



# ЗАКОНИ ЗБЕРЕЖЕННЯ





# ЗАКОН ЗБЕРЕЖЕННЯ МОМЕНТУ ІМПУЛЬСУ



# АНАЛОГІЯ МАТЕМАТИЧНОГО ОПИСУ

## Поступальний рух

- З основного рівняння динаміки поступального руху

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$$

$$\vec{F}\Delta t = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = \Delta(m\vec{v}) = \Delta\vec{p}$$

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (\vec{p} \uparrow \uparrow \vec{v}), \quad [p] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$$

- Добуток маси тіла на швидкість його руху – імпульс тіла.
- За відсутності дії сил імпульс тіла зберігається:

$$0 = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = \Delta\vec{p}, \Rightarrow \vec{p} = \text{const}$$

## Обертальний рух

- З основного рівняння динаміки обертального руху

$$\vec{M} = I\vec{\varepsilon} = I \frac{\vec{\omega}_2 - \vec{\omega}_1}{\Delta t}$$

$$\vec{M}\Delta t = I\vec{\omega}_2 - I\vec{\omega}_1 = \Delta(I\vec{\omega}) = \Delta\vec{L}$$

$$\vec{L} = I\vec{\omega} \quad (\vec{L} \uparrow \uparrow \vec{\omega}), \quad [L] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}}$$

- Добуток моменту інерції тіла на кутову швидкість його обертання – момент імпульса.
- При рівності нулю сумарного моменту сил:

$$0 = I\vec{\omega}_2 - I\vec{\omega}_1 = \Delta\vec{L}, \Rightarrow \vec{L} = \text{const}$$

# ФУНДАМЕНТАЛЬНИЙ ЗАКОН ПРИРОДИ

---

- Закон збереження моменту імпульсу - один з найважливіших фундаментальних законів природи - є наслідком ізотропності простору (симетрії щодо поворотів в просторі).
- Закон збереження моменту імпульсу не є наслідком законів Ньютона. Запропонований підхід до висновку закону носить окремий характер.
- Закон збереження моменту імпульсу виконується для будь-яких фізичних систем і процесів, не тільки механічних.



# ЗАКОН ЗБЕРЕЖЕННЯ МОМЕНТУ ІМПУЛЬСУ

- Момент імпульсу системи тіл зберігається незмінним при будь-яких взаємодіях всередині системи, якщо результуючий момент зовнішніх сил, що діють на неї, дорівнює нулю:

$$\text{При } \vec{M} = 0 \quad \vec{L} = I\vec{\omega} = \text{const}$$

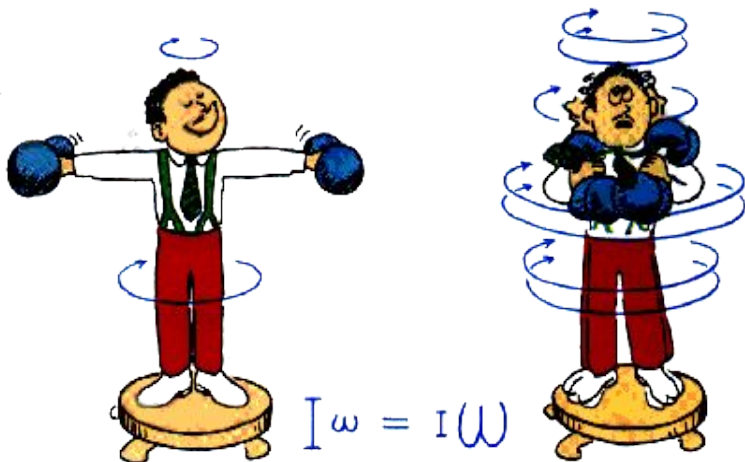


- Наслідки із закону збереження моменту імпульсу:
  - в разі зміни швидкості обертання однієї частини системи
  - інша також змінить швидкість обертання, але в протилежну сторону таким чином, що момент імпульсу системи не зміниться;
  - якщо момент інерції замкненої системи в процесі обертання змінюється, то змінюється і її кутова швидкість таким чином, що момент імпульсу системи залишиться тим же самим
  - в разі, коли сума моментів зовнішніх сил щодо деякої осі дорівнює нулю, момент імпульсу системи відносно цієї ж осі залишається постійним..
- **Експериментальна перевірка.** [Досліди з лавою Жуковського](#)
- **Границі застосування.** Закон збереження моменту імпульсу виконується в інерціальних системах відліку.

