

Миграция Столта



Выполнила: Носикова Алёна

Определение миграции

Процедура обработки сейсморазведочных данных, которая заключается в том, чтобы итоговый мигрированный сейсмический разрез выглядел так же, как геологический разрез по профилю съемки.

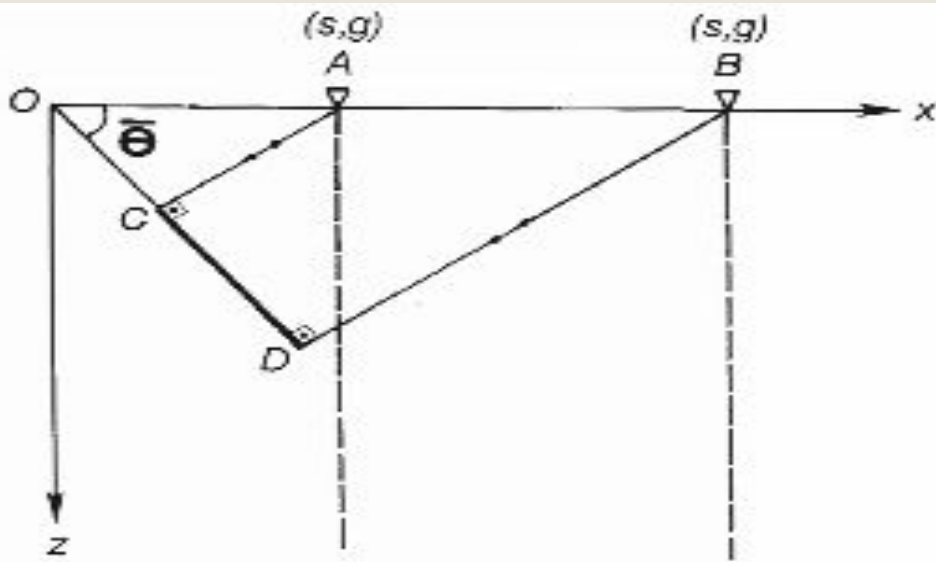
Миграция перемещает наклонные отражающие поверхности в их истинные положения в разрезе и сжимает дифрагированные волны, тем самым подчеркивая элементы разреза (разломы, внедрения и т.д.)

(Yilmaz, seismic data processing)

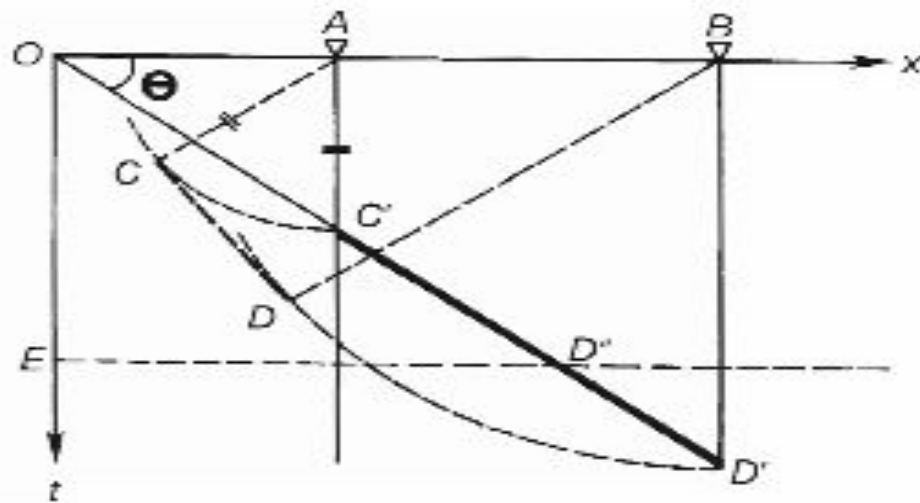


Очень полезная вещь!

Основные операции при миграции

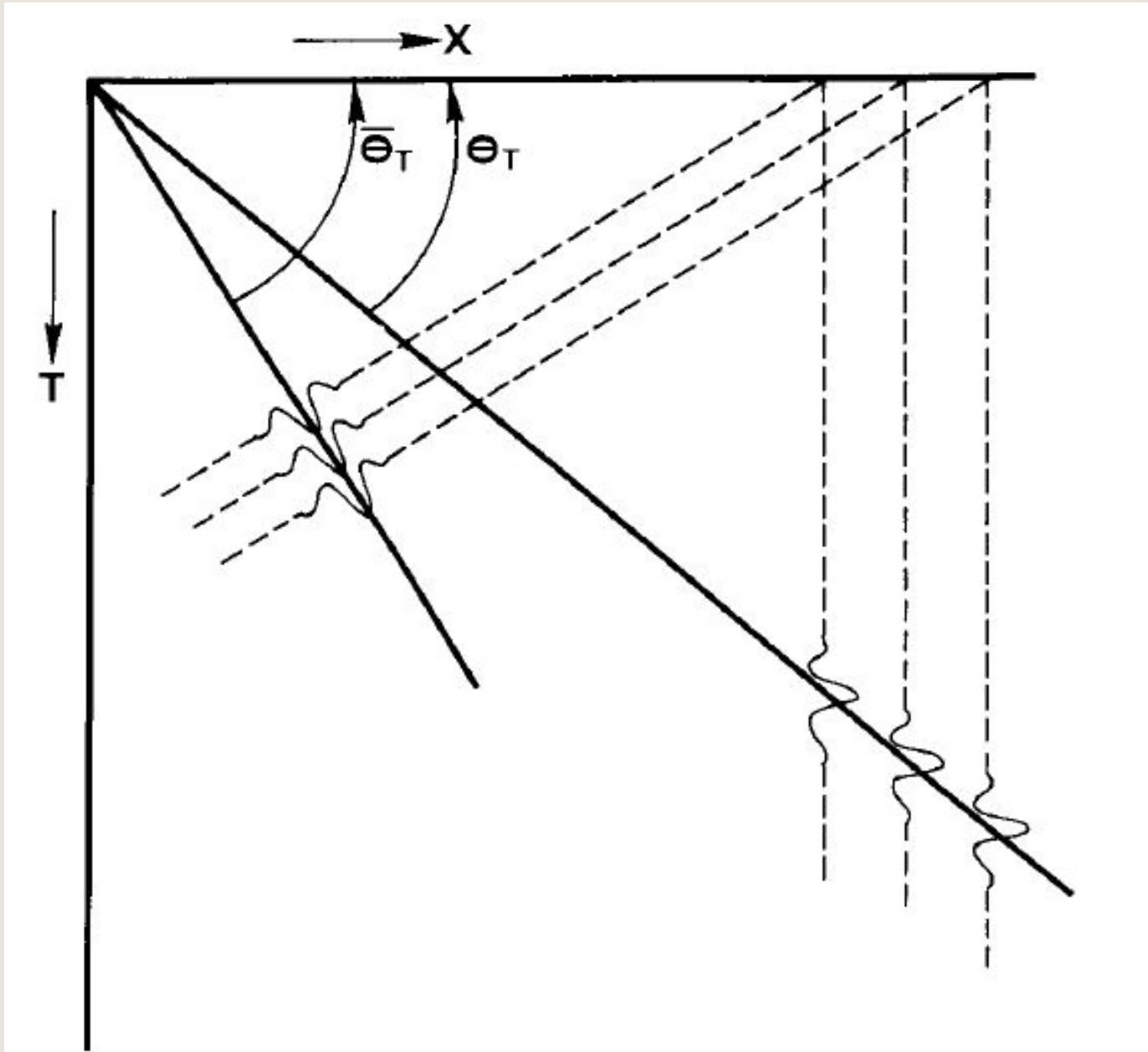


(a)



(b)

- Миграция увеличивает крутизну отражающих поверхностей.
- Укорачивает отражающие поверхности.
- Миграция перемещает отражающие поверхности вверх по восстанию.



