МОУ СОШ №5
г. Щербинка

ВПИСАННЫЕ И ОПИСАННЫЕ ОКРУЖНОСТИ

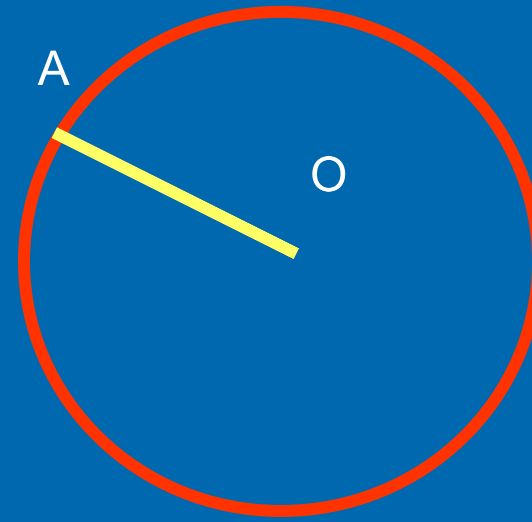
Работу выполнил ученик 9 А класса

Скобеев Юрий

Руководитель: учитель математики Юмашева Л. А.

ОКРУЖНОСТЬ

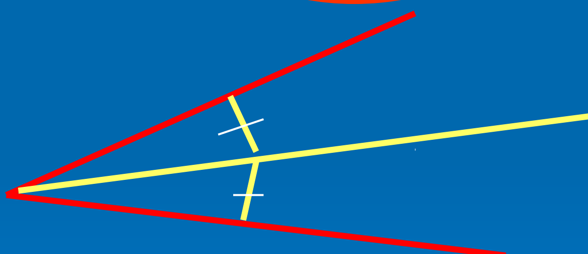
Окружностью называется фигура, состоящая из всех точек плоскости, находящихся от данной точки на данном расстоянии.



Данная точка **О** называется **центром окружности,** а отрезок **ОА,** соединяющий центр с какой-либо точкой окружности ***— радиусом окружности.***

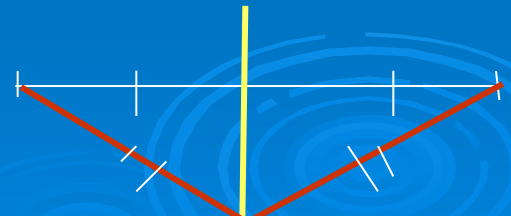
Свойство биссектрисы.

Каждая точка биссектрисы неразвёрнутого угла равноудалена от сторон угла.
Верно и обратно.



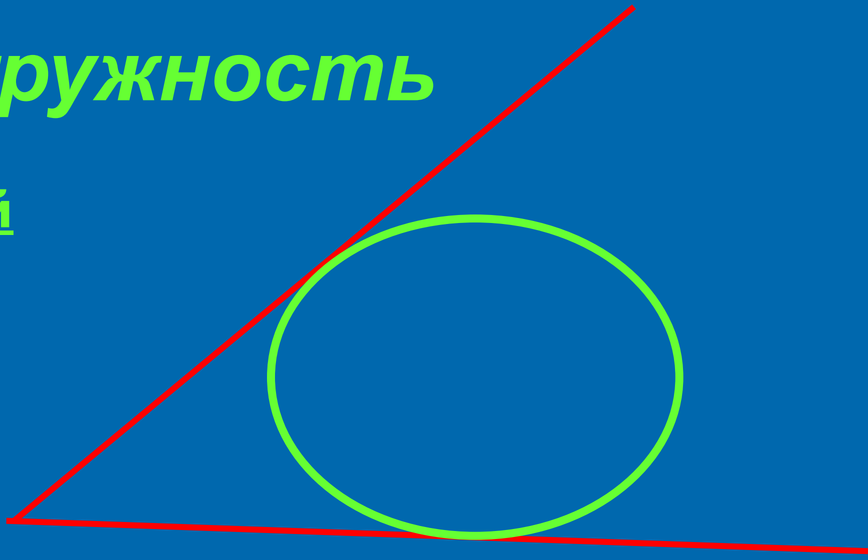
Свойство серединного перпендикуляра.