# Лава Жуковського

Лава Жуковського складається із станини з опорним шариковим підшипником, в якому обертається кругла горизонтальна платформа.

Лаву з людиною приводять в обертання, запропонувавши їй розвести руки з гантелями в сторони, а потім різко притиснути їх до грудей.



## Досліди з лавою Жуковського



Експериментатор сидить на нерухомій лаві, йому подають колесо, що обертається, вектор моменту імпульсу якого спрямований вгору. Людина з лавою починає обертатися в протилежному напрямку, при цьому вектор його моменту імпульсу спрямований по осі обертання вниз.



Експериментатор повертає колесо так, що вектор моменту імпульсу спрямований горизонтально. Лавка і людина залишаються в спокої, тому що проекція моменту імпульсу колеса на вертикальну вісь дорівнює нулю.



Експериментатор повертає вісь колеса на  $90^\circ$  так, що вектор моменту імпульсу спрямований вниз. Лавка починає обертатися в протилежну сторону, як у досліді 1.

**Зробіть висновок про можливість виконання за умов збереження моменту імпульсу**



# Особливості застосування

---

## **Закон збереження моменту імпульсу**

виконується, якщо:

1. сума моментів зовнішніх сил дорівнює нулю (сили при цьому можуть не врівноважуватися);
2. тіло рухається у центральному силовому полі (при відсутності інших зовнішніх сил відносно центра поля)

## **Закон збереження моменту імпульсу**

застосовують:

1. коли характер зміни з часом сил взаємодії між частинами системи складний або невідомий;
2. відносно однієї і тієї ж осі для всіх моментів імпульсу і сил;
3. як до повністю, так і до частково ізольованих систем.

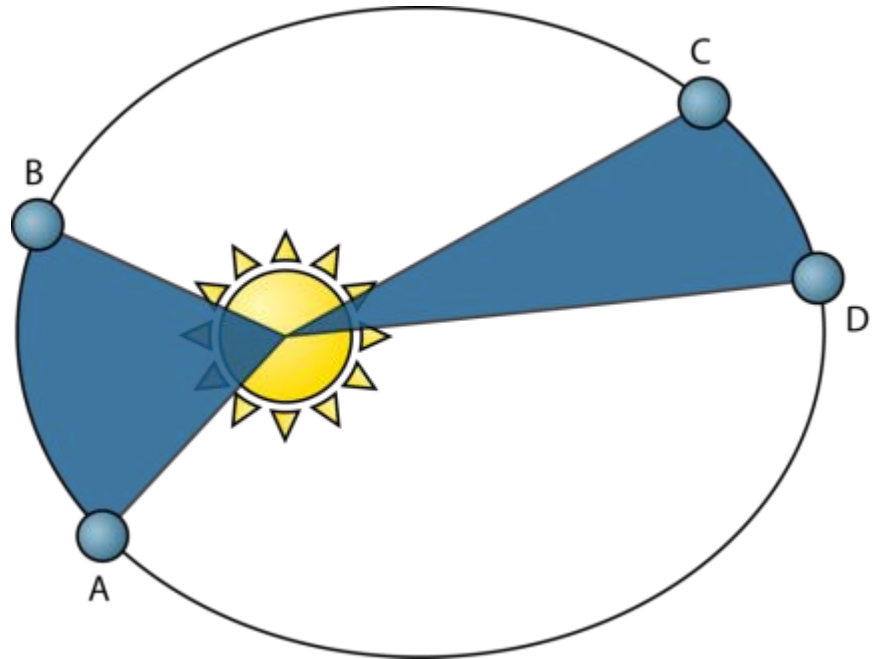




# Приклади прояву закону

---

- Чудовою особливістю обертального руху є властивість тіл, що обертаються за відсутності взаємодій з іншими тілами зберігати незмінними не тільки момент імпульсу, але і напрямок осі обертання у просторі.
1. Добове обертання Землі.
  2. Гіроскопи
  3. Гелікоптер
  4. Циркові атракціони
  5. Балет
  6. Фігурне катання
  7. Гімнастика (сальто)
  8. Стрибки у воду
  9. Ігрові види спорту



# Приклад 1. Добове обертання Землі

---

Незмінним орієнтиром для мандрівників на поверхні Землі є Полярна зірка у сузір'ї Великої Ведмедиці. Приблизно на цю зірку спрямована вісь обертання Землі, і те, що здається, що Полярної зірки нерухома на протязі століть наочно доводить, що протягом цього часу напрямок осі обертання Землі у просторі залишається незмінним.

