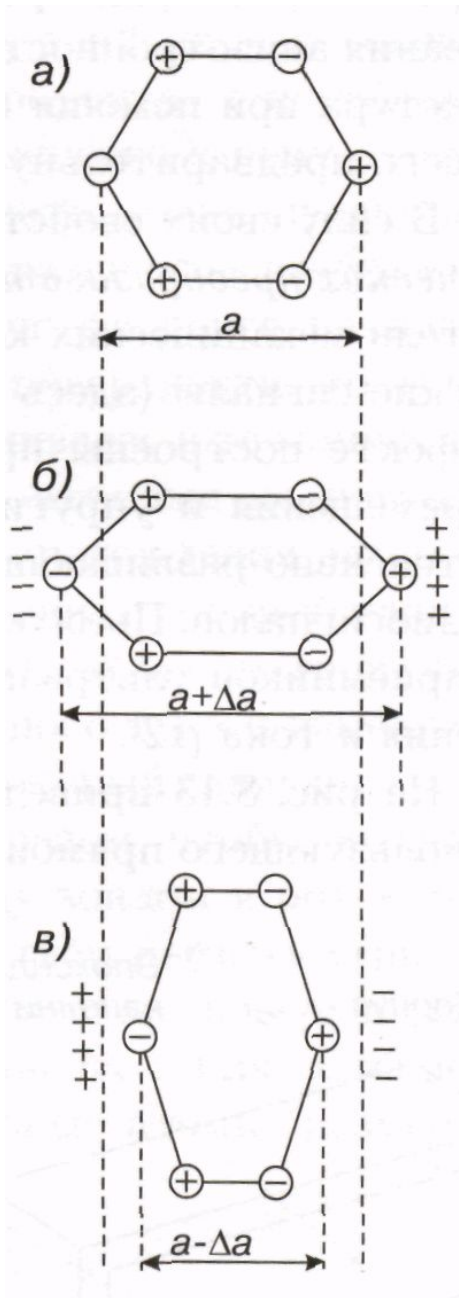
Гексагональная элементарная ячейка содержит чередующиеся положительные и отрицательные ионы.

При отсутствии внешних механических напряжений дипольный момент ячейки равен нулю.

Если под действием таких напряжений ячейка растянется или сожмется, то возникает дипольный момент:

$$P = \pm q \cdot \Delta a.$$

Растяжение или сжатие приводит к тому, что на двух противоположных гранях кристалла возникают электрические заряды.



## 10.11. Электрическая емкость уединенного проводника. Конденсаторы.

Рассмотрим уединенный проводник, т. е. проводник, который удален от других проводников, тел и зарядов. Его потенциал прямо пропорционален заряду проводника.

Из опыта следует, что разные проводники, будучи одинаково заряженными, имеют различные потенциалы. Поэтому для уединенного проводника можно записать:

$$Q = C \varphi.$$

Величина  $C = \frac{Q}{\varphi}$  называется емкостью уединенного проводника.

Емкость уединенного проводника определяется зарядом, сообщением которого проводнику изменяет его потенциал на единицу.

Единица емкости — фарад (Ф): 1 Ф — емкость такого уединенного проводника, потенциал которого изменяется на 1 В при сообщении ему заряда 1 Кл.

Потенциал уединенного шара радиуса  $R$ , находящегося в однородной среде с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ , равен:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\epsilon R}.$$

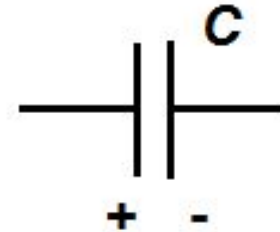
Емкость шара:  $C = 4\pi\epsilon_0 \epsilon R.$

Отсюда следует, что емкостью 1 Ф обладал бы уединенный шар, находящийся в вакууме и имеющий радиус  $R = C / (4\pi\epsilon_0) \approx 9 \cdot 10^6$  км, что примерно в 1400 раз больше радиуса Земли.

# Конденсаторы

**Конденсаторы** – это устройства, обладающие способностью при малых размерах и небольших относительно окружающих тел потенциалах накапливать значительные по величине заряды.

