

# Курсы наглядной геометрии, построенные на основе решения землемерных задач (геодезическое направление).



Подготовила учитель  
математики  
Селютина Е.М.

Основу этого направления составляли курсы, в основу которых положено решение задач геодезического характера. Эти курсы, как правило, строятся на отдельном рассмотрении вопросов планиметрии и стереометрии.

Это направление реализовано в учебниках П.П. Фан-дер-Флита, Я. Фальке, А.К. Клеро и др.

Способ подачи материала был следующий. Учитель предлагает ученикам задачу, решение которой осуществляется практическим методом. Например, в процессе изучения темы «Проведение прямых» ставится задача: «Требуется огородить сад с одной стороны забором». Ученики, выполняя практические действия, приобретают навыки проведения прямых на местности. Они эмпирически устанавливают свойство прямой - через любые две точки можно провести прямую и только одну; прямая есть кратчайший путь между двумя точками. Учащиеся самостоятельно и под руководством учителя изготавливают доступные для них приборы, остальные предлагают к использованию в готовом виде. Задания из области землемерия подобраны в системе, направленной на усвоение свойств геометрических форм.

Особый интерес вызывает курс «Новый способ обучения началам геометрии, основанный на решении задач из геодезии», предложенный Я. Фальке, основанный, как явствует из названия, на способе обучения началам геометрии при помощи решения задач из геодезии. Большинство опубликованных руководств того времени предлагают начинать изучение с наглядного рассмотрения моделей геометрических тел, причем весь курс, строится на материале, полученном при таком рассмотрении. Фальке Я отступает от такого подхода и предлагает нестандартные геометрические упражнения. Учебник разделяется на две части: 1) теоретическую, в которой излагаются теоретические основы метода и 2) практическую. Во введении к своему курсу Фальке прослеживает развитие основных положений методики пропедевтического курса. Автором последовательно опровергнуто мнение о том, что начинать изучать

геометрию необходимо с Евклида или с какого-либо другого научного курса. Он делает оценку методическим принципам, на которых строились основы преподавания геометрии. По его мнению, все эти принципы строятся на следующем: наглядность, самодеятельность и интерес (занимательность), которые «совершенно справедливо признаны краеугольными камнями рационального преподавания». Результат обучения будет при условии триединства этих составляющих, но этого, по его мнению, методика ещё не достигла. И происходит это, по словам Фальке, в связи с ошибочным раздроблением единого понятия духа на самостоятельные части ум, чувство и волю. Поэтому в литературе, в практической жизни, в науке нарождаются различные направления. Одно было направлено к деятельности чувства, другое – к проявлениям ума, третье – к проявлениям воли, но самое важное забывалось, что эти составляющие духовной природы человека неразделимы.

Изучая проявления духовной деятельности у ребенка, автор делает вывод:

- 1) Первое проявление духа есть деятельность.
- 2) Между умом и волей нет никакой существенной разницы, оба они тождественны и составляют только различные проявления одной и той же силы.
- 3) Человеку присуща потребность - облегчать себе духовную деятельность, воображая её физической.

Изучив руководства по элементарной геометрии, отметив верно обоснованную авторами необходимость пропедевтического курса геометрии, Я. Фальке находит, что цели, поставлены одностороннее и что учебный материал и способы изучения, не отвечают указанным психологическим положениям. Эти курсы, указывает автор, давали упражнения только того проявления духа, «которое носит название способности созерцания; все же прочие силы, которые должны быть приведены в

деятельность при научном обучении геометрии, ... оставляет почти совсем без упражнения».

Фальке отмечает, что ученики выполняют доказательство теорем, делают построения, не понимая и не задумываясь над тем, как они смогут применить в жизни полученные знания. Далее автор определяет цель и характер пропедевтического курса. *«Истинная пропедевтика не должна начинать с отвлеченностей; она должна, исходя от конкретного, постепенно приучать учеников ко всем тем отвлечениям, которые потребуются впоследствии при изучении научной геометрии; она не должна потчевать ученика одними сухими определениям, но должна сообщать ему и существеннейшие из геометрических истин, заключающихся в аксиомах и теоремах; затем она должна знакомить его также с важнейшими геометрическими задачами и их решениями и наконец ввести его в геометрическое доказательство, так*

чтобы ученик был действительно подготовлен к восприятию строго-математического доказательства; словом, настоящая пропедевтика должна переходить к науке с такой постепенностью, чтобы нельзя было сказать, где кончается пропедевтика и где начинается собственно геометрия».

По мнению Фальке, значение геометрии в общеобразовательном курсе состоит в привычке к отвлеченному мышлению. Однако формирование отвлеченного мышления должно базироваться на усвоенные ранее, на начальном этапе, четкие представления, которые могут быть получены путём наглядного созерцания и решения практических задач на местности.

Бесспорны слова автора: «Сущность пропедевтики должна заключаться одновременно и в наглядности и в возбуждении самостоятельности или, выражаясь короче, в деятельном созерцании. Преподаватель, следовательно, должен при этом в особенности и прежде всего действовать на волю ученика».

