Московский инженерно-физический институт (государственный университет) Физико-технический факультет

Лекция 13

Уравнение переноса в одномерной плоской геометрии. Граничные условия в плоской геометрии. Аппроксимации производной потока в уравнении переноса. Аппроксимации источника и потока в уравнении переноса. Операторный вид уравнения переноса.

Уравнение переноса в одномерной плоской геометрии

Уравнение переноса в одномерной плоской геометрии для неразмножающей среды (нет источника деления) с внешним источником нейтронов, распределенным по объему системы:

$$\Phi = \Phi(x, \mu, E), \qquad \Phi' = \Phi'(x, \mu', E'),$$

$$\mu \frac{\partial}{\partial x} \cdot \Phi + \Sigma_{tot}(x, E) \cdot \Phi = \frac{1}{4\pi} \int_{-1}^{1} d\mu \int_{0}^{\infty} dE' \cdot \Sigma_S(x, \mu, E \leftarrow \mu', E') \cdot \Phi' + Q(x, \mu, E)$$

Граничные условия в плоской геометрии

Условие облучения на левой границе системы *x = 0:*

$$\Phi(0,\mu,E)=\Phi_0(\mu,E), \text{ если } \mu>0$$

Нулевое условие на правой границе системы *x = d:*

$$\Phi(d,\mu,E)=0, \text{ если } \mu<0$$

Аппроксимации производной потока в уравнении переноса

Будем рассматривать уравнение в виде:

$$\mu \frac{\partial \Phi(x)}{\partial x} + \Sigma(x)\,\Phi(x) = Q(x),$$

где Ф(x) и Q(x) – групповой поток и источник нейтронов в заданном дискретном направлении μ , Σ (x) – групповое макроскопическое полное сечение.
Первый этап решения – введение пространственной сетки, т. е. системы дискретных значений переменной *x,* а именно совокупности $\{x_k\}$, где k = 0, 1, 2, ..., *К,* .
Члены, содержащие производные потока, представляются тогда с помощью конечных разностей в интервале от x_k до x_{k+1} в следующем виде:

$$\frac{\partial \Phi(x)}{\partial x} \approx \frac{\Phi(x_{k+1}) - \Phi(x_k)}{x_{k+1} - x_k}$$

Аппроксимации источника и потока в уравнении переноса

Члены уравнения, содержащие поток, представляются в виде средней величины на концах в интервале от x_k до x_{k+1} в следующем виде:

$$\Phi(x) \approx \frac{\Phi(x_{k+1}) + \Phi(x_k)}{2}$$

Аналогично представляются источник в интервале от x_k до x_{k+1} в следующем виде:

$$Q(x) \approx \frac{Q(x_{k+1}) + Q(x_k)}{2}$$

Операторный вид уравнения переноса

Записав в определенной последовательности значения потока Ф по дискретным значениям переменных в виде вектора, имеем операторный вид уравнения переноса:

$$+ \vec{L}\vec{\Phi} = \vec{\Sigma}\vec{\Phi} + \vec{S}\vec{\Phi} + \vec{F}\vec{\Phi} \quad \vec{Q}$$