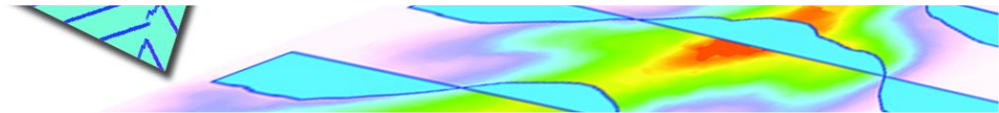
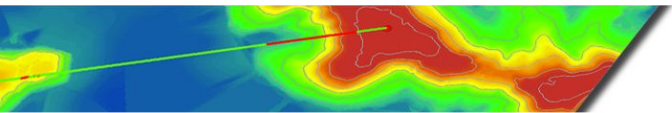


Geospatial Analysis

Геостатистика
Просторова регресія

Варіаграмний аналіз
Методи інтерполяції

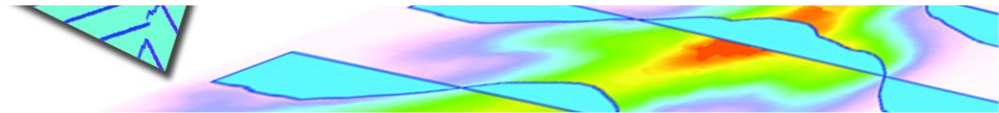
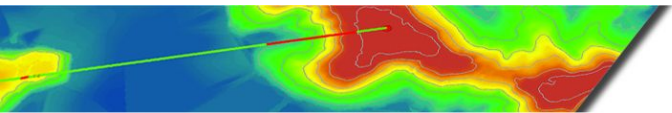


Геостатистика

це розділ статистики, що вивчає технології та методи для аналізу, оброблення і подання просторово-розподіленої (та/або просторово-часової) інформації на основі статистичних методів

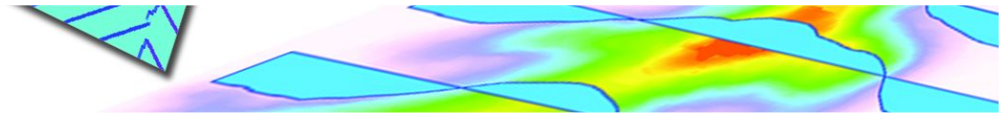
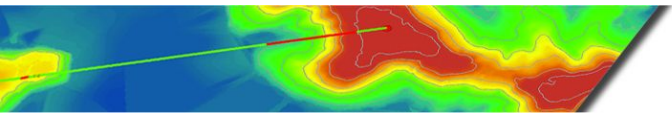
Геостатистика моделює закономірності розподілу об'єктів, явищ і процесів в географічному просторі з врахуванням їх місцеположення.

Предметом аналізу геостатистики є просторові змінні (або районовані змінні **regionalised variables**) – змінні з координатною прив'язкою: кількість опадів, щільність населення в деякій географічній області, ступінь забруднення ґрунту, тощо



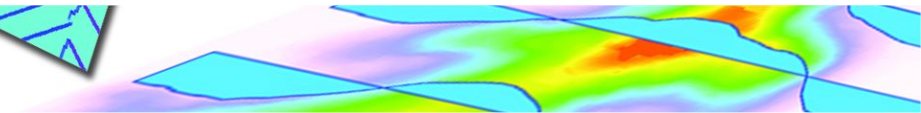
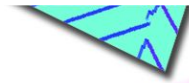
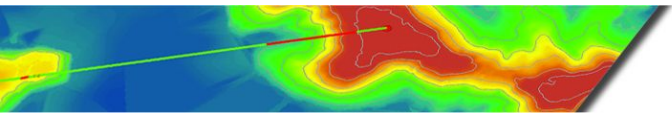
Практичні завдання геостатистики

- оцінка значення в точці, де спостереження не проводились;
- оцінювання похибки інтерполяції та врахування при інтерполяції похибки вимірювань;
- визначення ймовірності перевищення заданого рівня;
- кореляційний аналіз декількох змінних;
- отримання набору рівномовірностних просторових реалізацій розподілу;
- опис просторової варіабельності та невизначеності

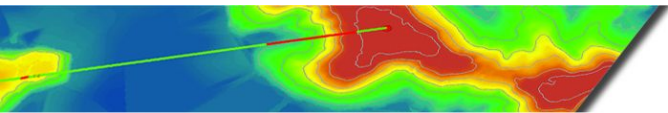


Основні етапи геостатистичного аналізу

1. **Статистичний аналіз даних** - дослідження даних (визначення статистичних параметрів, перевірка на нормальність, виявлення тренда)
2. **Дослідження та моделювання просторової кореляції** - побудова варіограмної моделі
3. **Просторова оцінка** - моделі сімейства крігінг
4. **Підбор оптимальних параметрів моделювання** - оцінка точності моделювання
5. **Подання результатів геостатистичного аналізу** - карти ймовірностей, карти середніх оцінок



Концепція геостатистичного аналізу



Варіаграма

- це статистичний момент другого порядку випадкової функції $Z(x)$, що застосовують для кількісного опису просторової безперервності:

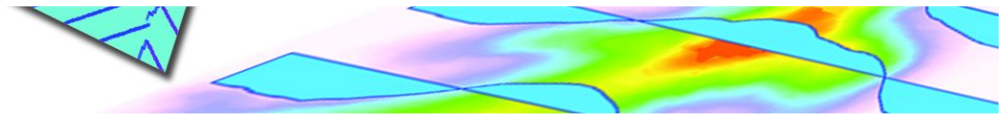
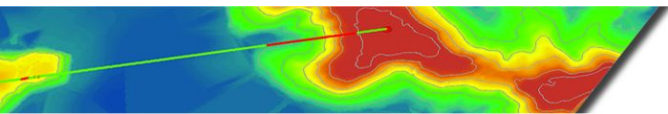
$$\gamma(h) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n [z(x_i) - z(x_i + h)]^2$$

x та $x + h$ відносяться до точок в n -мірному просторі, де n може бути 1, 2 або 3. Напр., коли $n = 2$ (тобто на площині), x позначає точку (x_1, x_2) і h - вектор.

