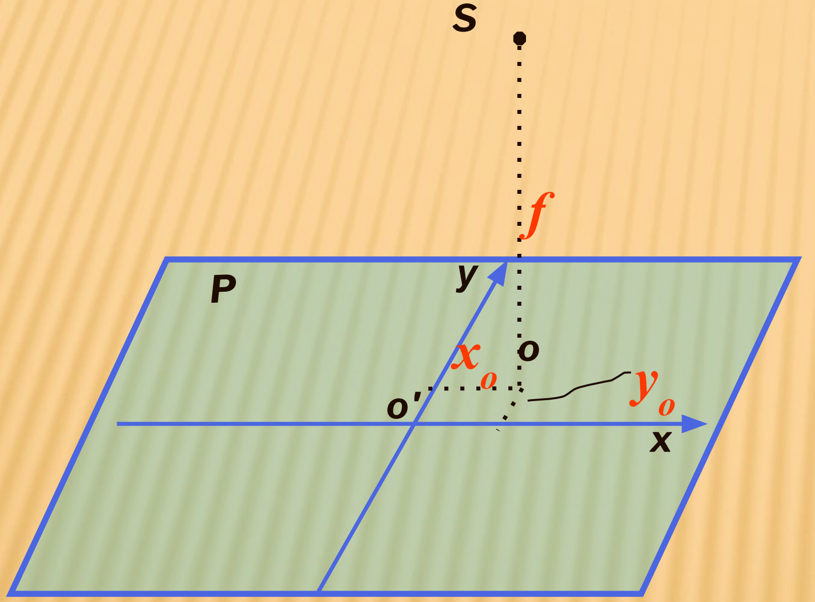
Лекция №2

ТЕОРИЯ СНИМКА

1. ЭЛЕМЕНТЫ ОРИЕНТИРОВАНИЯ ФОТОСНИМКА

а) Элементы внутреннего ориенитирования (ЭВнО)



ЭВнО фотоснимка: x_o, y_o, f

Рис.1

$$
\left.
\begin{aligned}
x &= x' - x_o;\\
y &= y' - y_o.
\end{aligned}
\right\} \quad (1.6)
$$

где x', y' - измеренные координаты;