Каждая точка серединного перпендикуляра равноудалена от концов его отрезка.
Верно и обратно



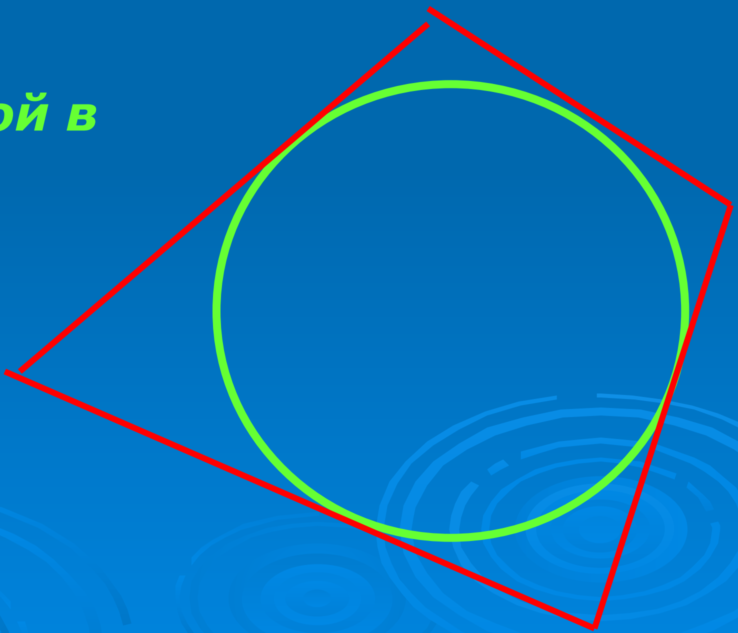
Вписанная окружность

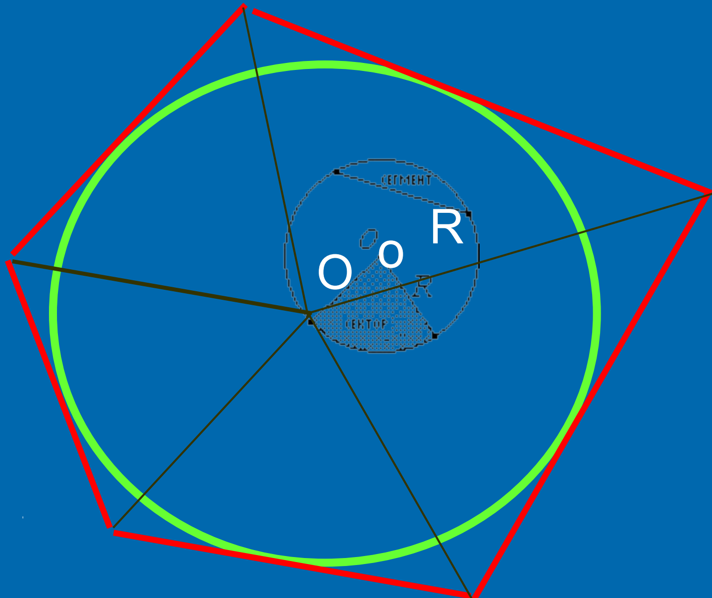
Окружность называется **<u>вписанной в угол,</u>**
если она лежит внутри угла и касается его сторон.



Центр окружности, вписанной в угол,
лежит на биссектрисе этого угла.

Окружность называется ***вписанной в выпуклый многоугольник***,
если она лежит внутри данного многоугольника и касается всех прямых,
проходящих через его стороны.





Если в данный выпуклый многоугольник
можно вписать окружность,
то биссектрисы всех углов данного многоугольника пересекаются в одной точке,
которая является центром вписанной окружности.

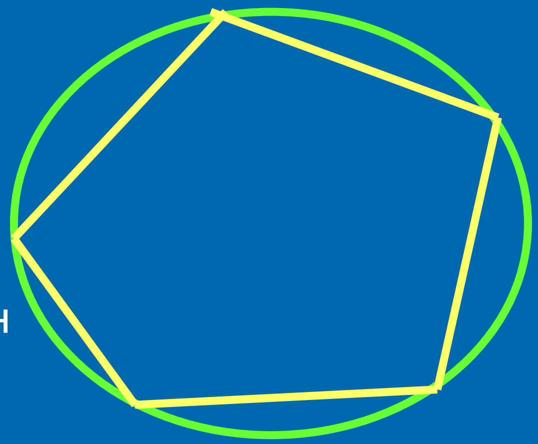
Сам многоугольник в таком случае называется описанным около данной окружности.
Таким образом, в выпуклый многоугольник можно вписать не более одной окружности.

Для произвольного многоугольника невозможно вписать в него и описать около него окружность.

Для треугольника это всегда возможно.

Описанная окружность

Окружность называется *__описанной около многоугольника__*, если она проходит через все его вершины.



