ТЕОРЕМА ПИФАГОРА

«Геометрия обладает двумя великими сокровищами.

Первое – это теорема Пифагора…»

НЕОБХОДИМО ВЫЯСНИТЬ:

- кто такой Пифагор;
- в чём заключается теорема Пифагора;
- доказать теорему;
- показать практическое применение;
- показать задачи, используемые в экзамене по данной теме.

ЦЕЛИ:

- овладение необходимыми знаниями и умениями по теме урока;
- воспитание серьёзного отношения к геометрии, понимание значимости предмета ;
- развитие умения использовать разнообразные источники информации;
- воспитание познавательного интереса в изучении геометрии;
- развитие логического мышления.

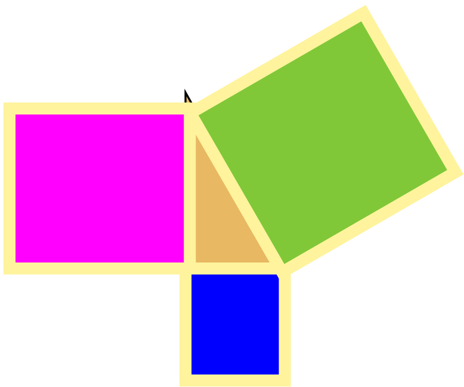
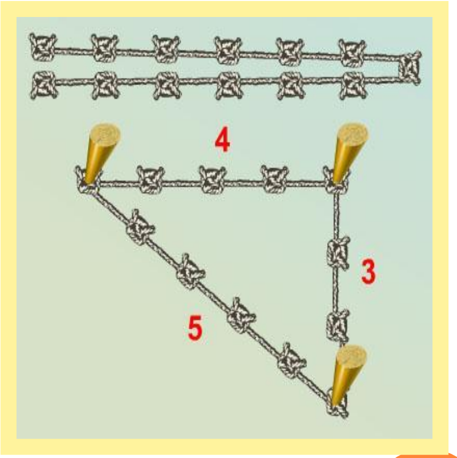
ЗАДАЧИ:

- познакомиться с теоремой Пифагора, её доказательством, историей её создания, биографией Пифагора;
- показать применение теоремы в ходе решения задач;
- расширить круг задач, используемых на уроках геометрии;
- отработать умение делать выводы;
- формировать учебно-познавательные действия;
- развивать умение работать в коллективе, парами и самостоятельно.

ПОРЯДОК РАБОТЫ:

- цели, задачи;
- разделение на команды для соревнования;
- история Пифагора и его теоремы;
- формулировка теоремы;
- разные способы её доказательства;
- применение теоремы в задачах;
- рефлексия;
- домашнее задание.

КОМАНДЫ:

1 ряд	**2 ряд**	**3 ряд**
«Историки»	«Теоретики»	«Практики»
		

ИСТОРИЯ О ПИФАГОРЕ:

- Пифагор родился в 580 г. до н.э. в Древней Греции на острове Самос, который находится в Эгейском море, поэтому его называют Пифагором Самосским.
- Его отец был резчиком по камню. Ещё в детстве Пифагор проявлял незаурядные способности, и когда подрос, воображению юноши стало тесно на маленьком острове.

- Пифагор перебрался в г. Милеет и стал учеником Фалеса, которому в то время шёл восьмой десяток. Мудрый учёный посоветовал юноше отправиться в Египет. Когда Пифагор постиг науку египетских жрецов, то отправился домой, чтобы там создать свою школу.
- Пифагорейцы, как их позднее стали называть, занимались математикой, философией, естественными науками.

ИСТОРИЯ ТЕОРЕМЫ:

Изучение вавилонских клинописных таблиц и древних китайских рукописей показало, что это утверждение было известно задолго до Пифагора. Заслуга же Пифагора состояла в том, что он открыл доказательство этой теоремы.

Согласно одной из легенд, знаменитую теорему Пифагор добыл как выигрыш с неизвестным математиком. Тот отдал свиток с теоремой Пифагору и сказал, что человек, который владеет этим свитком, будет известным не одно тысячелетие…

- Теорему называли «мостом ослов», так как слабые ученики, заучивающие теоремы наизусть, без понимания, и прозванные поэтому «ослами», были не в состоянии преодолеть теорему Пифагора, служившую для них вроде непреодолимого моста.