По словам автора, главное вызвать интерес к геометрии, а это возможно только при условии замены упражнений с отвлеченной целью на конкретную, взятую из практической жизни. Он поясняет свою мысль примером: «Дайте ученику задачу: превратить треугольник в квадрат; он будет её решать с известною долей интереса, потому что ребенок находит удовольствие в черчении, какого бы рода оно ни было. Но дайте этой задаче, вместо отвлеченной цели, конкретную, практическую цель, и ребенок примется за решение её с одушевлением.

Представим себе, что отец уделил сынку своему грядку треугольной формы. В продолжение нескольких лет мальчик усаживал её цветами, и это доставляло ему удовольствие; но наконец ему надоедает форма грядки с её острыми углами, и ему хочется иметь другую грядку более удобной квадратной формы. Отец соглашайся дать ему вместо этой грядки другую и предоставляет ему отмерить где-нибудь в другом месте квадратную грядку той же величины. Ясно, что в данном случае не предстоит никакой надобности принуждать ребенка к решению этой задачи. Им невольно овладевает то благотворное для самостоятельности тревожное состояние, которое не дает ему покоя до тех пор, пока задача не будет решена».

Далее автор делает вывод: «Внимание и добрая воля учеников вызываются и привлекаются не чертежом или моделью, а задачами из практической жизни. Последняя должна быть такого рода: 1) чтобы они возбуждали в учениках тот тревожный интерес, который придает воле постоянно новую энергию и неудержимо влечет к цели и 2) чтобы самая цель их заключалась в сообщении геометрической истины или, по крайней мере, наведении на такую истину».

Практические задания Фальке берет из земельного искусства, обосновывая это тем, что история развития геометрических знаний имеет своё начало в этом искусстве. Однако Е. Волков в 1872 году публикует статью в журнале «Педагогический листок», в которой находит неоправданным выбор геодезического материала для изложения пропедевтического курса геометрии. Он пишет, что «геометрия в доисторические времена была должна быть землемерием, но ведь и астрономия была когда то астрологией, и химия была ещё недавно алхимией; неужели же в конце XIX столетия педагоги станут повторять ошибки целых поколений, поведут своих учеников по стопам обезьяно-подобных прародителей человека, имея перед глазами у себя, с одной стороны, научную систему геометрии; с другой указания психологии на законы естественного развития понятия человек в перспективе?»

Курс Фальке разделяется на две части:

- 1) подготовка к геометрическому отвлечению посредством инстинктивного решения геодезических задач;
- 2) переход от инстинктивной практики к геометрическому отвлечению.

В первой части изучается материал, на основе которого во второй вырабатываются геометрические понятия. Первая часть разделена на 7 экскурсий, т.к. работы происходят в поле.

Начинает Фальке с задачи: определить расстояние между двумя перекрестками на шоссе. В результате такой работы учащиеся устанавливают правило: чтобы определить расстояние между двумя перекрестками надо:

1. На каждом перекрестке обозначить место, не имеющее заметного протяжения, и на нем поставить веху.

2. Идти от одной вехи к другой по пути, соединяющему оба места.
3. При этом шествии неизменно сохранять одно и то же направление и считать делаемые шаги.
4. Чтобы определить расстояние между двумя местами при помощи мерной цепи, её кладут вытянутую все в одном и том же направлении.

Линия в этом случае называется путем, а прямая линия – путем, идущим всё в одном и том же направлении.

Затем во второй части формулируются следующие понятия:

1. Что такое определение?
2. Опр.1. Точкою называется всякое место, представляемое без всякого протяжения.
3. Опр.2. Линией называется путь, соединяющий две точки.
4. Линия имеет только одно протяжение.

5.Опр.3. Прямой линией называется линия, идущая неизменно в одном и том же направлении.

6.Кривой линией называется линия, постоянно изменяющая своё направление.

7.Понятие об аксиоме.

8.Акс.1. Прямая есть самая короткая из всех линий между двумя точками.

9.Акс.2. Между двумя точками возможна только одна прямая линия.

10. Опр.5. Ломаной линией называется такая линия, которая состоит из прямых.

11. Опр.6. Простой ломаной линией называется такая линия, которая состоит из двух прямых.

Предлагаемый автором курс рассчитан на 10-12 летних детей.

Приведем содержание курса:

Часть I. Подготовка к геометрическому отвлечению посредством инстинктивного решения геодезических задач.

Глава I. Съёмка плана.

1-ая экскурсия.

§1. Вехи, мерная цепь и цепные колья.

2-ая экскурсия.

§2. Мензула.

§3. Улучшения в мензуле (Горизонтальный круг и визирная трубка).

3-ая экскурсия.

§ 4. Способ составления плана после съёмки.

§ 5. Улучшения в мензуле (Приведение в горизонтальное положение).

4-ая экскурсия.

§ 6. Более удобный способ снимать план посредством измерения только одного расстояния.

§ 7. Определение недоступного расстояния.

§ 8. Улучшения в мензуле (Укрепление горизонтального круга).

§ 9. Упрощенный способ наносить направления.

Глава II. Разделение горизонтального круга.

