

Управление колебаниями системы маятник-тележка с приводом методом скоростного биградиента

доцент каф. ЭИУЗ-КФ КФ МГТУ им. Баумана Ю.И. Мышляев

ассистент, КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана А.В. Финошин

Я.А. Долгов (студент гр.УТС.Б-51)

А.А. Зюзин (студент гр.УТС.Б-51)

Кафедра ЭИУЗ-КФ

*Работа выполнена при поддержке Российского фонда
фундаментальных исследований и Калужской
области Правительство (грант № 14-48-03115).*

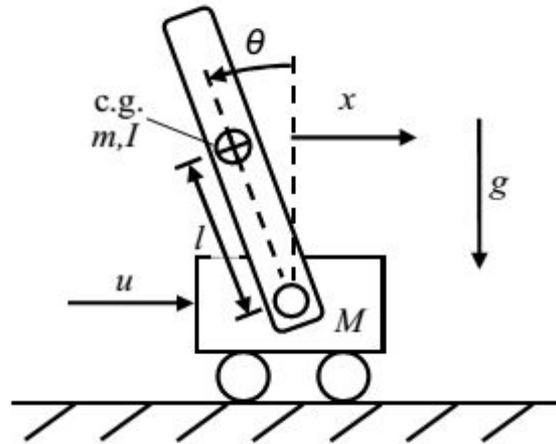


План

- **Введение и постановка задачи**
- **Синтез алгоритма управления**
- **Результаты моделирования**
- **Вывод**



Постановка задачи



$$\begin{pmatrix} M + m & -ml \cos \theta \\ -ml \cos \theta & I + ml^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & ml \dot{\theta} \sin \theta \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -mgl \sin \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} f$$

Подобный пример приведен статье MIT

Уравнение привода и ЦУ

Уравнение системы «тележка-маятник» в матричной форме:

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + \varphi(q, \dot{q}) = Bf$$

динамика привода :

$$\dot{f} = u$$

ЦУ: раскачивание маятника с достижением колебаний заданного уровня энергии:

$$E \rightarrow E_d$$

и стабилизация положения тележки

$$x \rightarrow 0, \dot{x} \rightarrow 0$$



Методика синтеза

Система управления является двухкаскадной, а ЦУ зависит от фазовых переменных выходного каскада, целесообразно воспользоваться первым и третьим этапами метода скоростного биградиента (МСБГ) . Т.к. по постановке задачи параметры считаются заданными, отпадает необходимость использования второго этапа МСБГ.

Этап 1. Управление механической подсистемой

Энергетический подход хорошо зарекомендовал себя в задачах стабилизации неустойчивого положения равновесия маятниковых систем

Этап 2. Управление приводом



Этап 1. Синтез виртуального управления выходным каскадом

Линеаризующий вход для

$$f^{virt} = H_{11}^* \varphi_{11} + C_{11}^* \dot{\varphi}_{11} + C_{12}^* \dot{\varphi}_{12} + \varphi_1^*,$$

который для тележки с маятником имеет вид

$$f^{virt} = \frac{((M + m) - m^2 l^2 g \cos \theta^2)}{(ml^2 + I)} \ddot{x}_q + ml \dot{\theta} \sin \theta - \frac{(m^2 l^2 g \cos \theta \sin \theta)}{(ml^2 + I)}$$

Для тележки с маятником данная линеаризация дает следующее

$$\ddot{x}_q = \ddot{x}_q(t)$$

$$(I + ml^2) \ddot{\theta} - mgl \sin \theta = ml \cos \theta \ddot{x}_q(t)$$



Этап 1. Синтез виртуального управления выходным каскадом

Отклонение от желаемого уровня энергии

$$\tilde{E} = E - E_d$$

Кандидат на функцию Ляпунова

$$V(x) = \frac{1}{2} \tilde{E}^2$$

Производная функции Ляпунова в силу системы

$$\dot{V} = -K_1 \tilde{E}^2 \dot{\theta}^2 \cos^2 \theta \leq 0, K_1 > 0$$

С учетом ПД-регулятора

$$\dot{x}_d = -K_1 \tilde{E} \dot{\theta} \cos \theta - k_p x - k_d \dot{x}, k_p > 0, k_d > 0$$