x, y - исправленные координаты

б) Элементы внешнего ориентирования (ЭВО) фотоснимка

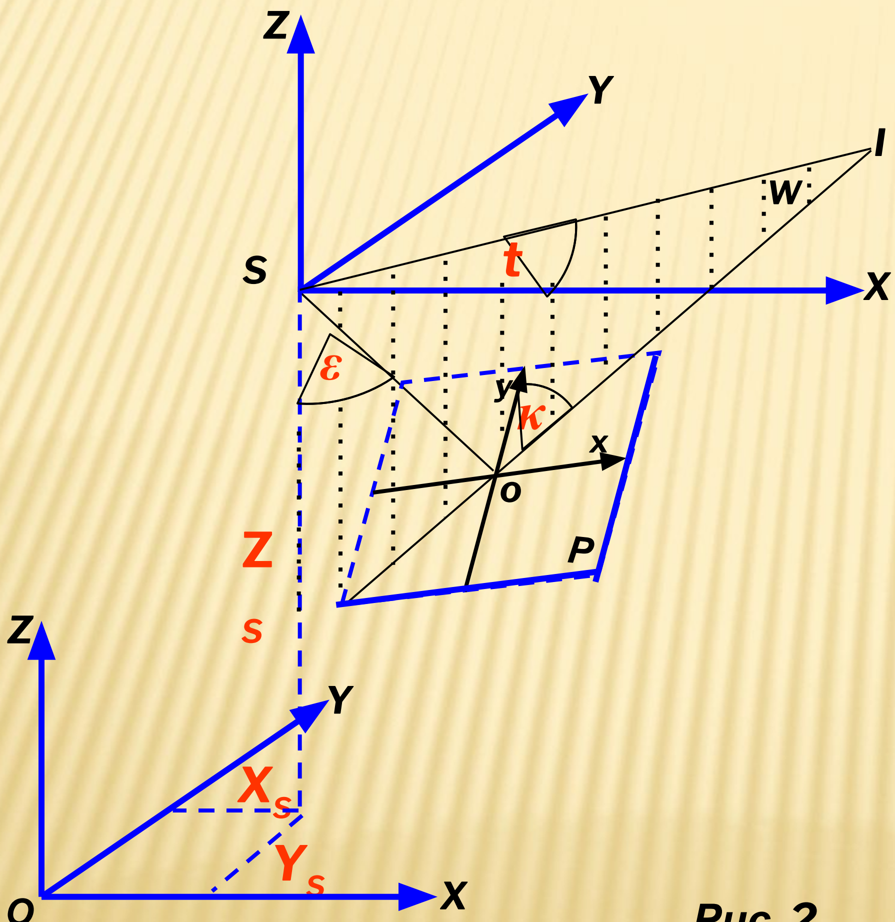


Рис. 2

ЭВО фотоснимка определяют положение связки проектирующих лучей в момент фотографирования. Другими словами, ЭВО определяют положение фотоснимка и его центра проекции в выбранной системе координат.

Первая система ЭВО фотоснимка:

X_S, Y_S, Z_S - координаты точки S;

***ε* - угол наклона фотоснимка;**

***t* - дирекционный угол направления съемки;**

***κ* - угол поворота фотоснимка в своей плоскости.**

Вторая система ЭВО фотоснимка:

X_S, Y_S, Z_S - *координаты точки S;*

α – продольный угол наклона фотоснимка;

ω – поперечный угла наклона фотоснимка ;

к – угол поворота фотоснимка.

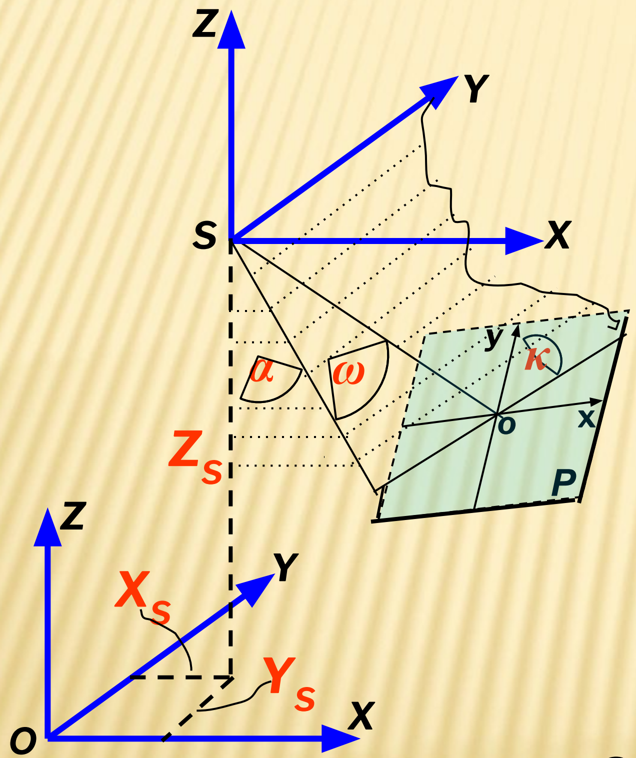


Рис.3

Вторая система ЭВО фотоснимка

Таким образом, положение фотоснимка и его центра проекции определяется шестью ЭВО независимо от используемой системы. При этом положение центра проекции всегда определяется его координатами X_S, $У_S$ и Z_S. Направление главного луча задаётся углами ε и ţ в первой системе ЭВО и углами α и ω – во второй системе, а поворот фото-снимка в том и в другом случаях определяется углом к. Если учесть и ЭВнО фотоснимка, которые определяют взаимное положение фотоснимка и его центра проекции, то получим полную группу ЭО фотоснимка – их 9.

3. Направляющие косинусы

НЕПОСРЕДСТВЕННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРАВЛЯЮЩИХ КОСИНУСОВ

Представим зависимости в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} \mathrm{X}a \\ \mathrm{Y}a \\ \mathrm{Z}a \end{bmatrix} = \mathrm{A} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ -f \end{bmatrix}, \quad (1.7)$$

где

$$\mathrm{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{21} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix}. \quad (1.8)$$

Из уравнения (1.7) следует, что если имеются точки с координатами, как в пространственной системе координат *SXYZ*, так и с координатами в системе координат аэрокамеры *Sxyz*, то представляется возможным составить систему уравнений вида (1.7), из решения которой можно определить направляющие косинусы (1.8).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРАВЛЯЮЩИХ КОСИНУСОВ ПО ЭВО ФОТОСНИМКА