5-ая экскурсия.

§ 10. Упрощение способа снимать направления.

§ 11. Применение мензулы с делениями.

§ 12. Улучшения в мензуле. (Приспособления для визирования предметов, лежащих ниже и выше базиса).

6-ая экскурсия.

§ 13. Двойное обозначение делений горизонтального круга.

§ 14. Транспортир.

§ 15. Геометрическая сеть.

7-ая экскурсия.

§ 16. Проверка найденных направлений.

Глава III. Приготовление чистового плана.

§ 17. Градусы долготы и широты.

§ 18. Определение некоторых расстояний посредством чистового плана.

Глава IV. Вычисление площадей.

Часть II. Переход от инстинктивной практики к геометрическому отвлечению.

Глава I. Геометрическое определение и геометрическая аксиома.

§ 1. Точка и линия.

§ 2. Поверхность и угол.

§ 3. Круг.

## Глава II. Геометрическая теорема и геометрическая задача.

§ 4. Первый случай равенства.

§ 5. Второй случай равенства.

§ 6. Подобие треугольников.

§ 7. Построение треугольников из трех сторон.

§ 8. Третий случай равенства.

§ 9. Предложения и задачи, вытекающие из деления круга.

§ 10. Применение деления круга к углам в треугольнике.

§ 11. Параллельные линии.

§ 12. Различные плоскости.

§ 13. Измерение площадей.

§ 14. Пифагорова теорема.

Волков, отмечая в своей статье в журнале «Педагогический листок» положительные стороны курса Фальке, высказывается с критикой по поводу практической реализации рассматриваемого на практике. *«Мы отказываемся понять – как бы могли воспользоваться курсом Фальке наши, например, школы. Работа с классом в*

20-30 человек, 10-12-летних детей в поле вообще неудобна, даже если не говорить о нашем климате и окрестностях. Но представьте себе, что преподаватель имеет часовой урок, в течение которого ему нужно собрать детей, выйти за город, проделать там множество часто не удающихся опытов и затем вовремя воротиться домой. Сколько времени нужно прибавить к этому часу для того, чтобы что-нибудь можно было сделать?»

В. Добровольский высказывает противоположное мнение о способе, предложенном Фальке. Он пишет: «дидактические достоинства этого способа столь ценны, что дают ему несомненное право на предпочтение перед двумя другими указанными выше способами, и поэтому вопрос, в сущности, сводится к изысканию таких приёмов, которые, не нарушая основного принципа способа Фальке, могли бы заменить его экскурсии на открытом воздухе подходящею работою в классе».

В. Латышев отмечает, что книга Фальке привлекает своей простотой и оживленностью, прежде всего, начинающих учителей, а опытные учителя переходят к другой крайности – «часто просто признают метод Фальке неудобоприменимым, не входя в разбор тех взглядов, на которых он построен». Далее он пишет: «Метод Фальке, по моему, в самых основаниях ошибочен. Во-первых, нельзя употреблять всякие средства для возбуждения интереса безразлично. Интерес к делу может быть прочен и полезен только тогда, если он возбужден самим делом, но никак не внешней обстановкой дела: в конце концов, необходимо придется перейти к работе по предмету, составляющей всю цель занятий им и вместе, главную трудность. Если же интерес к работе не был возбужден, то возбудить его потом будет ещё труднее; после Веселья дело покажется ещё скучнее и тяжелее. Ещё вреднее возбуждение самодеятельности учеников практическим интересом дела.

Его и без того у людей слишком много, и школа должна дать другие, высшие интересы, а вместо того вдруг предлагают их уничтожить. Да, задача методики – научить ребенка интересоваться работой по предмету, направить его на понимание работы; тогда ученик будет интересоваться и самим предметом».

Далее Латышев замечает: «содержание курса Фальке, ограничиваясь съёмкой плана и выводами из этой работы далеко не охватывает собою те понятия и формы, которые потом придется изучать ученику, так что последний не вполне будет подготовлен, а главное, и к геометрической работе не приобретет навыка, хотя в то же время без нужды и с большим трудом будет работать над определением последней».

Латышев отвечает на вопрос: «**Почему эта книга многим нравится?**» «Она привлекает живостью и простотою ведения дела, несомненным интересом учеников к предлагаемым в ней занятиям и наглядностью ведения дела. Работа, предлагаемая ученикам, сама по себе во многих отношениях хороша, некоторые приемы объяснений хороши, но только она не соответствует содержанию геометрии и её учебному значению в школе; поэтому геометрии не выучит, к будущей работе подготовит очень мало».

Итак, несомненно, труд Я. Фальке заслуживает внимания и изучения, как в теоретической, так и в практической части. Элементы изучения подготовительного курса геометрии, бесспорно, могут быть использованы и в нашей школе.

В педагогических журналах 60-70-х годов ведутся активные работы по созданию различных курсов наглядной геометрии.

Курс Пётра Петровича Фан-дер-Флита (1839-1904) «Элементарный курс геометрии» впервые был представлен в журнале «Учитель», а затем опубликован самостоятельной книгой в 1868 году.