Миграция Столта (F-K миграция)

Алгоритм:

Входные данные – сейсмический разрез с нулевым выносом.
Двумерное преобразование Фурье предполагает переход от осей $t-x$ к осям $f-k$, где f - частота, k - волновое число

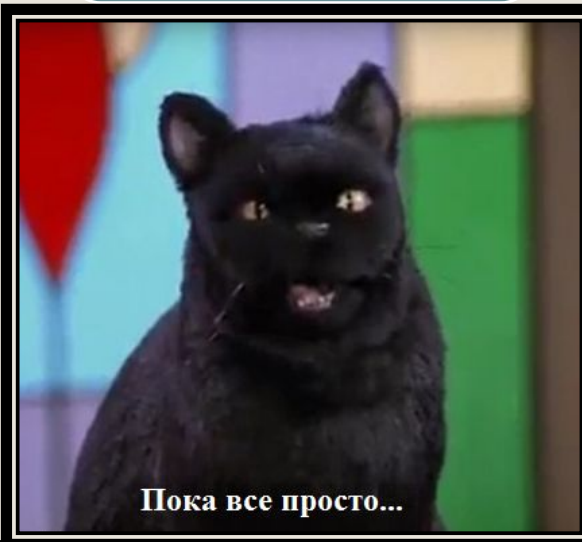
Переход из
временной области
в частотную.



Применение
оператора
миграции к
сейсмограмме.

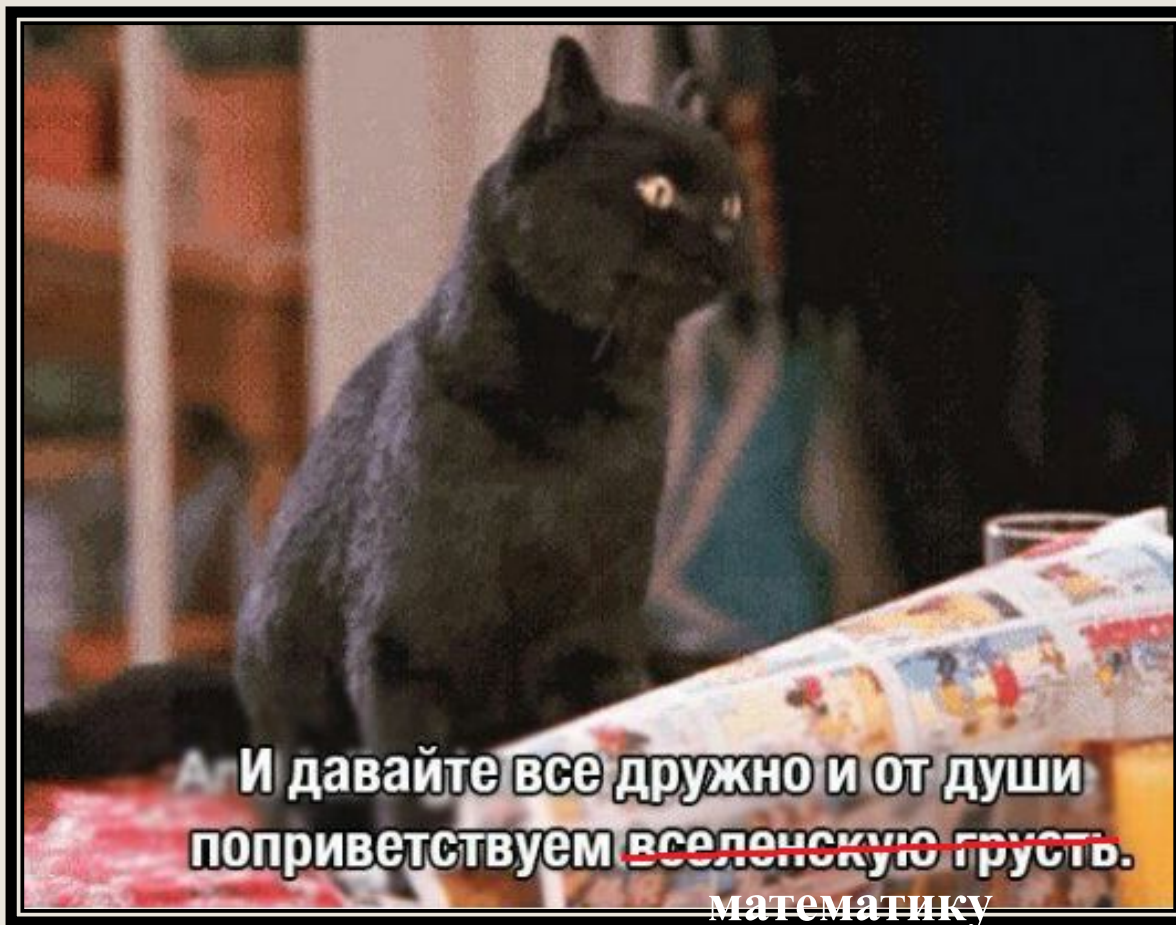


Обратный переход
из частотной
области во
временную.



Математические основы

- Двумерное преобразование Фурье
- Решения скалярного волнового уравнения
- Миграция в области F-K



Двумерное преобразование Фурье

- $X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(t) \exp(-i\omega t) dt$ - преобразование Фурье для функции времени.

t – время, ω - частота

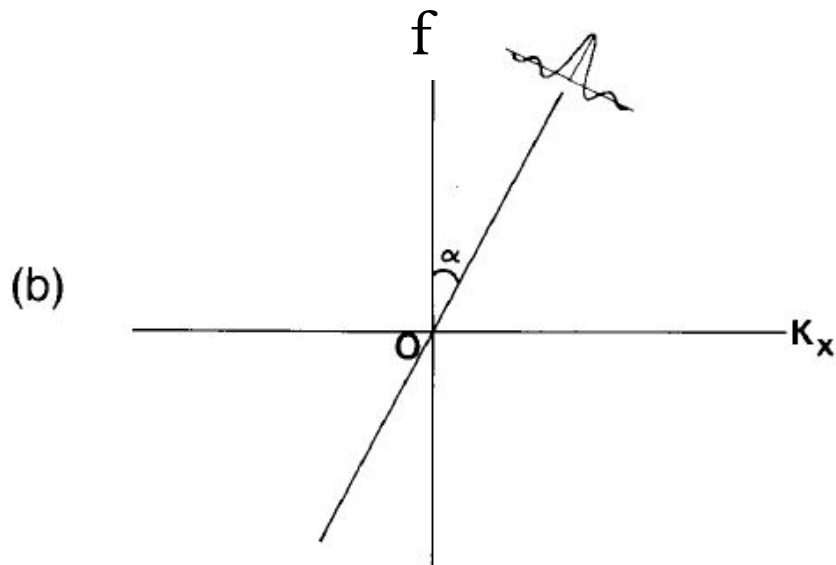
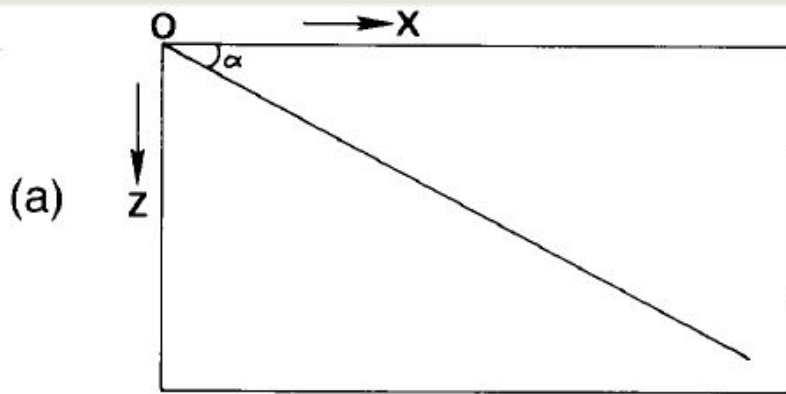
- $P(k_x, \omega) = \iint P(x, t) \exp(ik_x x - i\omega t) dx dt$ - двумерное преобразование Фурье.

x – пространственная переменная, k_x – пространственная частота (волновое число)

Реализация:

1. $P(x, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(x, t) \exp(-i\omega t) dt$
2. $P(k_x, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(x, \omega) \exp(ik_x x) dx$

Свойство f-k преобразования



Сигналы с одним и тем же наклоном в пространстве (t, x) независимо от их положения попадают на одну радиальную линию в пространстве (f, k) .

уравнения

Задача: определить волновое поле в начальный момент времени $P(x,z,0)$ по волновому полю $P(x,0,t)$, зарегистрированному на поверхности земли.