Левый поворот на угол α, правый поворот на угол ω
и правый поворот на угол к.
Эти повороты описываются матрицами:

$$A\alpha = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & \sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{bmatrix}. \qquad A\omega = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\omega & -\sin\omega \\ 0 & \sin\omega & \cos\omega \end{bmatrix}.$$

$$A\kappa = \begin{bmatrix} \cos\kappa & -\sin\kappa & 0 \\ \sin\kappa & \cos\kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Перемножив последовательно приведенные выше матрицы
поворотов, получим матрицу направляющих
косинусов-функций угловых ЭВО α, ω и к:

$$A_{\alpha\omega\kappa}=\begin{bmatrix}\cos\alpha & 0 & -\sin\alpha\\ 0 & 1 & 0\\ \sin\alpha & 0 & \cos\alpha\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\omega & -\sin\omega\\ 0 & \sin\omega & \cos\omega\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}\cos\kappa & -\sin\kappa & 0\\ \sin\kappa & \cos\kappa & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=$$

$$\begin{bmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\sin\omega & -\sin\alpha\cos\omega\\ 0 & \cos\omega & -\sin\omega\\ \sin\alpha & \cos\alpha\sin\omega & \cos\alpha\cos\omega\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}\cos\kappa & -\sin\kappa & 0\\ \sin\kappa & \cos\kappa & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=$$

$$\begin{bmatrix}\cos\alpha\cos\kappa-\sin\alpha\sin\omega\sin\kappa & \cos\omega\sin\kappa & \sin\alpha\cos\kappa+\cos\alpha\sin\omega\sin\kappa\\ -\cos\alpha\sin\kappa-\sin\alpha\sin\omega\cos\kappa & \cos\omega\cos\kappa & -\sin\alpha\sin\kappa+\cos\alpha\sin\omega\cos\kappa\\ -\sin\alpha\cos\omega & -\sin\omega & \cos\alpha\cos\omega\end{bmatrix}.$$

Из сравнения зависимости (1.8) и полученного произведения **Aαωκ** следует, что направляющие косинусы равны:

$$
\left.
\begin{aligned}
a_1 &= \cos\alpha\cos\kappa - \sin\alpha\sin\omega\sin\kappa;\\
a_2 &= -\cos\alpha\sin\kappa - \sin\alpha\sin\omega\cos\kappa;\\
a_3 &= -\sin\alpha\cos\omega;\\
b_1 &= \cos\omega\sin\kappa;\\
b_2 &= \cos\omega\cos\kappa;\\
b_3 &= -\sin\omega;\\
c_1 &= \sin\alpha\cos\kappa + \cos\alpha\sin\omega\sin\kappa;\\
c_2 &= -\sin\alpha\sin\kappa + \cos\alpha\sin\omega\cos\kappa;\\
c_3 &= \cos\alpha\cos\omega.
\end{aligned}
\right\} \quad (1.9)
$$

- Положение фотоснимка и его центра проекции определяется ЭО: ЭВнО и ЭВО фотоснимка.
- ЭВнО определяют в процессе калибровки фотоаппартов (АФА и КФА). Сведения о полученных результатах заносят в паспорт фотоаппарата, а затем – в паспорт аэрофотосъёмки.
- Для определения ЭВО используют два вида методов6 измерения в полёте;

по опорным точкам.

Связь плоских и пространственных координат точек фотоснимка определяется посредством направляющих косинусов (НК), которые являются функциями угловых элементов внешнего ориентирования (УЭВО) фотоснимка.

1. ЗАВИСИМОСТИ КООРДИНАТ ТОЧЕК МЕСТНОСТИ И СНИМКА.