Первое положение сформулированное автором гласит о том, что необходимо чётко разграничивать геометрию-науку и геометрию-учебный предмет.

«Теоремы и положения её, даже самые сложные и отвлечённые, могут быть выведены двумя независимыми друг от друга способами: с одной стороны, они выводятся чисто логическим путём из основных представлений пространства и числа да из нескольких простых аксиом; с другой стороны, они могут быть найдены из непосредственного наблюдения и опыта, хотя обыкновенно наблюдение и опыт служат только для наглядности и для проверки результатов, полученных путём вывода». К сожалению, отмечает автор, общепринятый курс геометрии наполнен исключительно отвлечёнными положениями, и что основная забота математиков состоит только в контроле за соблюдением научной строгости. А такая постановка преподавания геометрии не способствует развитию самого важного – мышления учащихся. Фактически Фан-дер-Флит формулировал основу продуктивного метода изучения материала:

«Умственные способности, как и всякие другие, развиваются постоянным упражнением, и потому необходимо, чтобы в приобретении знаний ученик участвовал не пассивно, принимая готовый материал, но сам, под руководством преподавателя, отыскивал и находил необходимые сведения». Стало быть, первое условие развивающего обучения – это активная самостоятельная умственная деятельность ученика. Согласуясь с этим условием, начальный курс геометрии должен быть построен таким образом, чтобы «отыскиваемые учеником истины не превышали степени его умственного развития», а это должно быть подкреплено тем, что «преподаваемые знания должны быть доступны и наглядны». Это есть второе условие обучения. Бесспорно, если не заинтересовать ученика, не мотивировать его деятельность, то обучение не будет способствовать напряжению умственных сил и, как

следствие, не даст импульса для умственного развития. Поэтому, третье условие обучения – «преподавание должно возбуждать интерес ученика к занятию». Выполнение этих условий позволит учителю получить от геометрии требуемый результат – развить логическое мышление учащихся.

Метод обучения геометрии – это наводящие вопросы. Однако наводящий метод возможен только в случае, когда отыскиваемые истины можно найти, опираясь только на ранее полученные знания и на наблюдения окружающей действительности. Именно на этот метод П.П. Фан-дер-Флит делает основной упор: *«наводящий метод может быть вполне применен к преподаванию геометрии; мало того, геометрия занимает едва ли не первое место в этом отношении в ряду других наук».*

Пётр Петрович рассматривает проблему организации процесса обучения геометрии многогранно. С одной стороны, автор считает, что элементы науки не могут быть представлены детям исключительно в виде определений. Они должны предварительно быть окружены конкретными формами. Именно благодаря им, у детей поддерживается интерес к геометрии. Так складывалось исторически – появлению в свет научных трудов по геометрии предшествовало множество конкретных фактов. И он особо отмечает: «реальные науки важны не одними практическими приложениями: эти приложения получаются уже как побочный, хотя, конечно, не неценный продукт. Главное же значение этих наук в общем образовании состоит в том, что они-то именно преимущественно перед всеми другими науками, способствуют развитию умственных способностей, пониманию окружающих явлений и отношений между человеком и природой». Поэтому основная установка «Не теория ради практики, <...>а практика ради теории».

Помимо того, что учение должно проходить по принципу от простого к сложному, от наглядных к отвлеченному, от частности к общему, оно, как уже отмечалось, подобающим образом интересно учащимся. При этом, как справедливо отмечает автор, необходимо учитывать психологические особенности развития детей. *«Дети не в состоянии сосредотачиваться долгое время на одном и том же предмете, и потому лучше всего разбить первые отделы курса на отдельные задачи, решение которых занимало бы не более двух уроков».*

И всё же самое важное – это систематичность в расположении материала, так как сведения, данные урывками, *«как бы они ни были интересны, не дадут ученику возможности вникнуть в сущность науки; ученик скоро потеряется в лабиринте этих сведений, и они без следа изгладятся из его памяти».*

Курс П.П. Фан-дер-Флита предназначен для детей 10-летнего возраста.

Изложение материала представлено в виде уроков.

Урок 1. Понятие о линиях прямых, кривых и ломаных. Свойства прямой линии.

Урок 2. Повторение свойств прямых линий и основанные на этих свойствах приборы.

Урок 3. Измерение линий. Необходимость постоянных мер. Десятичные меры.

II. Об углах.

Урок 4. Взаимное положение линий. Угол, как мера отклонения.

Независимость его от величины сторон.

Урок 5. Прямые, острые и тупые, вдающиеся и выдающиеся углы.

Урок 6. Измерение углов углами. Угломерные приборы.

Урок 7. Измерение углов дугами. Угломерные приборы.

Урок 8. Угломерные приборы, определяющие направление зрения.

III. О перпендикулярных и параллельных линиях.

Урок 9. Перпендикулярные линии.

Урок 10. Наклонные линии и их свойства.

Урок 11. Свойство перпендикулярных линий.

Урок 12. Параллельные линии.

IV. Отвесные и горизонтальные линии.

Урок 13. Отвесные и горизонтальные линии и их свойства.

Урок 14. Нивелирование.

