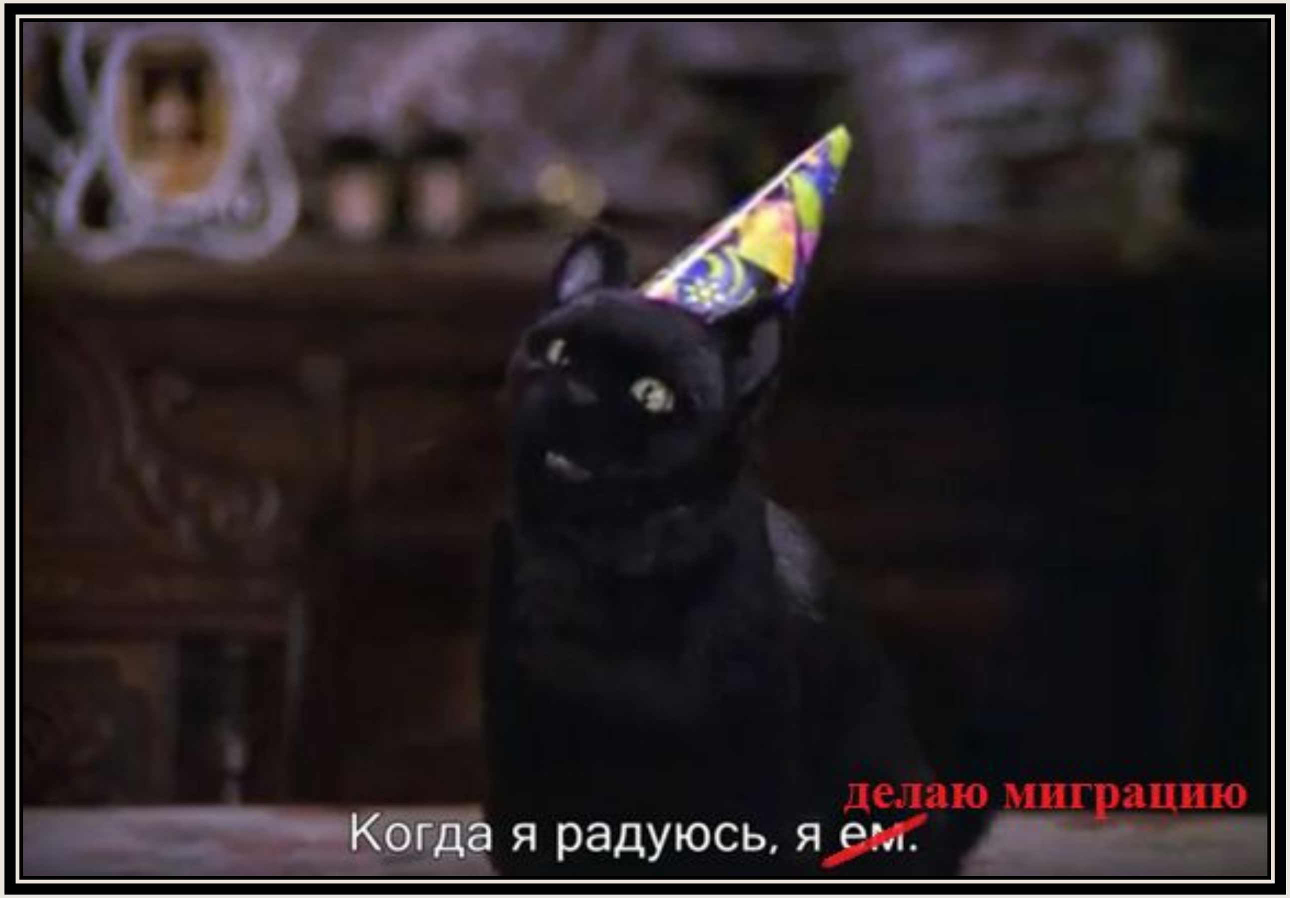
Миграция Столта



Выполнила: Носикова Алёна

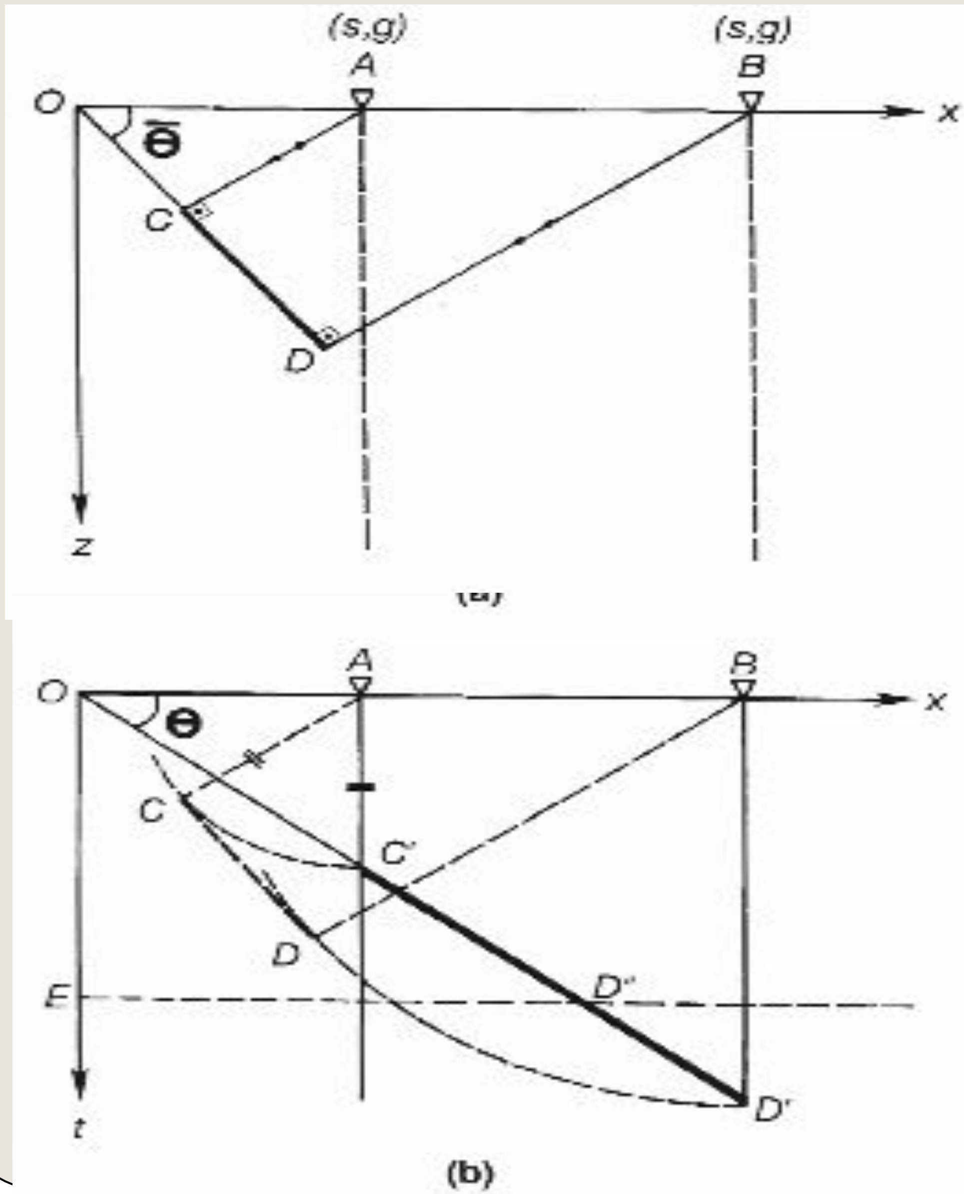
Определение миграции

Процедура обработки сейсморазведочных данных, которая заключается в том, чтобы итоговый мигрированнный сейсмический разрез выглядел так же, как геологический разрез по профилю сьемки.