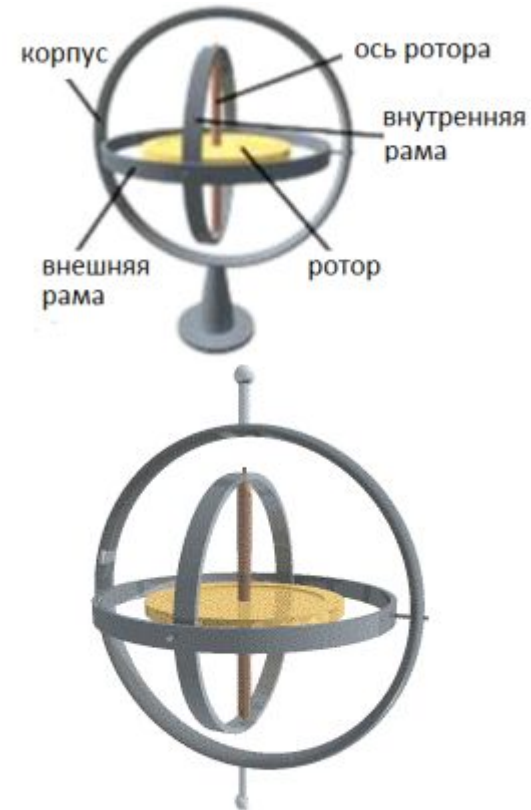
Обертання Землі викликає у спостерігача ілюзію обертання небесної сфери навколо Полярної зірки.



## Приклад 2. Гіроскопи

---

- Гіроскопом називається будь-яке важке симетричне тіло, що обертається навколо осі симетрії з великою кутовою швидкістю.
- **Приклади:** велосипедне колесо; турбіна гідроелектричної станції; пропелер.
- **Властивості вільного гіроскопа:**
  - зберігає положення осі обертання у просторі;
  - стійкий до ударних впливів;
  - безінерційний;
  - володіє незвичайною реакцією на дію зовнішньої сили: якщо сила прагне повернути гіроскоп щодо однієї осі, він повертається навколо іншої, їй перпендикулярної, і здійснює прецесію.
- **Має велику область застосувань.**



## Області застосування гіроскопів



**Негативні наслідки гіроскопічних ефектів**

Навігаційні прилади (авіагоризонт, гірокомпас, показчики курсу, повороту і т. п.)

Стабілізація руху ракет, літака (автопілот), морських суден (топілот), торпед

Системи орієнтації і стабілізації космічних апаратів

Прецизійні гіроскопи у системах наведення стратегічних ракет великої дальності

Відка корисних копалин, передбачення землетрусів, точне вимірювання положень залізничних колій та електропроводів, медична техніка та ін.

Гіроскопічні іграшки (дзига, йо-йо), кистьові тренажери (verball і ін.)

Руйнування механічних конструкцій, що містять масивні деталі, що обертаються (турбіни, колеса автомобілів, пропелери літаків і ін.)



# Приклад 3. Гелікоптер

---

- Багато особливостей поведінки гелікоптера у повітрі диктуються **гіроскопічним ефектом**. Тіло, розкручене по осі, прагне зберегти незмінним напрямом цієї осі.
- Гіроскопічними властивостями володіють вали турбін, велосипедні колеса, і навіть елементарні частинки, наприклад, електрони у атомі.



## Приклад 4. Циркові атракціони

---

Якщо уважно спостерігати за роботою жонглера, то можна помітити, що, підкидаючи предмети, він надає їм обертання, повідомляючи певним чином спрямований момент імпульсу.

Тільки у цьому випадку булави, тарілки, капелюхи і ін. повертаються йому у руки у тому ж положенні, яке їм було надано.