Повторение.

Фигуры, их равенство и подобие.

I. О фигурах вообще.

Урок 1. О форме фигур. Зависимость формы от числа и величины сторон и углов.

Урок 2. О внутренних углах треугольника.

Урок 3. Внутренние и внешние углы в многоугольниках.

II. О равенстве фигур.

Урок 4. О равенстве треугольников с тремя соответственно-равными сторонами.

Урок 5. Тот же случай равенства треугольников.

Урок 6. Равенство треугольников при равенстве двух соответственных сторон и углов между ними.

Урок 7. Тот же случай равенства треугольников.

Урок 8. Равенство треугольников по одной стороне и двум углам.

Урок 9. Равенство треугольников вообще.

Урок 10. Равенство многоугольников.

III. О подобии фигур.

Урок 11. О подобии фигур.

Урок 12. Подобие треугольников с тремя соответственно равными углами.

Урок 13. Подобие треугольников, имеющих по две соответственно - пропорциональные стороны и по равному углу между ними.

Урок 14. Подобие треугольников с соответственно – пропорциональными сторонами.

Урок 15. О подобии треугольников вообще.

Урок 16. Подобие многоугольников.

Повторение.

О площадях.

I. Измерение площадей.

Урок 1. Меры площадей. Прямоугольники.

Урок 2. Площади прямоугольников.

Урок 3. Вычисление сторон прямоугольника по данной площади и другой стороне.

Урок 4. Вычисление сторон квадрата по данной площади его.

Урок 5. Вычисление сторон квадрата по данной площади его (продолжение).

Урок 6. Площадь параллелограмма.

Урок 7. Площади треугольников и других фигур.

Урок 8. Теорема Пифагора.

Урок 9. Площади правильных фигур.

Урок 10. Вычисление окружности.

Урок 11. Площадь круга.

II. Площади подобных фигур.

Урок 12. Площади параллелограммов.

Урок 13. Площади треугольников.

Урок 14. Площади многоугольников.

Повторение.

О телах.

I. Форма тел.

Урок 1. О форме тел вообще.

Урок 2. Тела, ограниченные плоскостями.

Урок 3. Тела, ограниченные кривыми поверхностями.

Урок 4. Правильные и подобные тела.

II. Поверхности тел.

Урок 5. Поверхности призм.

Урок 6. Поверхности цилиндра.

Урок 7. Поверхности шара.

Урок 8. Поверхности подобных тел.

III. Измерение объёмов.

Урок 9. Меры объёмов.

Урок 10. Прямоугольный параллелепипед.

Урок 11. Прямоугольный параллелепипед.

Урок 12. Вычисление сторон куба по объёму.

Урок 13. Прямая призма и цилиндры.

Урок 14. Наклонные призмы.

Урок 15. Трёхгранная пирамида.

Урок 16. Пирамиды и конус.

Урок 17. Шар.

Урок 18. Объёмы подобных параллелепипедов.

Урок 19. Объёмы подобных тел.

Обучение, по задумке автора, должно осуществляться следующим образом: преподаватель предлагает ученикам практические задачи, в процессе решения которых дети с помощью наводящих вопросов учителя приобретают и научные геометрические сведения. Выполнение задач проводится с использованием приборов: цепи, буссоли, мензулы и т.п. При этом приборы не даются ученикам в готовом виде, их по возможности надо изготовить самостоятельно. Безусловно, такая работа выполняется при инструктаже учителя. В конце урока обобщается пройденное, *«обращается внимание преимущественно на общие, более или менее научные, теоретические выводы»*. К примеру, изучение темы об углах. Для ознакомления детей с выдающимися и выдающимися углами, преподаватель возвращается к задаче, устраивает из досок два искусственные двугранные угла, входящие один в

другой и изображающие стены комнаты и стенки шкафа. – Как вы поставите этот угол, изображающий угол шкафа, в угол, представляющий угол между стенами? Куда должен придтись угол шкафа? Чем различается угол между стенами, в который вы вдвигаете шкаф, от угла шкафа со внешней стороны его? (Угол между стенами вдающийся, а угол шкафа выдающийся). Доказательства теорем осуществляются с учётом дидактических требований, сформулированных выше. К примеру, рассмотрим утверждение: Все правильные многоугольники с одним и тем же числом сторон подобны между собою. Доказательство: Равенство углов следует из самого условия правильности многоугольников; пропорциональность сторон – также, потому что при равенстве сторон каждого многоугольника отдельно, отношение, существующее между одною парюю соответственных сторон, должно существовать и между остальными парами.

Из равенства сторон и углов каждого многоугольника отдельно следует, что каждую сторону одного многоугольника можно рассматривать как соответственную каждой стороне другого; то же нужно сказать и об углах. Оценки этого курса были различными: от восхищения до полного неприятия, однако основополагающая идея автора бесспорна: «отвлечённое мышление должно опираться на усвоенные раньше совершенно отчётливые представления, а они получаются не иначе, как путём наглядного созерцания и решения практических вопросов».

