

*Лекция 4.*  
Закон сохранения энергии



## *Вопросы:*

- Механическая энергия. Работа и кинетическая энергия
- Понятие силового поля. Консервативные силы
- Работа в потенциальном поле. Потенциальные энергии упругих деформаций и тяготения
- Связь между потенциальной энергией и силой
- Закон сохранения энергии механической системы

# Механическая энергия. Работа и кинетическая энергия

- **Понятия энергии и работы** широко используются в повседневной жизни. Эти понятия тесно связаны друг с другом. Например, говорят об энергичном или работоспособном человеке. Само слово «энергия» происходит от греческого слова  $\epsilon\nu\rho\upsilon\iota\alpha$  – деятельность.
- Известно, что работа совершается за счет запаса энергии и, наоборот, совершая работу, можно увеличить запас энергии в каком-либо объекте (устройстве). Например, совершая работу при заводе механических часов, мы создаем запас энергии в пружине, за счет которого затем идут часы.
- **Энергия является общей количественной мерой движения и взаимодействия всех видов материи.**

# Механическая энергия. Работа и кинетическая энергия

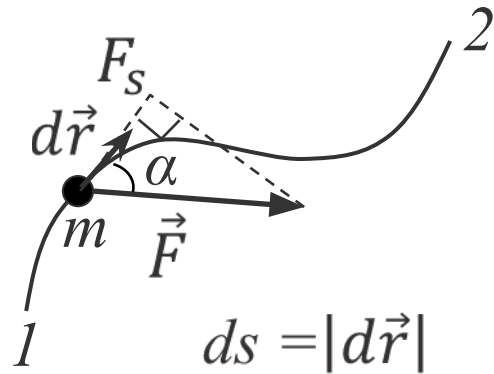
- Энергия не исчезает и не возникает из ничего, она может лишь переходить из одной формы (вида) в другую. Это определяет суть Всеобщего закона сохранения и превращения энергии.
- Понятие энергии связывает воедино все явления природы. В соответствии с различными формами движения материи рассматривают следующие виды энергии:
  - механическую;
  - внутреннюю;
  - электромагнитную;
  - ядерную и др.
- Механическая энергия бывает двух видов: *кинетическая и потенциальная.*

# Механическая энергия. Работа и кинетическая энергия

☝ *Кинетическая энергия* (или энергия движения) определяется массами и скоростями (импульсами) рассматриваемых тел.

☝ *Потенциальная энергия* (или энергия положения) зависит от взаимного расположения (от конфигурации) взаимодействующих друг с другом тел.

☝ Пусть частица массой  $m$  под действием переменной силы  $\vec{F}$  совершает перемещение по некоторой траектории 1 – 2. Рассмотрим элементарное перемещение  $d\vec{r}$ , в пределах которого силу можно считать постоянной.



Тогда *элементарной работой*  $\delta A$  силы  $\vec{F}$  на перемещении  $d\vec{r}$  называют скалярное произведение:  
$$\delta A = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F \cdot \cos \alpha \cdot ds = F_s ds \quad (1)$$

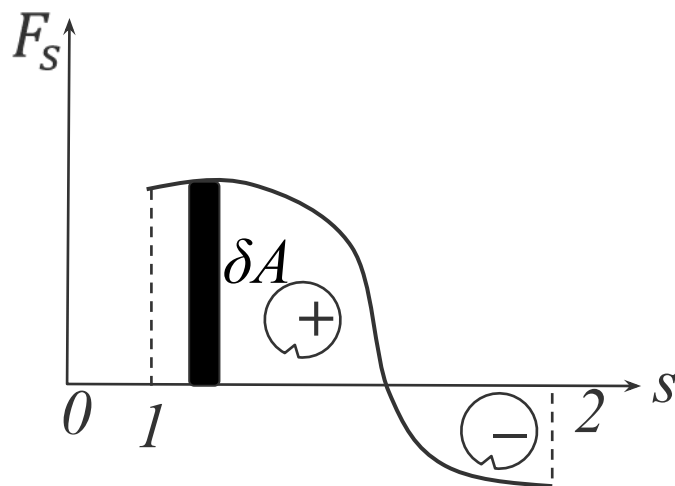
# Механическая энергия. Работа и кинетическая энергия

Элементарная работа  $\delta A$  – величина алгебраическая: в зависимости от угла  $\alpha$  она может быть как положительной, так и отрицательной, в частности,  $\delta A = 0$  при  $\alpha = 90^\circ$ , т.е. когда  $\vec{F} \perp d\vec{r}$ .