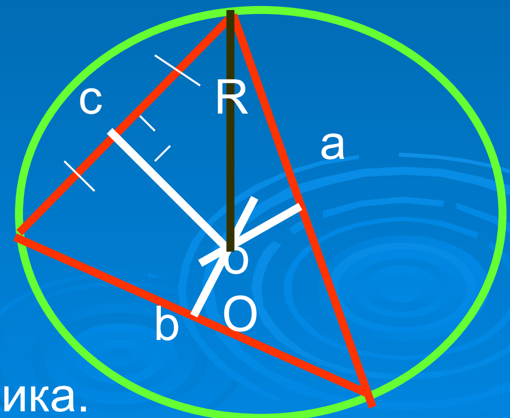
Центр описанной окружности равноудалён
От вершин многоугольника и лежит на серединных перпендикулярах к его сторонам

Вокруг любого треугольника можно описать окружность, и только одну.

Центр описанной окружности около треугольника,
лежит на пересечении серединных перпендикуляров,
проведённых к серединам сторон треугольника

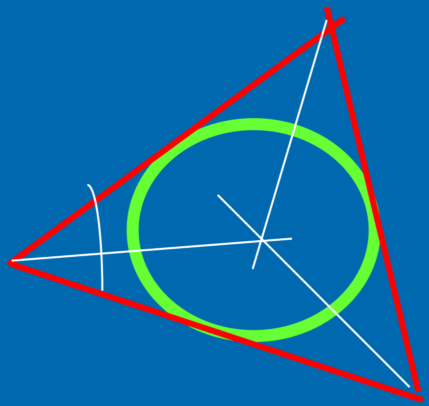
$$R = \frac{abc}{4S}$$

S - площадь треугольника.



Окружность и треугольники

Окружность называется ***вписанной в треугольник***,
если она касается всех трех его сторон,
а её центр находится внутри окружности



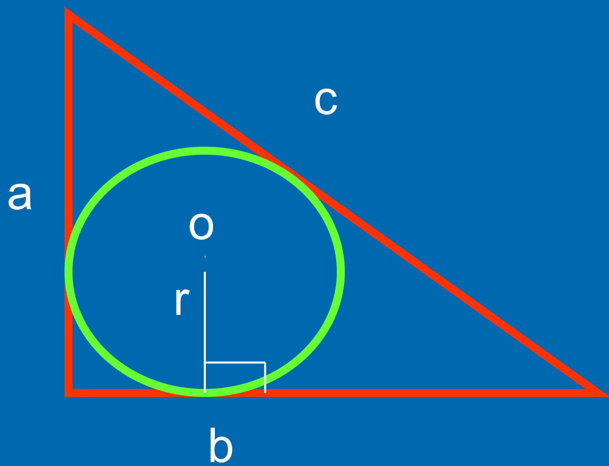
Центр вписанной в треугольник окружности лежит на пересечении биссектрис внутренних углов треугольника.

<u>*В любой треугольник можно вписать окружность, и только одну.*</u>

Радиус вписанной в треугольник окружности равен отношению площади треугольника и его полупериметра

$$r = \frac{S}{p}$$

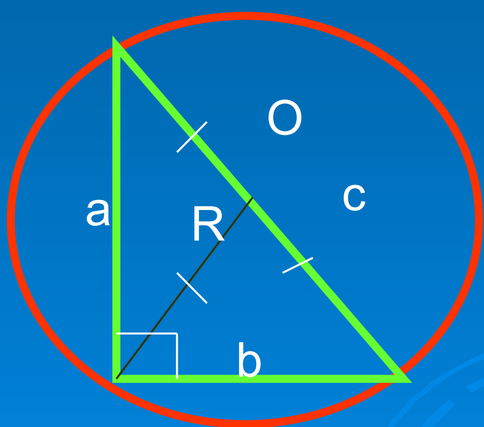
Окружность и прямоугольный треугольник



Радиус вписанной окружности

$$r = \frac{ab}{a+b+c} \qquad r = \frac{a+b-c}{2}$$

Центр описанной окружности совпадает с серединой гипотенузы,

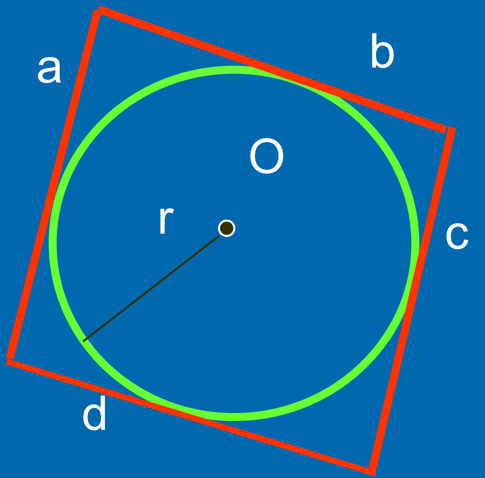


а радиус равен

– половине гипотенузы

- медиане, проведённой к гипотенузе

Вписанная окружность в четырёхугольник



В четырёхугольник можно вписать окружность,
если суммы противолежащих сторон равны т. е. **a + c = b + d**