- $\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)P(x,z,t) = 0$ - скалярное волновое уравнение, где $P(x,z,t)$ - распространение полей продольных волн в среде $v(x,z)$ - скорость волны

- 2D преобразование Фурье волнового поля (прямое и обратное)

$$P(k_x, z, \omega) = \iint P(x,z,t) \exp(ik_x x - i\omega t) dx dt$$

$$P(x,z,t) = \iint P(k_x, z, \omega) \exp(-ik_x x + i\omega t) dk_x d\omega$$

- Продифференцируем

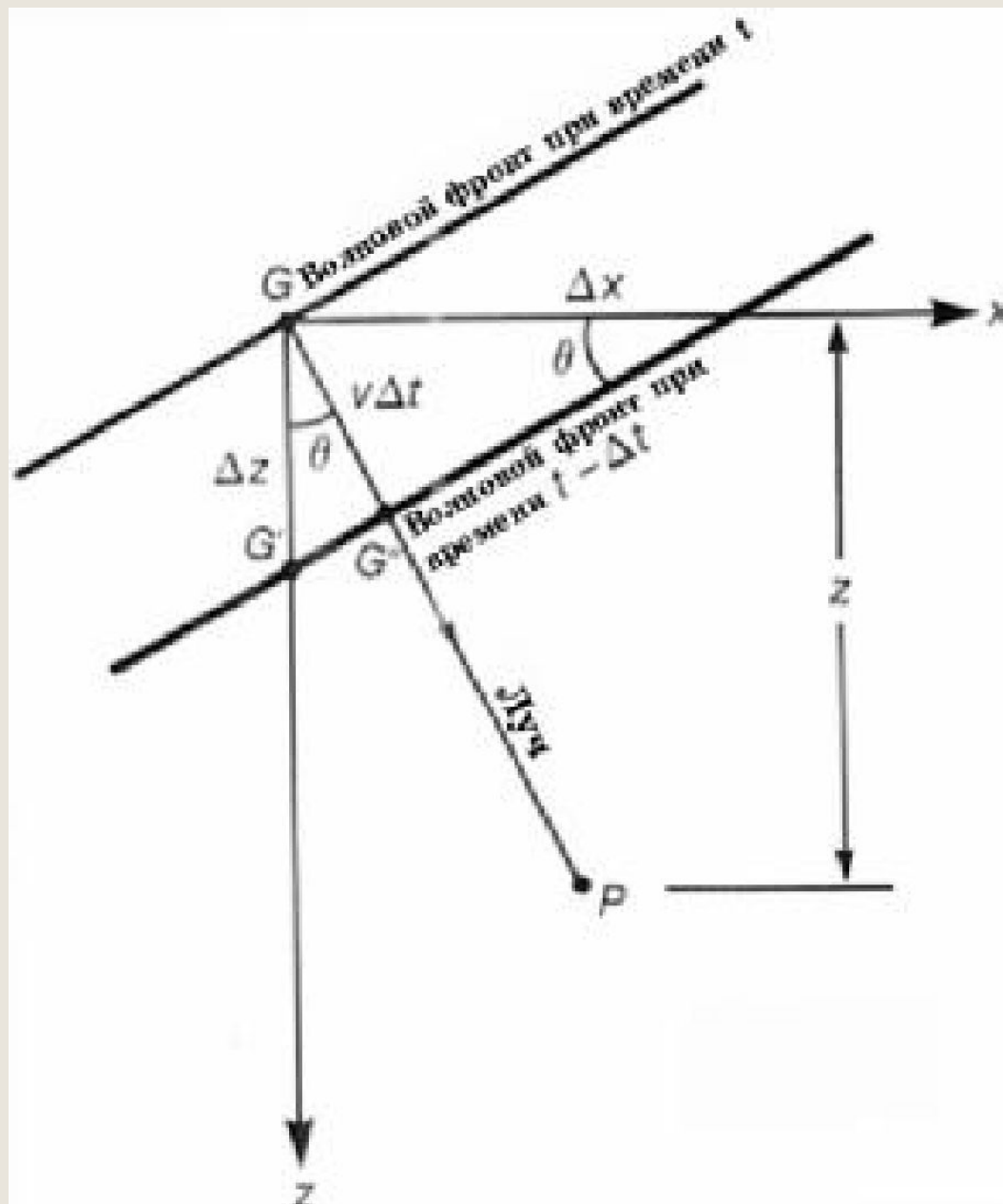
$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} P(k_x, z, \omega) + \left(\frac{\omega^2}{v^2} - k_x^2\right) P(k_x, z, \omega) = 0$$

- Решение дифференциального уравнения

$$P(k_x, z, \omega) = P(k_x, 0, \omega) \exp\left[-iz\left(\frac{\omega^2}{v^2} - k_x^2\right)^{1/2}\right]$$

$$P(k_x, z, \omega) = P(k_x, 0, \omega) \exp(-ik_z z) \quad - \text{ волновое поле на глубине } z$$

- Последующее суммирование по ω и обратное преобразование Фурье по k_x дает изображение разреза $P(x,z,0)$ на этой глубине.



Геометрические построения для экстраполяции волнового поля (Yilmaz)

Уравнение миграции Stolt с постоянной скоростью

- Обратное преобразование Фурье экстраполированного поля

$$P(y, z, t) = \iint P(k_y, 0, \omega) \exp(-ik_z z) \exp(-ik_y xy + i\omega t) dk_y d\omega$$

$$P(y, z, t = 0) = \iint P(k_y, 0, \omega) \exp(-ik_y y - ik_z z) dk_y d\omega$$

$$k_z = \frac{2\omega}{v} \left[1 - \left(\frac{vk_y}{\omega} \right)^2 \right]^{1/2}$$

$$\omega = \frac{v}{2} (k_y^2 + k_z^2)^{1/2}$$

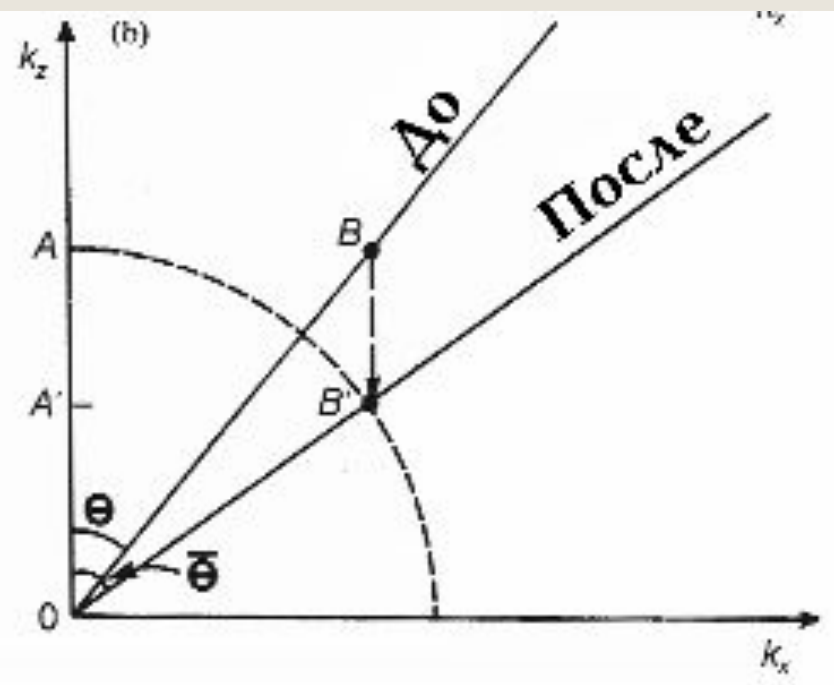
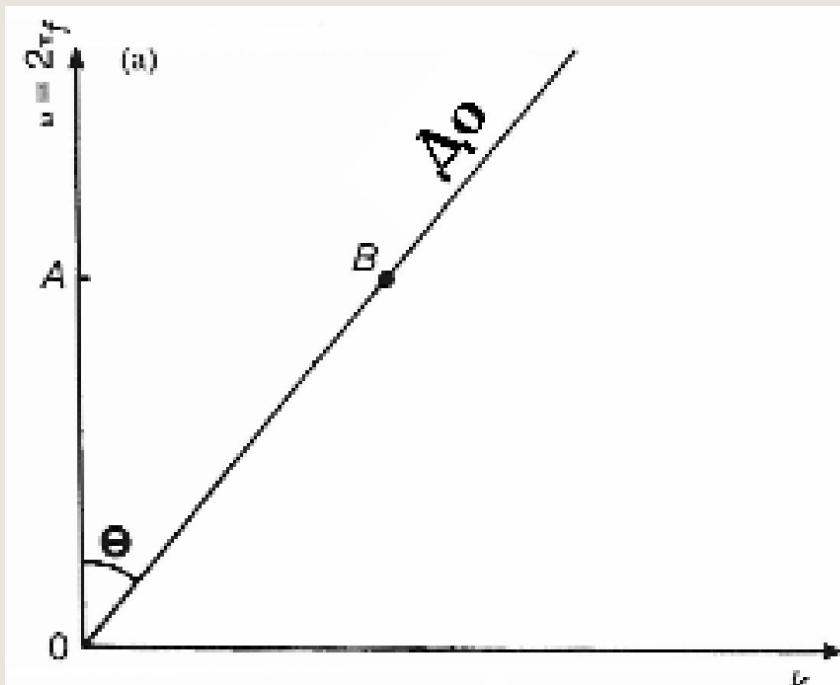
$$d\omega = \frac{v}{2} \frac{k_z}{(k_y^2 + k_z^2)^{1/2}} dk_z$$