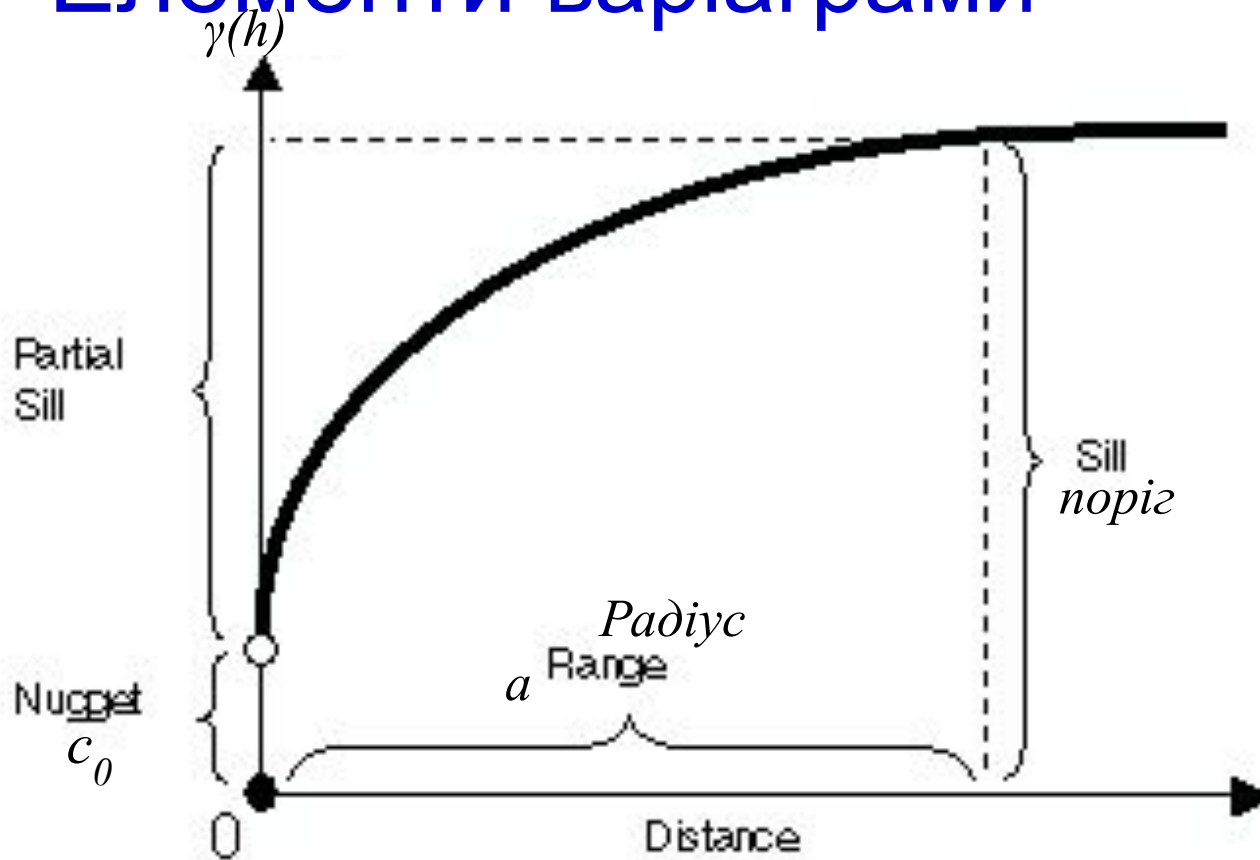
Варіаграма описує кореляційний зв'язок між двома випадковими величинами $Z(x)$ та $Z(x+h)$, що розташовані в просторі на відстані h . Сила зв'язку може змінюватися зі зміною відстані між точками та зміною напрямку вектора h .

x та $x + h$ відносяться до точок в n -мірному просторі, де $n = 1, 2$ або 3 . Напр., коли $n = 2$ (тобто на площині), x позначає точку (x_1, x_2) і h - вектор.

Для зафіксованого напрямку варіограма показує, як змінюються значення величини, що досліджується при збільшенні відстані між точками.



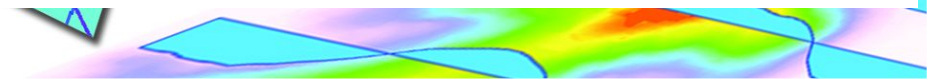
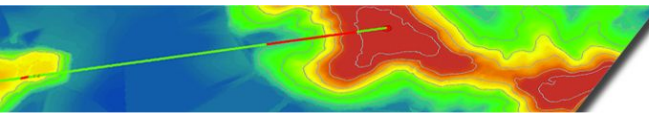
Елементи варіаграми



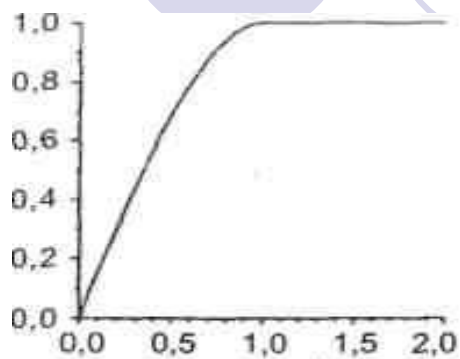
(c_0) - це оцінка просторово некорельованого шуму, (nugget, англ. «самородок») - це залишкова варіація, тобто дисперсія похибок вимірювань, а також тих просторових змін, які мають характерний розмір, набагато менший, ніж крок випробування

поріг (sill) - величина «насичення» варіограми

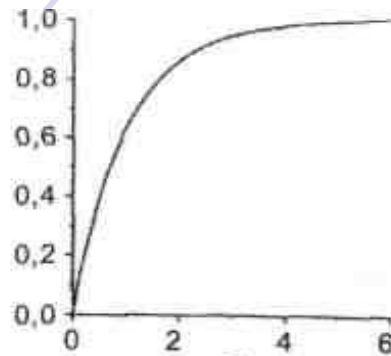
a радіус кореляції (радіус залучення або просто радіус (range)) – максимальні значення змінної, при яких варіаграма не збільшується, тобто втрачається залежність різниці значень у двох місцеположеннях від відстані між ними



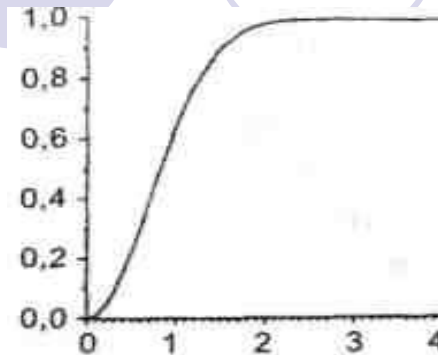
Теоретичні варіограмні моделі



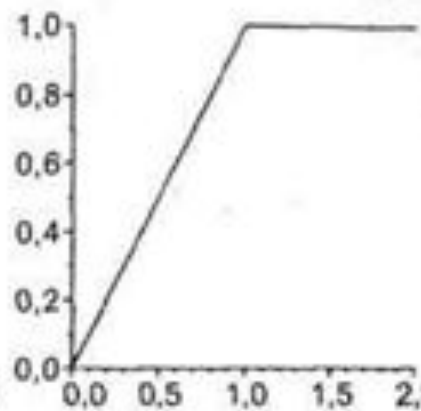
Сферична



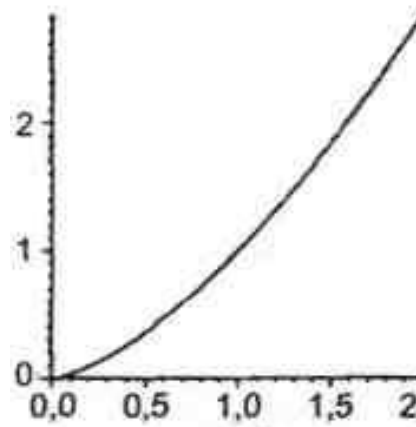
Експоненціальна



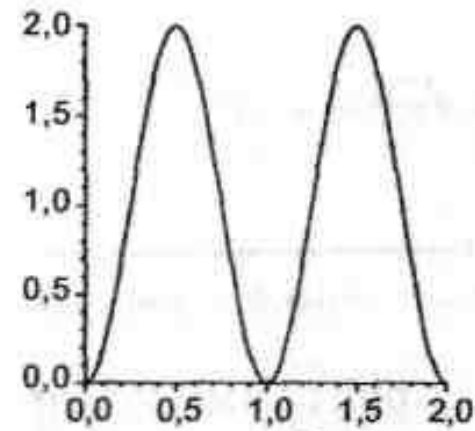
Гауссівська



Лінійна



Степенева ($a = 1,5$)



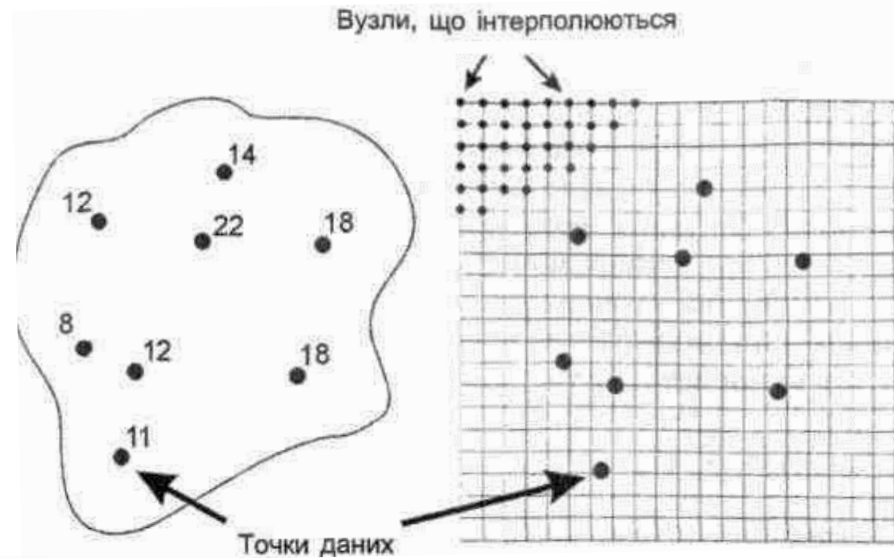
Періодична

Просторова інтерполяція

Інтерполяція — спосіб знаходження проміжних значень величини за наявним дискретним набором відомих значень

Завданням просторової інтерполяції є побудова на основі мережі вихідних точок суцільної поверхні з заданим розміром кроку сітки вузлів.