Проведя интегрирование выражения (1) по пути 1-2, получим *полную работу силы*  $\vec{F}$  на данном участке:

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{r} = \int_1^2 F_s ds \quad (2)$$

Размерность работы (и энергии) в СИ: [Дж] = [Н][м].



Работу можно также математически понимать как площадь под соответствующей зависимостью  $F_s = f(s)$ .

# Механическая энергия. Работа и кинетическая энергия

## *Связь работы и кинетической энергии*



Пусть частица (материальная точка) массы  $m$  движется под действием силы  $\vec{F}$  (в общем случае  $\vec{F}$  - результирующая нескольких сил). Определим элементарную работу этой силы на перемещении  $d\vec{r}$  с использованием уравнения динамики  $\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$ , т.е.

$$\delta A = \vec{F} d\vec{r} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{r} = m(\vec{v} d\vec{v}), \quad (3)$$

где скалярное произведение  $(\vec{v} d\vec{v}) = v(d\vec{v})_v = v \cdot dv$ , а поэтому  $\delta A = mvdv = d\left(m \frac{v^2}{2}\right)$ . (4)

Величину  $K = \frac{mv^2}{2}$  - называют **кинетической энергией частицы**. Часто кинетическую энергию определяют через импульс  $p = mv$  как  $K = \frac{p^2}{2m}$ .

Таким образом  $dK = \delta A$  - элементарное приращение кинетической энергии частицы равно элементарной работе.

# Механическая энергия. Работа и кинетическая энергия

## Связь работы и кинетической энергии

- При конечном перемещении частицы из т. 1 в т. 2:

$$\Delta K = K_2 - K_1 = A_{12}, \quad (5)$$

где  $A_{12} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{r}$ .

- Вывод.** Работа результирующей всех сил, действующих на частицу, при ее некотором перемещении, идет на приращение кинетической энергии частицы. Если  $A_{12} > 0$ , то и  $K_2 > K_1$  и  $\Delta K > 0$
- Замечание.** Часто это называют теоремой о кинетической энергии.

- При рассмотрении механической системы полную работу  $A$ , которую совершают все силы, действующие на все частицы системы, при изменении ее состояния в пространстве, можно представить как:

$$A = \sum_i A_i = \sum_i \Delta K_i = \Delta \sum_i K_i, \quad (6)$$

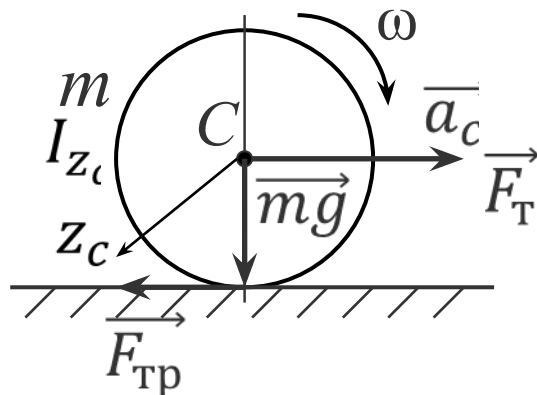
где  $A_i$  - работа всех сил, действующих на  $i$ -ую частицу,  $\Delta K_i$  - приращение кинетической энергии  $i$ -ой частицы; или (6) – в виде:  **$A = \Delta K$** , где  $K = \sum_i K_i$  - суммарная кинетическая энергия всей системы.



# Механическая энергия. Работа и кинетическая энергия

## Расчет приращения кинетической энергии тела

При рассмотрении плоского движения твердого тела массой  $m$  обычно изучают отдельно: 1) поступательное движение его центра масс и составляют уравнение движения  $m \vec{a}_c = \vec{F}$ ; 2) вращательное движение тела вокруг оси, проходящей через центр масс  $z_c$ , и записывают уравнение динамики вращения в виде  $I_{z_c} \cdot \vec{\varepsilon} = \vec{M}_{z_c}$  (здесь  $I_{z_c}$  - момент инерции тела,  $\vec{M}_{z_c}$  - суммарный момент всех внешних сил относительно оси  $z_c$ ,  $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$  - угловое ускорение тела).