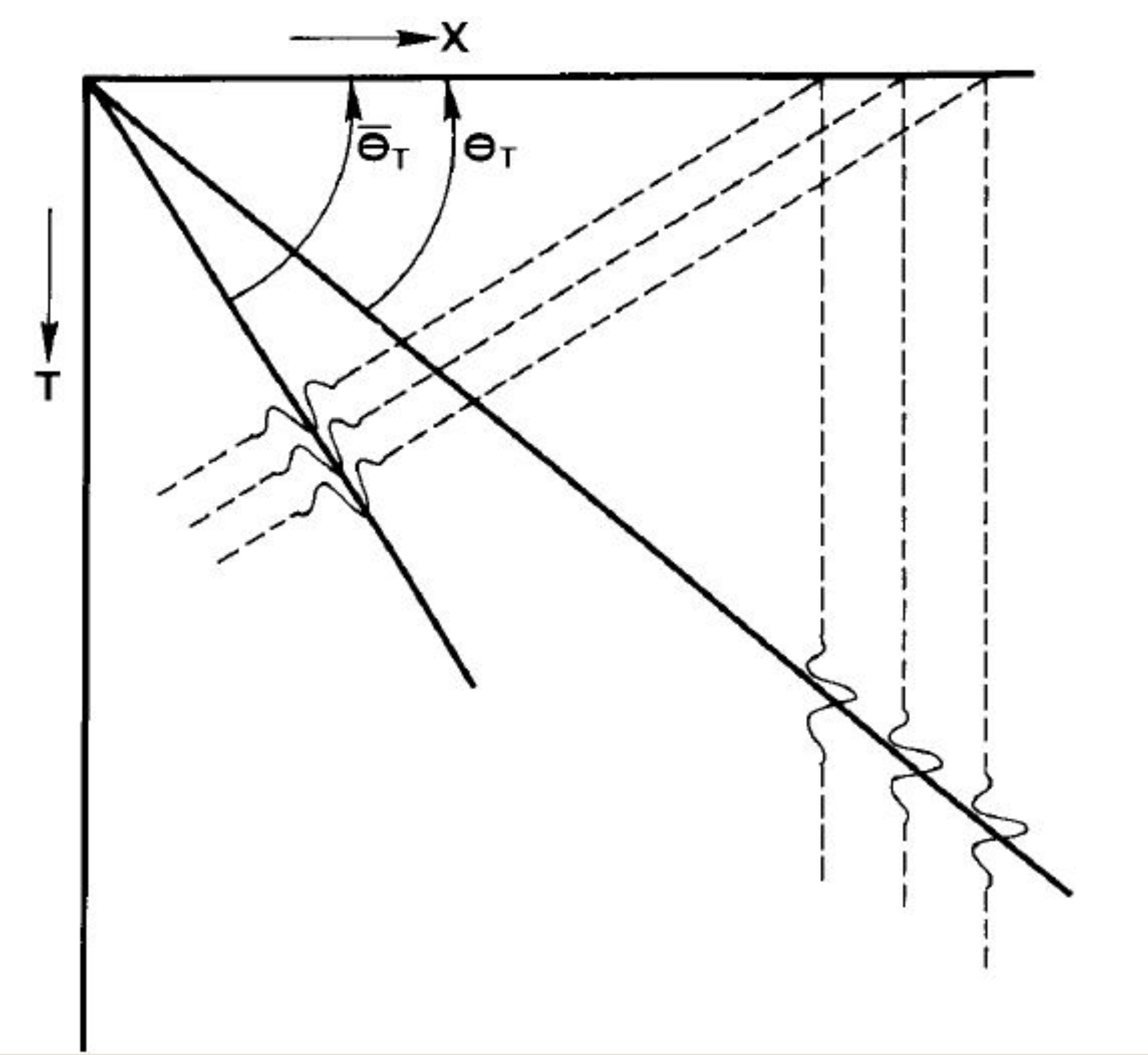
Миграция перемещает наклонные отражающие поверхности в их истинные положения в разрезе и сжимает дифрагированные волны, тем самым подчеркивая элементы разреза (разломы, внедрения и т.д.)

(Yilmaz, seismic data processing)

Основные операции при миграции



- Миграция увеличивает крутизну отражающих поверхностей.
- Укорачивает отражающие поверхности.
- Миграция перемещает отражающие поверхности вверх по восстанию.


X
$\bar{\Theta}_T$
Θ_T
T

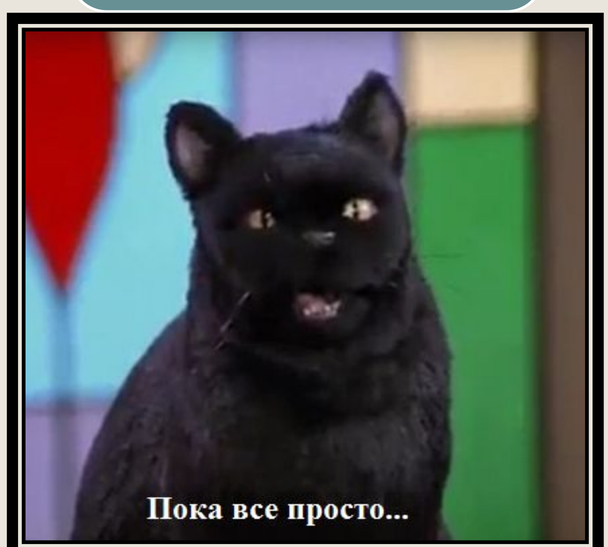
Миграция Столта (F-K миграция)

<u>Алгоритм:</u>

Входные данные – сейсмический разрез с нулевым выносом.

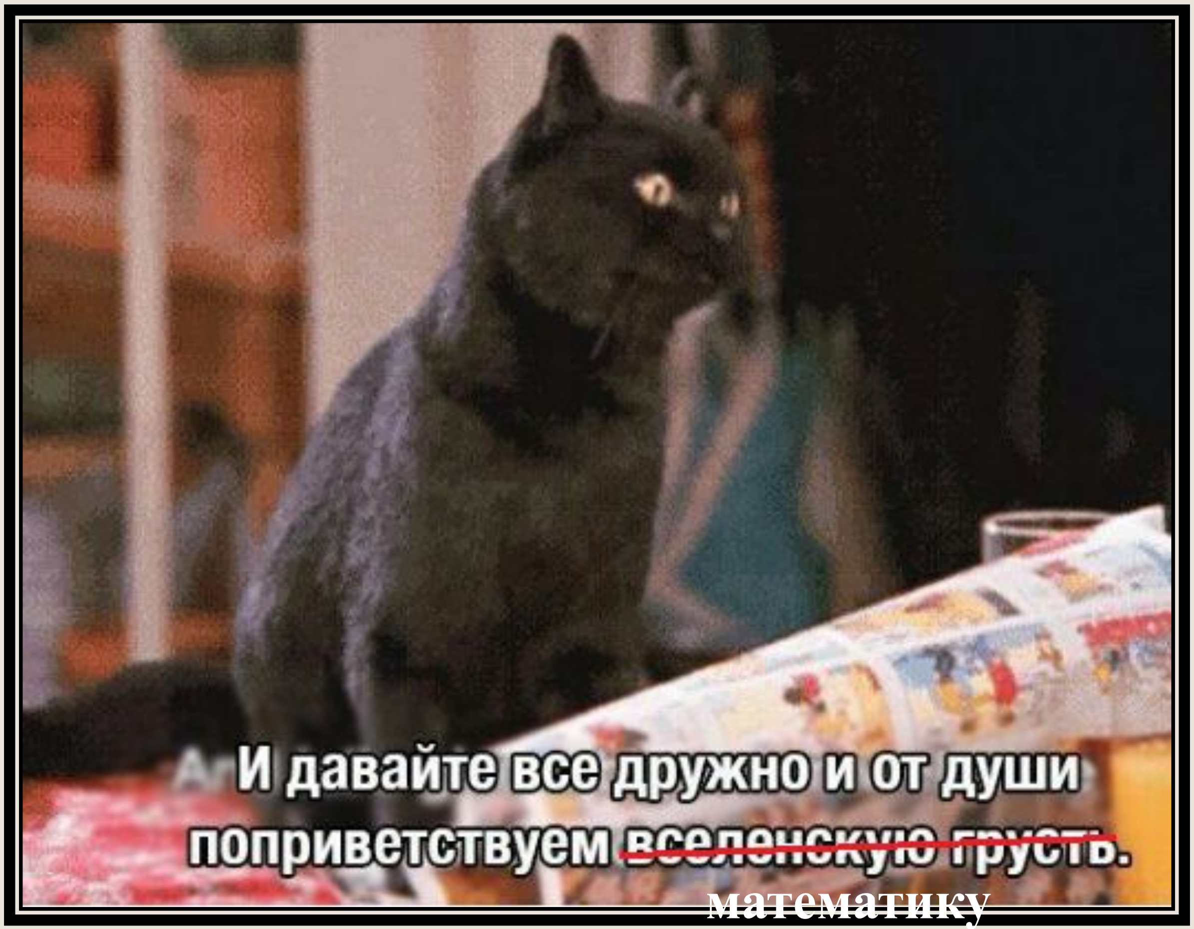
Двумерное преобразование Фурье предполагает переход от осей t-x к осям f-k, где f- частота, k - волновое число

Переход из временной области в частотную. → Применение оператора миграции к сейсмограмме. → Обратный переход из частотной области во временную.



