ЛЕКЦИЯ № 5 «ТЕОРИЯ СТЕРЕОПАРЫ СНИМКОВ»

5.1 Элементы ориентирования стереопары

5.2 Формулы координат и превышений для стереопары горизонтальных снимков

5.3 Взаимное ориентирование снимков

5.4 Элементы внешнего ориентирование геометрической модели

5.5 Понятие об аналитическом способе внешнего ориентирования модели

5.1 Элементы ориентирования стереопары

По одиночному снимку можно получить лишь две пространственные координаты X, Y. Для определения третьей координаты Z необходимо взять второй независимый снимок, полученный с другой точки пространства.

Каждый снимок в отдельности имеет девять элементов ориентирования, из которых три f, x_0, y_0 – элементы внутреннего ориентирования и шесть X_S, Y_S, Z_S, α, ω, χ (X_s, Y_s, Z_s, α_0, t, χ) – элементы внешнего ориентирования. Следовательно, стереопара снимков должна иметь элементов ориентирования в два раза больше.

На практике фотографирование с двух точек базиса чаще всего выполняют одной и той же фотокамерой, поэтому обычно считают, что элементы внутреннего ориентирования обоих снимков стереопары одинаковы.

Запишем элементы внешнего ориентирования пары снимков:

X_{S1}, Y_{S1}, Z_{S1}, α_1, ω_1, χ_1 – элементы внешнего ориентирования левого снимка

X_{S2}, Y_{S2}, Z_{S2}, α_2, ω_2, χ_2 – элементы внешнего ориентирования правого снимка

Вычтем из величин нижней строки аналогичные элементы верхней строки и получим:

$$\Delta X_S = X_{S2} - X_{S1} \qquad \Delta Y_S = Y_{S2} - Y_{S1} \qquad \Delta Z_S = Z_{S2} - Z_{S1}$$

$$\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1 \qquad \Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 \qquad \Delta\chi = \chi_2 - \chi_1$$

Записанные разности характеризуют взаимное расположение правого снимка стереопары относительно левого.

Разности координат ΔX_S, ΔY_S, ΔZ_S представляют собой проекции базиса фотографирования B на соответствующие координатные оси. Их называют базисными составляющими и обозначают B_X, B_Y, B_Z.

Вместо базисных составляющих B_Y и B_Z можно использовать направляющие углы:

$$tgi_y = B_Y/B_X \qquad tgi_z = B_Z/B_X,$$

которые определяют направление базиса B в системе координат XYZ.

Составляющая B_X характеризует длину базиса.

Таким образом, элементы внешнего ориентирования стереоскопической пары снимков можно представить в виде следующих двенадцати величин:

$X_{S1'}$, $Y_{S1'}$, $Z_{S1'}$, $\alpha_{1'}$, $\omega_{1'}$, $\chi_{1'}$, $B_{X'}$ - элементы геодезического ориентирования;

i_y, i_z, $\Delta\alpha$, $\Delta\omega$, $\Delta\chi$ – элементы взаимного ориентирования.

Элементы взаимного ориентирования обладают важным свойством, широко используемым в фотограмметрии. Среди них нет линейных величин, а это значит, что правый снимок можно подориентировать к левому и получить геометрическую модель сфотографированного объекта при любой величине базиса.