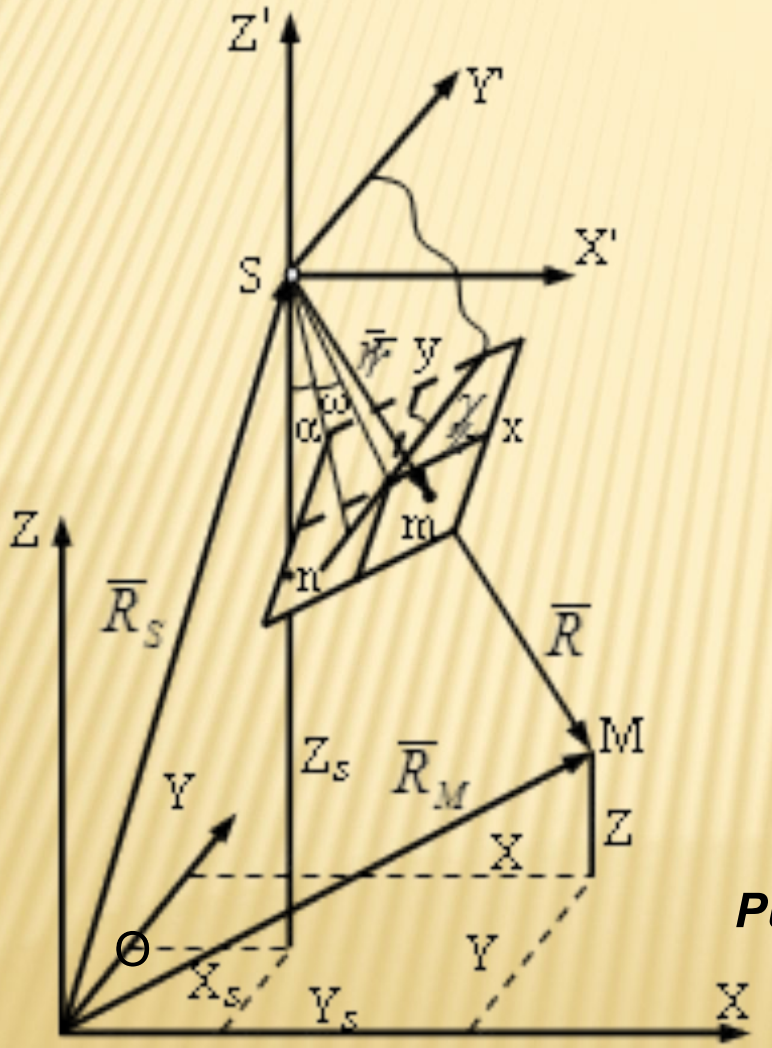


Рис.4

Зная координаты точки снимка, установим зависимость между координатами точки снимка m и точки местности M.

$\overrightarrow{\boldsymbol{R_M}} = \overrightarrow{R_S} + \vec{R} = \overrightarrow{\boldsymbol{R_S}} + \text{N}\vec{\boldsymbol{r}}$ или

$$\begin{cases} X_M \\ Y_M \\ Z_M \end{cases} = \begin{cases} X_S \\ Y_S \\ Z_S \end{cases} + \text{N} \begin{cases} X_m \\ Y_m \\ Z_m \end{cases} \text{ или}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{X_M = X_S + NX_m} \\ \boldsymbol{Y_M = Y_S + NY_m} \\ \boldsymbol{Z_M = Z_S + NZ_m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_m \\ Y_m \\ Z_m \end{cases} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ -f \end{pmatrix}$$ или

$$\begin{cases} X_m = a_{11}(x - x_0) + a_{12}(y - y_0) - a_{13}f \\ Y_m = a_{21}(x - x_0) + a_{22}(y - y_0) - a_{23}f \\ Z_m = a_{31}(x - x_0) + a_{32}(y - y_0) - a_{33}f \end{cases}$$

?

Получаем

$$\begin{cases} X_M = X_S + \frac{Z_M - Z_S}{Z_m} X_m = X_S + (Z_M - Z_S)\frac{a_{11}(x-x_0)+a_{12}(y-y_0)-a_{13}f}{a_{31}(x-x_0)+a_{32}(y-y_0)-a_{33}f} \\ Y_M = Y_S + \frac{Z_M - Z_S}{Z_m} Y_m = Y_S + (Z_M - Z_S)\frac{a_{21}(x-x_0)+a_{22}(y-y_0)-a_{23}f}{a_{31}(x-x_0)+a_{32}(y-y_0)-a_{33}f} \\ Z_M = Z_S + \frac{Z_M - Z_S}{Z_m} Z_m = Z_M \end{cases}$$

Таким образом, если определены элементы ориентирования снимка, то два уравнения имеют три неизвестных. Следовательно, пространственные координаты точки местности по одиночному снимку рассчитать не возможно. Можно получить только плановое положение, но при этом необходимо знать высоту фотографирования.