Математические основы

- Двумерное преобразование Фурье
- Решения скалярного волнового уравнения
- Миграция в области F-K



Двумерное преобразование Фурье

- $\boxed{X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(t) \exp(-i\omega t)\, dt}$ - преобразование Фурье для функции времени.

t – время, ω - частота

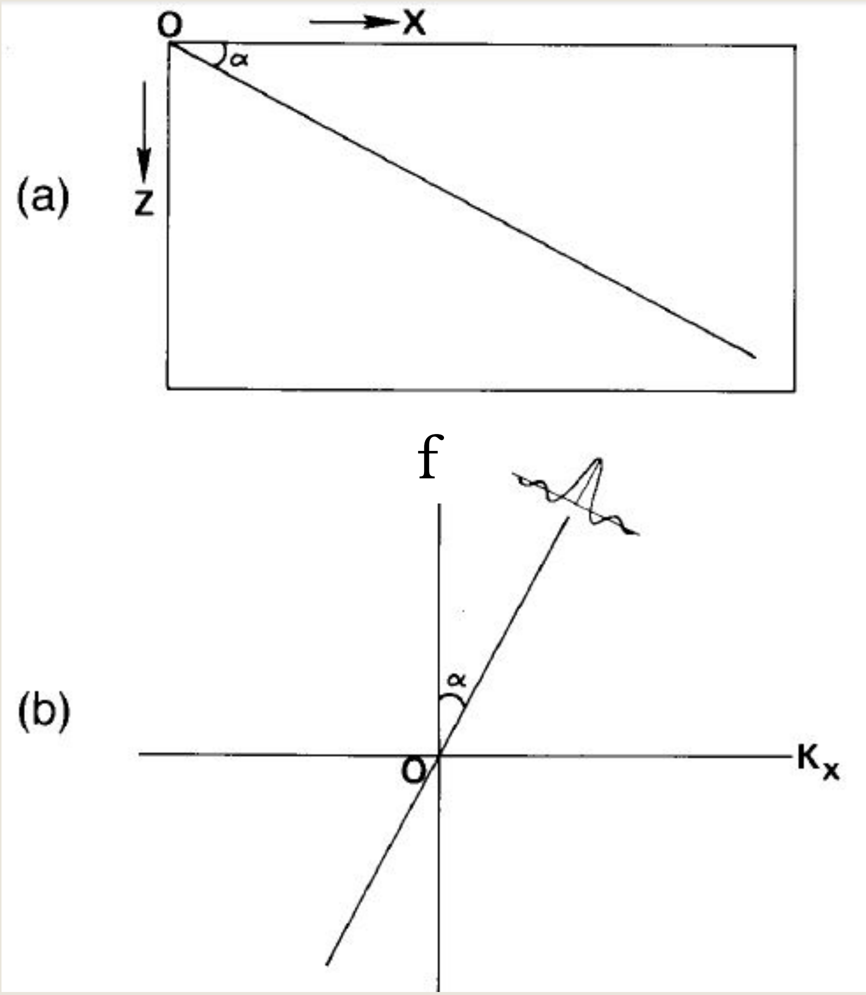
- $\boxed{\mathrm{P}(k_x, \omega) = \iint P(\mathrm{x,t}) \exp(ik_x x - i\omega t)\, dxdt}$ - двумерное преобразование Фурье.

x – пространственная переменная, k_x – пространственная частота (волновое число)

Реализация:

1. $P(x, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(x, t) \exp(-i\omega t)\, dt$
2. $P(k_x, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(\mathrm{x}, \omega) \exp(ik_x x)\, dx$

Свойство f-k преобразования



Сигналы с одним и тем же наклоном в пространстве (t, x) независимо от их положения попадают на одну радиальную линию в пространстве (f, k).

уравнения

Задача: определить волновое поле в начальный момент времени *P(x,z,0)* по волновому полю *P(x,0,t)*, зарегистрированному на поверхности земли.

- $\boxed{\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}+\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\mathrm{P(x,z,t)}=0}$ - скалярное волновое уравнение, где *P(x,z,t)* - распространение полей продольных волн в среде *v(x,z)* - скорость волны
- 2D преобразование Фурье волнового поля (прямое и обратное)

$$\mathrm{P}(k_x, z, \omega) = \iint P(\mathrm{x,z,t}) \exp(ik_x x - i\omega t)\, dxdt$$

$$\boxed{\mathrm{P(x,z,t)} = \iint P(k_x, z, \omega) \exp(-ik_x x + i\omega t)\, dk_x d\omega}$$

- Продифференцируем

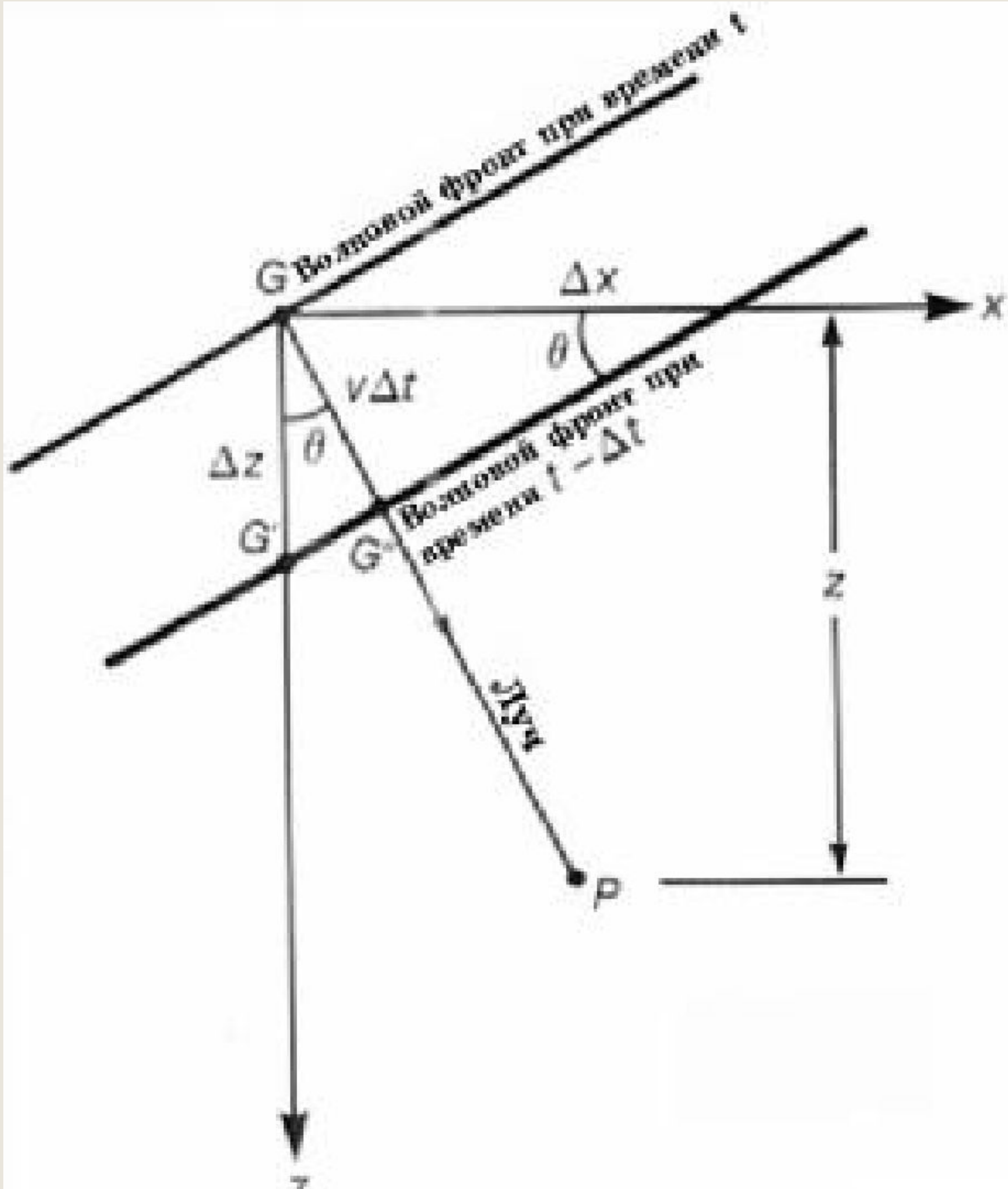
$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}\mathrm{P}(k_x, z, \omega) + \left(\frac{\omega^2}{v^2} - \mathrm{k}_x^2\right)\mathrm{P}(k_x, z, \omega) = 0$$

- Решение дифференциального уравнения

$$\mathrm{P}(k_x, z, \omega) = \mathrm{P}(k_x, 0, \omega) exp\left[-iz\left(\frac{\omega^2}{v^2}-\mathrm{k}_x^2\right)^{1/2}\right]$$

$\boxed{P(k_x, z, \omega) = P(k_x, 0, \omega) \exp(-ik_z z)}$ - волновое поле на глубине z

- Последующее суммирование по w и обратное преобразование Фурье по k_x дает изображение разреза *P(x,z,0)* на этой глубине.