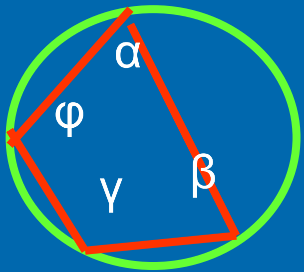
Верно и обратно
Если окружность вписана в четырёхугольник, то суммы противолежащих сторон равны
a + c = b + d

Площадь:

$$S = pr,\ \text{ãäå}\, p = \frac{a+b+c+d}{2}$$

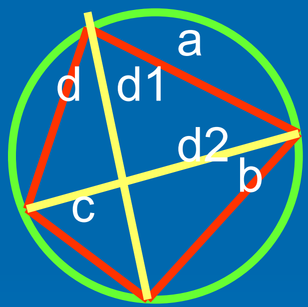
r – радиус вписанной окружности

Описанная окружность около четырёхугольника

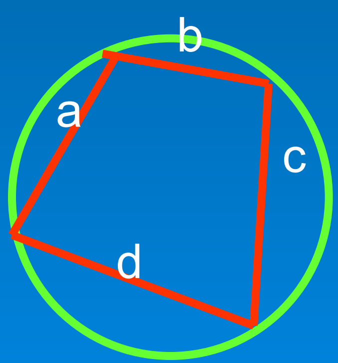


Около четырёхугольника можно описать окружность, если сумма противолежащих углов равна 180°: **α + γ =β + φ**

Если четырёхугольник вписан в окружность, то суммы противолежащих углов равна 180°.



ТЕОРЕМА ПТОЛОМЕЯ
Сумма произведений противолежащих сторон равна произведению диагоналей: **ac + bd = d1 d2**

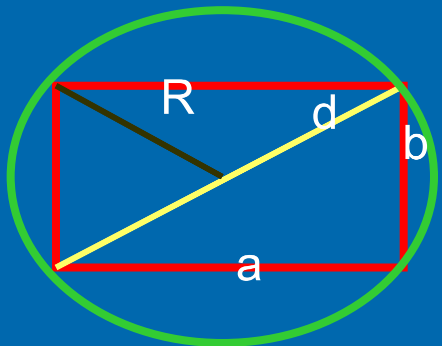


ПЛОЩАДЬ ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКА

$$S=\sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)},$$

где p – полупериметр четырёхугольника

Параллелограмм, ромб, трапеция

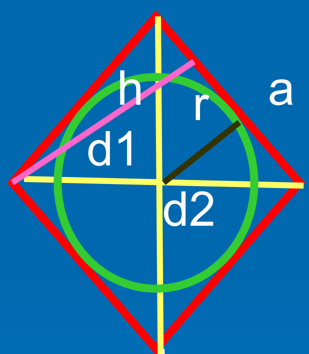


Около параллелограмма можно описать окружность тогда и только тогда,

когда он является прямоугольником;

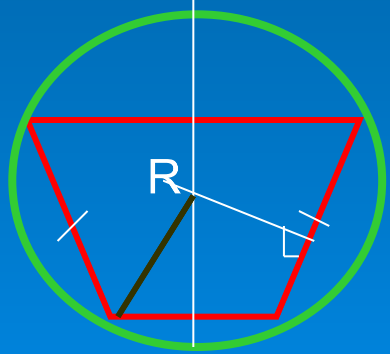
Радиус описанной окружности $R = \dfrac{d}{2}$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$



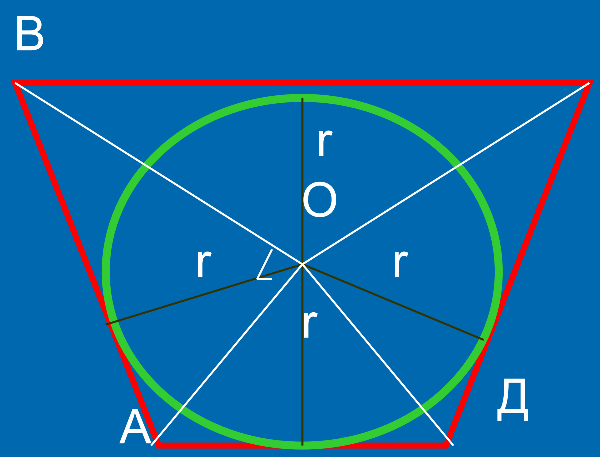
В параллелограмм можно вписать окружность тогда и только тогда, когда он является ромбом.
Радиус r вписанной окружности удовлетворяет соотношениям $r = \dfrac{h}{2}$ $\qquad r = \dfrac{d_1 d_2}{4a}$