ЗАВИСИМОСТИ КООРДИНАТ ТОЧЕК МЕСТНОСТИ И СНИМКА (УРАВНЕНИЕ КОЛЛИНЕАРНОСТИ)

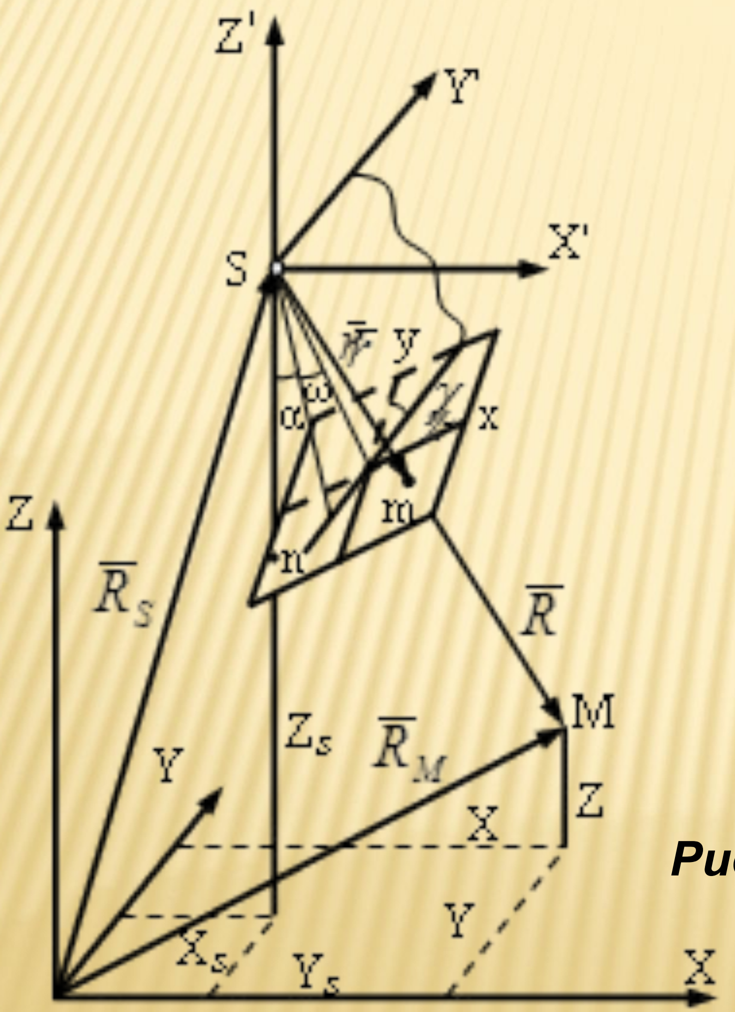


Рис.5

Предположим что известны координаты точки местности и элементы внешнего ориентирования снимка. Тогда

$\vec{r} = \frac{1}{N}(\vec{R}) = \frac{1}{N}(\overrightarrow{R_M} - \overrightarrow{R_S})$ или

$$\begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ -f \end{pmatrix} = \frac{1}{N} \begin{pmatrix} X_m \\ Y_m \\ Z_m \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = x_0 + \frac{1}{N} X_m \\ y = y_0 + \frac{1}{N} Y_m \\ -f = \frac{1}{N} Z_m \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_m \\ Y_m \\ Z_m \end{cases} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_M - X_S \\ Y_M - Y_S \\ Z_M - Z_S \end{pmatrix}$$ или

$$\begin{cases} X_m = a_{11}(X_M - X_S) + a_{21}(Y_M - Y_S) + a_{31}(Z_M - Z_S) \\ Y_m = a_{12}(X_M - X_S) + a_{22}(Y_M - Y_S) + a_{32}(Z_M - Z_S) \\ Z_m = a_{13}(X_M - X_S) + a_{23}(Y_M - Y_S) + a_{33}(Z_M - Z_S) \end{cases}$$

вычисляем скаляр из третьего уравнения системы

$$\begin{cases} x = x_0 + \frac{1}{N} X_m \\ y = y_0 + \frac{1}{N} Y_m, \\ -f = \frac{1}{N} Z_m \end{cases}$$

и после подстановки получается следующая система

$$\begin{cases} x = x_0 - f\frac{X_m}{Z_m} \\ y = y_0 - f\frac{Y_m}{Z_m} \end{cases} =$$

$$\begin{cases} x = x_0 - f\dfrac{a_{11}(X_M - X_S) + a_{21}(Y_M - Y_S) + a_{31}(Z_M - Z_S)}{a_{13}(X_M - X_S) + a_{23}(Y_M - Y_S) + a_{33}(Z_M - Z_S)} \\ y = y_0 - f\dfrac{a_{12}(X_M - X_S) + a_{22}(Y_M - Y_S) + a_{32}(Z_M - Z_S)}{a_{13}(X_M - X_S) + a_{23}(Y_M - Y_S) + a_{33}(Z_M - Z_S)} \end{cases}$$