Этап 2. Синтез алгоритма управления, обеспечивающего сходимость отклонения выхода привода от виртуального управления к нулю

дополнительная цель управления (ДЦУ)

$$f \rightarrow f^{virt}$$

Уравнение гладкого управления, обеспечивающего достижение ДЦУ

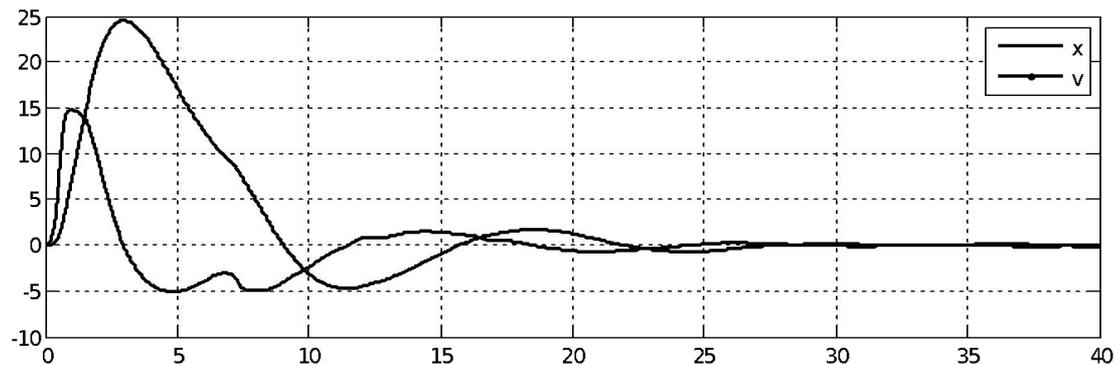
$$u = -\gamma(f - f^{virt}), \quad \gamma > 0$$

Результаты моделирования

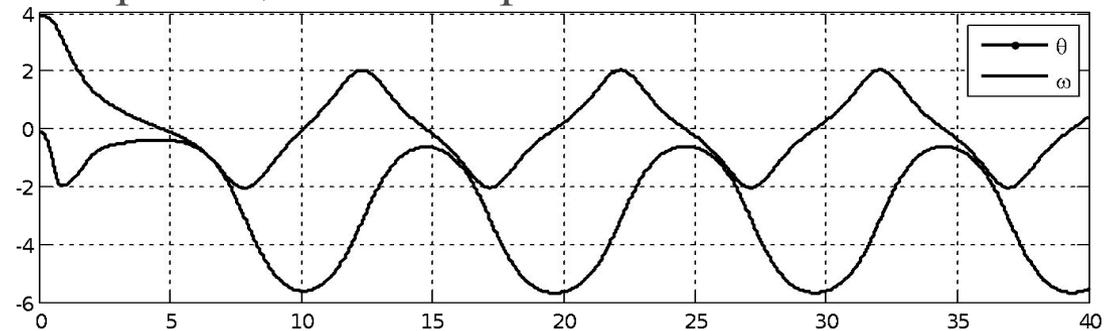
Проведем моделирование замкнутой системы управления со следующими параметрами:

Условия моделирования: $M = 3 \text{ кг}$; $m = 0.5 \text{ кг}$; $l = 0.5 \text{ м}$; $I = 2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

Начальные условия: $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = 0$, $\theta(0) = \frac{5}{4} \pi \text{ рад}$, $\dot{\theta}(0) = 0$.