# Приклад 5. Балет

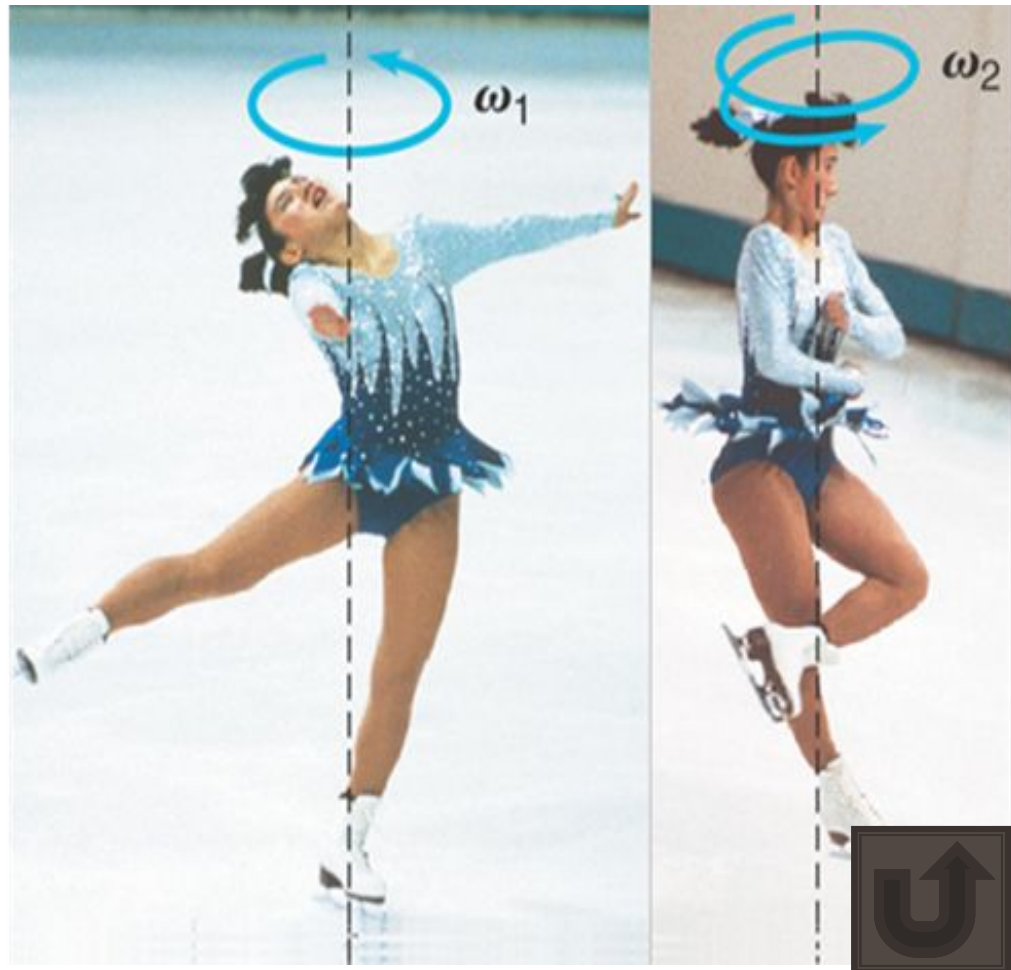
---

Властивістю кутової швидкості обертання тіла змінюватися за рахунок дії внутрішніх сил користуються спортсмени і артисти балету: коли під дією внутрішніх сил людина змінює позу, притискаючи руки до тулуба або розводячи їх у сторони, він змінює момент імпульсу свого тіла, при цьому момент імпульсу зберігається як по величині, так і за напрямком, тому кутова швидкість обертання також змінюється.



# Приклад 6. Фігурне катання

Фігурист, що здійснює обертання навколо вертикальної осі, на початку обертання наближає руки до корпусу, тим самим зменшуючи момент інерції і збільшуючи кутову швидкість. В кінці обертання відбувається зворотний процес: при розведенні рук збільшується момент інерції і зменшується кутова швидкість, що дозволяє легко зупинити обертання і приступити до виконання іншого елемента.





# Приклад 7. Гімнастика

---

Гімнаст, що виконує сальто, у початковій фазі згинає коліна і притискає їх до грудей, зменшуючи тим самим момент інерції і збільшуючи кутову швидкість обертання навколо горизонтальної осі. В кінці стрибка тіло випрямляється, момент інерції зростає, а кутова швидкість зменшується.