Тело при таком движении обладает кинетической энергией:

$$K = K_{\text{пос}} + K_{\text{вр}},$$

где  $K_{\text{пос}} = \frac{mv^2}{2}$ ,  $K_{\text{вр}} = \frac{I_{z_c}\omega^2}{2}$  - энергии поступательного и вращательного движений.

# Механическая энергия. Работа и кинетическая энергия

Расчет приращения кинетической энергии тела

- И так, работа всех внешних сил, действующих на твердое тело, равна приращению его кинетической энергии, т.е.  $A_{\Sigma} = \Delta K$ , где  $\Delta K = \Delta K_{\text{пос}} + \Delta K_{\text{вр}}$ .
- Причем элементарную работу при вращении можно определить как  $\delta A_{\text{вр}} = dK_{\text{вр}} = d\left(\frac{I_{z_c}\omega^2}{2}\right) = I_{z_c}\omega d\omega$ , а с учетом уравнения динамики вращения  $I_{z_c} \cdot d\omega = M_{z_c} \cdot dt$ , получаем для  $\delta A_{\text{вр}} = M_{z_c}\omega dt$  или  $\delta A_{\text{вр}} = M_{z_c}d\varphi$ .
- Таким образом при повороте тела на конечный угол  $\varphi$  работу всех внешних сил можно вычислять как:

$$A_{\text{вр}} = \int_0^{\varphi} M_{z_c} d\varphi.$$

- При поступательном движении приращение энергии:

$$\Delta K_{\text{пос}} = A_{\text{пос}} = \int_0^{s_k} F ds, \text{ а в случае } F = \text{const} \text{ имеем}$$
$$A_{\text{пос}} = F \int_0^t a_c t dt = F \int_0^t \frac{F}{m} t dt = \frac{F^2}{m} \frac{t^2}{2}, \text{ где учтено, что}$$
$$ds = d\left(\frac{a_c t^2}{2}\right) = a_c t dt \text{ а } a_c = \frac{F}{m}.$$

# Механическая энергия. Работа и кинетическая энергия

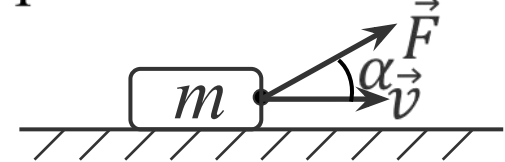
## Понятие мощности

- Для характеристики скорости, с которой совершается работа, вводят величину, называемую *мощностью*.
- Мощность** - это работа, совершаемая силой за единицу времени.

- Если за промежуток времени  $dt$  сила  $\vec{F}$  совершает работу  $\delta A = \vec{F} d\vec{r}$ , то мощность, развиваемая этой силой в данный момент времени:

$$P = \vec{F} d\vec{r}/dt = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

- Таким образом, мощность равна скалярному произведению вектора силы на вектор скорости, с которой движется точка приложения данной силы.



Мощность, как и работа, - величина алгебраическая. Зная мощность силы  $\vec{F}$ , можно найти работу, которую совершает сила за конечный промежуток времени  $t$  как

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{r} = \int_0^t \vec{F} \vec{v} dt = \int_0^t P dt.$$

Размерность мощности в СИ:  $[Вт]=[Дж]/[с]$ .

# Понятие силового поля. Консервативные силы

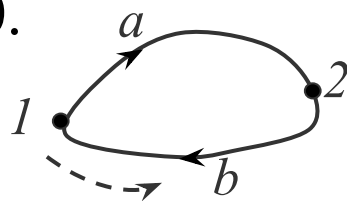
- Известно, что кроме контактных взаимодействий, возникающих между соприкасающимися телами, наблюдаются также взаимодействия между телами, удаленными друг от друга. Подобные взаимодействия осуществляются посредством **физических полей**, которые представляют собой особую форму материи.
- Каждое тело создает в окружающем его пространстве особое состояние, называемое *силовым полем*. Это поле проявляет себя в действии сил на другие тела (пробные частицы). Также говорят, что частица находится в поле сил, если в каждой точке пространства на частицу действует сила  $\vec{F}$ . Например, частица может находиться в поле сил тяжести, в поле упругих сил, в поле кулоновских сил, в поле сил сопротивления (будучи в потоке жидкости или газа).
- Замечание.* Если силы во всех точках поля одинаковы по модулю и направлению, то такое поле называют *однородным*. Если поле не изменяется со временем, то его называют *стационарным*. В частном случае однородного, стационарного поля имеем  $\vec{F} = \overline{const}$