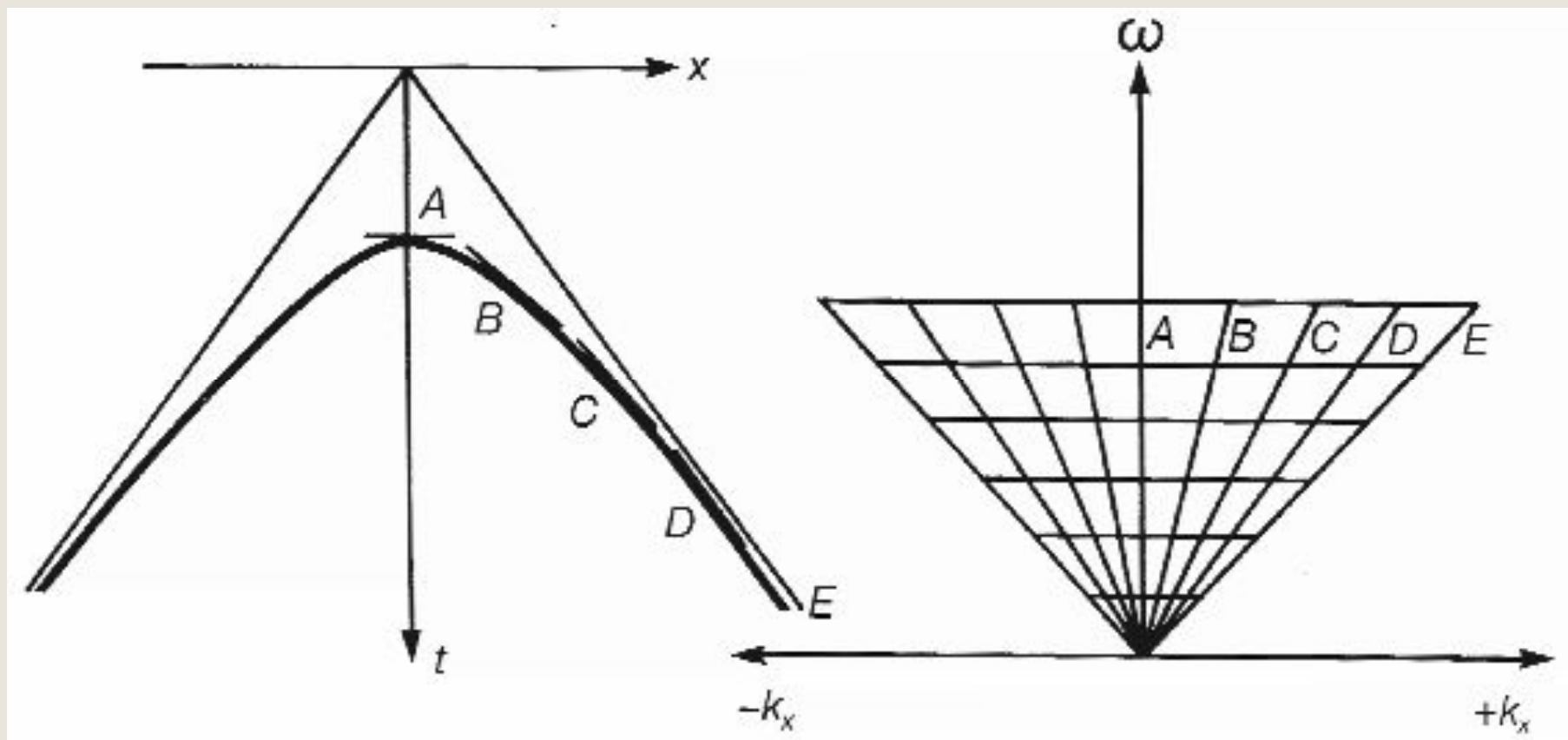
$$P(y, z, 0) = \iint \frac{v}{2} \frac{k_z}{(k_y^2 + k_z^2)^{1/2}} P(k_y, 0, \frac{v}{2} (k_y^2 + k_z^2)^{1/2}) \exp(-ik_y y - ik_z z) dk_y dk_z$$

наклонной поверхности в области $f-k$

- Миграция переносит точку B по вертикали в точку B^1 . В этом процессе горизонтальное волновое число k_x не изменяется.
- Отражение OB от наклонной поверхности становится OB^1
- Угол падения после миграции (\bar{Q}) больше, чем до миграции (Q)

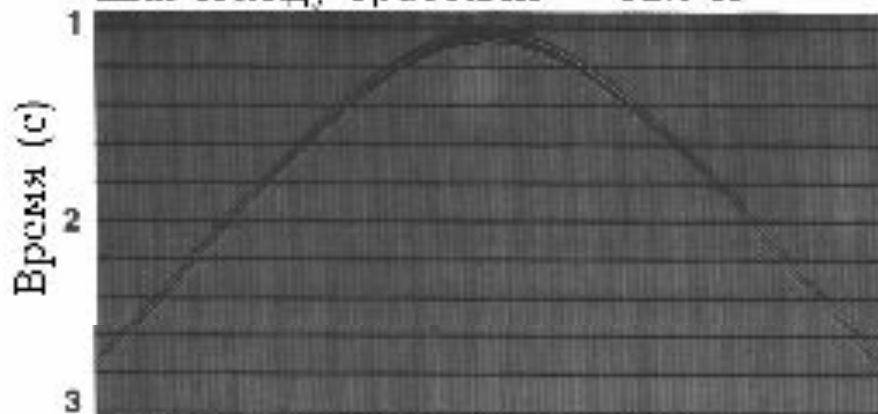


Дифрагированная волна и ее сжатие в точку миграцией в f - k -области

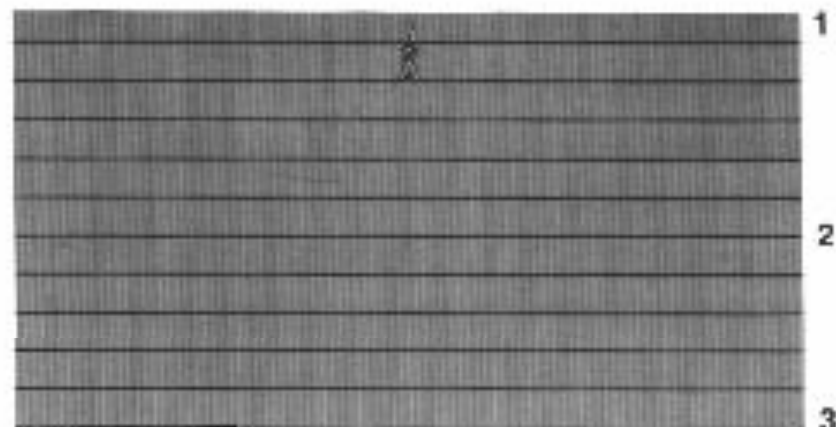


Миграция дифрагированной волны в областях (t,x) и (f,k) (в теории)