# Приклад 8. Стрибки у воду

---

Поштовх, який відчуває стрибун у воду, у момент відриву від гнучкої дошки, «закручує» його, повідомляючи початковий запас моменту імпульсу відносно центру мас.

Перед входом у воду, зробивши один або кілька оборотів з великою кутовою швидкістю, спортсмен витягує руки, збільшуючи тим самим свій момент інерції і, отже, знижуючи свою кутову швидкість.



# Проблема стійкості обертання

---

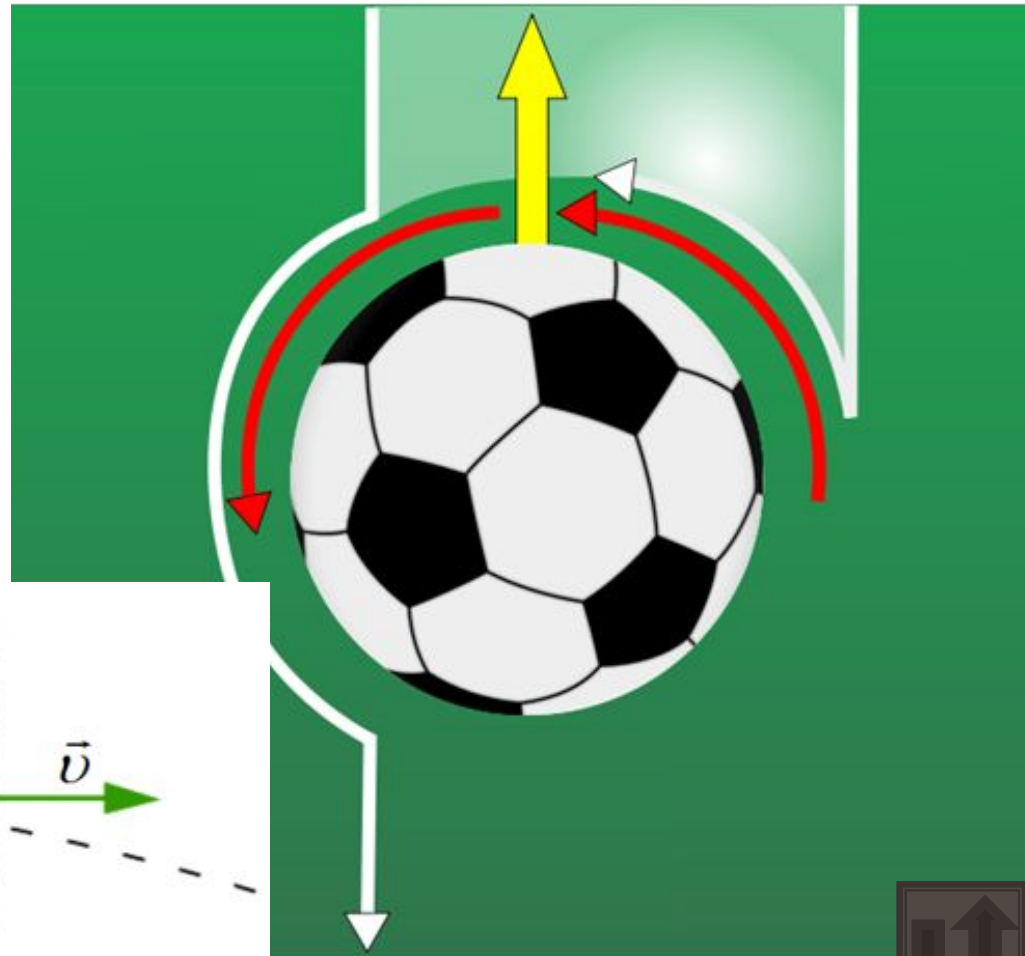
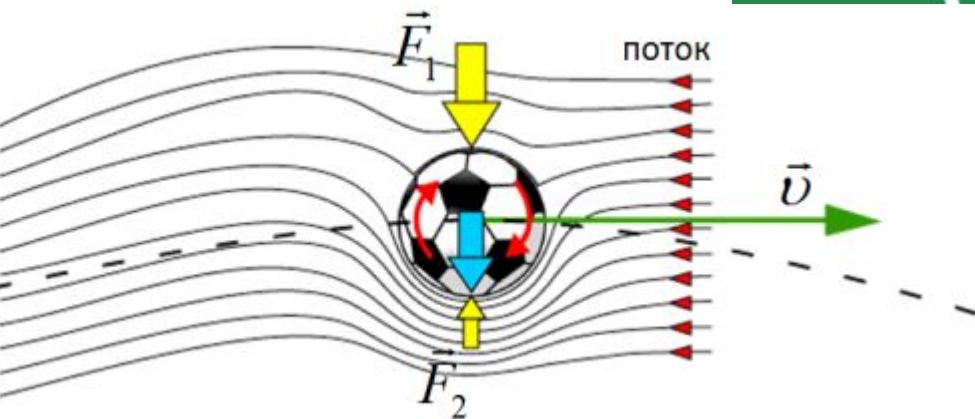
Обертання стійке відносно головних осей інерції, які збігаються з осями симетрії тел.