Геометрические построения для экстраполяции волнового поля (Yilmaz)

Уравнение миграции Stolt с постоянной скоростью

- Обратное преобразование Фурье экстраполированного поля

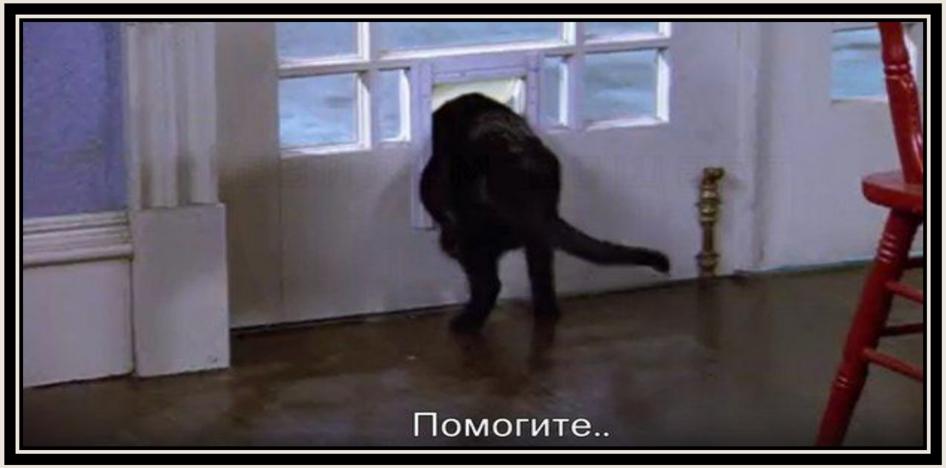
$$P(\mathrm{y}, z, t) = \iint P(k_{\mathrm{y}}, 0, \omega) \exp(-ik_z z) \exp\left(-ik_{\mathrm{y}} x\mathrm{y} + i\omega t\right) dk_{\mathrm{y}} d\omega$$

$$P(\mathrm{y}, z, t = 0) = \iint P(k_{\mathrm{y}}, 0, \omega) \exp\left(-ik_{\mathrm{y}}\mathrm{y} - ik_z z\right) dk_{\mathrm{y}} d\omega$$

$$k_z = \frac{2\omega}{v}\left[1 - \left(\frac{vk_y}{w}\right)^2\right]^{1/2}$$

$$\omega = \frac{v}{2}\left(k_y{}^2 + k_z{}^2\right)^{1/2}$$

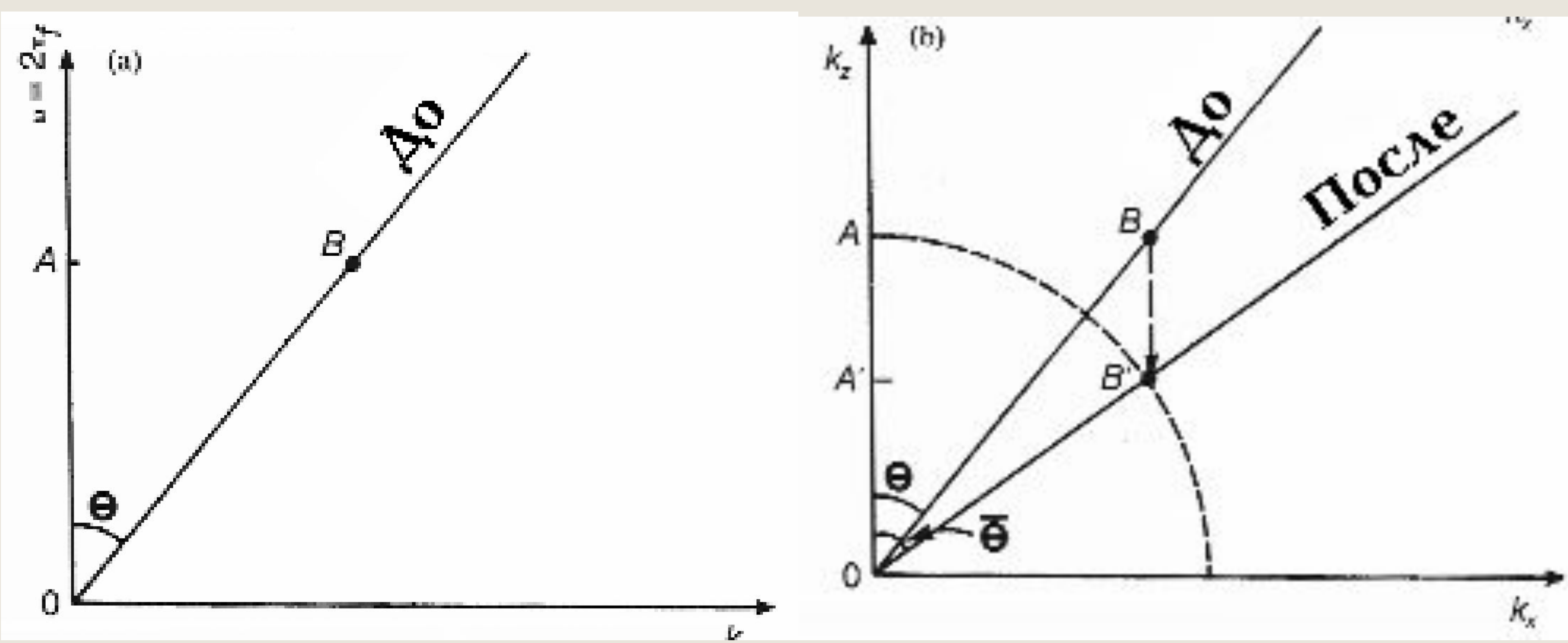
$$\mathrm{d}\omega = \frac{v}{2}\frac{k_z}{\left(k_y{}^2 + k_z{}^2\right)^{1/2}} dk_z$$



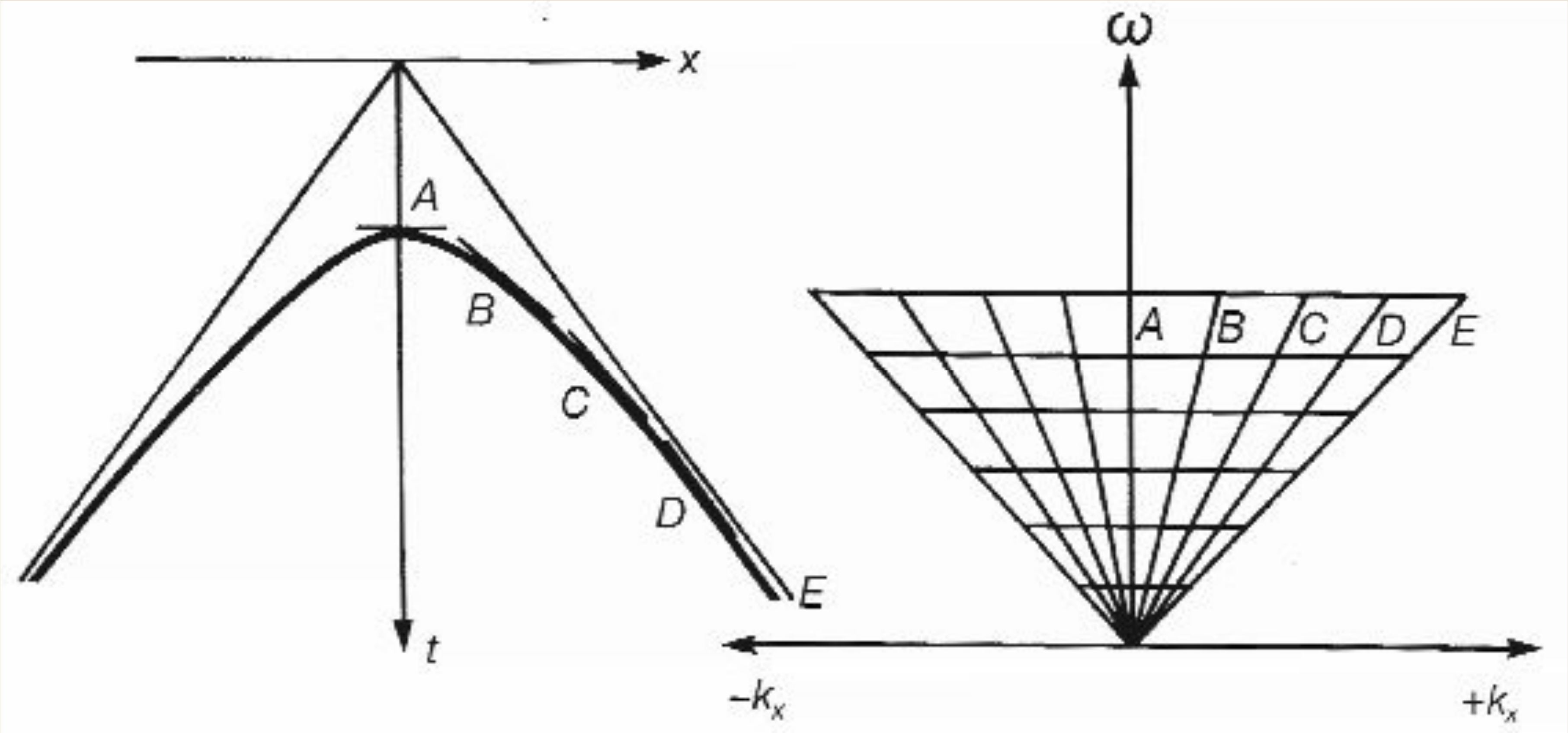
$$\boxed{P(\mathrm{y}, z, 0) = \iint \frac{v}{2}\frac{k_z}{\left(k_y{}^2 + k_z{}^2\right)^{1/2}} P\left(k_{\mathrm{y}}, 0, \frac{v}{2}\left(k_y{}^2 + k_z{}^2\right)^{1/2}\right) \exp\left(-ik_{\mathrm{y}}\mathrm{y} - ik_z z\right) dk_{\mathrm{y}} dk_z}$$