процедура побудови регулярної прямокутної сітки числових значень на основі мережі нерегулярних точок одержала назву **gridding**, масив інтерпольованих по регулярній сітці даних — **grid**, вузли інтерпольованої сітки — **node**.



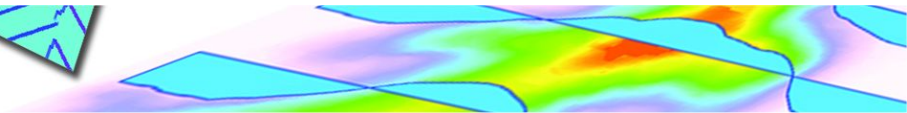
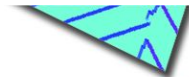
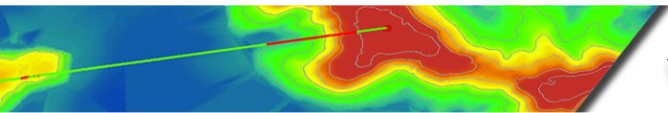
Методи інтерполяції

глобальні

локальні

детерміновані

стохастичні



Просторова інтерполяція

Методи інтерполяції

Глобальні

- класифікації з використанням зовнішньої інформації;
- поліноміальна регресія з геометричними координатами;
- регресійні моделі.

Локальні

детерміновані

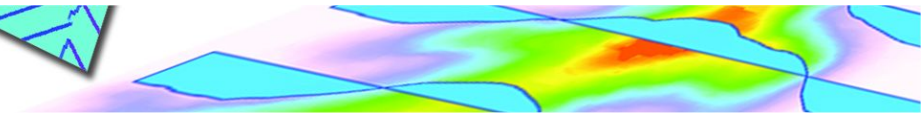
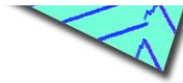
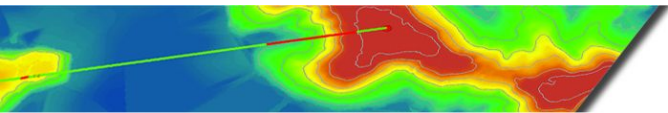
розраховують значення точок на основі вимірних значень, що потрапляють в близькість до інтерпольованої точки, за допомогою математичних формул, які визначають згладженість результуючої поверхні

- метод найближчого сусідства (полігонів Тиссена-Вороного);
- метод середнього зважування обернено пропорційно відстані (дистанції);
- метод сплайнів.

стохастичні

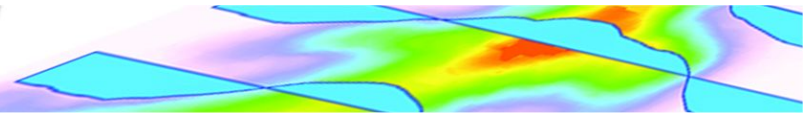
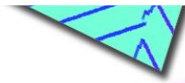
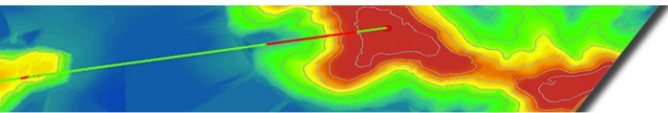
ґрунтуються на статистичних моделях, що включають аналіз автокореляції (статистичні відносини між вимірними точками)

- геостатистичне моделювання/ крігінг



Просторова інтерполяція

Інструмент	Опис
ОВР (ОВР (IDW))	Інтерполює поверхню растра на підставі значень в точках з використанням методу обернених зважених відстаней (ОВР)
Крігінг (Kriging)	Інтерполює поверхню растра по точках з використанням методу крігінга
Природна близькість (Natural Neighbor)	Інтерполюється поверхню растра на підставі значень точок з використанням методу природної близькості
Сплайн (Сплайн (Spline))	Інтерполює поверхню растра на підставі значень точок з використанням двовірного методу сплайна з мінімізацією кривизни. Результуюча згладжена поверхня проходить безпосередньо через вхідні точки
Сплайн з бар'єрами (Spline with Barriers)	Інтерполює поверхню растра, використовуючи бар'єри, на підставі набору точок із застосуванням методу сплайна з мінімізацією кривизни. Бар'єри вводяться як полігональні або полілінійні об'єкти
Топо в растр (Toto to Raster)	Інтерполює коректну растрову поверхню по точковим, лінійним та полігональним даним
Топо в растр за параметрами (Toto to Raster by File)	Інтерполює коректну растрову поверхню по точковим, лінійним та полігональним даним, використовуючи параметри, задані у файлі.
Тренд (Тренд (Trend))	Інтерполює поверхню растра на підставі значень в точках з використанням методу тренда



Обернена зважена відстань Inverse Distance Method (IDM)

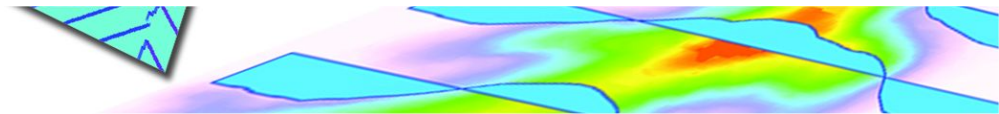
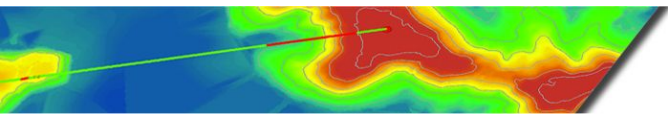
полягає в тому, що значення атрибута z в довільній точці простору, в якій не проводилися вимірювання, є середнім зваженим по відстані із значень в точках вимірювань, розміщених по сусідству в межах певного радіуса (або вікна) навкруги цієї точки. Ваги точок вимірювань є обернено пропорційними відстані до даної точки:

$$z(x_j) = \frac{\sum_{i=1}^n z(x_i) d_{ij}^{-r}}{\sum_{i=1}^n d_{ij}^{-r}}$$

де x_j – точки (вузли) інтерполяції;
 x_i – точки з відомими значеннями;
 d_{ij} – відстані між точками з відомим значенням і точкою оцінювання;
 r – показник ступеня інтерполяції;
 n – кількість точок з відомим значеннями, що потрапляють в радіус оцінювання.

+ гнучкість
+ легкість

- відсутність методики обґрунтування виду вагової функції
- наперед невідома точність просторової інтерполяції



Сплайн-інтерполяція

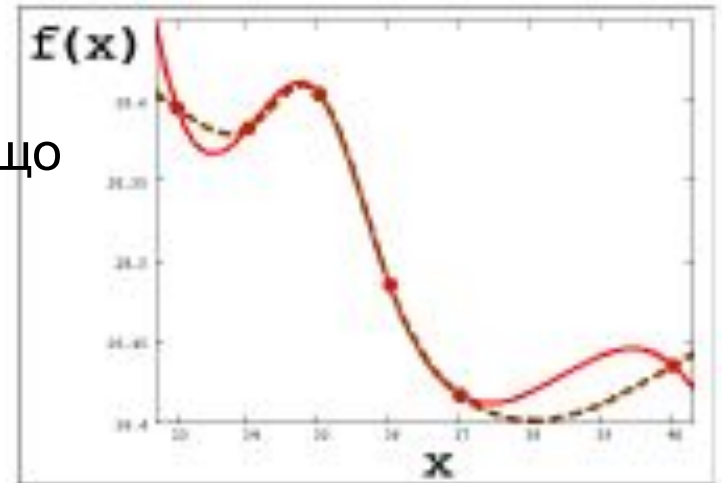
ґрунтується на використанні для інтерполяції в околах даного вузла кускових поліноміальних функцій, які мають назву «функції сплайнів».