5.2 Формулы координат и превышений для стереопары горизонтальных снимков

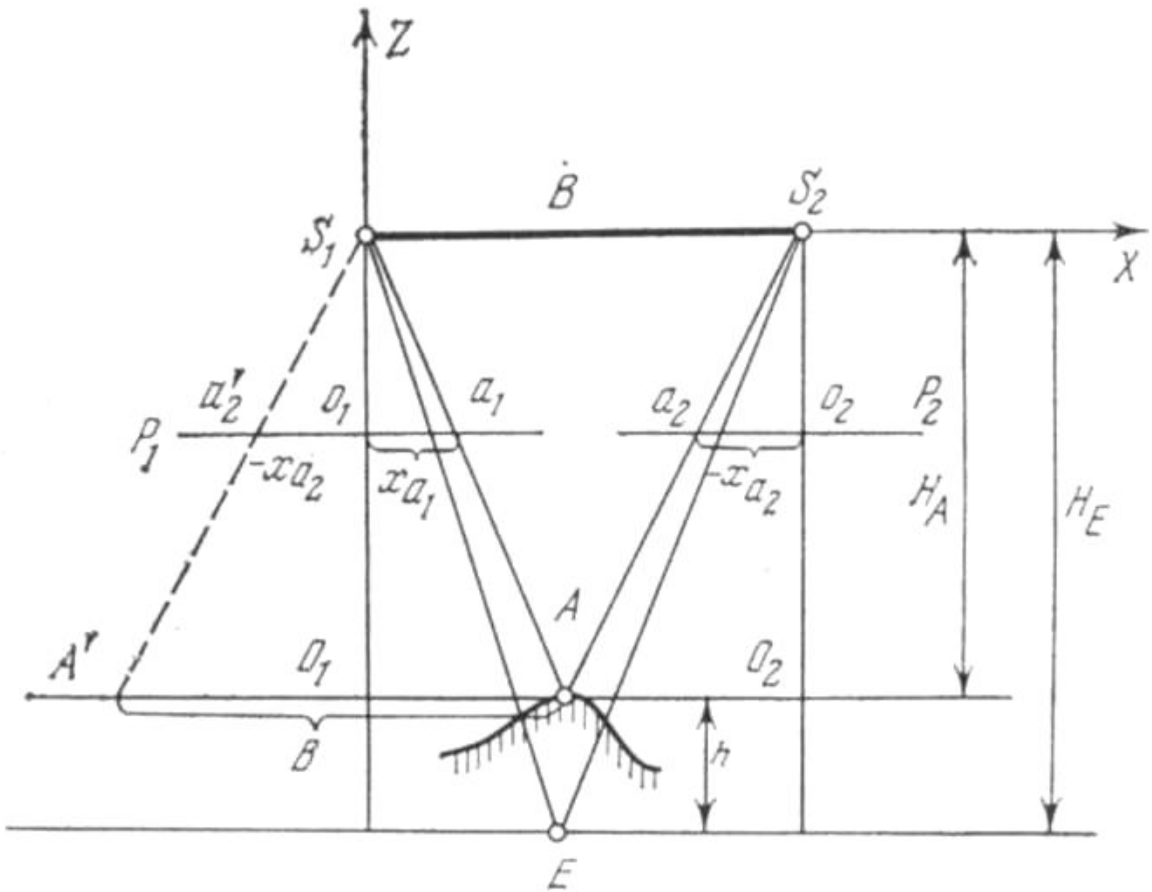


Рисунок 5.1 – К выводу формул координат и превышений для стереопары горизонтальных снимков

Найдем связь между пространственными координатами точек стереопары и пространственными координатами точек местности для идеального случая съемки, когда снимки *P1* и *P2* и базис фотографирования *B* горизонтальны, а оси *xx* снимков параллельны базису (рисунок 5.1).

Из подобия треугольников S_1S_2A и $S_1a_1a_2'$ получим высоту H_A левого центра фотографирования над точкой:

$$H_A = -Z_A = \frac{Bf}{\left(x_{a1} - x_{a2}\right)} = \frac{Bf}{p_A}. \qquad (5.1)$$

Разность абсцисс $x_1 - x_2 = p$ одной и той же точки на левом и правом снимках стереопары носит название продольного параллакса и имеет фундаментальное значение в фотограмметрии.