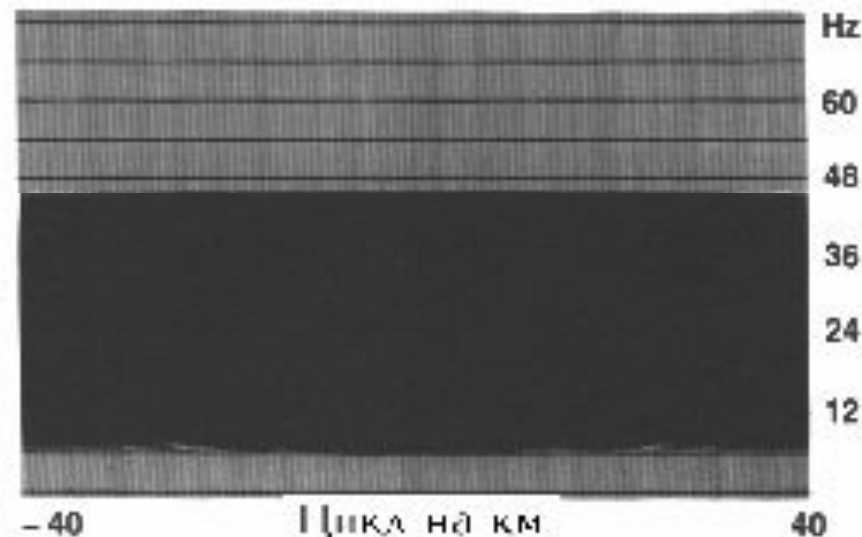
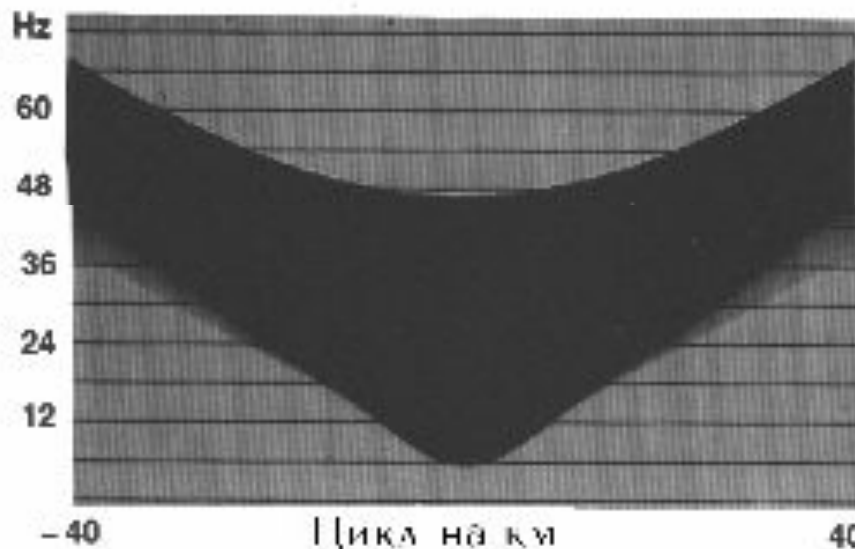
Шаг между трассами = 12.5 м



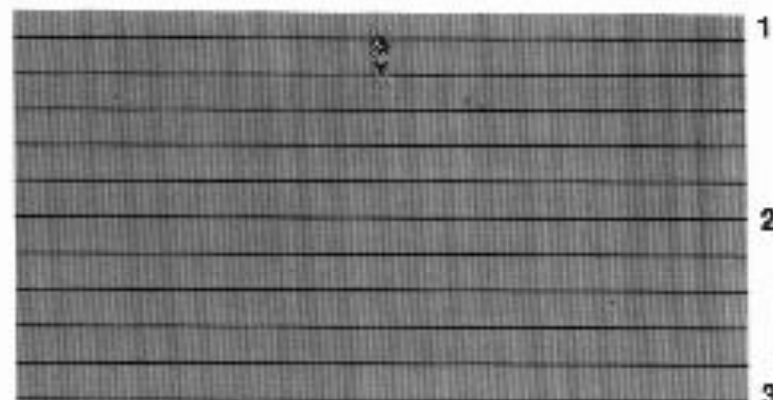
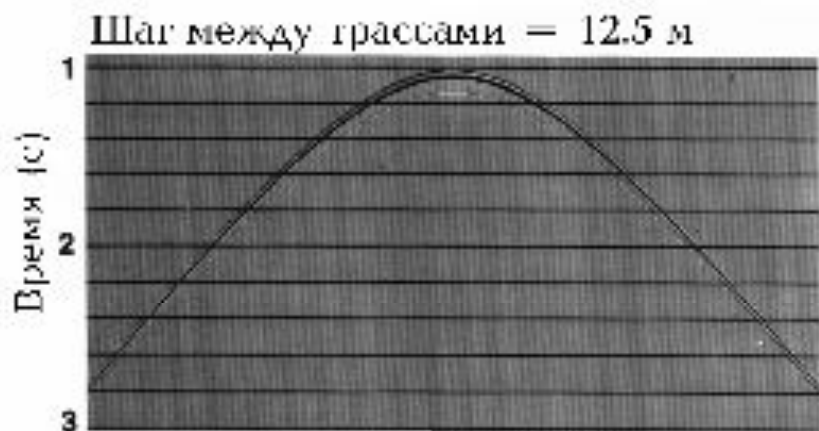
Разрез с нулевым выносом



Миграция

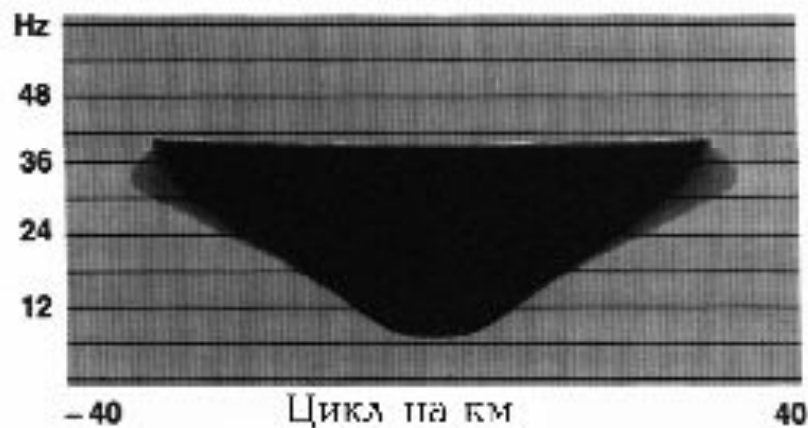


Реальная Дифрагированная волна и ее миграция в областях (t,x) и (f,k)