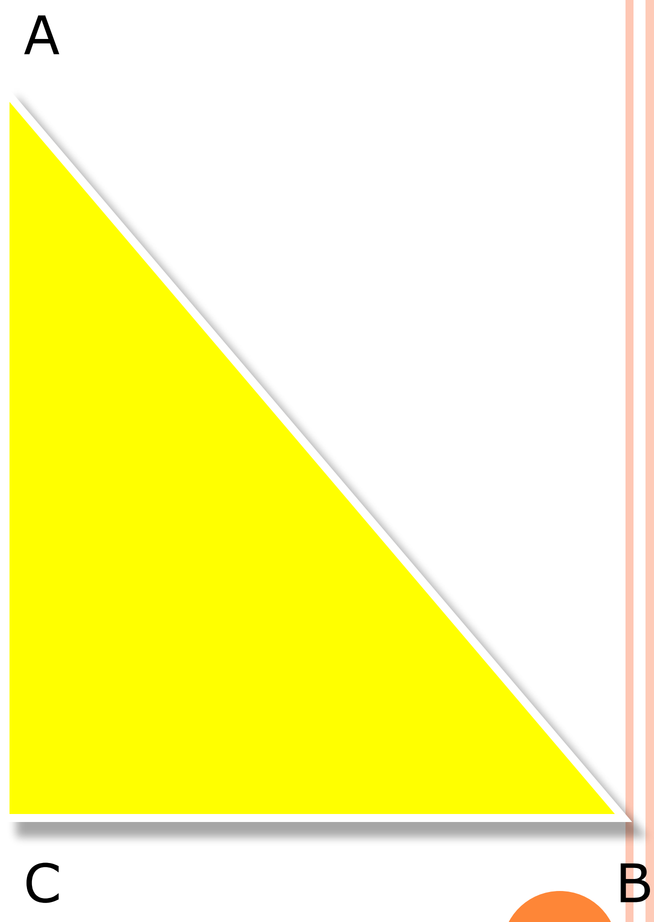
ПОВТОРЕНИЕ:

1)Определите вид треугольника.

2)Назовите катеты и гипотенузу данного треугольника.

3)Как найти площадь Δ ABC?

4)Как найти площадь квадрата?

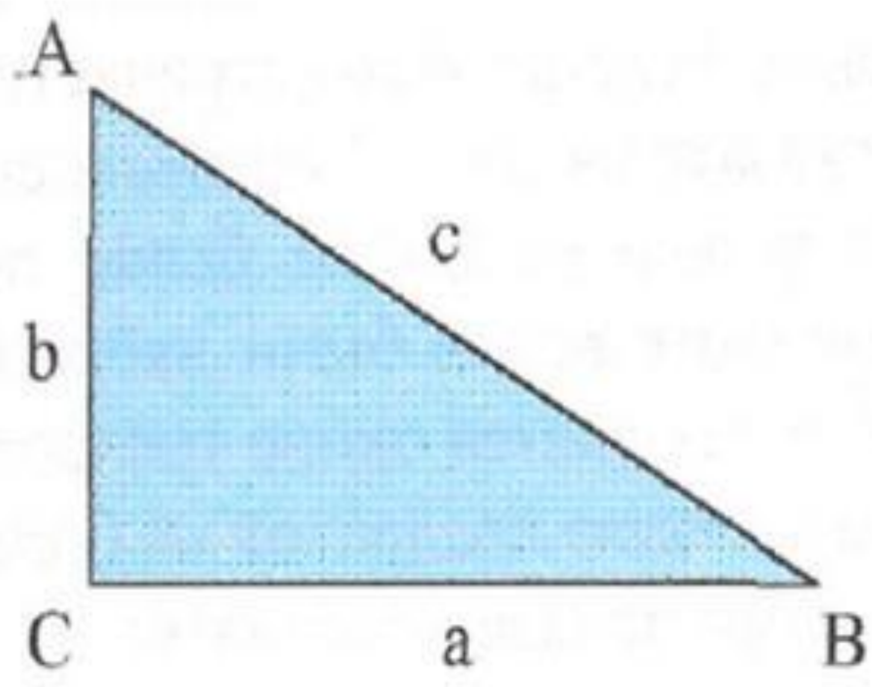


ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА:

- Постройте прямоугольный треугольник, катеты которого выражаются целыми числами;
- Измерьте катеты и гипотенузу, результаты запишите в тетрадь;
- Возведите все величины в квадрат и запишите: a^2; b^2; c^2;
- Сложите квадраты катетов a^2+b^2

Получилось ли, что $a^2+b^2=c^2$?