# Понятие силового поля. Консервативные силы

- Работа, которую совершают силы поля при перемещении частицы из т. 1 в т. 2, зависит, вообще говоря, от пути (от траектории) между этими точками. Вместе с тем имеются силовые поля, в которых работа, совершаемая над частицей, не зависит от пути.

## *Классификация сил в механике*

- *Силы*, работа которых не зависит от пути, по которому двигалась частица, а зависит лишь от начального и конечного положения частицы, называются *консервативными*.
- *Силы*, работа которых зависит от пути, называются *неконсервативными*.
- *Свойство консервативных сил* можно сформулировать иначе: силы поля являются консервативными, если в стационарном случае их работа на любом замкнутом пути равна 0.



Так как  $A_0 = A_{1a2} + A_{2b1}$  и  $A_{2b1} = -A_{1b2}$ , то тогда  $A_0 = A_{1a2} - A_{1b2} = 0$ , так как в нашем случае  $A_{1a2} = A_{1b2}$ , ч.т.д.

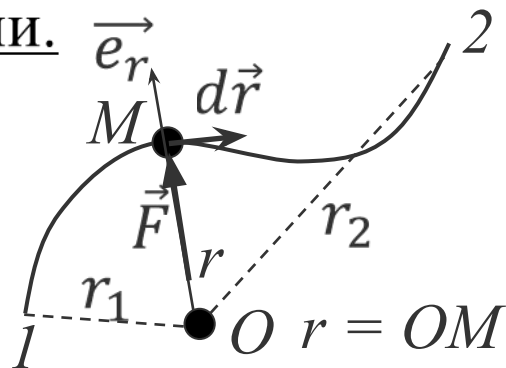
# Понятие силового поля. Консервативные силы

☝ *Силы*, зависящие только от расстояния между взаимодействующими частицами и направленные по прямой, проходящей через центры этих частиц, называются *центральными*. Например, гравитационные, кулоновские, упругие силы – это центральные силы.

☝ Центральную силу, действующую на частицу  $M$  со стороны частицы  $O$  (силовой центр), можно представить в виде:

$$\vec{F} = f(r)\vec{e}_r, \quad (7)$$

где  $f(r)$  – функция, зависящая при данном характере взаимодействия только от расстояния  $r$  между частицами. Центральные силы являются консервативными.



Элементарная работа силы (7) на перемещении  $d\vec{r}$  есть  $\delta A = \vec{F} d\vec{r} = f(r)\vec{e}_r d\vec{r} = f(r)dr$ , так как  $\vec{e}_r d\vec{r} = dr$ . Тогда работа этой силы на произвольном пути от т. 1 до т. 2:

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} f(r)dr \quad (8)$$

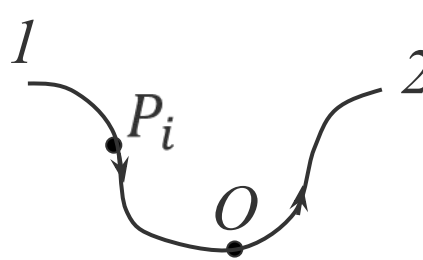
# Работа в потенциальном поле

- Рассмотрим стационарное поле консервативных сил, в котором перемещается частица из разных точек  $P_i$  в фиксированную точку  $O$ . Работа сил поля здесь будет некоторой функцией радиуса-вектора  $\vec{r}$  точки  $P$ . Обозначив эту функцию как  $U(\vec{r})$ , получим:

$$A_{PO} = \int_P^O \vec{F} d\vec{r} = U(\vec{r}) \quad (9)$$

- Функцию  $U(\vec{r})$  называют *потенциальной энергией* частицы в данном силовом поле.