- уравнение коллинеарности

СНИМОК ГОРИЗОНТАЛЬНЫЙ

? То $\alpha=\omega=\varkappa=0$, получаем матрицу направляющих косинусов в виде единичной

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix} \Rightarrow \text{формулы связи координат}$$

$$\begin{cases} X_M = X_S - \dfrac{Z_M - Z_S}{f} x_m \\ Y_M = Y_S - \dfrac{Z_M - Z_S}{f} y_m \end{cases}; \quad \begin{cases} x = -\dfrac{f}{Z_M - Z_S}(X_M - X_S) \\ y = -\dfrac{f}{Z_M - Z_S}(Y_M - Y_S) \end{cases}$$

Если центр проекции совместить с центром системы координат местности, то формулы будут иметь следующий вид

$$\begin{cases} X_M = \frac{H}{f} x_m \\ Y_M = \frac{H}{f} y_m \end{cases}; \qquad \begin{cases} x = \frac{f}{H} X_M \\ y = \frac{f}{H} Y_M \end{cases}$$

3. Зависимости между координатами точек наклонного и горизонтального снимков.

Фотограмметрические задачи решаются наиболее просто по горизонтальным снимкам. При известных угловых элементах внешнего ориентирования измеренные на наклонном снимке координаты можно перевычислить на строго горизонтальный снимок. Такой процесс в фотограмметрии называется трансформированием.

Трансформирование – это преобразование центральной проекции , которую представляет собой снимок, полученный при наклонном положении главного оптического луча, в другую центральную проекцию, соответствующую его отвесному положению с одновременным приведением его к заданному масштабу.

Виды трансформирования:

- аналитический;
- фотомеханический;
- оптико-графический;
- цифровой.

Аналитический способ предполагает трансформирование отдельных точек фотоснимка. Для этого по измеренным координатам точек наклонного фотоснимка вычисляют координаты тех же точек на горизонтальном фотоснимке по формулам .

$$x^0 = -f\,\frac{a_{11}x + a_{12}y - a_{13}f}{a_{31}x + a_{32}y - a_{33}f}; \qquad y^0 = -f\,\frac{a_{21}x + a_{22}y - a_{23}f}{a_{31}x + a_{32}y - a_{33}f}.$$

Очевидно, что для вычисления координат точек горизонтального фотоснимка по этим формулам должны быть известны ЭВнО и угловые ЭВО наклонного фотоснимка

- Фотомеханический способ трансформирования предполагает использование специальных приборов – фототрансформаторов

Следует добавить, что для завершения процесса необходимо выполнить фотолабораторную обработку и получить горизонтальный фотоснимок в виде позитивного отпечатка на фотобумаге или плёнке. Фотомеханический способ трансформирования широко применялся на этапе развития как аналоговой, так и аналитической фотограмметрии. В настоящее время этот способ утрачивает свою актуальность .

- Оптико-графический способ можно считать разновидностью фотомеханического трансформирования, так как полученное трансформированное изображение на экране фототрансформатора или проектора регистрируется не фотографическим путём, а графически, т. е. вычерчивается принятыми условными знаками.

Цифровой способ трансформирования можно рассматривать как разновидность аналитического трансформирования. Однако в отличие от рассмотренного выше аналитического способа он отличается тем, что в результате вычислений получают координаты не отдельных точек, а всего фотоснимка. Главной особенностью этого способа является использование трансформируемого фотоснимка в цифровой форме, который в результате обработки на ЭВМ преобразуется в центральную проекцию с другими параметрами или в другую проекцию. Более детально цифровое трансформирование будет рассмотрено ниже.

Необходимо отметить, что существуют графический и графомеханический способы. Графический способ предполагает получение отдельных точек трансформированного изображения в результате графических построений.