Якщо у початковий момент кутова швидкість трохи відхиляється у напрямку від осі, якій відповідає проміжне значення моменту інерції, то у подальшому кут відхилення стрімко наростає, і замість простого рівномірного обертання навколо незмінного напрямку тіло починає здійснювати безладне на вигляд перекидання.



# Приклад 9. Ігрові види спорту.

Обертання грає важливу роль у ігрових видах спорту: тенісі, бильярдї, бейсболї. Дивовижний удар «сухий лист» у футболї характеризується особливою траєкторїєю польоту обертового м'яча через виникнення підйомної сили у потоці повітря, що набігає (ефект Магнуса).



# Питання для обговорення

---

Космічний телескоп Хаббл вільно плаває у просторі. Як можна змінити його орієнтацію так, щоб націлити на важливі для астрономів об'єкти?



# Питання для обговорення

---

1. Чому кішка при падінні завжди приземляється на лапи?
2. Чому важко утримувати рівновагу на нерухомому двоколісному велосипеді і зовсім неважко, коли велосипед рухається?
3. Як поведе себе кабіна гелікоптера, що знаходиться у польоті, якщо з яких-небудь причин хвостовий гвинт перестане працювати?





# КІНЕТИЧНА ЕНЕРГІЯ ТІЛА, ЩО ОБЕРТАЄТЬСЯ



# Кінетична енергія тіла, що обертається

---

- Кінетична енергія тіла, що обертається дорівнює сумі кінетичних енергій окремих його частин:

$$E_k = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \dots + \frac{m_n v_n^2}{2}.$$

- Оскільки кутові швидкості всіх точок тіла, що обертається однакові, то, використовуючи зв'язок лінійної і кутової швидкостей, отримаємо:

$$E_k = \frac{m_1 \omega^2 r_1^2}{2} + \frac{m_2 \omega^2 r_2^2}{2} + \dots + \frac{m_n \omega^2 r_n^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots + m_n r_n^2).$$

- Величина, що стоїть у дужках, є момент інерції тіла відносно осі обертання:

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots + m_n r_n^2.$$

- Формула кінетичної енергії тіла, що обертається:

$$E_k = \frac{I \omega^2}{2}$$



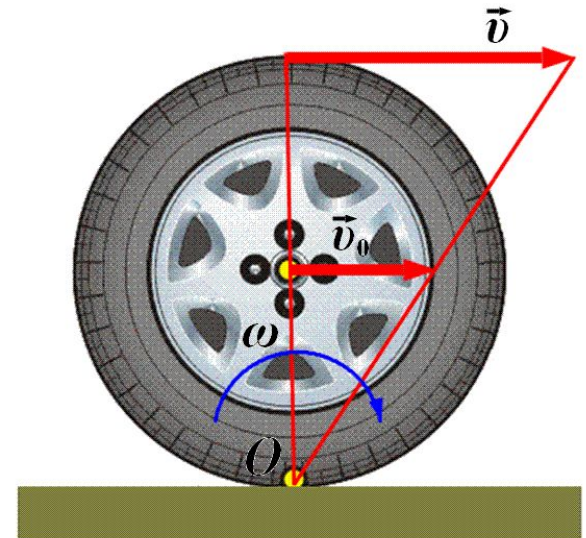
# Кінетична енергія у плоскопаралельному русі