- Определим работу в поле консервативных сил при перемещении частицы из т. 1 в т. 2; причем, так как работа не зависит от пути, выберем путь, проходящий через т.  $O$ . Тогда  $A_{12} = A_{1O} + A_{O2} = A_{1O} - A_{2O}$  или с учетом (9) имеем:



The diagram shows a potential well represented by a curve. Point 1 is at the left edge of the well. Point  $P_i$  is on the left slope. Point  $O$  is at the bottom of the well. Point 2 is at the right edge of the well. Arrows on the curve indicate a path from 1 to  $P_i$  and from  $O$  to 2.

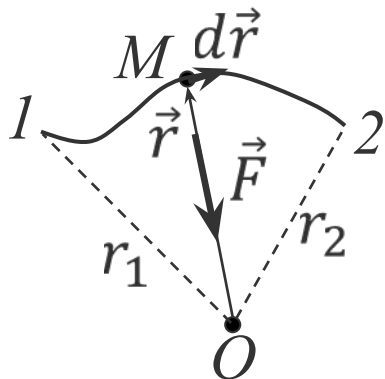
$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{r} = U_1 - U_2 \quad (10)$$

Работа сил поля на пути 1-2 равна убыли потенциальной энергии частицы в данном поле.

# Потенциальные энергии упругих деформаций и тяготения

🌿 Формула (10) позволяет найти выражение  $U(\vec{r})$  для любого стационарного поля консервативных сил (такие поля еще называют *потенциальными*). Для этого достаточно вычислить работу  $A_{12}$  и представить ее в виде убыли некоторой функции, которая и есть потенциальная энергия  $U(\vec{r})$ .

1. Работа упругой силы  $\vec{F} = -k\vec{r}$ , где  $k$  – коэффициент упругости,  $\vec{r}$  – радиус-вектор частицы  $M$  относительно т.  $O$  (силовой центр). Переместим частицу в поле упругой силы по произвольному пути 1-2 и определим работу  $A_{12}$ .



Элементарная работа  $\delta A = \vec{F} d\vec{r} = -k\vec{r} \cdot d\vec{r}$ , где  $\vec{r} d\vec{r} = r(d\vec{r})_r = r dr$ , поэтому  $\delta A = -kr dr = -d\left(\frac{kr^2}{2}\right)$ .

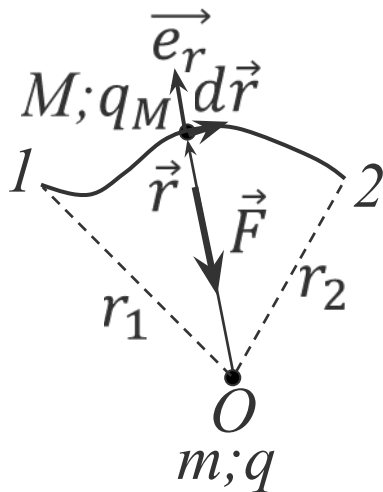
Таким образом полная работа на пути 1-2:  $A_{12} = -\int_{r_1}^{r_2} d\left(\frac{kr^2}{2}\right) = \frac{kr_1^2}{2} - \frac{kr_2^2}{2}$ , где справа стоит убыль потенциал. энергии;

а значит  $U(r) = \frac{kr^2}{2}$  – потенц. энергия частицы в поле упругой силы.



## Потенциальные энергии упругих деформаций и тяготения

2. Работа гравитационной (или кулоновской) силы  $\vec{F} = \left(\frac{\alpha}{r^2}\right) \vec{e}_r$ , где  $\alpha$  – соответствующая постоянная (для гравитационного взаимодействия  $\alpha = -\gamma m M$ , для кулоновского взаимодействия  $\alpha = k q q_M$ ),  $\vec{e}_r$  – орт радиус-вектора  $\vec{r}$  частицы  $M$  относительно т.  $O$  (силовой центр). Переместим частицу в поле данной силы по произвольному пути 1-2 и определим работу  $A_{12}$ .