ТЕОРЕМА ПИФАГОРА



В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО:

1)Достроим прямоугольник до квадрата со стороной $a + b$.

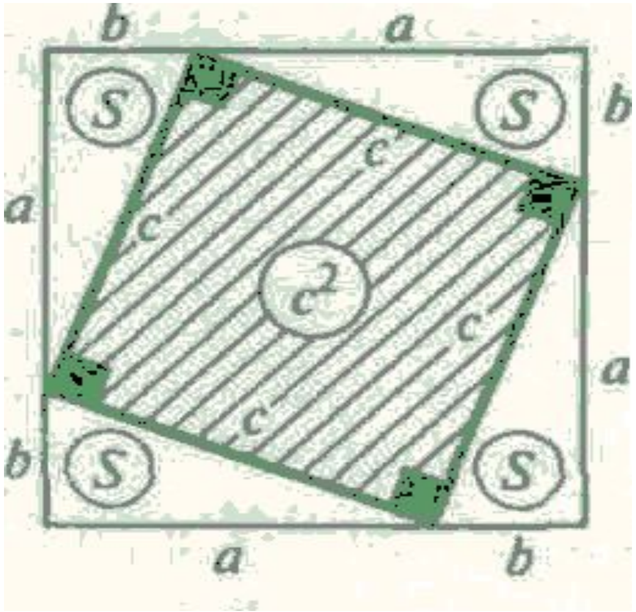
2)Площадь квадрата равна $(a + b)^2$

3)С другой стороны квадрат составлен из четырёх равных прямоугольных треугольников с площадью ½ ab и квадрата, площади c^2

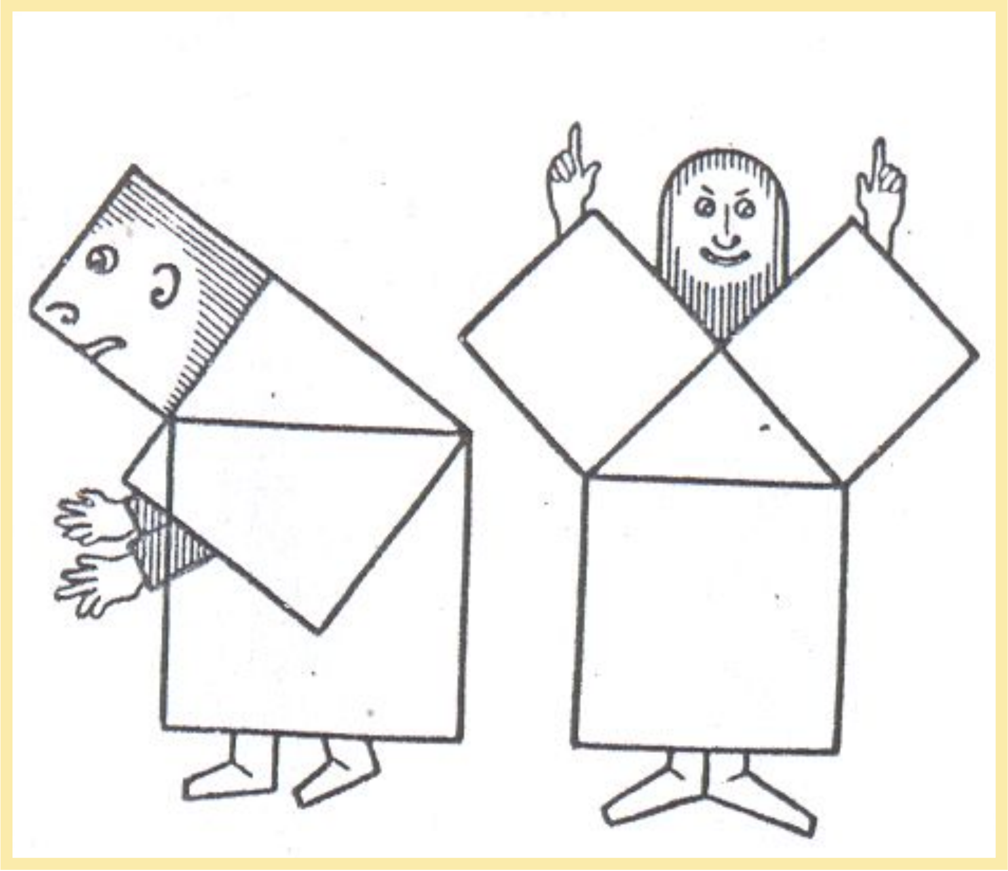
4) $S=4 * 1/2ab + c^2 = 2bc + c^2$.