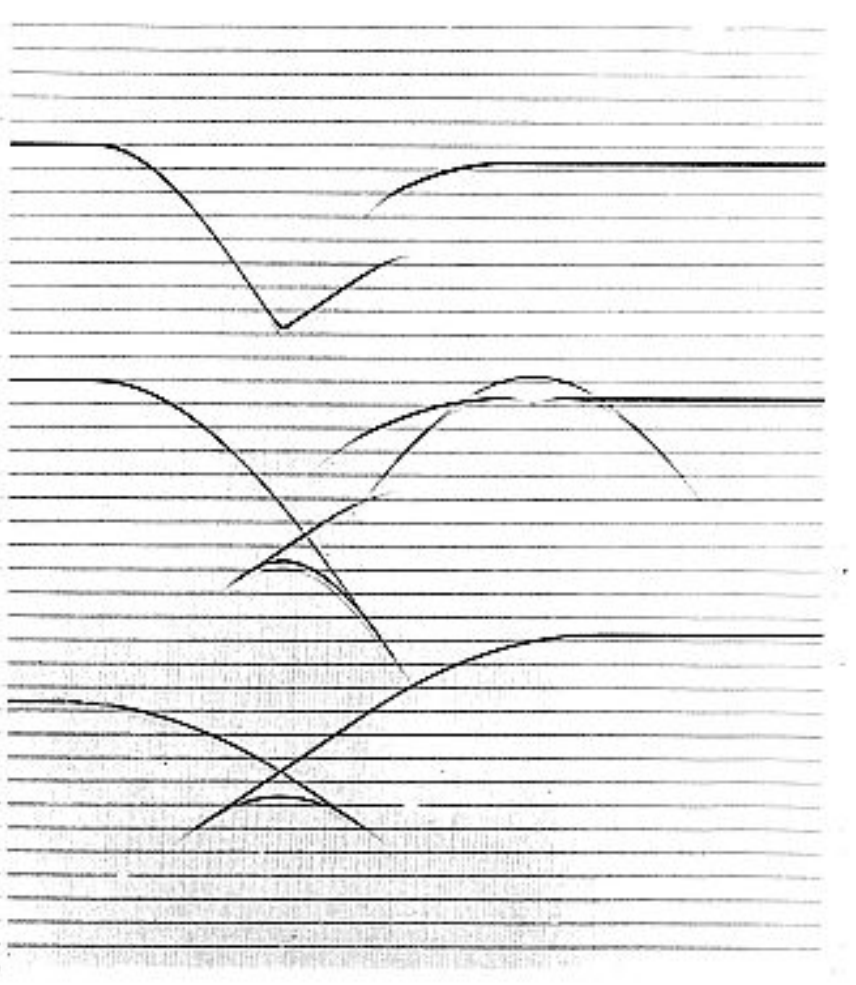


Разрез с нулевым выносом

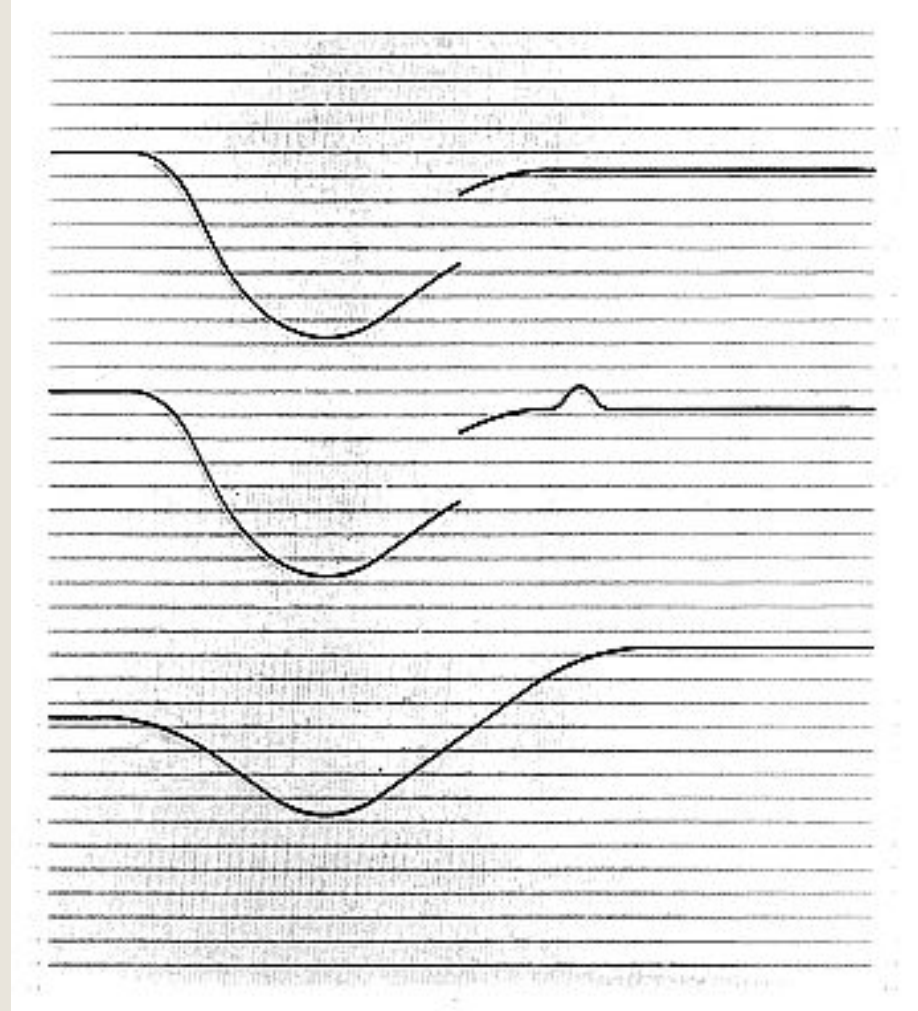
Миграция



До миграции



После миграции



Уравнение миграции Stolt в случае изменяющейся скорости

- Задача: распространить алгоритм на случай изменяющейся скорости без потери эффективности
- Решение: преобразование координат, которое включает растяжение оси времен таким образом, чтобы волновое уравнение было не зависимым от скорости

Преобразование координат

- $P(y,z,t) = P(y,d,T)$

$$T(t) = \frac{1}{c} \left[2 \int_0^t dt v_{rms}^2(t) t \right]^{1/2}$$

$$v_{rms}^2(t) = \frac{1}{t} \int_0^t v^2(t) dt$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + W \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} + \frac{2}{c} \frac{\partial^2 P}{\partial d \partial T} = 0$$

W – сложная функция скорости и переменных координат



Алгоритм миграции Stolt с растяжением

1. Начнем с суммарного разреза, который предполагается разрезом с нулевым выносом $P(y, z = 0, t)$.
2. Преобразуем этот временной разрез в растянутый разрез $P(y, d = 0, t)$ путем трансформирования координат
3. Выполним двумерное преобразование Фурье растянутого разреза $P(k_y, d = 0, \omega_T)$.
4. Применим следующую функцию распределения, чтобы выполнить миграцию:

$$k_d = \left(1 - \frac{1}{W}\right) \frac{\omega_T}{c} - \frac{1}{W} \left(\frac{\omega_T^2}{c^2} - W k_y^2\right)^{1/2}$$



Волновое поле после миграции

$$P(y, z, 0) = \left\{ \frac{c}{2-W} \left[(1-W) + \frac{1}{[1+(2-W)k_y^2/kd^2]^{1/2}} \right] \right\} P \left\{ k_y, 0, \left[\frac{ck_d}{2-W} \left((1-W) + \left[1 + \frac{(2-W)k_y^2}{k_d^2} \right]^{1/2} \right) \right] \right\}$$

4. Выполним двумерное преобразование Фурье мигрированного разреза в растянутых координатах