В 1886 году В. Добровольский выпускает в свет «Приготовительный курс геометрии. Подробный конспект для учащихся». Добровольский, преподаватель Мозырской прогимназии считает, что для успешного и основательного изучения геометрии в преподавании её следует соблюдать такую же постепенность, какая имела место в историческом развитии этой науки, т.е. начинать её практикой измерения и затем перейти к исследованию различных отношений между геометрическими величинами, подлежащими измерению. Добровольский одобряет и поддерживает основные положения способа Фальке. И считает, что сохраняя основные положения пропедевтики по способу Фальке, есть возможность построить подготовительный курс геометрии, который будет во-первых опираться на решение практических задач *«посредством черчения на доске и в тетрадах, причем все ученики необходимо должны выполнять работу*

во-вторых, материалом для задач на первое место избрать не поле, а класс, на том основании, что этот материал всегда под рукою и перед глазами учеников». Рассматривая окружающие объекты, дети должны в первую очередь обращать внимание на размер и форму. Изготовленные модели геометрических тел, в начале курса, по мнению автора, «не должны быть употребляемы как учебное пособие, во-первых, потому, что ученики, не видав раньше никогда подобных предметов и не зная, для чего они могут служить, принимают их как бы за игрушки, обращая больше внимания на их физические свойства, чем геометрические; во-вторых, геометрическое тело есть отвлеченное понятие, а модель его – более или менее удачное наглядное выражение идеи о том или другом геометрическом теле, следовательно, модель есть результат обратного процесса мышления, по которому сложившаяся из реальных представлений путём отвлечения идеи мы стремимся воплотить снова в видимые формы»

По мнению автора, «наглядность преподавания должна состоять в изучении предметов и явлений непосредственно окружающих нас на каждом шагу, причем вся задача состоит в том, чтобы привлечь внимание детей на те признаки и свойства предметов или явлений, которые служат для образования понятий, составляющих область изучаемого отдела знаний».

В учебнике автор стремится реализовать поставленную им цель приготовительных занятий геометрией – это решение практических задач. В процессе реализации поставленных целей учащиеся, по замыслу Добровольского, самостоятельно выполняют измерение расстояний при помощи имеющихся под рукой образцов мер; строят чертежи по измеренным данным; проводят доказательство индуктивным путём с помощью несложных рассуждений.

С целью закрепления у учащихся полученных сведений автор предлагает в качестве домашнего задания предлагать детям изготовить модели геометрических тел. Слабые ученики «могут ограничиться письменным изложением плана этой работы с надлежащими вычислениями и чертежом».

Постепенно учащиеся знакомятся с геометрическим материалом, учатся формулировать определения. При этом «определения эти не должны быть слишком отвлеченными, хотя бы для этого и пришлось пожертвовать иногда их точностью и полнотою».

Знакомство с геометрическим материалом, решение практических задач идёт в следующей последовательности: 1) измерение расстояний; 2) измерение площадей; 3) измерение объёмов. Такой порядок изложения автор считает «естественным на том основании, что коль скоро цель приговорительного курса состоит в образовании отвлеченных понятий, то сначала нужно навести учеников на более простые

являются линия и точка, а затем перейти уже к более сложным, как поверхность и тело, причем можно уже будет воспользоваться и моделями».

Курс В. Добровольского заканчивается обобщением, в котором «формулируется понятие о свойствах геометрического тела, поверхности, линии и точки (относительно числа измерений), о характере геометрических истин, называемых теоремами и, наконец, о геометрии, как точной науке об измерении». Такое обобщение предназначено не только для повторения и систематизации изученного материала, но и для того, чтобы обеспечить непрерывность преподавания – «приготовительный курс как раз оканчивался тем, с чего начинается систематический».

Предназначен курс для введения в программу III –го класса прогимназии как подготовительный курс геометрии. Для прохождения этого курса он советует пожертвовать одним уроком арифметики или алгебры, а в виде пособия для учащихся им составлены: а) подробный конспект и б) памятная книжка, содержащая в себе определения и выводы, которые должны быть заучены учениками наизусть после того, как они будут получены путём общей классной работы.

Содержание курса:

I. Прямая линия, точка и угол. Измерение расстояний. Определение прямой линии. Знакомство с употреблением линейки и циркуля для черчения и измерения прямых линий. Понятие о масштабе. Черчение плана комнаты. Определение точки. Положение прямой вполне определяется двумя точками. Две прямые могут пересекаться только в одной точке. Определение прямолинейного угла. Определение параллельных линий. Сравнение различных углов между собою. Углы прямые, тупые и острые.

II. Окружность и измерение угла. Способ черчения круга. Величина круга определяется длиной радиуса. Диаметр вдвое более радиуса. Соотношение между величиной угла и дуги, заключенной между его сторонами. Транспортир и его употребление. Определение прямого угла по числу градусов. Измерение расстояний по отвесу. Отвесные и горизонтальные прямые. Понятие о перпендикуляре (определение). Перпендикуляр короче наклонной. Сравнение разных наклонных между собою. Из точки на линию можно опустить только один перпендикуляр.