Миграция отражения от наклонной поверхности в области *f-k*

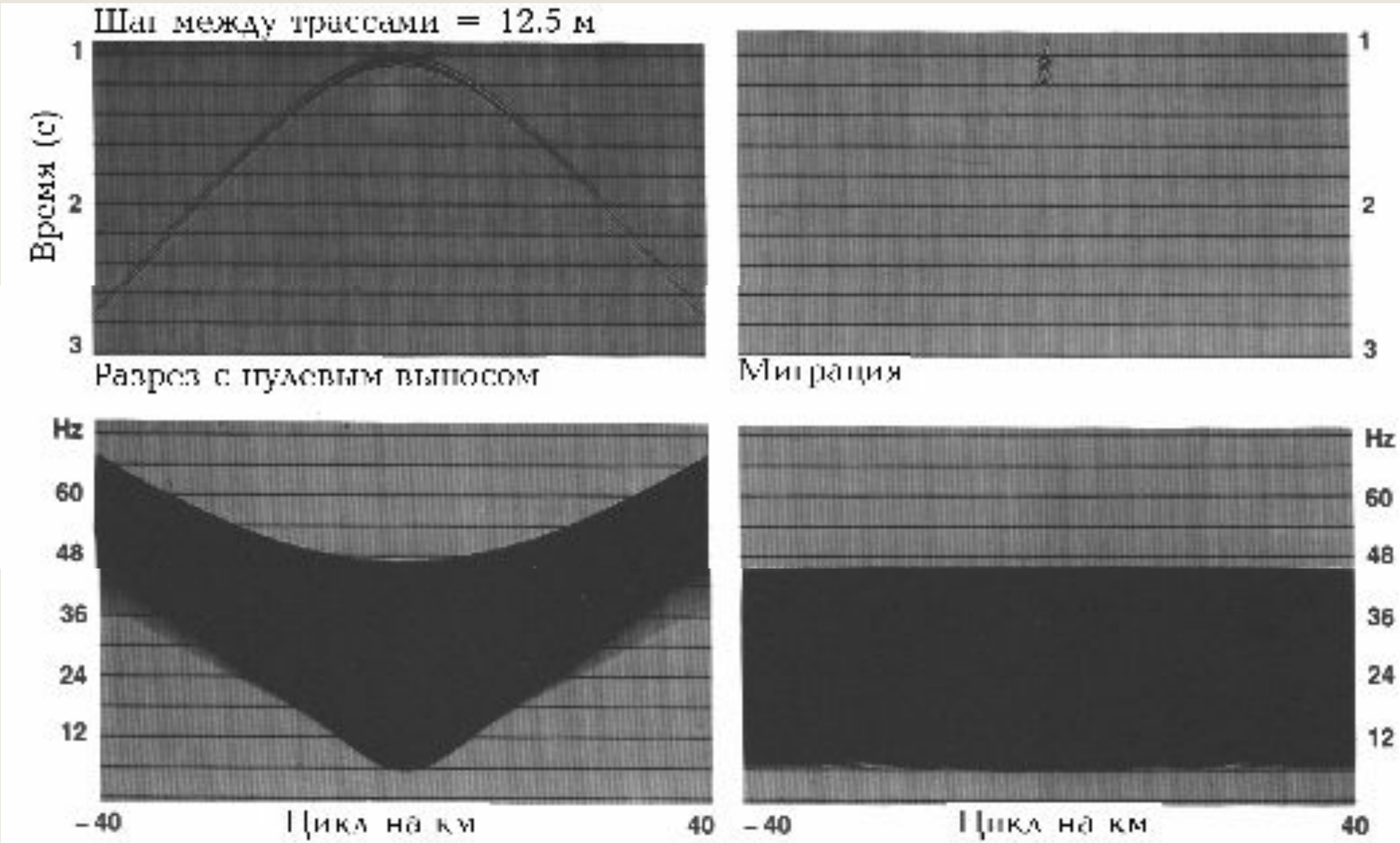
- Миграция переносит точку B по вертикали в точку B^1. В этом процессе горизонтальное волновое число k_x не изменяется.
- Отражение OB от наклонной поверхности становится OB^1
- Угол падения после миграции ($\bar{Q}$) больше, чем до миграции (Q)



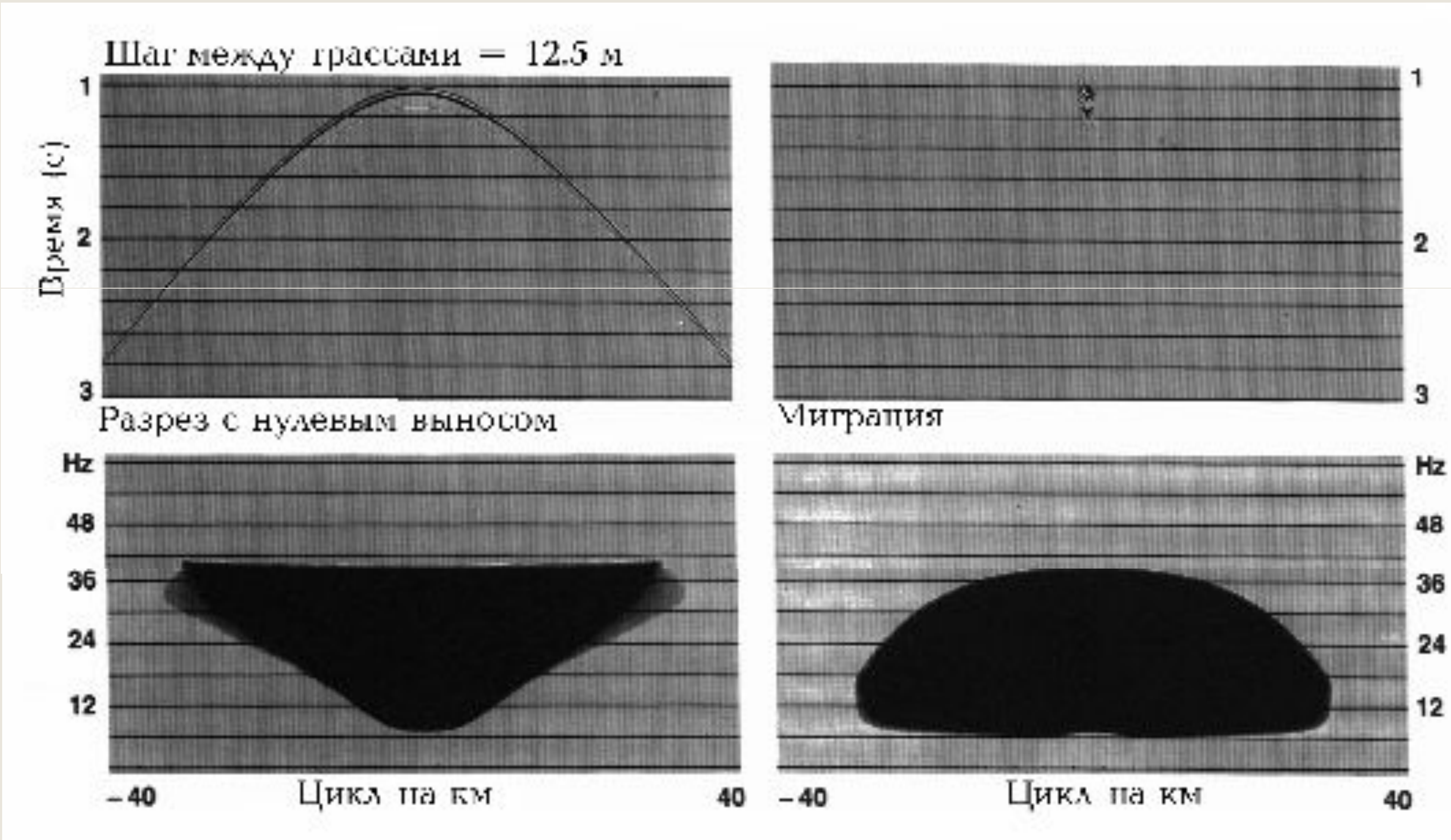
Дифрагированная волна и ее сжатие в точку миграцией в *f-k*-области