Конденсатор состоит из двух проводников, разделенных диэлектриком:



Конденсаторы бывают:

- 1) плоские - две плоские пластины;
- 2) цилиндрические - два коаксиальных цилиндра;
- 3) Сферические - две концентрические сферы.

Под емкостью конденсатора понимается физическая величина, равная отношению заряда  $Q$ , накопленного в конденсаторе, к разности потенциалов ( $\varphi_1 - \varphi_2$ ) между его обкладками:

$$C = \frac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2}.$$

1. Рассчитаем емкость плоского конденсатора, состоящего из двух параллельных металлических пластин площадью  $S$  каждая, расположенных на расстоянии  $d$  друг от друга и имеющих заряды  $+Q$  и  $-Q$ .

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma d}{\epsilon_0 \epsilon},$$

Заменив  $Q = \sigma S$ , получим выражение для емкости плоского конденсатора:

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d},$$

2. Определим емкость цилиндрического конденсатора, состоящего из двух полых коаксиальных цилиндров с радиусами  $r_1$  и  $r_2$  ( $r_2 > r_1$ ), вставленных один в другой.

Разность потенциалов между обкладками для поля равномерно заряженного бесконечного цилиндра с линейной плотностью  $\tau = Q/l$  ( $l$ —длина обкладок) :

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon} \ln \frac{r_2}{r_1} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0\epsilon l} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Емкость цилиндрического конденсатора:

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon l}{\ln \frac{r_2}{r_1}}.$$



3. Определим емкость сферического конденсатора, состоящего из двух concentric обкладок, разделенных сферическим слоем диэлектрика.

Разность потенциалов между двумя точками, лежащими на расстояниях  $r_1$  и  $r_2$  ( $r_2 > r_1$ ) от центра заряженной сферической поверхности:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Емкость сферического конденсатора:

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}.$$

Емкость конденсатора любой формы прямо пропорциональна диэлектрической проницаемости диэлектрика, заполняющего пространство между обкладками.

## Соединения конденсаторов

### Параллельное соединение конденсаторов

У параллельно соединенных конденсаторов разность потенциалов на обкладках конденсаторов одинакова и равна  $\phi_A - \phi_B$ .

Если емкости отдельных конденсаторов  $C_1, C_2, \dots, C_n$ , то их заряды равны:

$$Q_1 = C_1(\phi_A - \phi_B),$$

...

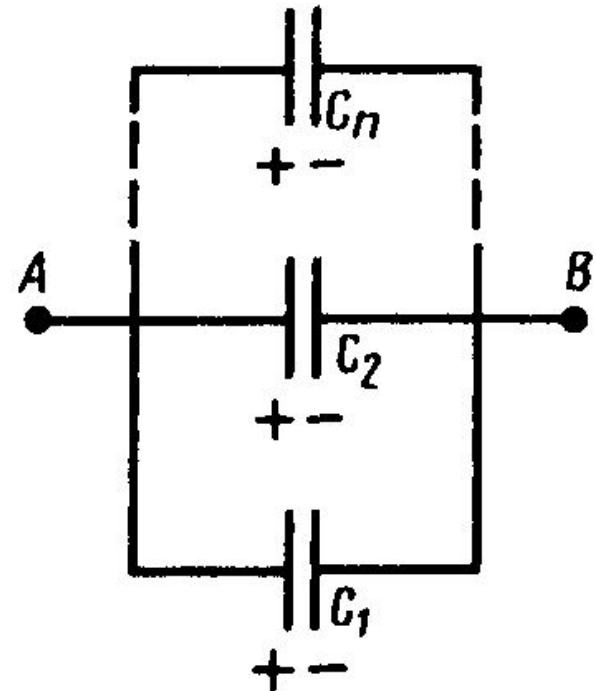
$$Q_n = C_n(\phi_A - \phi_B).$$

а заряд батареи конденсаторов:

$$Q = \sum_{i=1}^n Q_i = (C_1 + \dots + C_n)(\phi_A - \phi_B).$$

Полная емкость батареи:

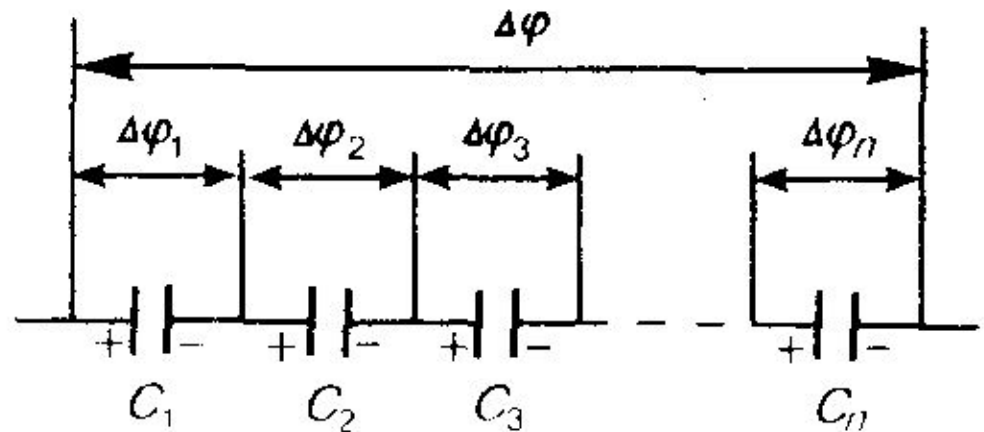
$$C = \frac{Q}{\phi_A - \phi_B} = C_1 + \dots + C_n = \sum_{i=1}^n C_i.$$



## Последовательное соединение конденсаторов.

У последовательно соединенных конденсаторов заряды всех обкладок равны по модулю, а разность потенциалов на зажимах батареи:

$$\Delta\varphi = \sum_{i=1}^n \Delta\varphi_i,$$



Для любого из рассматриваемых конденсаторов  $\Delta\varphi_i = Q/C_i$ .

$$\Delta\varphi = \frac{Q}{C} = Q \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i},$$

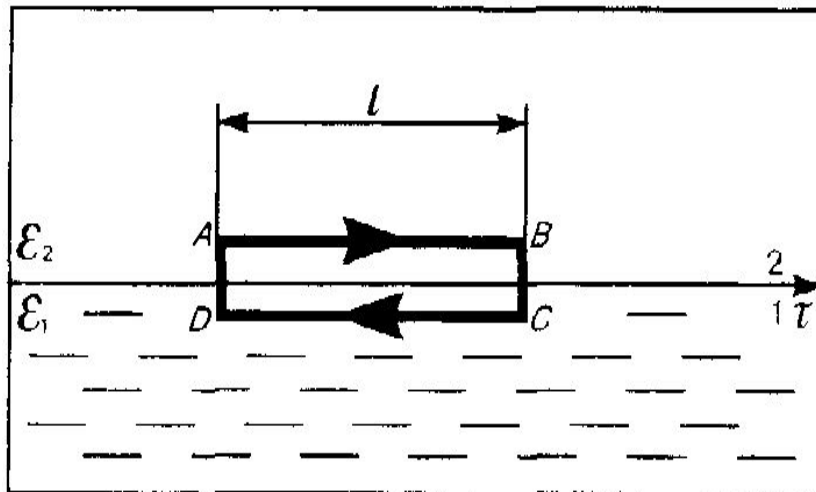
т. е. при последовательном соединении конденсаторов суммируются величины, обратные емкостям.

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}.$$

## 10.12. Условия на границе раздела двух диэлектрических сред

Рассмотрим связь между векторами  $E$  и  $D$  на границе раздела двух однородных изотропных диэлектриков.

Диэлектрические проницаемости сред  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$ .



Построим вблизи границы раздела диэлектриков 1 и 2 небольшой замкнутый прямоугольный контур  $ABCD$  длины  $l$ .