III. Треугольники и параллелограммы. Понятие о диагонали. Диагональ прямоугольника делит его на два равных треугольника. Понятие о параллелограмме. Построение треугольника: 1) по двум сторонам и углу между ними, 2) по стороне и двум прилежащим углам, 3) по трем сторонам. Зависимость сторон и углов в треугольнике. Сумма углов в треугольнике. Свойство равнобедренного треугольника. Задачи. Определение параллелограмма. Только в прямоугольном параллелограмме диагонали равны, а в других неравны между собою. Определение ромба. Противоположные углы всякого параллелограмма равны между собою. Сумма соседних углов всякого параллелограмма равняется  $180^\circ$ . Свойство диагоналей ромба. Общие свойства диагоналей параллелограмма. Определение квадрата. Сравнение квадрата с другими четырехугольниками.

IV. Измерение площадей. Употребление квадратных мер. Площадь прямоугольника и прямоугольного треугольника. Площадь параллелограмма и косоугольного треугольника. Измерение площади неправильного многоугольника. Понятие об измерении длины окружности и площади круга.

V. Измерение объёмов. Необходимость трёх измерений для определения вместимости или объёма. Плоскости; двугранные и трехгранные углы; описание параллелепипеда. Куб, как единица меры объёмов; измерение объёма прямоугольного параллелепипеда произведением трех его измерений. Нахождение единичного отношения кубических мер. Выражение объёма прямоугольного параллелепипеда, как произведение площади его основания на высоту. Трехгранная прямая призма, как половина параллелепипеда. Объём трехгранной призмы. Правильная шестигранная призма и измерение её объёма. Цилиндр и определение его объёма. Правильная треугольная пирамида (тетраэдр). Сравнение тетраэдра с кубом; определение его объёма. Правильная шестигранная пирамида и измерение её объёма. Прямой конус и измерение его объёма.

VI. Вопросы для повторения и обобщения пройденного. Общее геометрическое свойство всех тел – три измерения. Характеристика объёмов, поверхностей и линий по числу измерений. Способы измерения. Понятие о теореме. Определение геометрии. Автор предлагает способ применения на практике предлагаемого курса геометрической пропедевтики. Каждый ученик должен быть снабжен готовальней чертежных инструментов или хотя бы иметь циркуль. Должна быть линейка с делениями и транспортир, эти две принадлежности могут быть, по мнению автора,

легко сделаны самими учениками под руководством преподавателя, во время прохождения соответствующих вопросов курса. Черновые чертежи в классе делаются карандашом, а домашние работы начисто перечерчиваются обыкновенным пером. Каждый ученик должен иметь «Памятную книжкою по геометрии», содержащей определения и выводы, которые должны быть выучены учениками наизусть, после того как будут в процессе выполнения классной работы.

В 1888 году опубликован «Курс практической геометрии, приспособленной к землемерию для употребления в уездных и городских училищах», автором которого является И. Ленкевич. Являясь сторонником геодезического направления, он придерживался мнения, что изучение курса геометрии должно основываться на данных из реальной жизни: «В частных беседах с родителями я постоянно слышал вопросы: для чего служит геометрия, которая никакой пользы не приносит их детям... Когда учащиеся, при съемке планов и определении неприступных расстояний и высот стали применять к делу свои познания, почерпнутые ими из геометрии, тогда я убедился, что народонаселение и учащиеся вполне поняли и оценили существенную пользу геометрии, а затем вопросы и сомнения уже не повторялись».

Курс геометрии, в основу которого легли топографические задачи, был представлен в следующей последовательности.

Отдел 1.

Глава 1. Вешение и измерение прямых линий, черчение и измерение углов, проведение перпендикулярных и параллельных линий.

Глава 2. Вешение прямых линий через препятствия и измерение расстояний между двумя точками, когда между ними находится препятствие или когда одна или обе точки неприступны.

Глава 3. Измерение приступных и неприступных высот.

Отдел 2.

Глава 1. Съёмка планов.

Глава 2. Нивелирование.

В 1890 году опубликован курс «Практическая геометрия с применением к черчению и землемерию», автором которого является Ар. Заблоцкий. Книга имеет целью, по указанию автора, «дать возможность более или менее сознательно пользоваться практическим приложением геометрии в житейском быту. Для этого в книге дается, с одной стороны, популярное изложение элементов науки, а с другой, - указание на главнейшие приложения науки». При этом теоретический материал представлен только в таком объёме, чтобы «осветить сущность сообщенных практических действий и сделать их достаточно понятными неподготовленному читателю». Но, недостаточно обоснованы слова Заблоцкого о том, что «русская литература не имеет подходящего для этого практического курса геометрии, и настоящая книга есть опыт изложения такого курса. Курс этот предназначен главным образом для читателей, закончивших лишь низшее

образование и желающих самолично из книги добыть полезные геометрические познания». Однако не только об этой категории обучающихся заботится автор: «я гляжу на свою книгу как на опыт и потому прошу гг. учителей начальных школ попробовать дать ее для прочтения лучшим из своих учеников, а также, где это возможно, ввести ее как учебник для изучения начальной геометрии. Я буду весьма рад, если хотя некоторые из учителей обратят внимание на мою просьбу и удостоят меня ответом - на сколько книга оказалась пригодной для обеих целей». А. Заблоцкий, учитывая объём знаний изучаемый в низших классах, содержание своего курса строит с учётом этого.