S=2ar



Около трапеции можно описать окружность тогда и только тогда, когда эта трапеция — равнобедренная;
Центр окружности лежит на пересечении оси симметрии трапеции с серединным перпендикуляром к боковой стороне

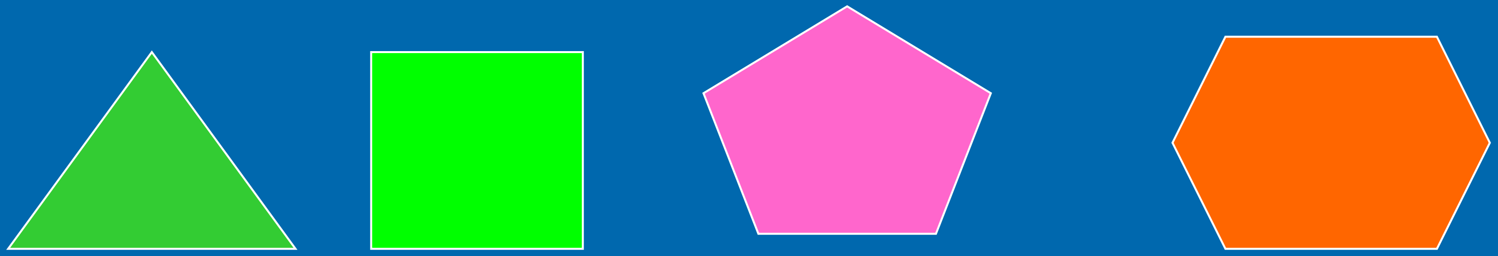
трапеция

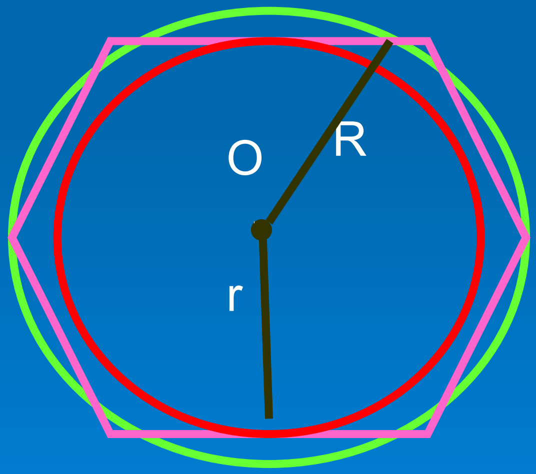


- Если трапеция АВСД описана около окружности,
  то треугольники АОВ и ДОС прямоугольные (угол О –прямой);
  точка О – центр вписанной окружности.
- Высоты этих треугольников опущены на гипотенузы,
  равны радиусу вписанной окружности,
- а высота трапеции равна диаметру вписанной окружности.

Окружность и правильные многоугольники

Виды правильных многоугольников

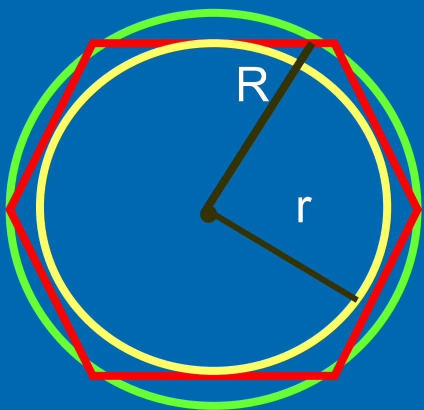




Свойства правильного многоугольника.
Правильный многоугольник является вписанным в окружность и описанным около окружности, при этом центры этих окружностей совпадают

Центр правильного многоугольника совпадает с центрами вписанной и описанной окружностей.

Основные формулы для правильных многоугольников



an – сторона многоугольника;
R – радиус описанной окружности;
r – радиус вписанной окружности

$$\grave{a}_n = 2R\sin\frac{180^\circ}{n}$$

$$r = R\cos\frac{180^\circ}{n}$$

Список литературы

- Л. С. Атанасян Учебник геометрии 7-9 класс;
- Энциклопедия по математике АВАНТА+;
- Наглядный справочник по геометрии для 7-9 классов;
- Интернет-ресурсы.

.

Спасибо за внимание