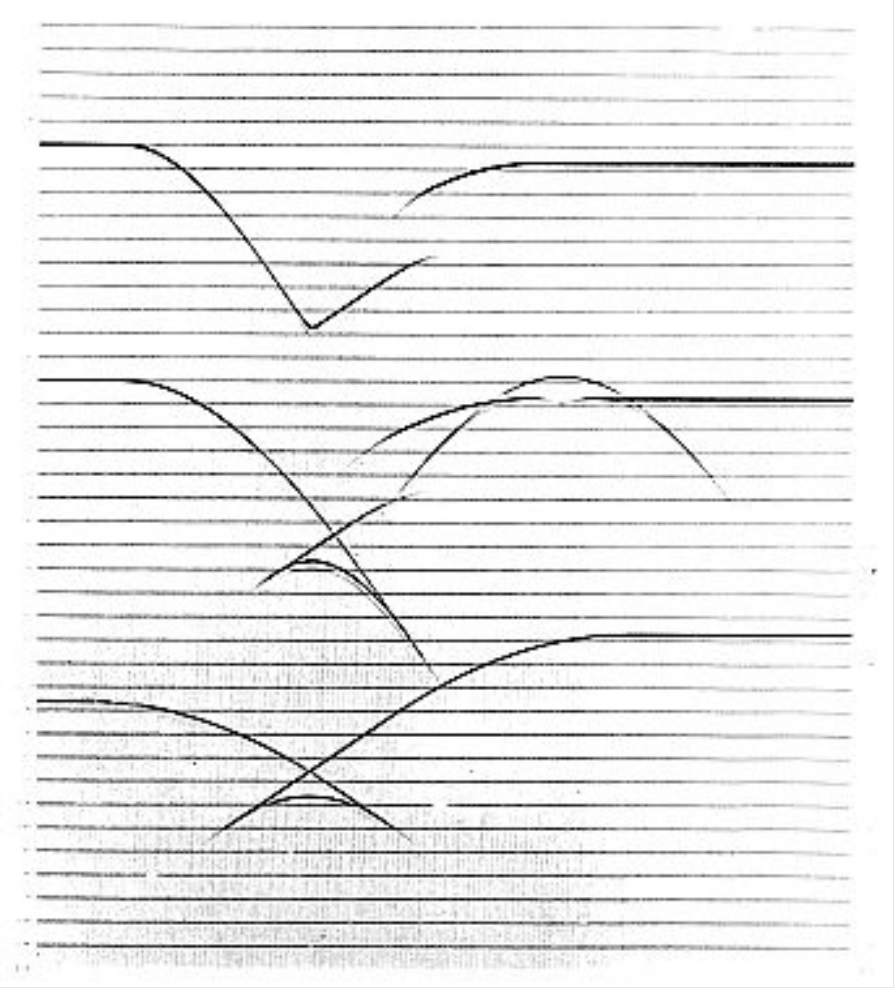
Миграция дифрагированной волны в областях (*t*,*x*) и (*f*,*k*) (в теории)



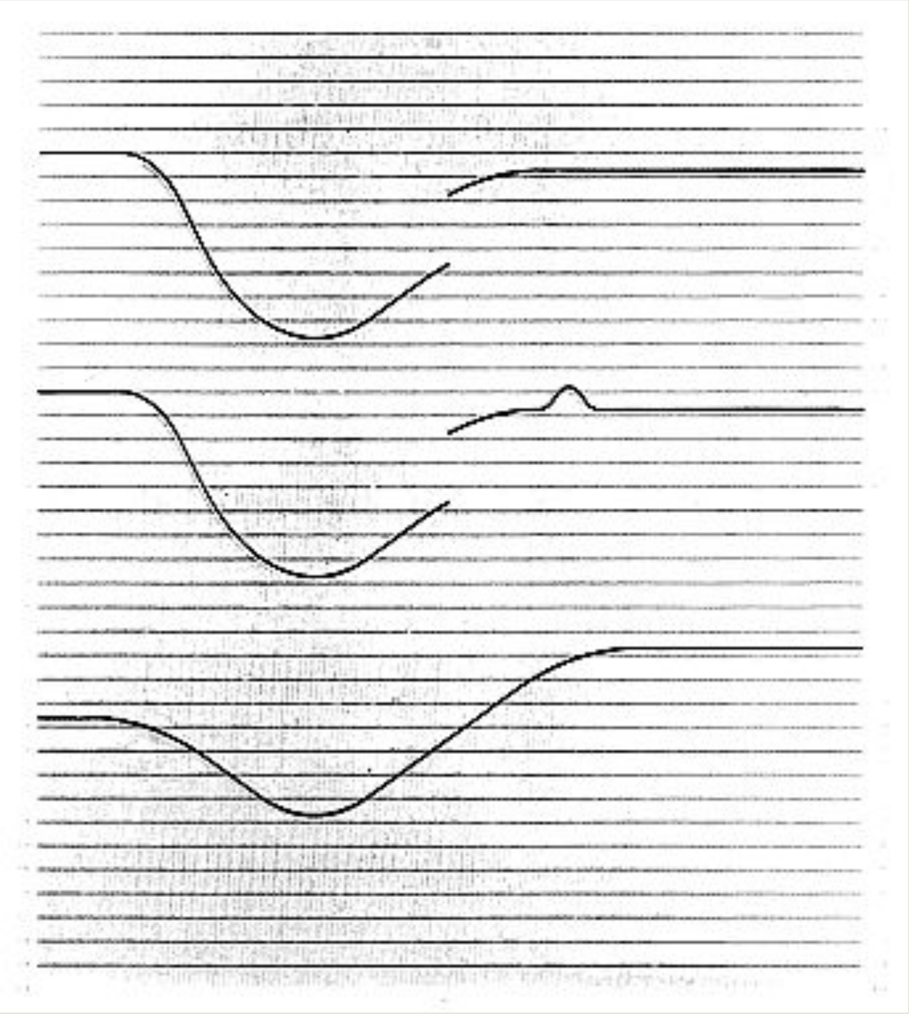
Реальная Дифрагированная волна и ее миграция в областях (*t*,*x*) и (*f*,*k*)



До миграции



После миграции



Уравнение миграции Stolt в случае изменяющейся скорости

- Задача: распространить алгоритм на случай изменяющейся скорости без потери эффективности
- Решение: преобразование координат, которое включает растяжение оси времен таким образом, чтобы волновое уравнение было не зависимым от скорости

Преобразование координат

- $P(y,z,t) = P(y,d,T)$

$$T(t) = \frac{1}{c}\left[2\int_0^t dt\, v_{rms}{}^2(t)t\right]^{1/2}$$

$$v_{rms}{}^2(t)=\frac{1}{t}\int_0^t v^2(t)dt$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 P}{\partial y^2}+W\frac{\partial^2 P}{\partial z^2}+\frac{2}{c}\frac{\partial^2 P}{\partial d\partial T}=0}$$

W – сложная функция скорости и переменных координат

Алгоритм миграции Stolt с растяжением

1. Начнем с суммарного разреза, который предполагается разрезом с нулевым выносом *P(y,z = 0,t)*.
2. Преобразуем этот временный разрез в растянутый разрез *P(y,d= 0,t)* путем трансформирования координат
3. Выполним двумерное преобразование Фурье растянутого разреза $P(k_y,d = 0,w_T)$.
4. Применим следующую функцию распределения, чтобы выполнить миграцию:

$$k_d = (1 - \frac{1}{W})\frac{\omega_T}{c} - \frac{1}{W}(\frac{{\omega_T}^2}{c^2} - W{k_y}^2)^{1/2}$$

Волновое поле после миграции

$$P(y,z,0)=$$
$$\left\{\frac{c}{2-W}\left[(1-W)+\frac{1}{[1+(2-W)k_y{}^2/kd^2]^{1/2}}\right]\right\}\mathrm{P}\left\{k_y,0,\left[\frac{ck_d}{2-W}\left((1-W)+\left[1+\frac{(2-W)k_y{}^2}{k_d{}^2}\right]^{1/2}\right]\right)\right\}$$