Циркуляция вектора  $E$ :

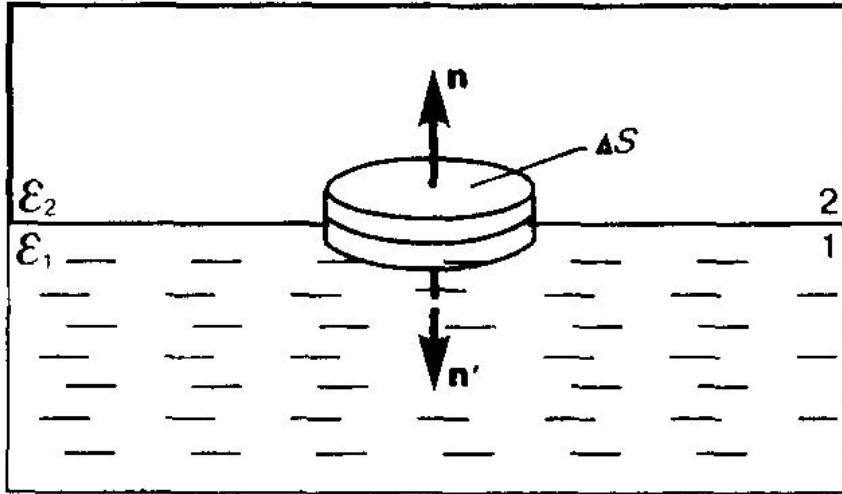
$$\oint_{ABCD} E dl = 0,$$

Тогда:  $E_{\tau_1} I - E_{\tau_2} I = 0.$

Значит:  $E_{\tau_1} = E_{\tau_2}.$

Заменяя, согласно проекции вектора  $E$  проекциями вектора  $D$ , деленными на  $\varepsilon_0 \varepsilon$ , получим:

$$\frac{D_{\tau_1}}{D_{\tau_2}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}.$$



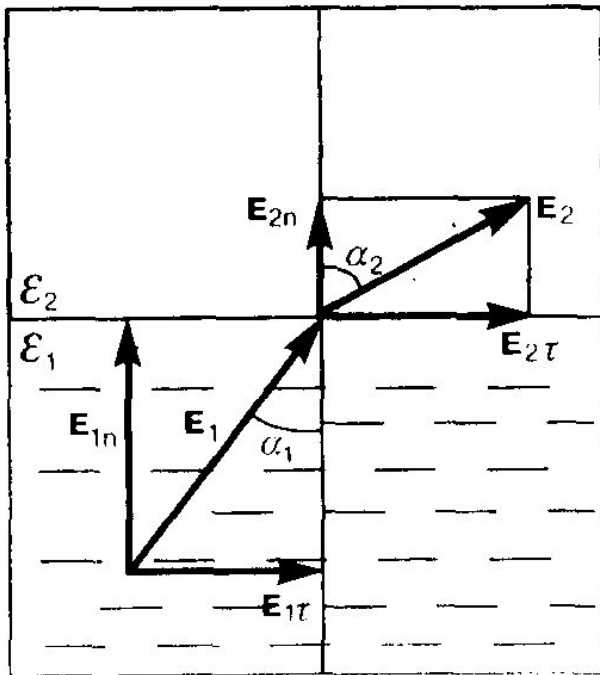
На границе раздела двух диэлектриков построим прямой цилиндр ничтожно малой высоты, одно основание которого находится в первом диэлектрике, другое — во втором.

Основания  $\Delta S$  настолько малы, что в пределах каждого из них вектор  $\mathbf{D}$  одинаков.

Согласно теореме Гаусса:

$$D_{n2}\Delta S - D_{n1}\Delta S = 0.$$

Значит: 
$$D_{n1} = D_{n2}.$$



Заменяя проекции вектора  $D$  проекциями вектора  $E$ , умноженными на  $\epsilon_0 \epsilon$ , получим:

$$\frac{E_{n1}}{E_{n2}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}.$$

### Выводы:

1. При переходе через границу раздела двух диэлектрических сред тангенциальная составляющая вектора  $E$  ( $E_\tau$ ) и нормальная составляющая вектора  $D$  ( $D_n$ ) изменяются непрерывно.
2. При переходе через границу нормальная составляющая вектора  $E$  ( $E_n$ ) и тангенциальная составляющая вектора  $D$  ( $D_\tau$ ) претерпевают скачок.
3. При переходе через границу вектора  $E$  и  $D$  преломляются.

Найдем связь между углами  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ .

Разложим векторы  $E_1$  и  $E_2$  у границы раздела на тангенциальные и нормальные составляющие.