Типи сплайнів: лінійний, кубічний сплайн, сплайн Ерміта, Сплайн Катмулла-Рома, тощо

Кубічний сплайн (поліном третього ступеня (кубічна парабола):

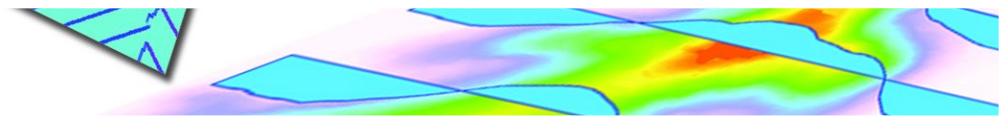
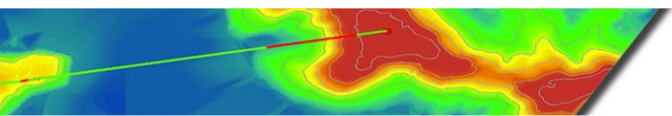
$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

Коефіцієнти a , b , c , d розраховуються незалежно для кожного проміжку інтерполювання, виходячи зі значень y_i в сусідніх точках



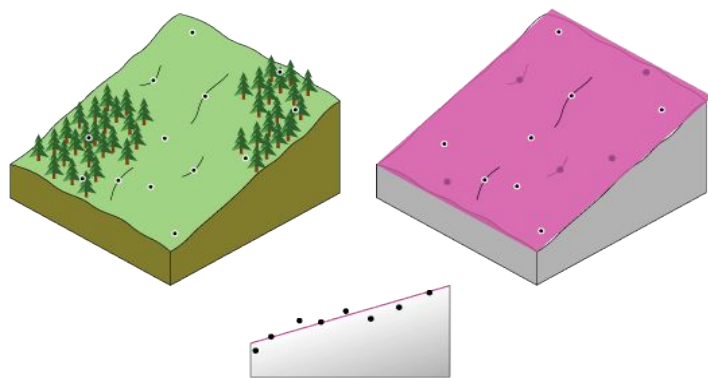
+ висока швидкість оброблення обчислювального алгоритму
+ гладкість інтерпольованої поверхні

- неможливість коректного відображення різких змін у поверхні
- наперед невідома точність просторової інтерполяції

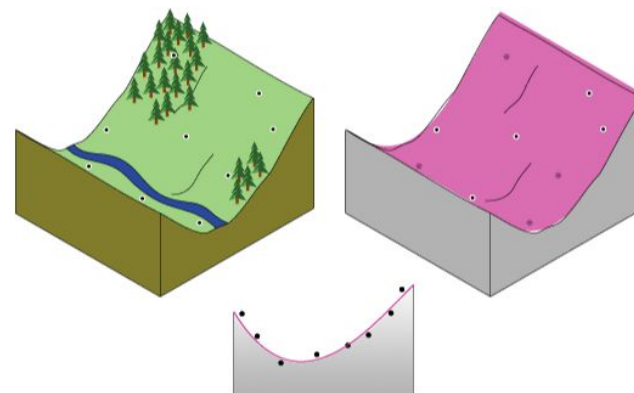


Тренд *Trend*

метод глобальної інтерполяція, який створює згладжену поверхню, що задана математичною (напр., поліноміальною) функцією для вхідних опорних точок. Вид тренду становляють за графічним зображенням даних ряду, шляхом усереднення показників змінної



Поліном 1-ого порядку



Поліном 2-ого порядку

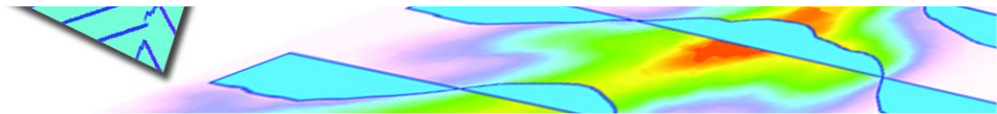
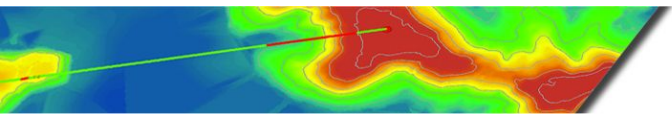
Два загальних типа тренд-інтерполяції

- Лінійний

$$y = a x + b$$

- Логарифмічний

$$y = c \ln x + b$$



Крігінг / Kriging

це метод знаходження кращої незміщеною лінійної оцінки (тобто найменшої дисперсії) значень точок

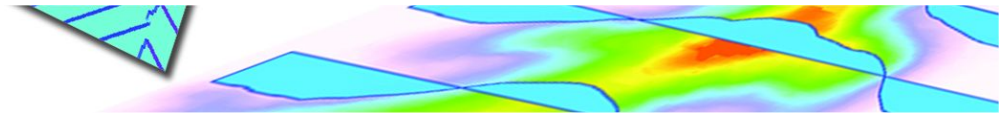
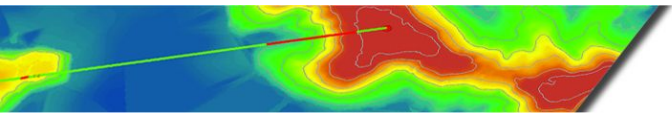
Dr DG Krige

Всі моделі сімейства крігінга так чи інакше зводяться до лінійної регресійної оцінки:

$$V^*(x) - m(x) = \sum_{i=1}^n w_i(x) [V(x_i) - m(x_i)]$$

де $w_i(x)$ - ваги, які надають даним $V(x_i)$, які в свою чергу є реалізаціями просторової змінної V . Значення $m(x)$ та $m(x_i)$ є математичними очікуваннями (середніми) просторових змінних $V(x)$ та $V(x_i)$.

Кількість даних n , що використовуються для оцінювання, як і їх ваги можуть змінюватися в залежності від точки оцінювання x



Крігінг / Kriging

Випадкова функція $V(x)$ зазвичай розкладається на дві компоненти: детерміністичний тренд $m(x)$ та випадкову нев'язку $R(x)$:

$$V(x) = R(x) + m(x)$$

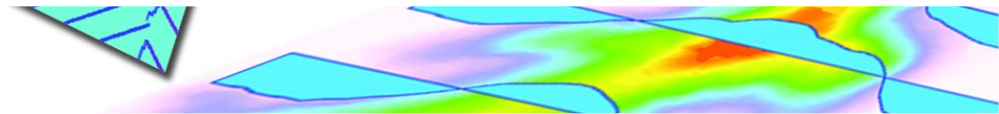
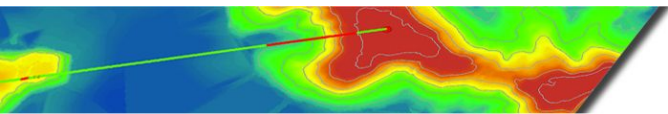
Компонента нев'язки $R(x)$ моделюється як стаціонарна випадкова функція з нульовим математичним очікуванням $m_R(x)$ та ковариацією $C_R(h)$:

$$m_R(x) = E\{R(x)\} = 0$$

$$\text{Cov}\{R(x), R(x+h)\} = E\{R(x)R(x+h)\} = C_R(h)$$

Таким чином, математичне очікування просторової змінної V в точці x буде дорівнювати значенню тренда:

$$E\{V(x)\} = m(x)$$



Крігінг / Kriging

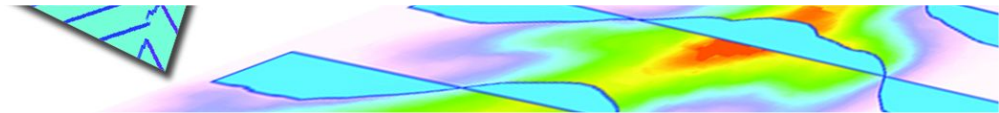
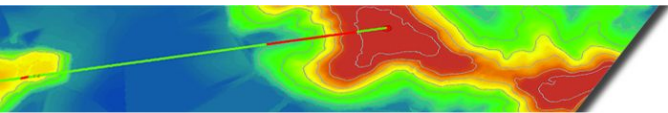
УМОВИ:

1) **Незміщені оцінки $V^*(x)$** в точці x
(середнє значення похибки оцінювання дорівнює нулю):

$$R^*(x) = V^*(x) - V(x)$$

2) **Мінімізація варіації помилки**, що дає «найкращу» в статистичному сенсі оцінку:

$$R^2(x) = E\{(R^*(x) - m_R(x))^2\}$$



Крігінг / Kriging

Відрізняють три типи Крігінгу, в залежності від моделі тренда $m(x)$:

1. **Простий крігінг (Simple Kriging, SK)** – середнє $m(x)$ є постійним та відомим в області дослідження S :

$$m(x) = m = \text{const}, \text{ відомо } \forall x \in S$$

2. **Звичайний крігінг (Ordinary Kriging, OK)** – значення середнього в області невідомо, але постійно:

$$m(x) = m = \text{const}, \text{ невідомо } \forall x \in A(x)$$

3. **Універсальний крігінг (Universal kriging, UK)** припускає, що невідоме середнє значення $m(x)$ гладко змінюється по всій області дослідження S . Компонента тренда моделюється як лінійна комбінація відомих функцій $f_k(x)$:

$$m(x) = \sum_{k=0}^k a_k(x) f_k(x)$$

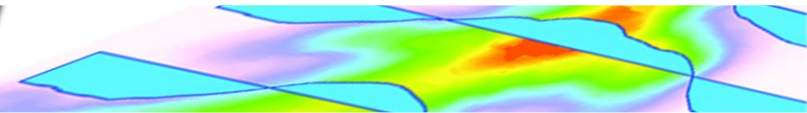
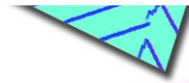
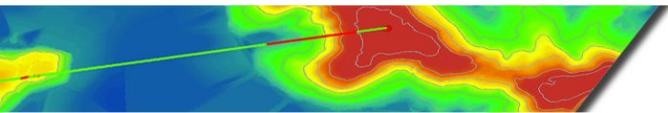
де коефіцієнти $a_k(x)$ визначаються із системи рівнянь універсального крігінга

Вибір методу інтерполяції

вибір методу інтерполяції наявних даних залежить також від кількості вихідних точок даних та рівномірності їх розподілу в області інтерполяції

Кількість спостережень (точок)	Рекомендований метод інтерполяції
Близько 10	методи кригінга сплайн
Менш 250	кригінг із лінійною варіограмною моделлю
250-1000	лінійна інтерполяція кригінг
Понад 1000	кригінг обернена зважена відстань

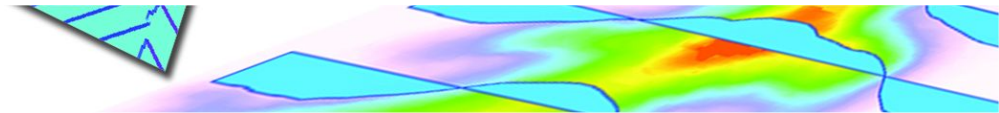
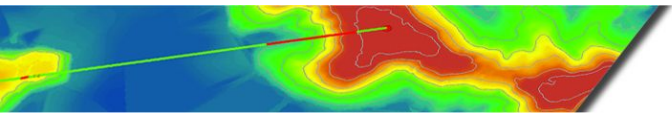
Отримана вибірка значень підлягає статистичній обробці, при перевищенні визначеного дослідником рівня наближення в параметри інтерполяції вносяться необхідні зміни



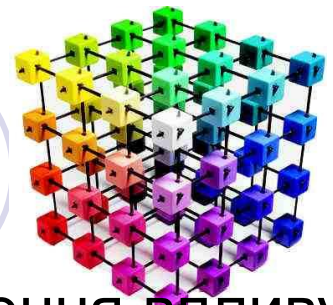
Geospatial Analysis

Геостатистика

Багатофакторний аналіз

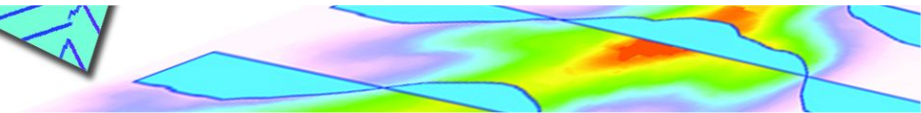
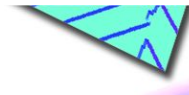
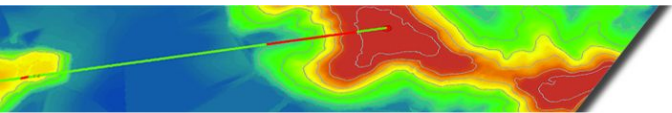


Багатофакторний аналіз



предметом багатофакторного аналізу є дослідження впливу декількох різноманітних показників (факторів) на об'єкт дослідження з метою оцінити міру впливу кожного.

- **Функціональний** - такий зв'язок, при якому будь-яке явище (об'єкт або його характеристика) повністю визначається однією або декількома факторами
- **Кореляційний** - такий зв'язок явищ, при якому на кожне з них впливає велика кількість різноманітних чинників
- За напрямком зв'язку прийнято розрізняти **пряму та зворотну форми зв'язку**
- При аналітичному вираженні у статистиці розрізняють **прямолінійний і криволінійний зв'язки**



Кореляція

(від лат. *correlatio* - співвідношення) – це статистична залежність між випадковими величинами, що носить імовірнісний характер

Головні завдання кореляційного аналізу:

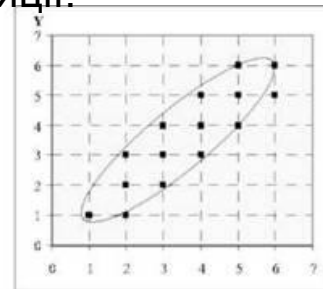
- 1) оцінка за вибірковими даними коефіцієнтів кореляції;
- 2) перевірка значущості вибіркових коефіцієнтів кореляції або кореляційного відношення;
- 3) оцінка близькості виявленого зв'язку до лінійного;
- 4) побудова довірчого інтервалу для коефіцієнтів кореляції.

Коефіцієнт кореляції – міра залежності між випадковими величинами $[-1, 1]$

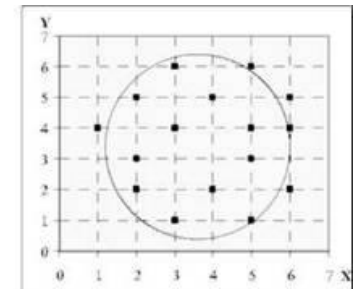
Індекс кореляції – кореляційне відношення - $R \in [0, 1]$.