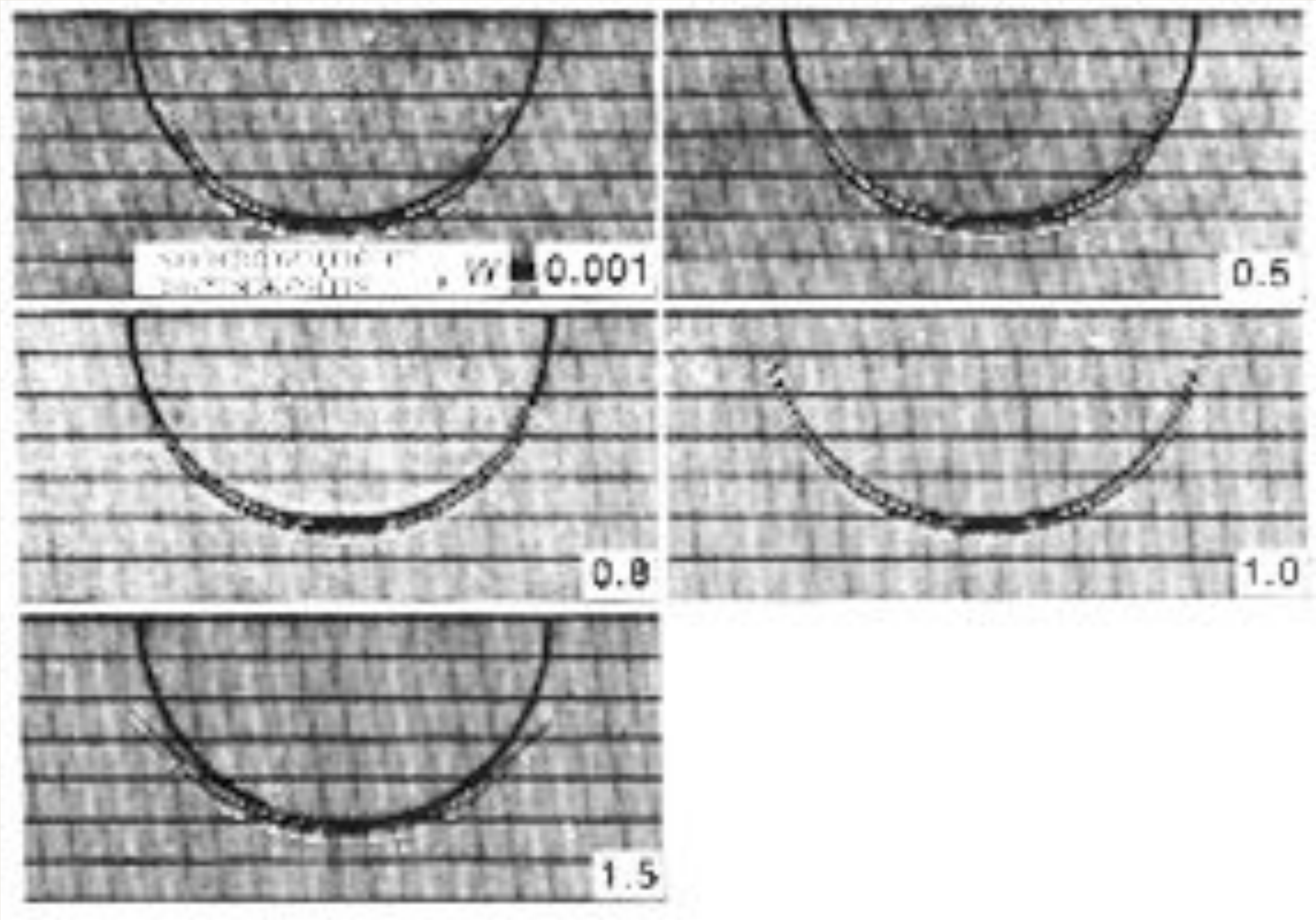
4. Выполним двумерное преобразование Фурье мигрированного разреза в растянутых координатах *P(y,d,T = 0)*.

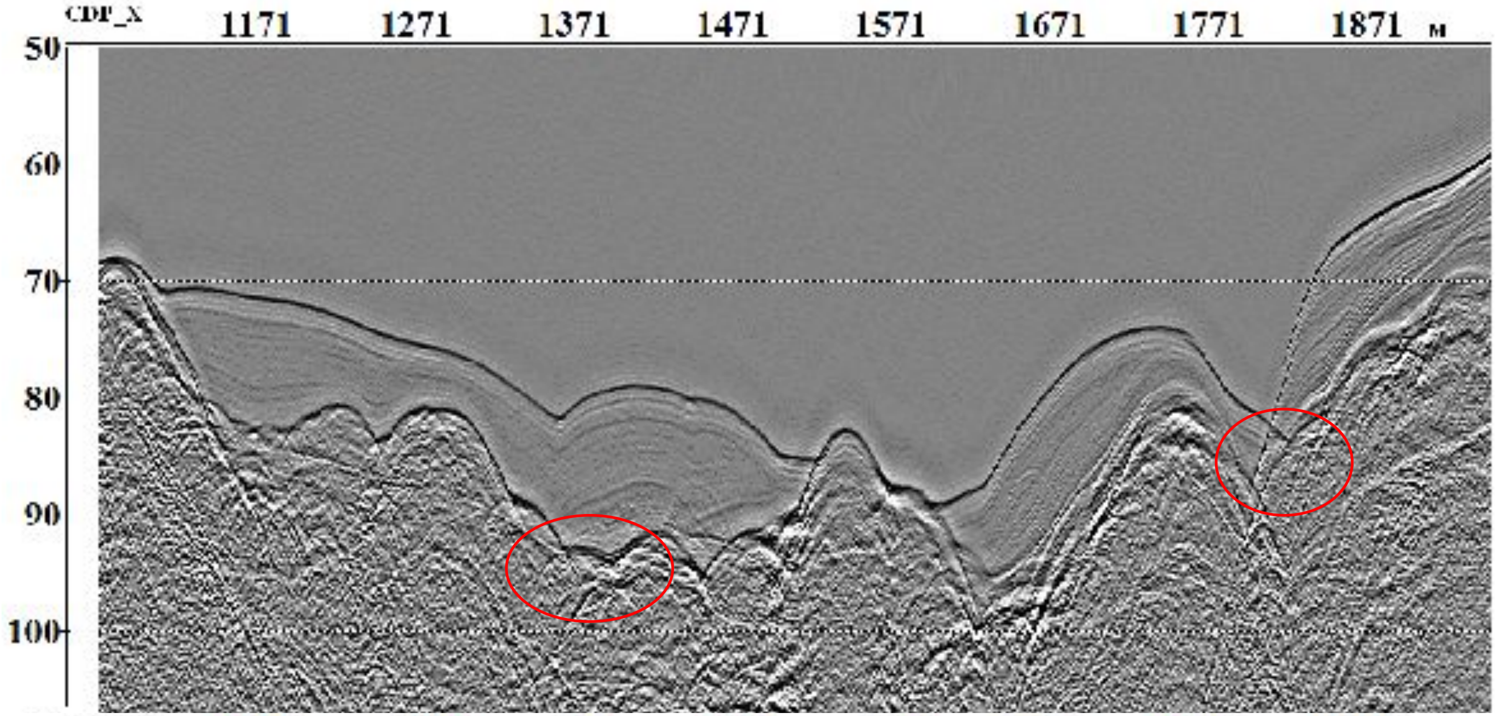
5. Вернемся в пространственно-временные координаты *P(y,z,t = 0)* – это окончательный мигрированный разрез.

Миграция Столта на практике

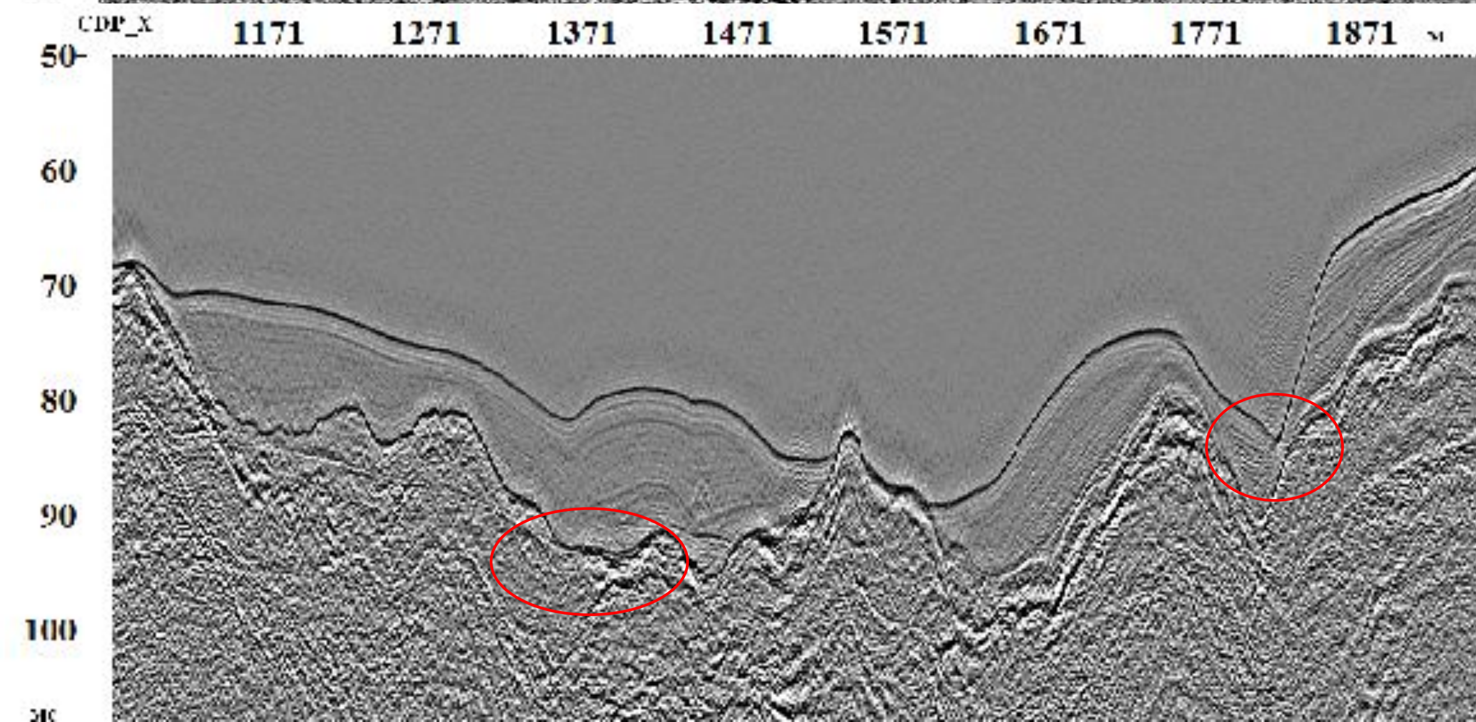
- Метод Stolt может быть распространен на случай среды с произвольной скоростью с помощью W – *коэффициента растяжения Stolt*. Теоретически W изменяется от 0 до 2.
- $W=1$ соответствует алгоритму Stolt с постоянной скоростью
- $W<1$, импульсный отклик сжимается вовнутрь вдоль его сильно наклоненных флангов;
- при $W>1$ импульсный отклик раскрывается.