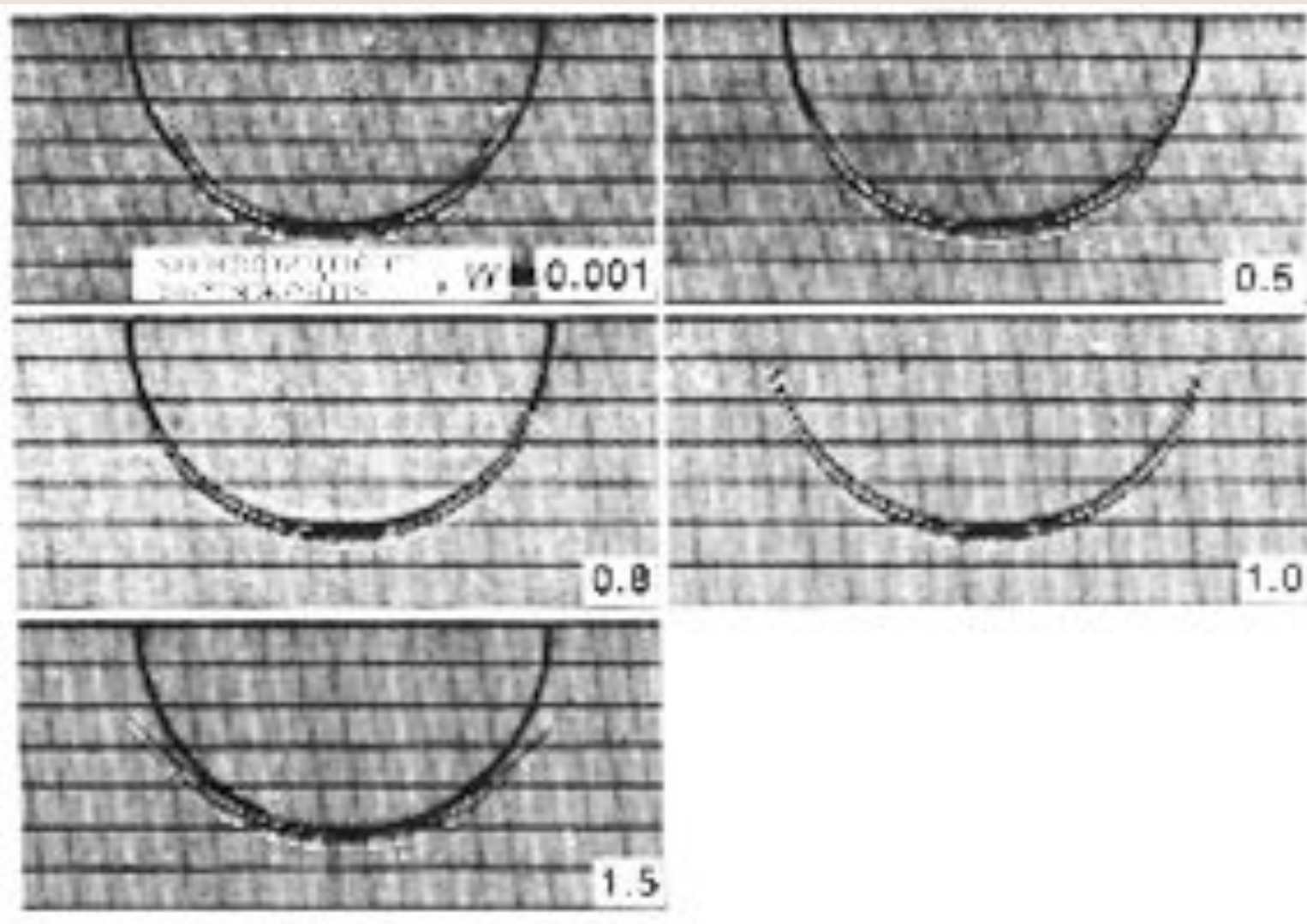
$$P(y, d, T = 0).$$

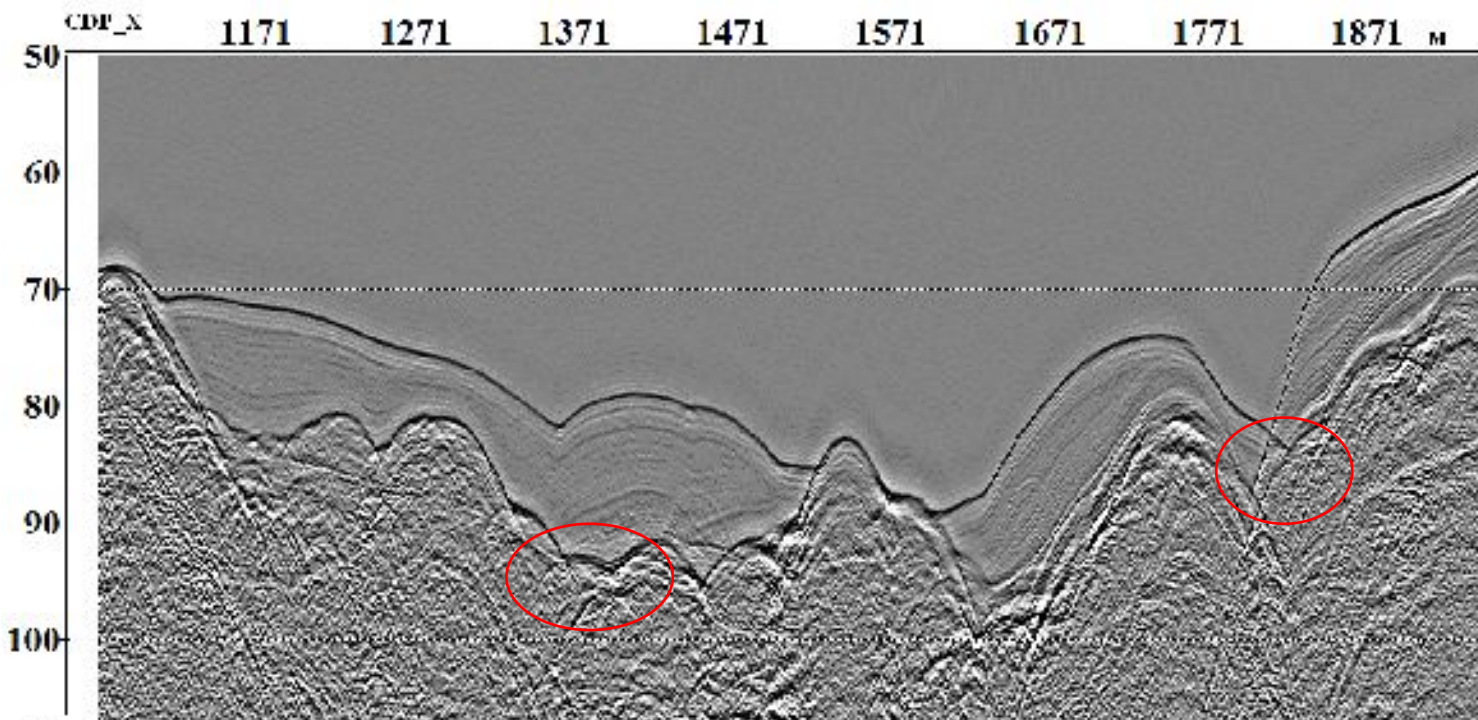
5. Вернемся в пространственно-временные координаты $P(y, z, t = 0)$ – это окончательный мигрированный разрез.

Миграция Столта на практике

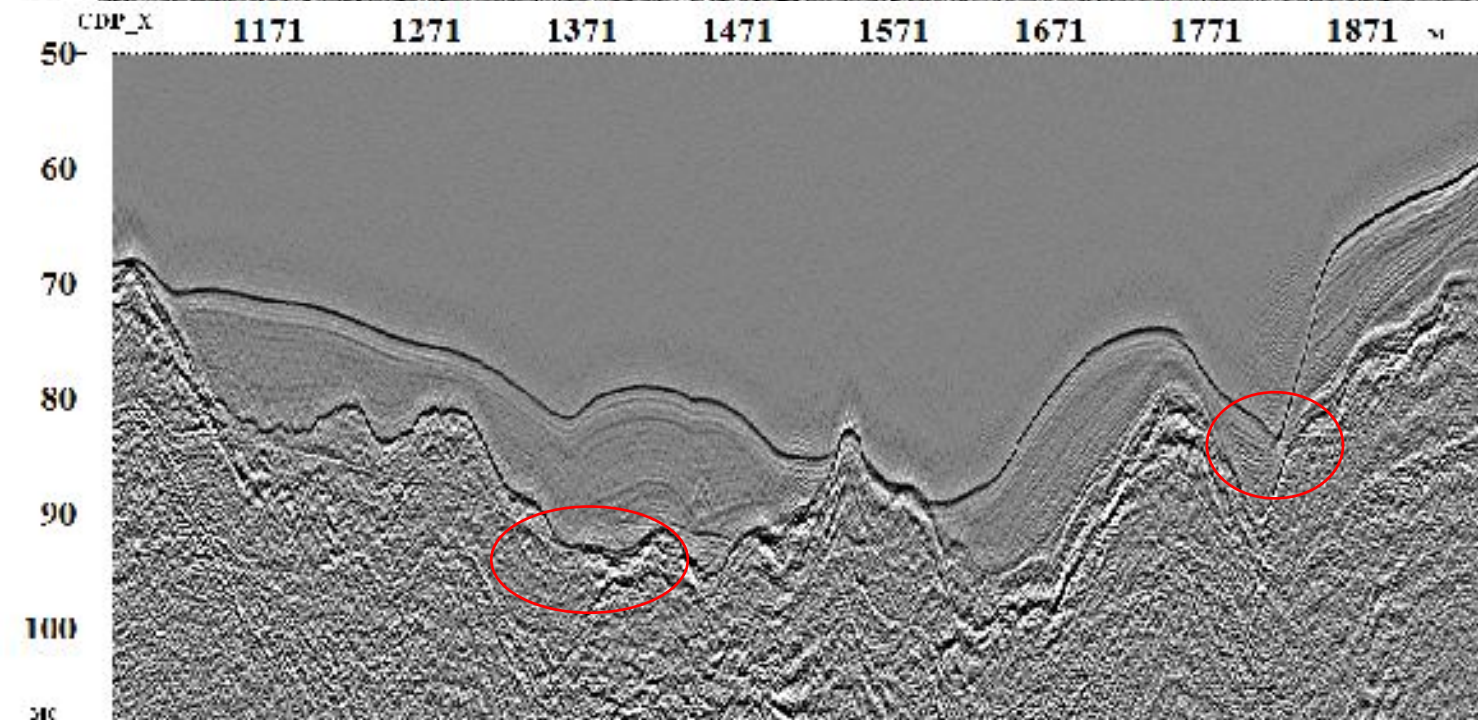
- Метод Stolt может быть распространен на случай среды с произвольной скоростью с помощью W – коэффициента растяжения Stolt. Теоретически W изменяется от 0 до 2.
- $W = 1$ соответствует алгоритму Stolt с постоянной скоростью
- $W < 1$, импульсный отклик сжимается вовнутрь вдоль его сильно наклоненных флангов;
- при $W > 1$ импульсный отклик раскрывается.