Абсциссу X_A точки *A* получим из подобия треугольников S_1AO_1 и $S_1a_1o_1$:

$$X_A = \frac{H_A x_{a1}}{f} \qquad (5.2)$$

А затем, подставив значение H_A из (1), определим окончательно:

$$X_A = \frac{B}{p_A} x_{a1} \qquad (5.3)$$

Аналогично можно определить ординату Y_A точки A:

$$Y_A = \frac{H_A y_{a1}}{f} = \frac{B}{p_A} y_{a1} \qquad (5.4)$$

Рассмотрим величину продольного параллакса p. Из (1) можно записать:

$$p_A = B\frac{f}{H_A} = B\frac{1}{m_A} = b_A \qquad (5.5)$$

откуда следует, что продольный параллакс данной точки есть базис фотографирования, выраженный в масштабе изображения ($1/m_A$) этой точки.

Формулы (5.1), (5.3) и (5.4) являются формулами связи координат точек стереопары горизонтальных снимков и пространственных координат точек сфотографированного объекта (местности).

Формулы превышений для стереопары горизонтальных снимков

Пусть на стереопаре идеального случая съемки (рисунок 5.1) кроме точки *A* изобразилась еще одна точка местности *E*. Примем эту точку за начальную и определим по стереопаре превышение *h* точки *A* над точкой *E*.
Из рисунка следует, что превышение *h* равно разности высот фотографирования H_E и H_A над точками *E* и *A:*

$$h = H_E - H_A. \qquad (5.6)$$

Обращаясь к формуле (5.1), получаем:

$$h = \frac{Bf}{p_E} - \frac{Bf}{p_A} = Bf\,\frac{p_A - p_E}{p_E p_A} = Bf\,\frac{\Delta p}{p_E p_A} \qquad (5.7)$$

где величина $p_A - p_E = \Delta p$ носит название разности продольных параллаксов точек *A* и *E*, откуда $p_A = p_E + \Delta p$.

Согласно (5.5) $p_E = b_E$. Кроме того $H_E = Bf/p_E$, поэтому перепишем (5.7) в следующем общем виде, опустив в обозначениях индексы:

$$h = H\frac{\Delta p}{b + \Delta p}, \qquad (5.8)$$

где H – высота фотографирования над начальной точкой; b – базис фотографирования в масштабе изображения начальной точки; Δp – разность продольных параллаксов относительно начальной точки.

В отдельных случаях для приближенного определения превышений формулу (5.8) упрощают, опуская в знаменателе Δp как малую величину по сравнению с b:

$$h = \frac{H}{b}\Delta p. \qquad (5.9)$$

5.3 Взаимное ориентирование снимков

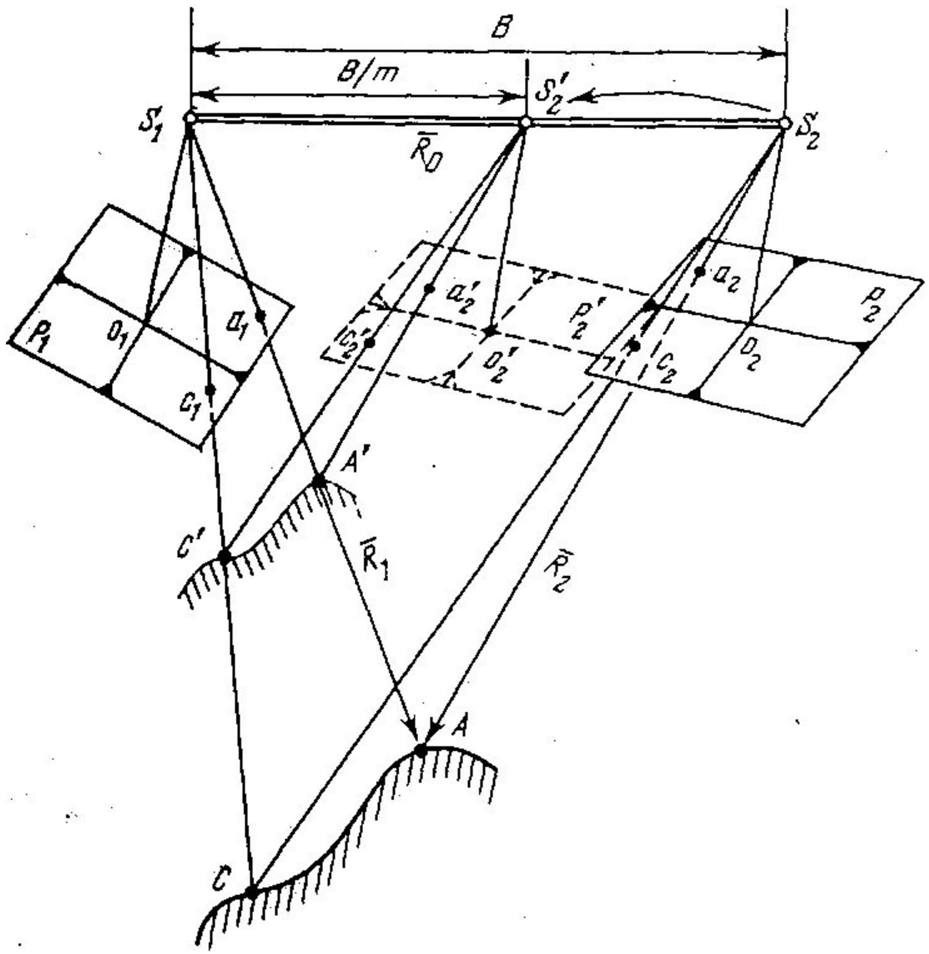


Рисунок 5.2 – Условие взаимного ориентирования

Условие взаимного ориентирования снимков

Важное свойство элементов взаимного ориентирования состоит в том, что, зная их, можно расположить правый снимок относительно левого так, как это было в момент фотографирования.

Тогда проектирующие лучи, проходящие через центры фотографирования левого S_1 и правого S_2 снимков (рисунок 5.2) и соответственные точки a_1 на левом и a_2 на правом снимке в пересечении определят точку местности A. То же будет справедливо и для какой-либо другой точки и для всех остальных точек.

Таким образом, зная элементы взаимного ориентирования, можно построить *геометрическую модель местности* как совокупность точек пересечения соответственных лучей.

Таким образом, элементами взаимного ориентирования следует считать величины, определяющие взаимное положение пары снимков в пространстве, при котором выполняется условие пересечения всех соответственных проектирующих лучей, что обеспечивает построение геометрической модели.

Взаимное ориентирование двух снимков стереопары можно выполнить двумя основными способами:

1) оставив левый снимок P_1 неподвижным, развернуть правый снимок относительно левого; при этом, как следует из рисунка 2, величина базиса B не имеет значения;
2) оставив базис B неподвижным (условно горизонтальным), угловыми движениями левого и правого снимков развернуть их относительно базиса.

В связи с этим различают две системы элементов взаимного ориентирования, из которых первая носит название *системы координат левого снимка* (рисунок 5.3), а другая — *базисной системы* (рисунок 5.4).