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_2}{\operatorname{tg}\alpha_1} = \frac{E_{\tau 2} / E_{n 2}}{E_{\tau 1} / E_{n 1}}.$$

**Закон преломления линий** напряженности  $E$  и линий смещения  $D$  :

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_2}{\operatorname{tg}\alpha_1} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}.$$

Эта формула показывает, что, входя в диэлектрик с большей диэлектрической проницаемостью, линии  $E$  и  $D$  удаляются от нормали.



## 10.13. Проводники в электростатическом поле

Если проводник поместить в электростатическое поле, то это поле будет действовать на заряды проводника, в результате чего они начнут перемещаться.

Заряды будут перемещаться до тех пор, пока не установится равновесное распределение зарядов, при котором электростатическое поле внутри проводника обращается в нуль.

Тогда напряженность поля во всех точках внутри проводника будет равна нулю:

$$E = 0.$$

Отсутствие поля внутри проводника означает, что потенциал во всех точках внутри проводника постоянен ( $\phi = \text{const}$ ), т. е. поверхность проводника в электростатическом поле является *эквипотенциальной*.

Заряд  $Q$ , находящийся внутри проводника в некотором объеме, ограниченном произвольной замкнутой поверхностью, равен:

$$Q = \oint_S D \, dS = \oint_S D_n \, dS = 0.$$

так как во всех точках внутри поверхности  $D=0$ .

Согласно теореме Гаусса, этот поток ( $D\Delta S$ ) равен сумме зарядов ( $Q=\sigma\Delta S$ ), охватываемых поверхностью:  $D\Delta S=\sigma\Delta S$  т.е.

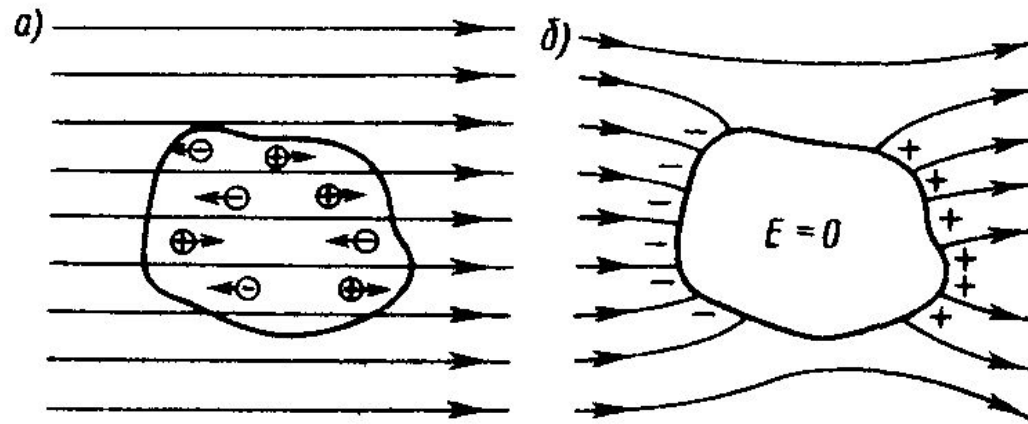
$$D = \sigma.$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon}.$$

$\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость среды, окружающей проводник.

Если во внешнее электростатическое поле внести нейтральный проводник, то свободные заряды будут перемещаться: положительные — по полю, отрицательные — против поля.

На одном конце проводника будет скапливаться избыток положительного заряда, на другом — избыток отрицательного. Эти заряды называются *индуцированными*.



Процесс будет происходить до тех пор, пока напряженность поля внутри проводника не станет равной нулю, а линии напряженности вне проводника — перпендикулярными его поверхности.

Индукцированные заряды распределяются на внешней поверхности проводника.

Явление перераспределения поверхностных зарядов на проводнике во внешнем электростатическом поле называется ***электростатической индукцией***.

Индукцированные заряды появляются на проводнике вследствие ***смещения*** их под действием поля, т. е.  $\sigma$  является поверхностной плотностью смещенных зарядов.

Электрическое смещение  $D$  вблизи проводника численно равно поверхностной плотности смещенных зарядов. Поэтому вектор  $D$  получил название ***вектора электрического смещения***.