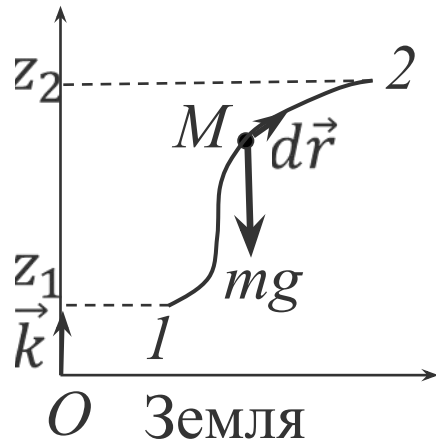


Элементарная работа  $\delta A = \vec{F} d\vec{r} = \left(\frac{\alpha}{r^2}\right) \vec{e}_r \cdot d\vec{r}$ , где  $\vec{e}_r d\vec{r} = dr$ , поэтому  $\delta A = \alpha \frac{dr}{r^2} = -d\left(\frac{\alpha}{r}\right)$ .

Таким образом полная работа на пути 1-2:  $A_{12} = -\int_{r_1}^{r_2} d\left(\frac{\alpha}{r}\right) = \frac{\alpha}{r_1} - \frac{\alpha}{r_2}$ , где справа стоит убыль потенциал. энергии; а значит  $U(r) = \frac{\alpha}{r}$  – потенциальная энергия частицы  $M$  в поле сил тяготения (или кулоновских сил).

# Потенциальные энергии упругих деформаций и тяготения

3. Работа однородной силы тяжести  $\vec{F} = -mg\vec{k}$ , где  $\vec{k}$  – орт вертикальной оси  $z$ . Переместим частицу в поле данной силы по произвольному пути 1-2 и определим работу  $A_{12}$ .



Элементарная работа  $\delta A = \vec{F} d\vec{r} = -mg\vec{k} \cdot d\vec{r}$ , где  $\vec{k} d\vec{r} = (dr)_k = dz$ , поэтому  $\delta A = -mg dz = -d(mgz)$ . Таким образом полная работа на пути 1-2:  $A_{12} = -\int_{r_1}^{r_2} d(mgz) = mg(z_1 - z_2)$ , где справа стоит убыль потенциал. энергии; а значит  $U(r) = mgz$  – потенциальная энергия частицы, поднятой на высоту  $h = z$  над Землей.

*Вывод.* Потенциальная энергия зависит только от положения частицы относительно других, взаимодействующих с ней, частиц (тел).

# Связь между потенциальной энергией и силой

☞ Определим поле сил  $\vec{F}(\vec{r})$  по заданной потенциальной энергии  $U(\vec{r})$ , как функцию положения частицы в поле. Известно, что работа консервативных сил по перемещению частицы в стационарном поле из т. 1 в т. 2 есть убыль потенциальной энергии частицы в данном поле, т.е.  $A_{12} = U_1 - U_2 = -\Delta U$ , где  $\Delta U$  - приращение энергии частицы. Для элементарной работы:  $\delta A = -dU$ , где по определению  $\delta A = \vec{F} d\vec{r}$ . Таким образом,  $\vec{F} d\vec{r} = -dU$ , а переходя к проекциям  $\vec{F} d\vec{r} = F_s ds$ , получаем дифференциальную связь:  $F_s ds = -dU$ , или для силы поля:

$$F_s = -\frac{\partial U}{\partial s}, \quad (11)$$

где  $\frac{\partial}{\partial s}$  - частная производная по направлению (перемещения).

☞ Таким образом, проекция силы поля  $\vec{F}$  в данной точке на направление перемещения  $d\vec{r}$  (или пути  $ds$ ) равна взятой с обратным знаком производной от потенциальной энергии  $U$  по данному направлению. 19

# Связь между потенциальной энергией и силой

Если с рассматриваемым силовым полем связать систему декартовых координат  $\{x, y, z\}$ , то искомый вектор можно представить:  $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$ , где  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  - орты осей  $\{x, y, z\}$ . А взяв с обратными знаками частные производные функции  $U(\vec{r}) = U(x, y, z)$  по координатам, найдем проекции силы, т.е.  $F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}$ ,  $F_y = -\frac{\partial U}{\partial y}$ ,  $F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$ . Таким образом, получаем для силы выражение:  $\vec{F} = -\left(\frac{\partial U}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{k}\right)$ . (12)

Величину, стоящую в скобках, называют **градиентом скалярной функции**  $U$  и обозначают кратко:  $\overrightarrow{grad U}$  или  $\nabla \cdot U$ . Символический оператор-вектор («набла»):  $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$  в декартовой системе координат.