Использование различных W



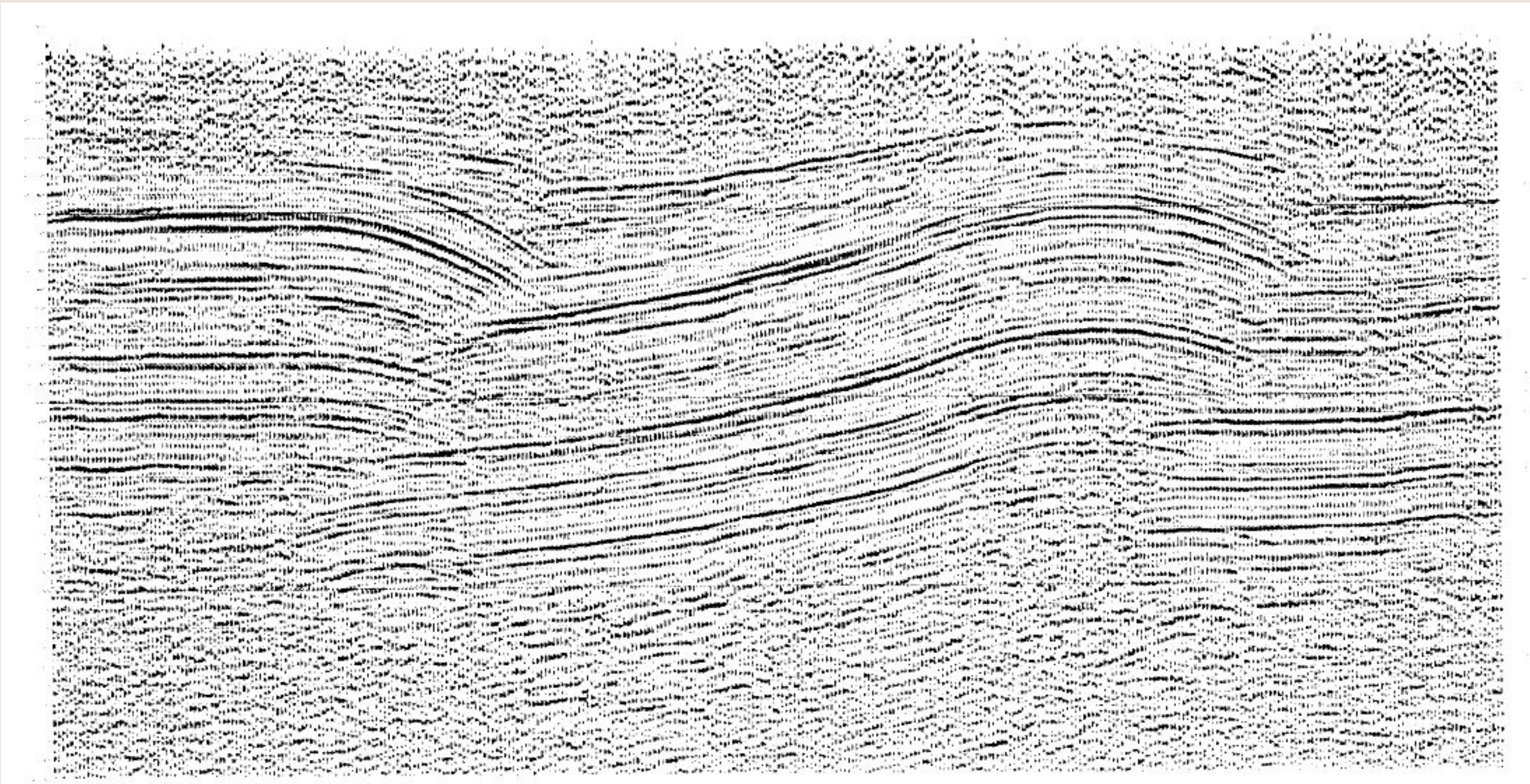


Суммарный разрез после введения статических поправок и скоростного анализа.

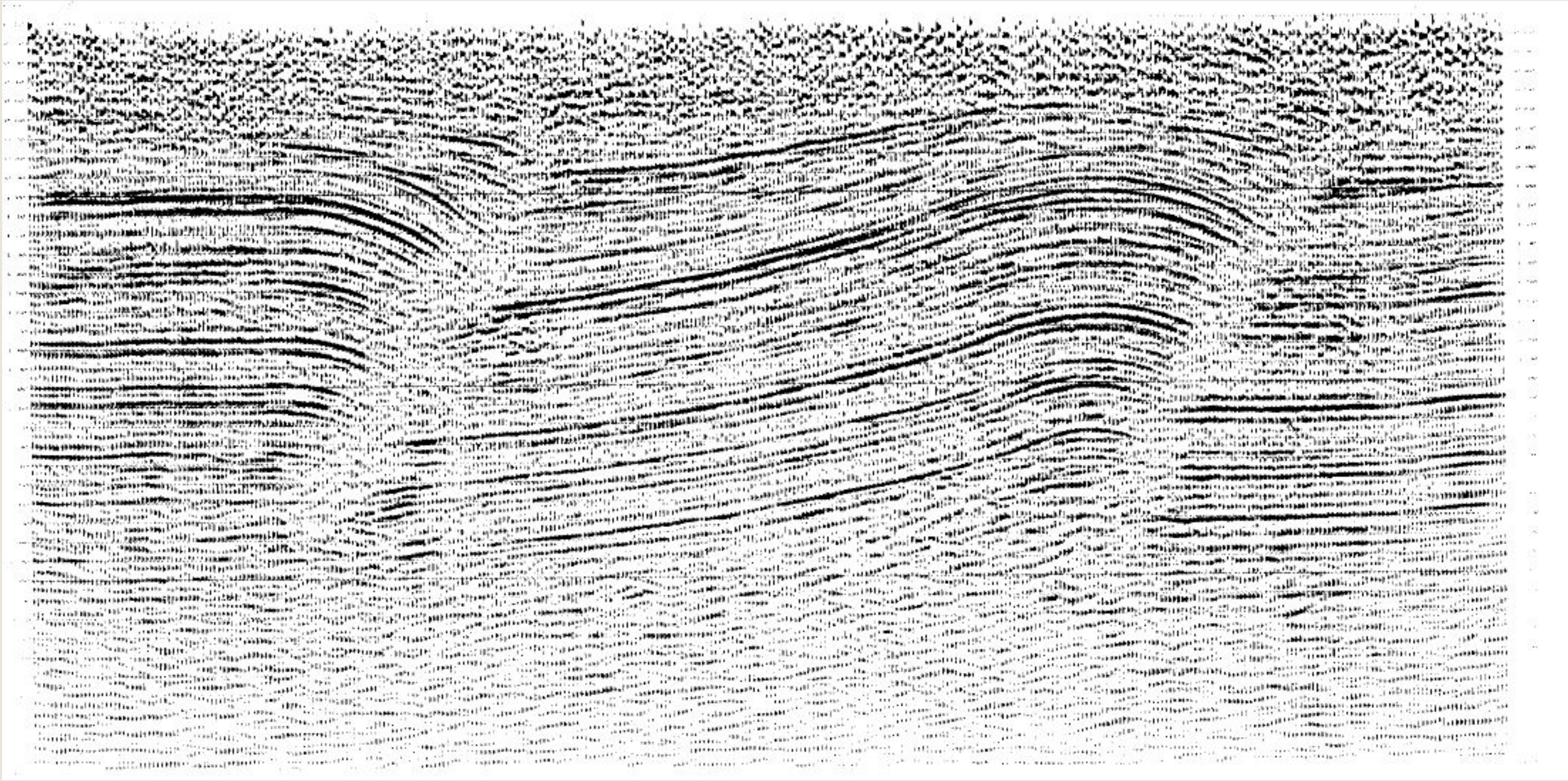


Суммарный разрез после F-K миграции Столта.

До миграции



После миграции



Список литературы

- Chun, Jacewitz - fundamentals of frequency-domain migration
- Yilmaz, seismic data processing
- Stolt Seismic Imaging and Inversion

Вопросы к зачету

- Каким образом осуществляется переход в F-K область?
- Операции для получения мигрированного разреза методом Stolt
- Как осуществляется преобразование дифрагированных волн?

Спасибо за внимание!