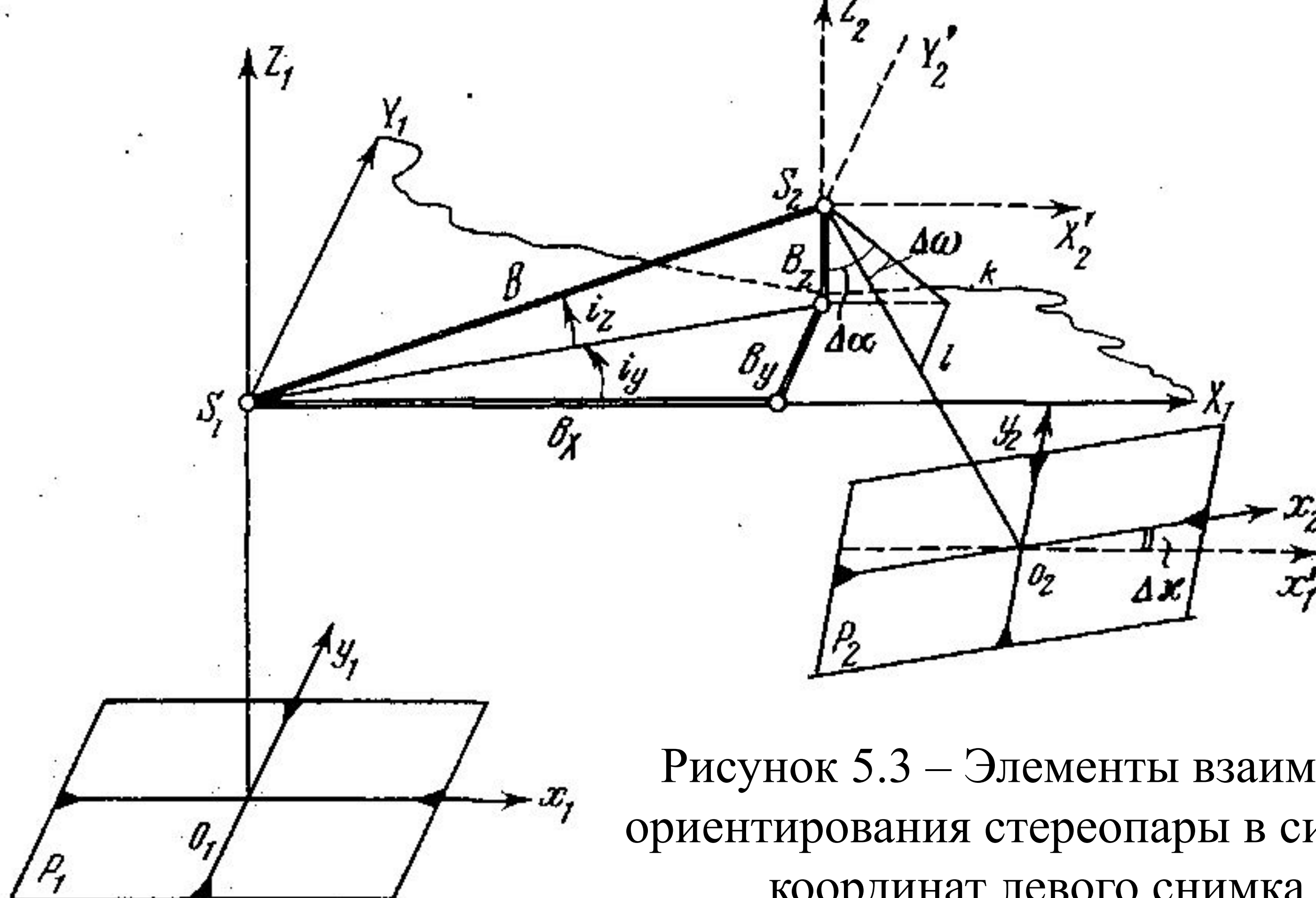


Рисунок 5.3 – Элементы взаимного ориентирования стереопары в системе координат левого снимка

В *системе координат левого снимка* за начало координат принимают центр проекции S_1 левого снимка (рисунок 5.3). Координатные оси X_1Y_1 направляют параллельно осям x_1, y_1 плоской прямоугольной системы координат левого снимка, ось Z_1 совмещают с главным лучом S_1o_1 левого снимка.

Элементами взаимного ориентирования в этой системе принимают:

i_y – угол между осью X_1 и проекцией базиса B на координатную плоскость X_1Y_1;

$i_z = v$ – угол наклона базиса относительно плоскости левого снимка P_1;

$\Delta\alpha$ – взаимный продольный угол наклона правого снимка;

$\Delta\omega$ – взаимный поперечный угол наклона правого снимка;

$\Delta\chi$ – взаимный угол разворота правого снимка.