И так можно записать векторную связь:

$$\vec{F} = -\nabla U, \quad (13)$$

т.е. сила поля  $\vec{F}$  равна со знаком минус градиенту потенциальной энергии частицы в данной точке поля.<sup>20</sup>

# Закон сохранения энергии механической системы

## *Полная механическая энергия частицы*

Если частица находится в стационарном поле консервативных сил, то на нее действует сила этого поля  $\vec{F}_\Pi$  и кроме того, на нее могут действовать и другие, сторонние силы  $\vec{F}_{\text{стор}}$ , не имеющие отношение к данному полю. Сторонние силы могут быть как консервативными, так и неконсервативными. Таким образом, результирующая всех сил, действующих на частицу будет  $\vec{F} = \vec{F}_\Pi + \vec{F}_{\text{стор}}$ , а работа этих сил, как известно, идет на приращение кинетической энергии частицы, т.е.  $\Delta K = A_\Pi + A_{\text{стор}}$ , где  $A_\Pi$  - работа сил поля,  $A_{\text{стор}}$  - работа сторонних сил.

Работа сил поля равна убыли потенциальной энергии частицы, т.е.  $A_\Pi = -\Delta U$ , а подставив последнее в выражение для  $\Delta K$ , получаем  $\Delta K = -\Delta U + A_{\text{стор}}$  или

$$\Delta(K + U) = A_{\text{стор}} \quad (14)$$

Сумма  $(K + U) = E$  – это **полная механическая энергия частицы**.

# Закон сохранения энергии механической системы

## *Полная механическая энергия частицы*

- Таким образом, приращение полной механической энергии частицы на некотором пути (1-2) равно алгебраической сумме работ всех сторонних сил, действующих на частицу на том же пути:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = A_{\text{стор}} \quad (15)$$

- Отсюда следует **закон сохранения механической энергии частицы**: если сторонние силы отсутствуют или таковы, что не совершают работы в течение рассматриваемого времени, то полная механическая энергия частицы в стационарном поле консервативных сил остается постоянной за это время, т.е.  $E = \text{const}$ .

# Закон сохранения энергии механической системы

Теперь рассмотрим механическую систему частиц, взаимодействующих между собой, и находящуюся под воздействием внешних сил. Причем внешние силы можно разделить на: 1) силы со стороны внешнего заданного поля  $\vec{F}_{\text{п}}^{\text{вн}}$ , 2) внешние сторонние силы  $\vec{F}_{\text{стор}}^{\text{вн}}$ , не относящиеся к данному полю. А внутренние силы взаимодействия частиц подразделяются на: 1) внутренние консервативные силы  $\vec{F}_{\text{кон}}^{\text{внут}}$  и 2) внутренние неконсервативные (или диссипативные) силы  $\vec{F}_{\text{некон}}^{\text{внут}}$ .

Как известно, приращение кинетической энергии системы частиц равно работе, которую совершают все силы, действующие на все частицы системы, т.е.

$$\Delta K = A^{\text{вн}} + A^{\text{внут}} = A^{\text{вн}} + A_{\text{кон}}^{\text{внут}} + A_{\text{некон}}^{\text{внут}} \quad (16)$$

При этом работа внутренних консервативных сил (это центральные силы взаимодействия частиц) равна убыли собственной потенциальной энергии системы, т.е.  $A_{\text{кон}}^{\text{внут}} = -\Delta U_{\text{соб}}$ , где  $U_{\text{соб}} = \frac{1}{2} \sum_i U_i$  ( $U_i$  - потенц. энергия взаимодействия  $i$ -ой частицы со всеми остальными частицами системы).