- При плоскому русі кінетична енергія твердого тіла дорівнює сумі кінетичної енергії обертання навколо осі, що проходить через центр мас, і кінетичної енергії поступального руху центру мас:

$$E_k = \frac{I\omega^2}{2} + \frac{mv^2}{2}.$$

- Це ж тіло може мати ще й потенційну енергію  $E_p$ , якщо воно взаємодіє з іншими тілами. Тоді повна енергія дорівнює:

$$E = \frac{I\omega^2}{2} + \frac{mv^2}{2} + E_p.$$



Доведення

# Доведення

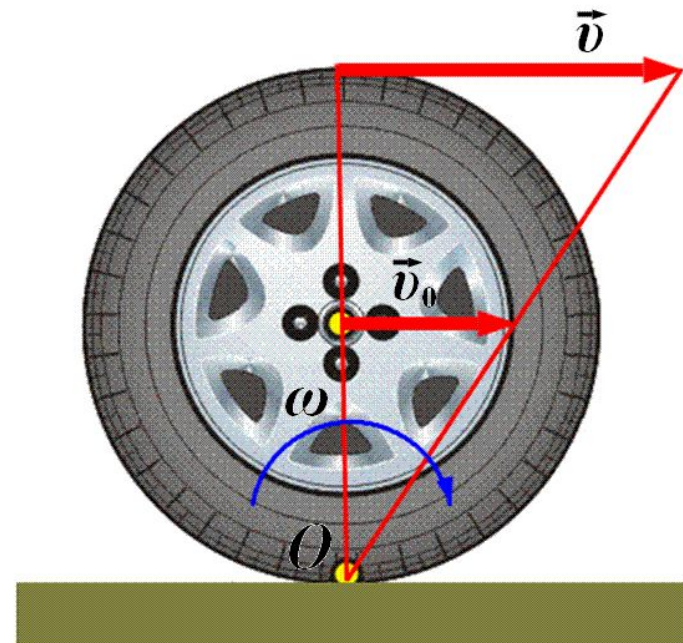
- Кінетична енергія відносно точки  $O$  дорівнює:

$$E_k = \frac{I\omega^2}{2},$$

де  $I$  – момент інерції циліндра відносно точки  $O$ . По теоремі Штейнера  $I = I_0 + mR^2$ , отже,

$$E_k = \frac{I_0\omega^2}{2} + \frac{m}{2}\omega^2 R^2 = \frac{I_0\omega^2}{2} + \frac{mv^2}{2},$$

так як  $v_0 = \omega R$ .



# Теорема Кеніга

---

**Кінетична енергія будь-якої системи матеріальних точок дорівнює сумі кінетичної енергії всієї маси системи, подумки зосередженої у її центрі мас і рухається разом з ним, і кінетичної енергії всіх матеріальних точок тієї ж системи у їх відносному русі по відношенню до системи координат, що рухається поступально, з початком у центрі мас.**





# ЗАКОН ЗБЕРЕЖЕННЯ ЕНЕРГІЇ



# Закон збереження енергії

---

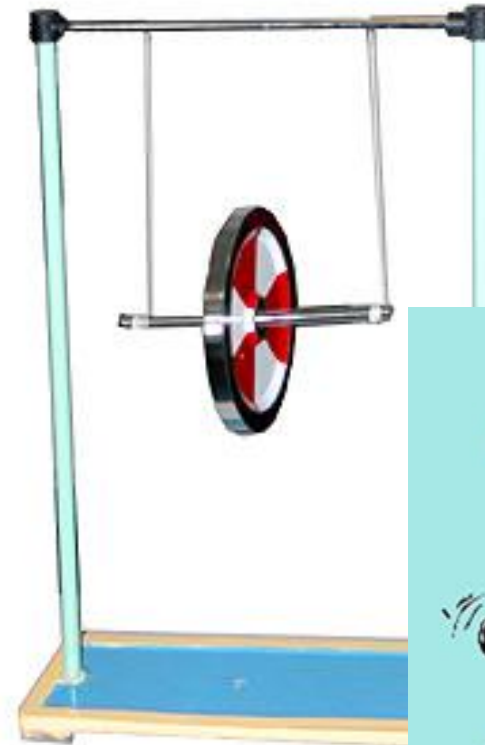
- Перетворення одного виду механічної енергії у інший на прикладі маятника Максвелла:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}.$$