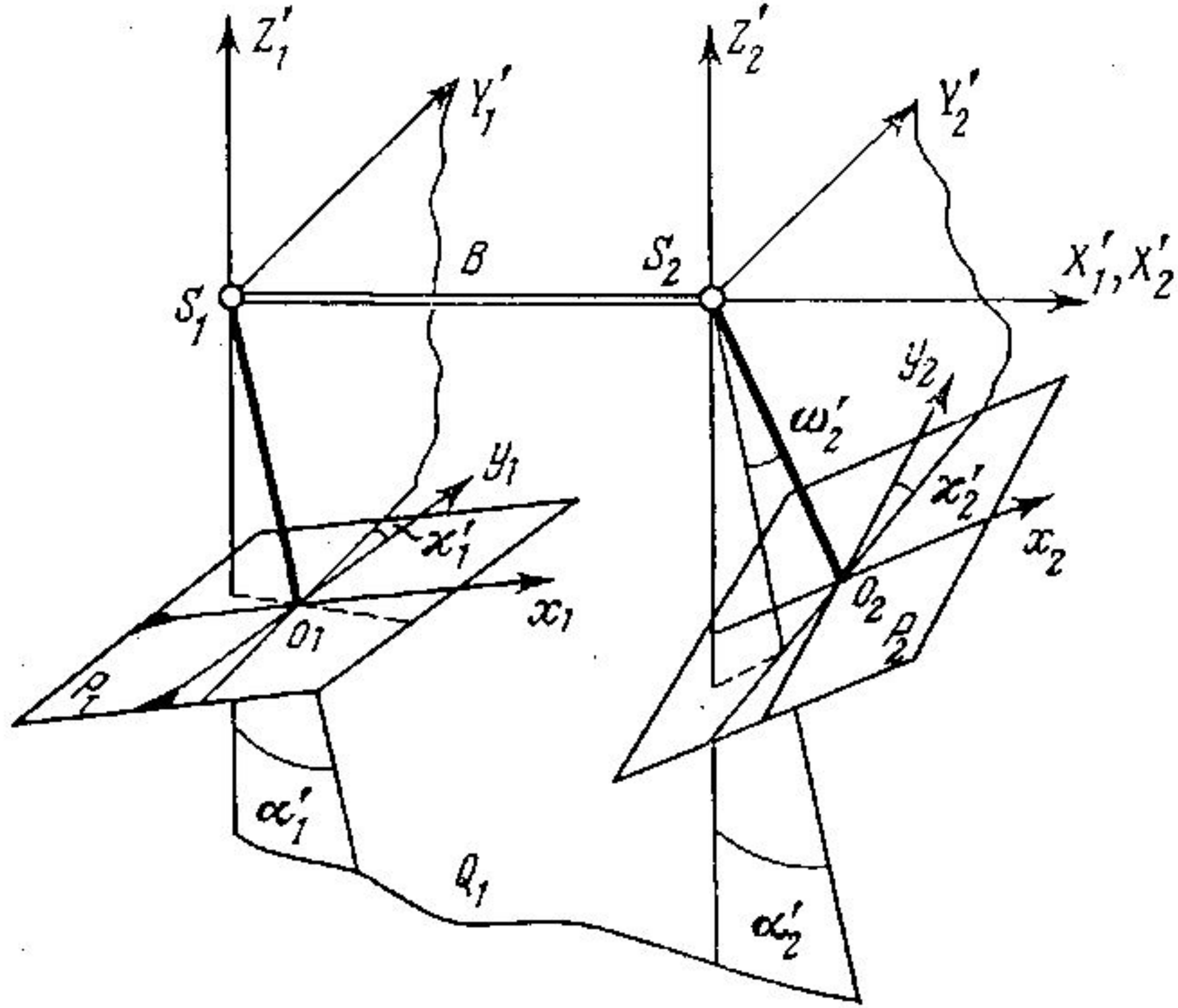


Рисунок 5.4 – Элементы взаимного ориентирования стереопары в базисной системе

В *базисной системе* (рисунок 5.4) элементами взаимного ориентирования являются:

α_1' - угол в главной базисной плоскости левого снимка между перпендикуляром к базису фотографирования и главным лучом левого снимка;

χ_1' - угол в плоскости левого снимка между осью y_1 и следом плоскости $S_1 o_1 Y_1'$, проходящей через левый центр S_1;

α_2' - угол в главной базисной плоскости левого снимка между перпендикуляром к базису и проекцией главного луча правого снимка;

ω_2' - угол между проекцией главного луча правого снимка на базисную плоскость левого снимка и главным лучом $S_2 o_2$;

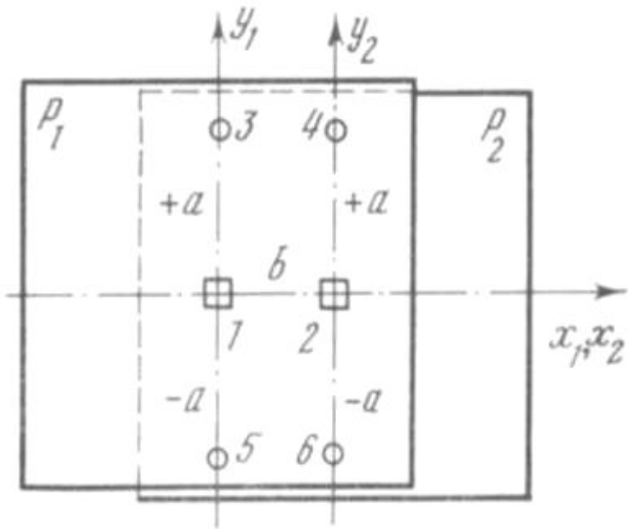
χ_2' - угол в плоскости правого снимка между его осью y_2 и следом плоскости, проходящей через главный луч правого снимка и ось $S_2 Y_2'$.

Углы α_1' и χ_1' определяют положение левого снимка относительно неподвижного базиса, а углы α_2', ω_2' и χ_2' - положение правого снимка относительно базиса и левого снимка.

Определение элементов взаимного ориентирования по стандартно расположенным точкам

Аналитическое решение задачи взаимного ориентирования сводится к совместному решению системы уравнений по измеренным поперечным параллаксам q и координатам x, y на минимум пяти точках стереопары.

Измерения поперечных параллаксов q на шести точках ведут на стереокомпараторе.



1 и *2* – главные точки; *3*, *5* и *4*, *6* – точки, расположенные на перпендикулярах к базису b, восставленных в главных точках на одинаковых расстояниях ±*a*.

Рисунок 5.5 – Схема стандартного расположения точек на стереопаре

Вычисляют элементы взаимного ориентирования:

$\Delta\alpha$ – разность продольных углов наклона левого и правого снимков;

$\Delta\omega$ – разность поперечных углов наклона снимка;

$\Delta\chi$ – разность углов поворота снимков в своей плоскости

по формулам:

$$\left.\begin{aligned}
\Delta\alpha &= f \cdot \frac{\left[(q_5 - q_3) - (q_6 - q_4)\right]}{2ab} \\
\Delta\omega &= f \cdot \frac{\left[(q_3 + q_4 + q_5 + q_6 - 2q_1 - 2q_2)\right]}{4a^2} \\
\Delta\chi &= \frac{\left[(q_2 + q_4 + q_6) - (q_1 + q_3 + q_5)\right]}{3b}
\end{aligned}\right\} \qquad (5.10)$$