## Оглавление:

1. Линии.
2. Меры линий.
3. Проведение и измерение линий на бумаге.
4. Проведение и измерение линий на земле.
5. Углы.
6. Меры углов, рисование и измерение их на бумаге.
7. Измерение углов на земле.
8. Фигуры.
9. Меры фигур и вычисление их величины.
10. План и масштаб.
11. Некоторые свойства фигур.
12. Измерение настоящей длины и высоты.
13. О съёмке и рисовании плана.
14. Геометрические тела.
15. Меры геометрических тел.
16. Вычисления вместимости геометрических тел.
17. Планы.

Приложения и таблицы мер содержат таблицу готовых вычислений о круглых формах, которая автором «тщательно проверена несколько раз и вычислена с точностью до 0,000001».

Основное предназначение геометрии как учебного предмета автор видит в практическом приложении теоретических положений. Доступность, применимость геометрических сведений выходит на первый план в сравнении с научной строгостью изложения. «Наука тут изложена не ради самой себя, а ради приносимой ею реальной пользы, почему в книге удалено все более трудное, несущественное, не имеющее практического приложения, и прибавлены, не входящие в собственно в курс геометрии, элементы геодезии - для округления и законченности курса. Строгость научной системы этим нарушается для достижения большей доступности и полезности.

Нет нужды, что научные положения в книге доказываются на практических примерах без теоретических деталей; лишь бы знание принесло читателю пользу. Желание упростить, сделать науку возможно более понятной, вовлекло меня, быть может, в погрешности против строго научной теории. Но надеюсь - мне простят эти ошибки в виду цели книги».

К примеру изложение начинается следующим образом:

Глава I.

Линии.

§1. Если прикоснуться тонко очиненным карандашом к бумаге, то на ней останется след, называемый точкою.

§2. Если с этой точки мы двинем карандаш в какую-нибудь сторону, не подымая его от бумаги, то карандаш нарисует линию. Эта линия, как мы видели, началась от точки и таким же образом конец её можно принять за точку. Эти две точки будут пределами линии, потому что дальше за эти пределы, т.е. за крайние точки, линия не продолжается.

§ 3. Если карандаш, рисуя по бумаге линию, движется по одному и тому же направлению от точки до точки, не сворачивая ни направо, ни налево, т.е. если он движется прямо, то нарисует прямую линию. Если карандаш движется по

бумаге не прямо, а по разным направлениям, сворачивая в стороны, то он нарисует кривую линию. На фигуре 1 нарисованы две линии: налево - прямая, направо - кривая.

Это будут изображения линии на бумаге. В природе же прямую линию представляют: край листа бумаги, стола, линейки, натянутая нитка - а кривую линию - лежащий свободно волосок, берег ручья, край древесного листа, ложки и т.п.

§ 4. Положим, что на поле стоят два дуба, обозначающие две точки.

Чтобы пройти от одного дуба к другому по самой ближайшей дороге, человек пойдет, избирая кратчайший путь, по прямой линии от дуба до дуба, а не свернет в сторону по кривой линии, потому что так ближе. Отсюда мы выводим, что самое кратчайшее расстояние между двумя точками есть прямая линия, соединяющая эти точки. Это легко проверить. Натяните шнур от вбитого в землю кола по прямой линии до другого такого же кола. Если после того вы тот же шнур уложили между теми же двумя кольями не по прямой, а по кривой линии, то убедитесь, что за этот раз шнура выйдет гораздо больше, чем прежде. Следовательно, из всех линий, соединяющих две точки, прямая короче всех кривых.

У этого направления было много противников. Основным недостатком считали непрактичность используемых методов. Несомненно, после изучения курса наглядной

геометрии, построенного таким образом, учащиеся приобретают ряд важных практических навыков, связанных с решением геодезических задач, но формирование пространственного мышления не получает должного развития. У учащихся складывается ошибочное представление о практическом применении геометрии исключительно в области геодезии.

И ещё один момент. К этому времени, т.е. ко второй половине XIX века урок уже твёрдо закрепился в качестве основной формы организации педагогического процесса. Тогда как реализация геодезического направления в геометрии требовала постоянного проведения экскурсий, лабораторных занятий на местности. Это, безусловно, затрудняло осуществление рассматриваемого направления курса наглядной геометрии. Курсы данного направления не получили широкой поддержки школьных учителей.

Подводя итог рассмотренным направлениям первых учебников по наглядной геометрии в России, можно констатировать следующее. В 70-е годы XIX века твёрдо укрепляется мнение, что элементарному курсу геометрии должен предшествовать пропедевтический курс геометрии. Именно этим обусловлен значительный рост не только большого количества учебников, но и разнообразия направлений. Из множества руководств, посвященных пропедевтическому изучению геометрии, причем и иностранных, и русских в целом наблюдается единство целей, но пути реализации поставленных задач зачастую расходятся.