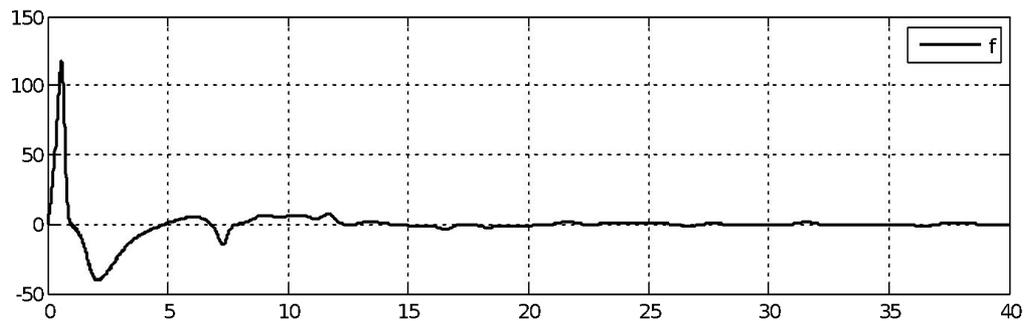


Перемещение и скорость $v = \dot{x}$ тележки.

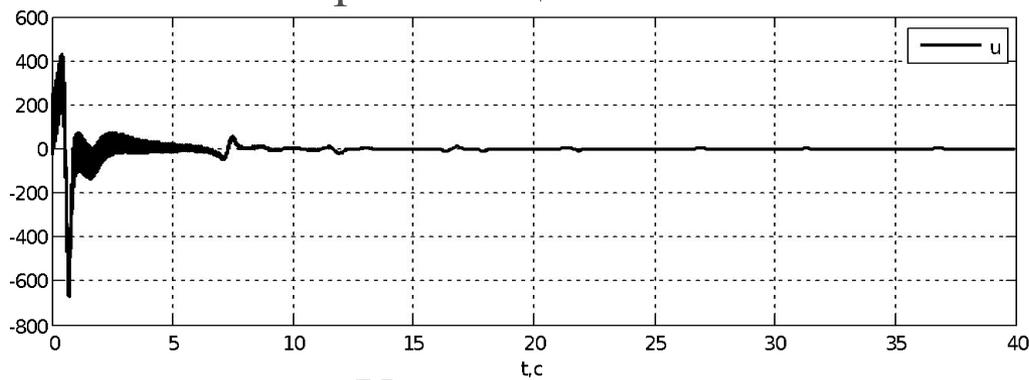


Угловое перемещение и угловая скорость маятника $\omega = \dot{\theta}$

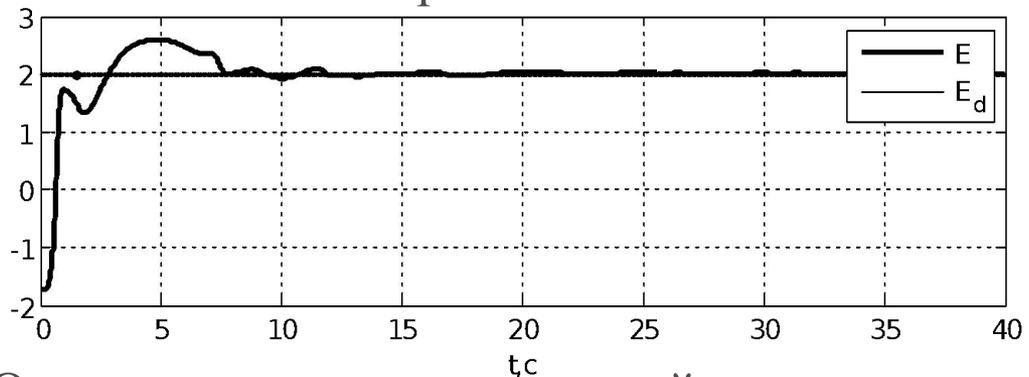
Результаты моделирования



Управляющая сила.



Управление.



Энергия маятника и желаемый уровень энергии.



Вывод

Рассмотрена задача стабилизации неустойчивого положения тележки с маятником, управляемой приводом. Синтезирован алгоритм управления первым и третьим этапами метода скоростного биградиента (МСБГ). Проведено моделирование, подтверждающее достижение заданного качества.



**Спасибо за
внимание**