- Рух маятника періодичний. Подібним чином рухається іграшка «йо-йо».
- Внаслідок тертя маятник через деякий час зупиниться:

$$E_1 = E_2 + Q$$

## Приклад 1. Маятник Максвелла



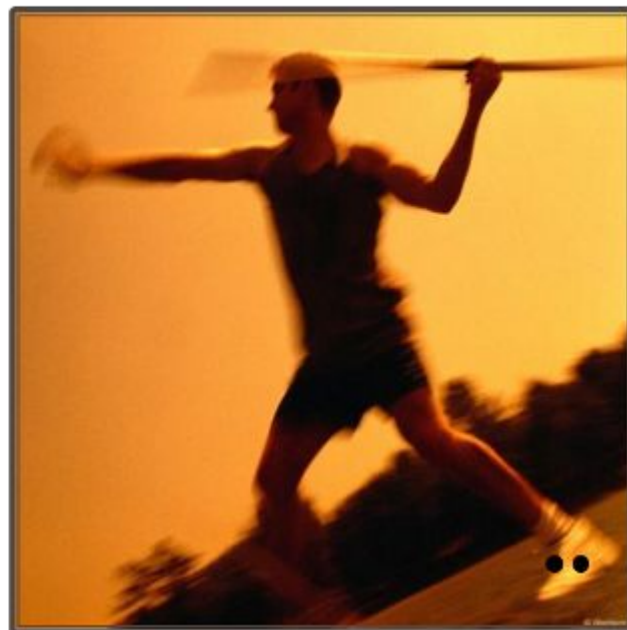
Приклад 2. Йо-йо.

# Використання кінетичної енергії обертання

---

- Штовхання ядра, метання молота, диска та інших спортивних снарядів вимагають попереднього розгону для збільшення дальності польоту.
- Збільшення швидкості снаряда при відриві від рук метальника (вильоті), досягається за рахунок додаткового обертання перед кидком.





• Бросок лассо •• метание копья •• лапта •• метание диска •• гольф

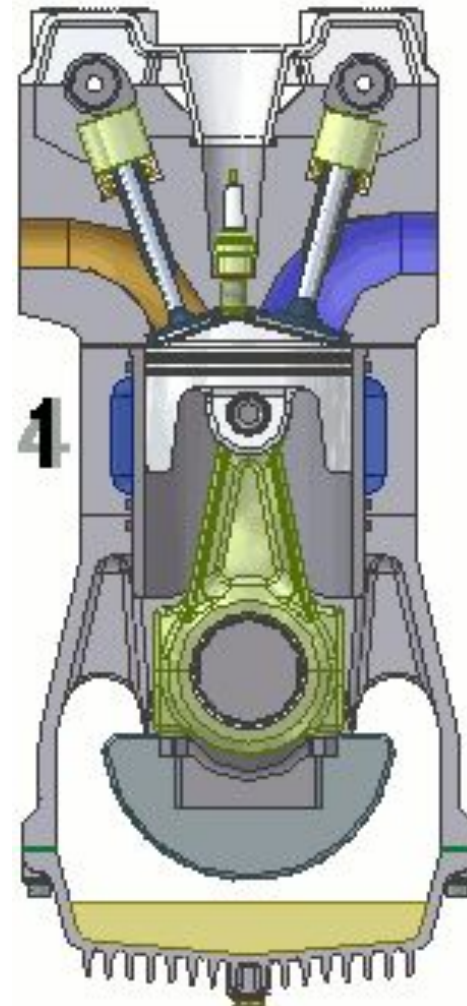
# Інерційні накопичувачі енергії

---

- Залежність кінетичної енергії обертання від моменту інерції тіл використовують у інерційних акумуляторах.
- Робота, що здійснюється за рахунок кінетичної енергії обертання, дорівнює :

$$A = \frac{I\omega^2}{2} - \frac{I\omega_0^2}{2}.$$

- Приклади: гончарні кола, масивні колеса водяних млинів, маховики у двигунах внутрішнього згоряння. Маховики, що застосовуються у прокатних станах, мають діаметр понад трьох метрів і масу понад сорок тонн.





«У фізиці часто траплялося, що істотний успіх був досягнутий проведенням послідовної аналогії між не пов'язаними з вигляду явищами».

Альберт Ейнштейн

ДЯКУЮ ЗА УВАГУ!