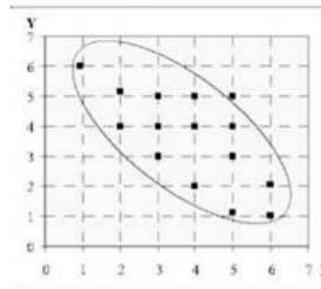
а) $r_{xy} = +1,00$



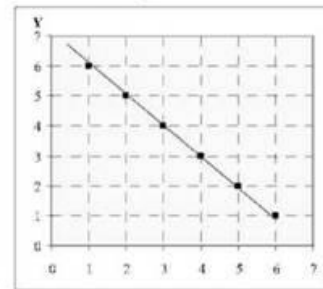
б) $r_{xy} \approx +0,88$



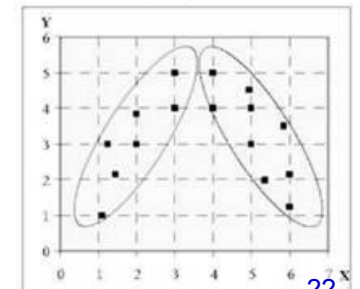
в) $r_{xy} \approx 0$



г) $r_{xy} \approx -0,60$



д) $r_{xy} = -1,00$



е) $r_{xy} \approx 0$

Регресія

- **Основне завдання регресійного аналізу є встановлення форми і вивчення залежності змінних**

- Р. дозволяє за величиною однієї ознаки (змінна x) знаходити середні (очікувані) значення іншої ознаки (змінна Y), зв'язаної з x кореляційно.

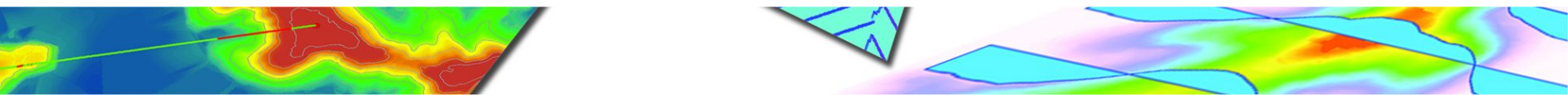
Оскільки в дослідженнях конкретний вид взаємозв'язків невідомий, одне з головних завдань регресійного аналізу полягає у доборі відповідного виразу $Y = F(X)$, графік якого проходить через емпіричні точки (або досить близько до них) і таким чином зв'язує змінні x і Y .

- У прямокутній системі координат рівняння лінійної регресії:

$$\begin{aligned}y(x) &= a_1x + b_1 \\x(y) &= a_2y + b_2\end{aligned}$$

- **Головною властивістю рівняння регресії є те, що вона (регресія) мінімізує суму квадратів (дисперсію) відхилень точок на лінії від експериментальних даних**

$$\sum_{i=1}^n (y_i - y(x_i))^2 = \sum_{i=1}^n (\Delta y_i)^2 \rightarrow \min.$$



Просторова регресія

- **Географічна зважена регресія (ГВР) (Geographically Weighted Regression)** - один з декількох методів просторового регресійного аналізу, що створює локальну модель змінної або процесу на основі рівняння регресії для кожного просторового об'єкту в наборі даних

Модель Географічно зваженої регресії має вид:

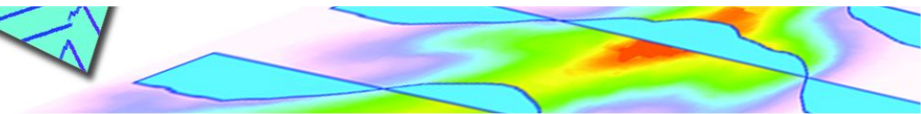
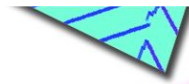
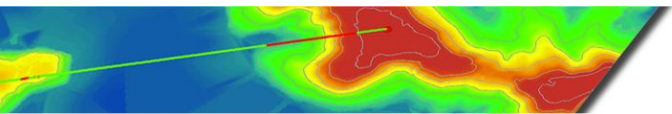
$$y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{k=1}^p \beta_k(u_i, v_i) \cdot x_{ik} + \varepsilon_i,$$

де (u_i, v_i) – місцеположення i -го об'єкту (координати i -ї точки);

y_i – значення результативного признаку; x_{ik} – значення k -ї

описової змінної для i -го об'єкту; $\beta_k(u_i, v_i)$ – невідомі

коефіцієнти; ε_i – регресійні нев'язки; $i = 1, 2, \dots, n$; $k = 1, 2, \dots, p$.



Просторова регресія

Вектор оцінок коефіцієнтів для кожного місцеположення i обчислюється по формулі:

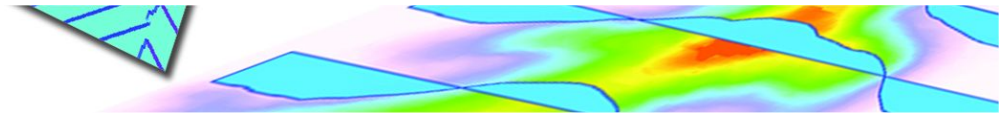
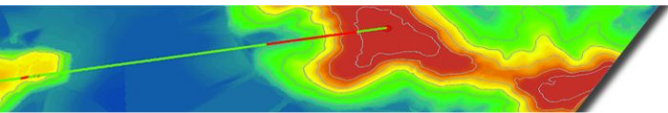
$$\hat{\beta}(u_i, v_i) = [X^T W(u_i, v_i) X]^{-1} X^T W(u_i, v_i) Y,$$

$$W(u_i, v_i) = \begin{pmatrix} w_{i1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & w_{i1} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & w_{i1} \end{pmatrix}$$

де $W(u_i, v_i)$ – матриця вагових коефіцієнтів розмірності $(n \times n)$, елементи якої визначають ступень впливу сусідів j на залежність місцеположення i .

Методи обчислювання вагових коефіцієнтів

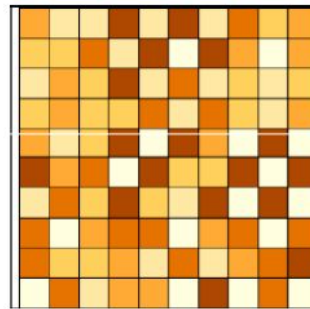
- метод адміністративно-територіального поділу;
- метод рухомого фіксованого вікна;
- метод фіксованого ядра;
- метод адаптивних ядер.



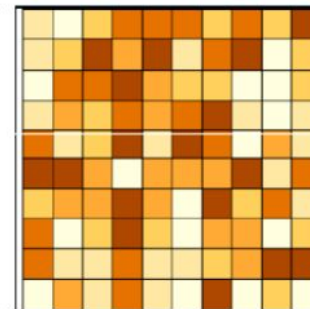
Просторова автокореляція

(autocorrelation) це статистична міра, що описує, як змінюється одна властивість з залежності від інших

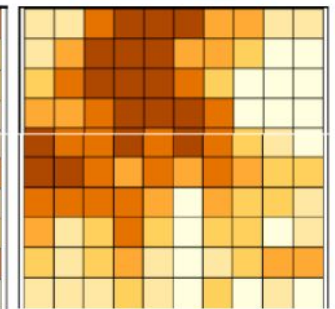
Процес просторової автокореляції є вимірюванням ступеня, за яким набір просторових об'єктів та значення пов'язаних з ним даних можуть бути кластеризовані в просторі (додатня просторова автокореляція) або дисперговані (від'ємна просторова автокореляція)



Від'ємна просторова автокореляція: поруч групуються одиниці, що володіють несхожими характеристиками



Випадкова



Додатня просторова автокореляція: утворення кластерів у просторі спостережень з близькими показниками

Просторова автокореляція

Загальний вид просторової залежності :

$$\text{cov}(y_i, y_j) = E(y_i, y_j) - E(y_i)E(y_j) \neq 0, \quad \text{для } i \neq j$$

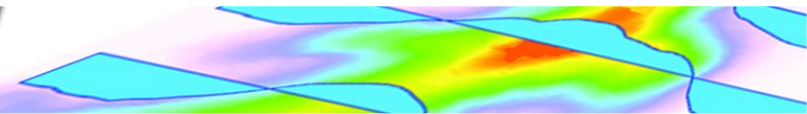
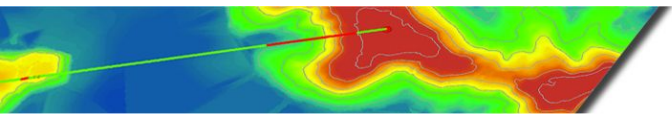
де E – математичне очікування події y_i, y_j .