Использование различных W



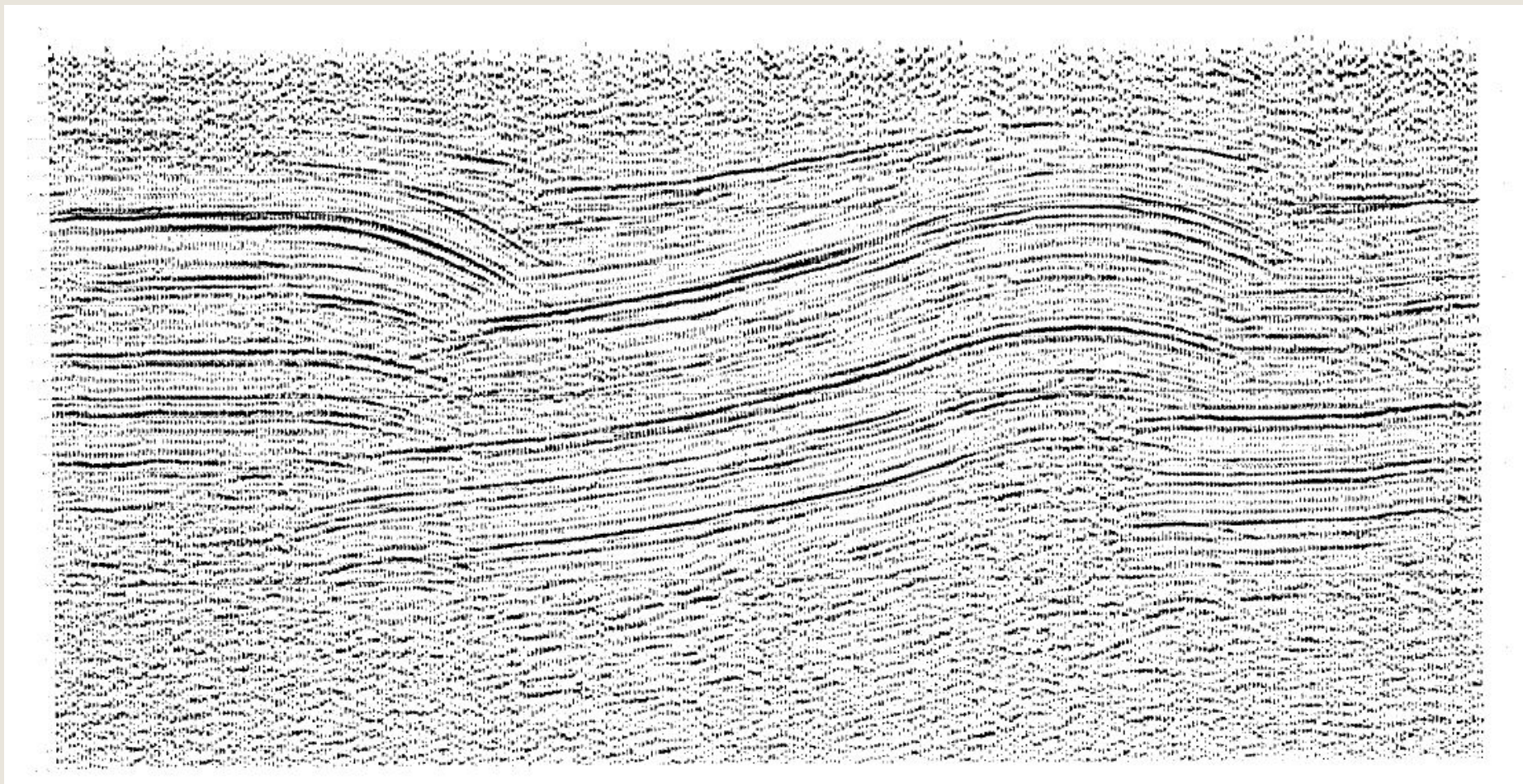


Суммарный
разрез после
введения
статических
поправок и
скоростного
анализа.

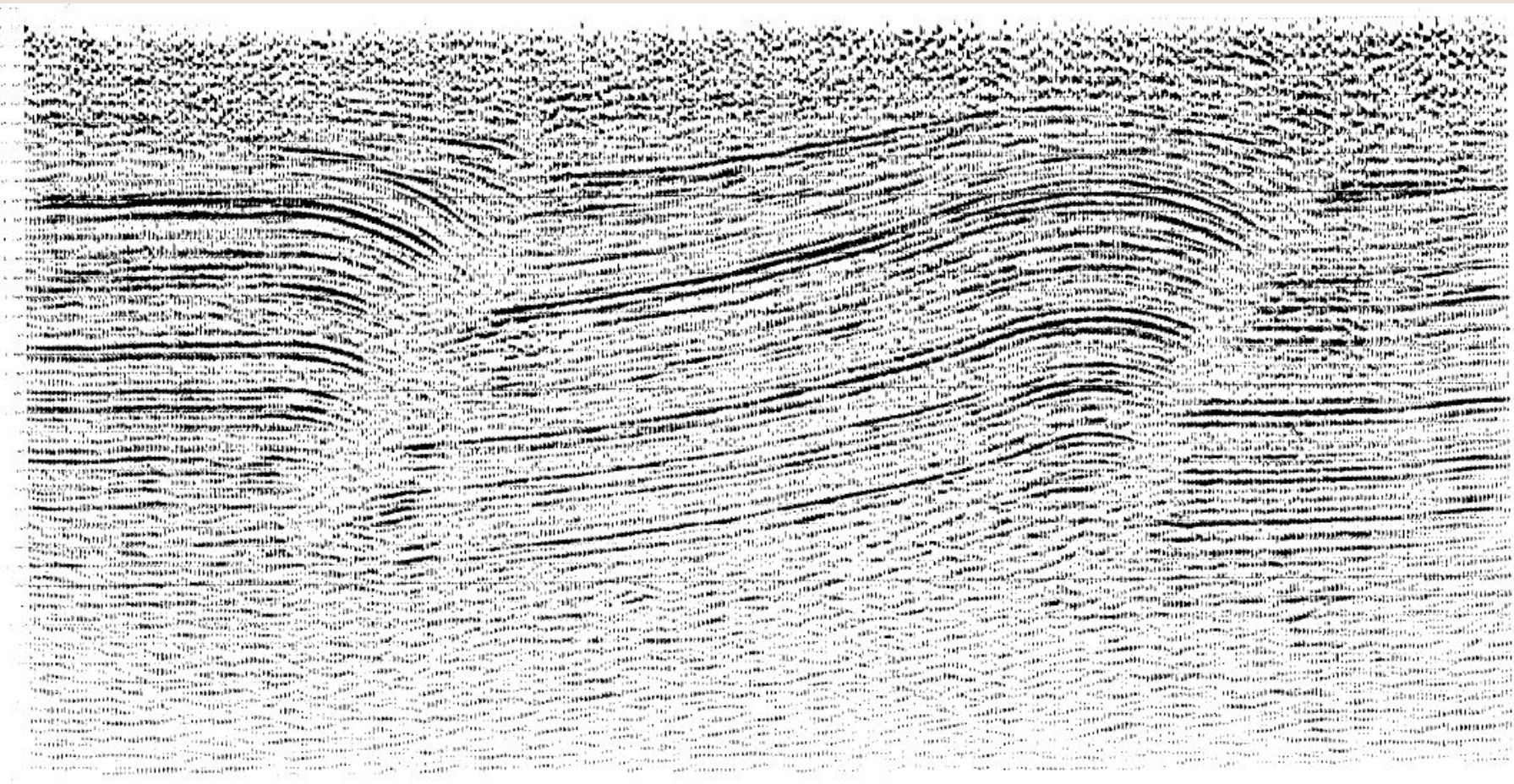


Суммарный
разрез после
F-K миграции
Столта.

До миграции



После миграции



Список литературы

- Chun, Jacewitz - fundamentals of frequency-domain migration
- Yilmaz, seismic data processing
- Stolt Seismic Imaging and Inversion

Вопросы к зачету

- Каким образом осуществляется переход в F-K область?
- Операции для получения мигрированного разреза методом Stolt
- Как осуществляется преобразование дифрагированных волн?

Спасибо за внимание!