где f – фокусное расстояние; q_i ($i = 1 \ldots 6$) – поперечные параллаксы;

$$a = 0{,}25 \cdot \left[(y_3 - y_1) + (y_4 - y_2) + (y_1 - y_5) + (y_2 - y_6)\right]$$

$$b = \frac{1}{3} \cdot \left[(x_2 - x_1) + (x_4 - x_3) + (x_6 - x_5)\right]$$

Для базисной системы вычисляют элементы взаимного ориентирования по формулам:

$$\left.\begin{aligned}
\alpha_1' &= \frac{f}{ab}\left(q_6 - q_4\right) \\
\alpha_2' &= \frac{f}{ab}\left(q_5 - q_3\right) \\
\omega_2' &= \frac{f}{2a^2}\left(q_3 + q_5 - 2q_1\right) = \frac{f}{2a^2}\left(q_4 + q_6 - 2q_2\right) \\
\chi_1' &= \frac{f}{b}\omega_2' - \frac{q_2}{b} - \frac{\omega}{6b} \\
\chi_2' &= \frac{f}{b}\omega_2' - \frac{q_1}{b} + \frac{\omega}{6b}
\end{aligned}\right\} \qquad (5.11)$$

Геометрическая модель, получаемая в результате выполнения процесса взаимного ориентирования стереопары снимков, произвольно расположена относительно геодезической системы координат и имеет произвольный масштаб. Происходит это потому, что при взаимном ориентировании никак не используют геодезические опорные точки, а базис проектирования выбирают произвольно.

Дальнейшей задачей является *внешнее (геодезическое) ориентирование* построенной модели, т.е. приведение ее к заданному масштабу и ориентирование ее относительно геодезической системы координат.

5.4 Элементы внешнего ориентирования геометрической модели

Ранее показано, что для стереопары аэрофотоснимков имеется семь элементов внешнего ориентирования X_{S1}, Y_{S1}, Z_{S1}, α_1, ω_1, χ_1, B_X. При этом имеется ввиду, что в результате взаимного ориентирования правый снимок подоориентирован к неподвижному левому. Иными словами, использованы элементы взаимного ориентирования в системе координат левого снимка.

Если при взаимном ориентировании снимков использовалась базисная система, то в этом случае в качестве элементов внешнего ориентирования геометрической модели следует взять иную систему элементов геодезического ориентирования:

X_{S1}, Y_{S1}, Z_{S1}, i_y, i_z, ω_1, B_X.

И в том и в другом случае внешнее ориентирование сводится к определению семи элементов внешнего ориентирования, три из которых α_1, ω_1, χ_1 (i_y, i_z, ω_1) являются угловыми величинами, а остальные X_{S1}, Y_{S1}, Z_{S1}, B_X – линейными.

5.5 Понятие об аналитическом способе внешнего ориентирования модели

Если элементы внешнего ориентирования модели известны, то геодезические координаты $X_г$, $Y_г$, $Z_г$ любой точки на этой модели можно определить по формулам:

$$
\left.
\begin{aligned}
X_г &= X_{Sl} + (a_1 X + a_2 Y + a_3 Z)\, m,\\
Y_г &= Y_{Sl} + (b_1 X + b_2 Y + b_3 Z) m,\\
Z_г &= Z_{Sl} + (c_1 X + c_2 Y + c_3 Z)\, m,
\end{aligned}
\right\} \quad (5.12)
$$

где Xs_1, Ys_1, Zs_1, — геодезические координаты левого центра проектирования S_1 являющегося началом фотограмметрической пространственной системы координат модели;

X, Y, Z — фотограмметрические координаты точки модели;

m — знаменатель масштаба модели;

a_i, b_i, c_i — направляющие косинусы, определяющие угловые повороты фотограмметрической системы координат модели относительно геодезической системы координат (на углы ось α_1, ω_1, χ_1 или i_y, i_z,ω_1).

В формулах 5.12 семь неизвестных элементов внешнего ориентирования. Одна опорная геодезическая точка, имеющая три пространственные координаты $X_г$, $Y_г$, $Z_г$, позволяет составить три уравнения с семью неизвестными.

Следовательно, для решения задачи необходимо иметь не менее трех геодезических точек. Причем достаточно, чтобы две из них имели по три пространственные координаты. А третья имела бы только высоту.

Спасибо за внимание!