В матричному виді просторова автокореляція має вид:

$$\Gamma_{ij} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_{ij} Y_{ij}$$

де Γ є мірою просторової автокореляції для n просторово прив'язаних спостережень, що складається з просторової матриці ваг W_{ij} , що подає просторові відносини кожного місця i до всіх інших місцеположень j .

Матриця Y_{ij} подає непросторові відносини реалізацій змінної Y в місцях i з усіма іншими реалізаціями на всіх інших положеннях j .



Просторова матриця ваг

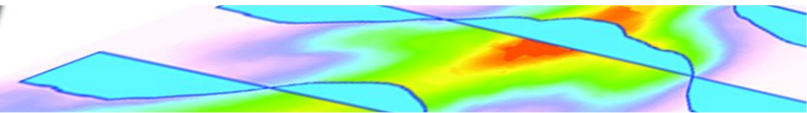
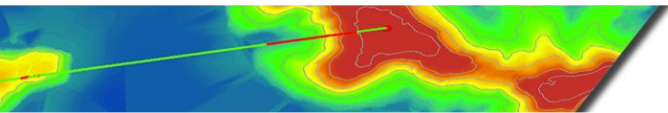
- відображає припущення, що розподіл певних явищ та об'єктів (або їх інтенсивність) залежить від відстані між ними:

$$w_{ij} = 1 / d_{ij}^2$$

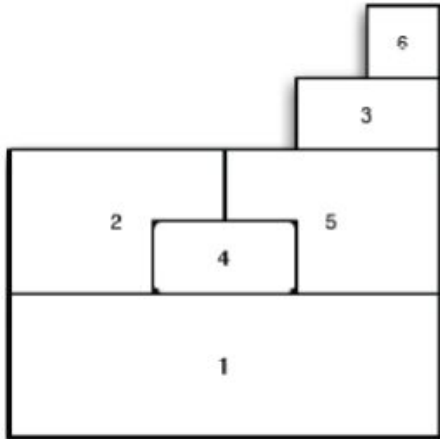
Тобто, вага, яку має клітина (i, j) є зворотною відстані d між двома точками i та j , (метод обернених відстаней).

Просторова матриця ваг подає різноманітні відстані, наприклад:

- просторово суміжних сусідів (за замовчуванням для багатьох досліджень),
- обернених відстаней (функція зниження відстані),
- довжина спільного кордону, поділена на периметр (геометрична вага),
- пропускна здатність як відстань до n найближчих сусідів (залежить від щільності точок),
- ранг відстаней Ranked distances (недекартовий підхід),
- центроїди в межах відстані D (залежить від щільності),
- пропускна здатність відстані розпаду (для географічно зваженої регресії),
- похідні просторової автокореляції (на основі просторових асоціацій, що спостерігаються).



Приклад матриці ваг

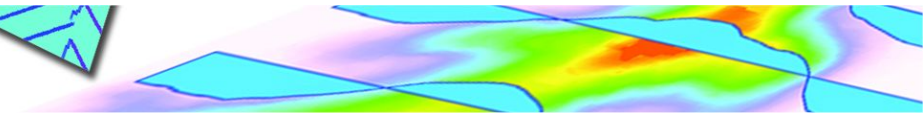
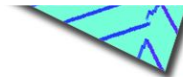
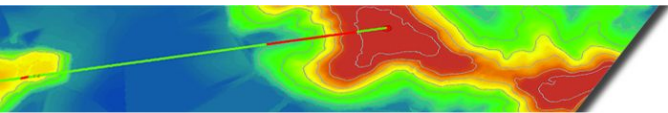


$$W = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Нормалізація матриці ваг по рядку

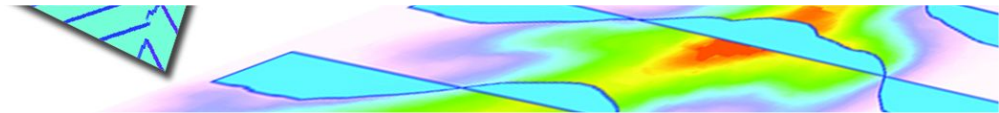
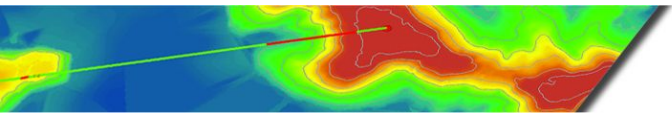
$$W^* = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 1/3 & 0 & 1/3 & 1/3 & 0 \\ 1/3 & 0 & 0 & 1/3 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/3 & 1/3 & 0 & 0 & 1/3 & 0 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



Показники автокореляції

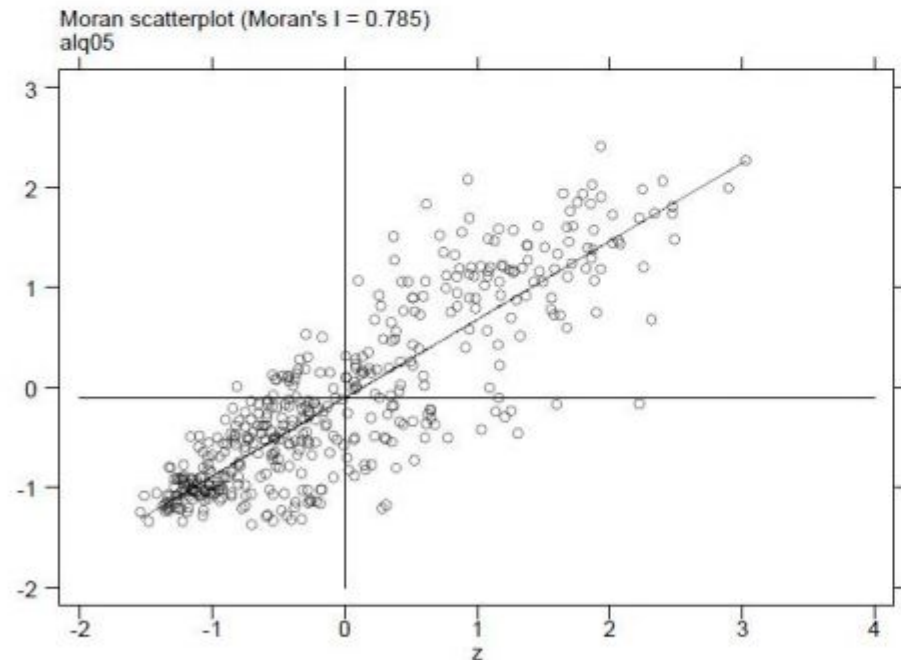
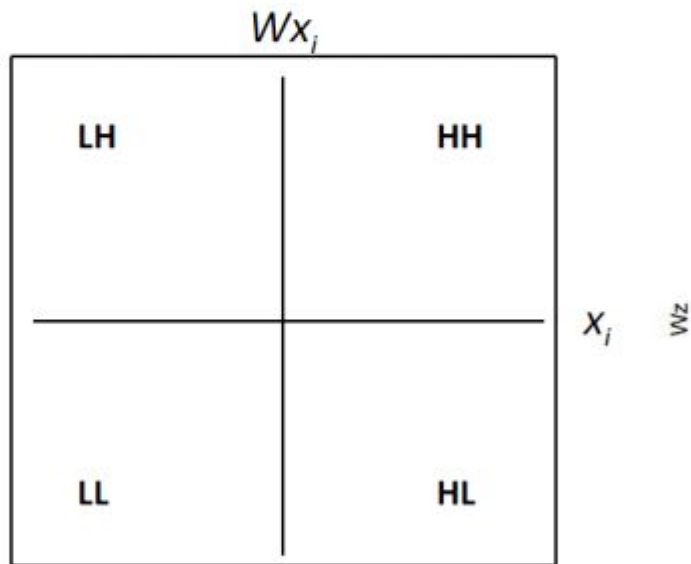
- ❑ **Глобальні** показники оцінюють загальну структуру та тренд даних та є найбільш ефективними, коли просторові закономірності стійкі в межах області інтересу (Загальний індекс І Морана)
- ❑ **Локальні** показники оцінюють кожен об'єкт в контексті сусідніх об'єктів та порівнюють локальні ситуації з глобальною ситуацією