$(a+b)^2 = 2ab + c^2$.

$c^2 = a^2 + b^2$.

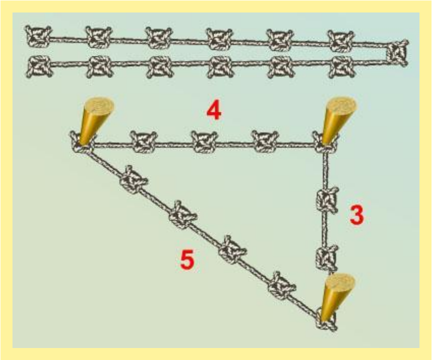


- Пифагоровы штаны во все стороны равны



ТЕОРЕМА, ОБРАТНАЯ К ТЕОРЕМЕ ПИФАГОРА:

- позволяет проверить, является ли тот или иной треугольник прямоугольным. Этим пользовались землемеры и строители Древнего Египта: они размечали прямые углы с помощью веревки, разделенной узлами на 12 равных кусков;
- прямоугольный треугольник со сторонами 3, 4, 5 называется «египетским», а тройки (a, b, c) натуральных чисел, удовлетворяющие уравнению $c^2 = a^2 + b^2$, т. е. служащие длинами сторон прямоугольных треугольников, Пифагоровыми.

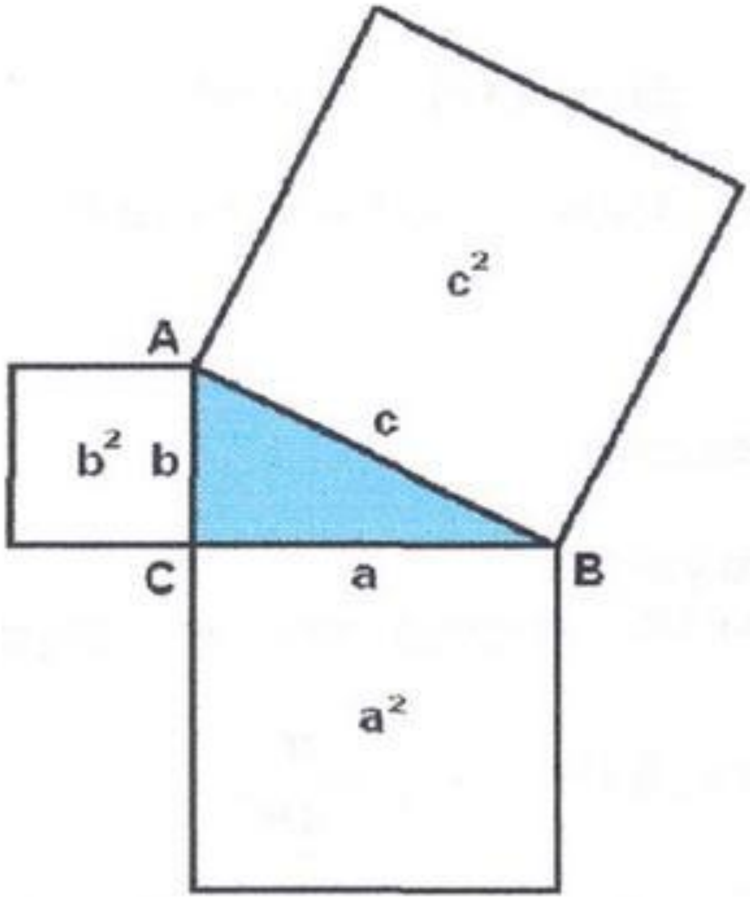


НЕКОТОРЫЕ ПИФАГОРОВЫ ТРОЙКИ:

(3,4,5), (6,8,10), (5,12,13),

(9,12,15), (8,15,17), (12,16,20), (15,20,25), (7,24,25), (10,24,26), (20,21,29), (18,24,30),(10,30,34), (21,28,35), (12,35,37), (15,36,39), (24,32,40), (9,40,41), (27,35,45), (14,48,50), (30,40,50)…

ЕЩЁ ОДНА ФОРМУЛИРОВКА ТЕОРЕМЫ:



- Площадь квадрата, построенного на гипотенузе прямоугольного треугольника, равна сумме площадей квадратов, построенных на его катетах.

АЛГЕБРАИЧЕСКОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО:

1) Проведем высоту CD из вершины прямого угла С.

2) По определению косинуса угла $\cos A = AD/AC = AC/AB$, отсюда следует

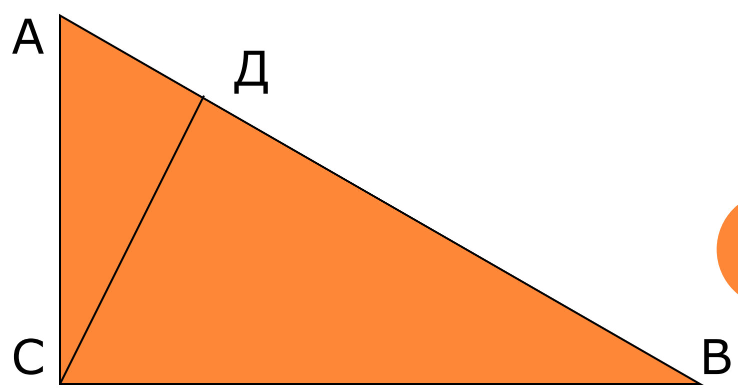
$AB*AD=AC^2$.

3) Аналогично $\cos B = BD/BC = BC/AB$, значит

$AB*BD=BC^2$.

4) Сложив полученные равенства почленно, получим:

$AC^2+BC^2=AB*(AD + DB)$



- $AB^2=AC^2+BC^2$.

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО:

1) Построим отрезок CD равный отрезку AB на продолжении катета AC прямоугольного треугольника ABC. Затем опустим перпендикуляр ED к отрезку AD, равный отрезку AC, соединим точки B и E.

2) Площадь фигуры $ABED$ можно найти, если рассматривать её как сумму площадей трёх треугольников: $SABED=2*AB*AC/2+BC2/2$

3) Фигура $ABED$ является трапецией, значит, её площадь равна: $SABED= (DE+AB)*AD/2$.

4) Если приравнять левые части найденных выражений, то получим:

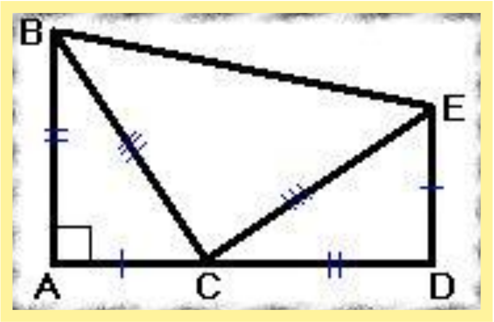
$AB*AC+BC2/2=(DE+AB)(CD+AC)/2$

$AB*AC+BC2/2= (AC+AB)2/2$

$AB*AC+BC2/2= AC2/2+AB2/2+AB*AC$

$BC2=AB2+AC2$.

- Это доказательство было опубликовано в 1882 году Гэрфилдом.

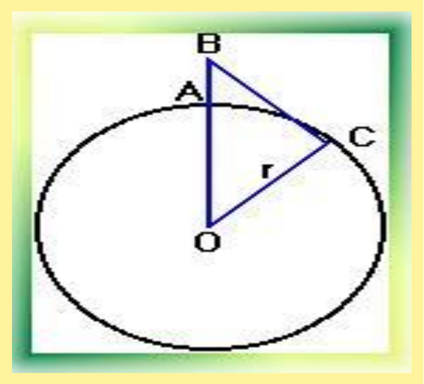


ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРЕМЫ ПИФАГОРА

В настоящее время на рынке мобильной связи идет большая конкуренция среди операторов. Чем надежнее связь, чем больше зона покрытия, тем больше потребителей у оператора. При строительстве вышки (антенны) часто приходится решать задачу: какую наибольшую высоту должна иметь антенна, чтобы передачу можно было принимать в определенном радиусе.