# Закон сохранения энергии механической системы

☞ Тогда уравнение (16) принимает вид:

$$\Delta K + \Delta U_{\text{соб}} = A^{\text{вн}} + A_{\text{некон}}^{\text{внут}} \text{ или } \Delta(K + U_{\text{соб}}) = A^{\text{вн}} + A_{\text{некон}}^{\text{внут}} \quad (17)$$

☞ Введем понятие **собственной механической энергии системы**  $E_{\text{соб}} = K + U_{\text{соб}}$ , тогда выражение (17) можно записать как:

$$\Delta E_{\text{соб}} = A^{\text{вн}} + A_{\text{некон}}^{\text{внут}} \quad (18)$$

☞ Т.е. приращение собственной механической энергии системы равно алгебраической сумме работ всех внешних сил и всех внутренних неконсервативных сил.

☞ Из (18) следует **закон сохранения собственной механической энергии системы**: *механическая энергия замкнутой системы частиц, в которой нет неконсервативных (диссипативных) сил, сохраняется в процессе движения, т.е.  $E_{\text{соб}} = K + U_{\text{соб}} = \text{const}$ .*

☞ Такую механическую систему принято также называть **консервативной системой**. Если замкнутая система не консервативна, т.е. в ней есть диссипативные силы, то ее мех. энергия – убывает, так как всегда  $A_{\text{некон}}^{\text{внут}} < 0$ . 24



# Закон сохранения энергии механической системы

К неконсервативным (иначе диссипативным) силам относят силы трения и силы сопротивления, которые можно представить обобщенной зависимостью  $\vec{F}_{\text{дис}} = -k\vec{v}$ , где  $k$  – положительный коэффициент, зависящий от скорости,  $\vec{v}$  – скорость одного тела относительно другого (или среды). Диссипативные силы действуют парно, причем  $F_{1\text{дис}} = -F_{2\text{дис}}$ .

Элементарная работа пары диссипативных сил:

$\delta A_{\text{дис}} = \vec{F}_{1\text{дис}} \cdot \vec{v}_1 dt + \vec{F}_{2\text{дис}} \cdot \vec{v}_2 dt = \vec{F}_{1\text{дис}} (\vec{v}_1 - \vec{v}_2) dt = -k\vec{v} \cdot \vec{v} dt = -kv^2 dt$ , где  $\vec{v} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$  – относительная скорость. Т.е. работа произвольной пары диссипативных сил всегда отрицательна, а, следовательно, и суммарная работа всех пар диссипативных сил также отрицательна, ч.т.д.

# Закон сохранения энергии механической системы

Если работу всех внешних сил представить как алгебраическую сумму работ внешнего заданного поля сил и внешних сторонних сил:  $A^{\text{ВН}} = A_{\text{П}}^{\text{ВН}} + A_{\text{стор}}^{\text{ВН}}$ , то в этом случае  $A_{\text{П}}^{\text{ВН}} = -\Delta U_{\text{ВН}}$ , т.е. есть убыль внешней потенциальной энергии.

Тогда выражение для  $A^{\text{ВН}}$  можно записать как:  
 $A^{\text{ВН}} = -\Delta U_{\text{ВН}} + A_{\text{стор}}^{\text{ВН}}$  и, подставив последнее выражение в формулу для приращения собственной энергии системы, получаем

$$\Delta E_{\text{соб}} = -\Delta U_{\text{ВН}} + A_{\text{стор}}^{\text{ВН}} + A_{\text{некон}}^{\text{ВНУТ}}$$

или  $\Delta(E_{\text{соб}} + U_{\text{ВН}}) = A_{\text{стор}}^{\text{ВН}} + A_{\text{некон}}^{\text{ВНУТ}}$  (19)

Величину  $(E_{\text{соб}} + U_{\text{ВН}}) = E$  — называют **полной механической энергией системы** частиц, находящейся во внешнем стационарном поле консервативных сил.

Таким образом, приращение полной механической энергии системы определяется суммой работ внешних сторонних сил и внутренних диссипативных сил:

$$\Delta E = A_{\text{стор}}^{\text{ВН}} + A_{\text{некон}}^{\text{ВНУТ}} \quad (20)$$

# Закон сохранения энергии механической системы

- Из уравнения (20) следует **закон сохранения полной механической энергии системы** во внешнем стационарном поле консервативных сил:
- если на систему частиц не действуют внешние сторонние силы и нет внутренних диссипативных сил, то полная механическая энергия системы остается постоянной, т.е.  $E = (E_{\text{соб}} + U_{\text{вн}}) = \text{const.}$