Для реализации графомеханического способа использовался специальный прибор механического типа – перспектограф. Для плановых фотоснимков вместо перспектографа можно использовать пантограф. Эти способы в настоящее время практического значения и перспективы не имеют.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭВНО ПО ОПОРНЫМ ТОЧКАМ (ОБРАТНАЯ ФОТОГРАММЕТРИЧЕСКАЯ ЗАСЕЧКА)

? Теоретической основой способа являются зависимости обратные основным зависимостям одиночного фотоснимка (уравнения коллинеарности):

$$\begin{cases} x - f\dfrac{a_{11}(X_M - X_S) + a_{21}(Y_M - Y_S) + a_{31}(Z_M - Z_S)}{a_{13}(X_M - X_S) + a_{23}(Y_M - Y_S) + a_{33}(Z_M - Z_S)} \\ y = -f\dfrac{a_{12}(X_M - X_S) + a_{22}(Y_M - Y_S) + a_{32}(Z_M - Z_S)}{a_{13}(X_M - X_S) + a_{23}(Y_M - Y_S) + a_{33}(Z_M - Z_S)} \end{cases}$$

Зависимости уравнения коллинеарности не линейны относительно неизвестных. Для приведения их к линейному виду необходимы приближённые ЭО фотоснимка: $(XS)_0$, $(YS)_0$, $(ZS)_0$, $(\alpha)_0$, $(\omega)_0$, $(\kappa)_0$.

В процессе решения ОФЗ будем искать поправки к приближённым значениям ЭО фотоснимка, которые обозначим как δX_S, δY_S, δZ_S, $\delta\alpha$, $\delta\omega$, $\delta\kappa$.

Для приведения уравнений коллинеарности к линейному виду, разложим их в ряд Тейлора и сохраним при этом только члены первого порядка малости. В результате получим:

$$
\left.
\begin{aligned}
&(x)+\frac{\partial x}{\partial X_S}\delta X_S+\frac{\partial x}{\partial Y_S}\delta Y_S+\frac{\partial x}{\partial Z_S}\delta Z_S+\frac{\partial x}{\partial \alpha}\delta\alpha+\frac{\partial x}{\partial \omega}\delta\omega+\frac{\partial x}{\partial \kappa}\delta\kappa-x=v_x;\\
&(y)+\frac{\partial y}{\partial X_S}\delta X_S+\frac{\partial y}{\partial Y_S}\delta Y_S+\frac{\partial y}{\partial Z_S}\delta Z_S+\frac{\partial y}{\partial \alpha}\delta\alpha+\frac{\partial y}{\partial \omega}\delta\omega+\frac{\partial y}{\partial \kappa}\delta\kappa-y=v_y.
\end{aligned}
\right\}
$$

или

$$
\left.
\begin{aligned}
&a_x\delta X_S+b_x\delta Y_S+c_x\delta Z_S+d_x\delta\alpha+e_x\delta\omega+f_x\delta\kappa+l_x=v_x;\\
&a_y\delta X_S+b_y\delta Y_S+c_y\delta Z_S+d_y\delta\alpha+e_y\delta\omega+f_y\delta\kappa+l_y=v_y.
\end{aligned}
\right\}
$$

ТЕХНОЛОГИЯ РЕШЕНИЯ ОФЗ

- *выбирают опорные точки, учитывая при этом, что они должны равномерно располагаться по площади фотоснимка;*
- *задают приближённые значения ЭВО фотоснимка;*
- *устанавливают допуски на окончание приближений;*
- *измеряют по фотоснимку координаты х и у изображений выбранных опорных точек;*
- *вычисляют координаты (х) и (у) этих же опорных точек;*
- *вычисляют коэффициенты и свободные члены уравнений поправок;*
- *составляют и решают систему нормальных уравнений:*
- *вычисляют ЭВО фотоснимка в первом приближении ;*
- *повторяют выполнение всех перечисленных выше пунктов (теперь приближёнными ЭВО будут служить их значения, вычисленные в предыдущем приближении);*
- *сравнивают поправки из второго и первого приближений и если их разности меньше заданных допусков, то вычисляют окончательные значения ЭВО по формулам.*

- Элементы внешнего ориентирования фотоснимков играют большую роль в фотограмметрической обработке фотоснимков. Они могут использоваться на различных этапах и в различных технологиях обработки фотоснимков. При этом могут применяться как аналоговые способы, так и аналитические , в том числе цифровые технологии.
- В частности ЭВО фотоснимков могут применяться при преобразовании наклонных фотоснимков в горизонтальные, иначе при трансформировании фотоснимков. Если в аналоговых технологиях ЭВО играли вспомогательную роль, то в цифровых их роль решающая, без ЭВО невозможно осуществить цифровое трансформирование снимков.