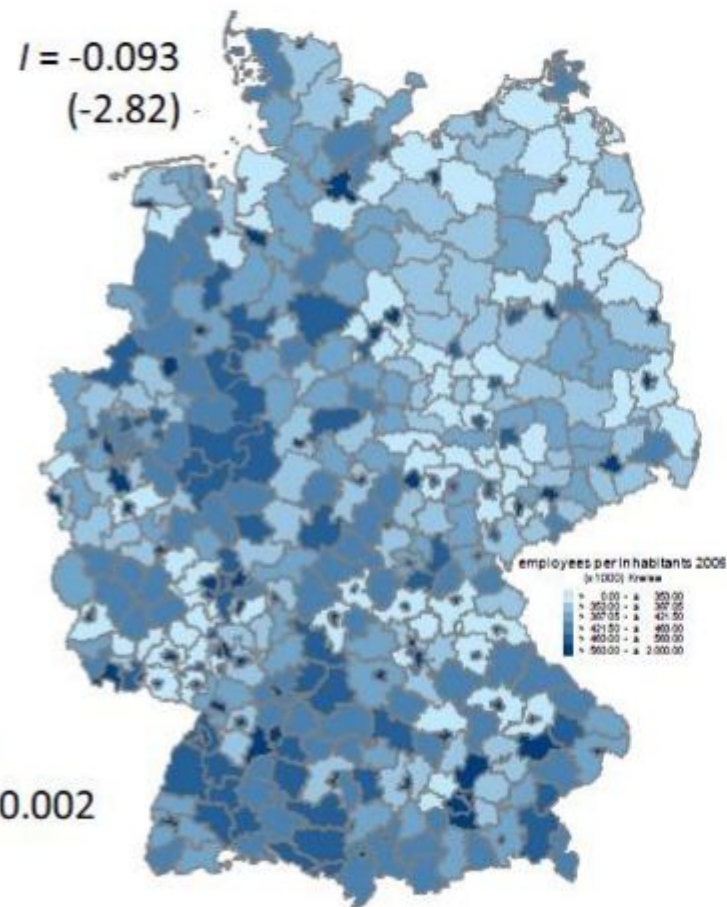
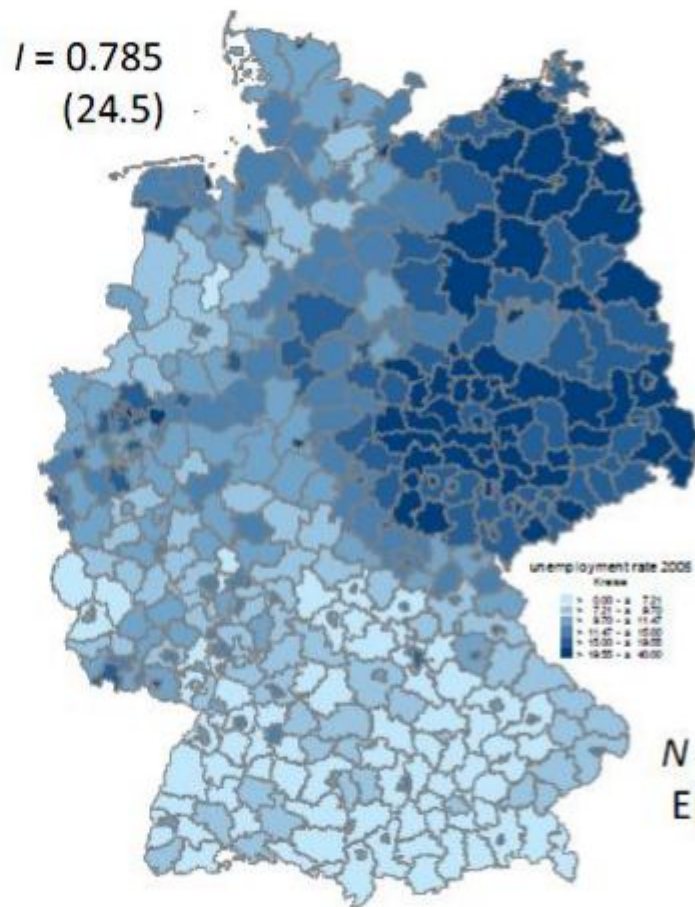
Діаграма Морана I

$$I = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{ij} (x_i - \bar{x})(x_j - \bar{x})}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} = \frac{[X'WX]}{X'X} = X'(X'X)^{-1}WX$$

I – кут нахилу в регресії: $WX=c+Ix+\varepsilon$



Ілюстрація статистики Морана I



$N = 439$
 $E[I] = -0.002$

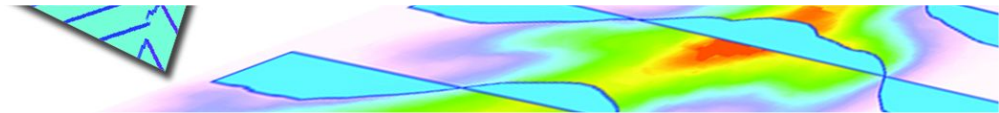
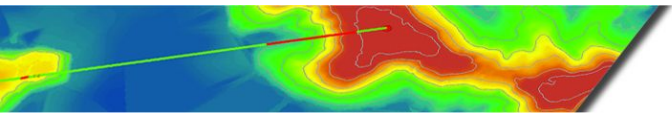
Инструменты ArcGIS

Geoprocessing » Tool reference » Spatial Statistics toolbox»Modeling Spatial Relationships toolset

Инструмент	Описание
Исследовательская регрессия	Инструмент Исследовательская регрессия оценивает все возможные комбинации входных потенциальных независимых переменных, выполняя поиск моделей OLS, которые наилучшим образом описывают зависимую переменную в контексте критериев, заданных пользователем.
Построить матрицу пространственных весов для сети	Создает файл с матрицей пространственных весов (.swm) на основе набора сетевых данных, определяя пространственные отношения объектов в соответствии со структурой сетевой модели.
Построить матрицу пространственных весов	Создает файл с матрицей пространственных весов (с расширением SWM) для отображения пространственных отношений между объектами в наборе данных.
Географически взвешенная регрессия	Выполняет Географически взвешенную регрессию (ГВР), локальную форму линейной регрессии, используемую для моделирования отношений, варьирующихся в пространстве.
Наименьшие квадраты	Выполняет глобальный Метод наименьших квадратов (МНК) для линейной регрессии, чтобы создать прогнозы или смоделировать зависимую переменную в терминах её взаимосвязей с описанными переменными.

Література

1. Каневский М.Ф., Демьянов В.В., Савельева Е.А., Чернов С.Ю., Тимонин В.А. Элементарное введение в геостатистику серия Проблемы окружающей среды и природных ресурсов, № 11, ВИНТИ, Москва, 1999
2. В. Демьянов, Е. Савельева. Геостатистика. Теория и практика. Издательство «Наука», Москва, 2010, 327 стр., ISBN 978-5-02-037478-2
3. Getis, Arthur, and Jared Aldstadt. "Constructing the Spatial Weights Matrix Using a Local Statistic" (Создание матрицы пространственных весов с использованием локальных статистических показателей) *Geographical Analysis* 36(2): 90–104, 2004.
4. Справка ArcGIS 10.1 / <http://resources.arcgis.com/ru/help/main/10.1/index.html#/na/009z00000076000000/>



Питання для перевірки

1. Етапи геостатистичного аналізу.
2. Обернена зважена відстань: визначення, переваги та недоліки.
3. Сплайн-інтерполяція, типи сплайнів.
4. Тренд.
5. Крігінг: визначення, умови, типи.
6. Варіаграма.
7. Кореляція.
8. Регресія
9. Просторова регресія.
10. Автокореляція
11. Матриця ваг.