МОБИЛЬНАЯ СВЯЗЬ

- Какую наибольшую высоту должна иметь антенна мобильного оператора, чтобы передачу можно было принимать в радиусе R=200 км? (радиус Земли равен 6380 км.)
- Решение:



Пусть $AB = x$, $BC = R = 200$ *км*,

$OC = r = 6380$ *км*.

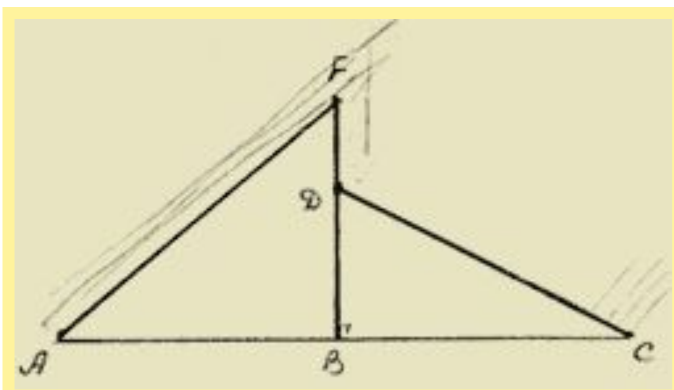
$OB = OA + AB$

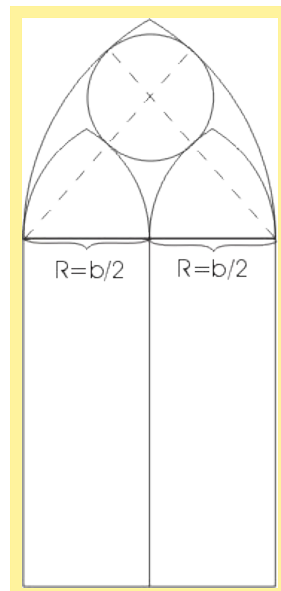
$OB = r + x$.

- Используя теорему Пифагора, получим ответ: 2,3 км.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРЕМЫ ПИФАГОРА

- Теорему Пифагора широко применяют и в строительстве, при вычислении размеров крыши, построении окон, используется в большинстве архитектурных сооружений. В астрономии используют для вычисления расстояний.





ИНТЕРЕСНОЕ О ПИФАГОРЕ:

- Пифагор – это на самом деле прозвище, а не имя (Пифагор - "убеждающий речью").
- Увлекался спортом, побеждал в кулачном бою на Олимпийских играх.
- Придумал специальную кружку, которая заставляла пить только в ограниченных количествах. Сегодня она продается на Родосе, Самосе и Крите как сувенир.
- Пифагор считал, что нельзя употреблять пищу животного происхождения. Он верил, что в животных переселяются души людей.

ВАЖНЫЕ ОТКРЫТИЯ, СВЯЗАННЫЕ С ИМЕНЕМ ПИФАГОРА:

- в географии и астрономии – представление о том, что Земля – шар и что существуют другие, похожие на неё миры;
- в музыке – зависимость между длиной струны арфы и звуком, который она издаёт;
- в геометрии – построение правильных многоугольников (один из них пятиконечная звезда – стал символом пифагорейцев).

Если дан нам треугольник
И притом с прямым углом,
То квадрат гипотенузы
Мы всегда легко найдём:
Катеты в квадрат возводим,
Сумму степеней находим –
И таким простым путём
К результату мы придём.

Не знаю, чем кончу поэму,
И как мне печаль избыть:
Древнейшую теорему
Никак я не в силах забыть.
Стоит треугольник как ментор,
И угол прямой в нём есть,
И всем его элементам
Повсюду слава и честь!

Вебер

ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ

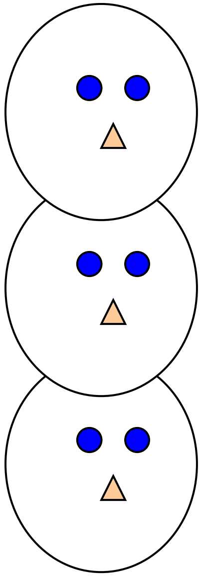
- Выбрать задачу и решить её

Задачи для проверки

Задачи из открытого банка заданий к экзамену

РЕФЛЕКСИЯ:

- На ваших карточках дорисуйте снеговика:



Я пришёл на урок с таким настроением

Я присутствовал на уроке с таким настроением

Я ухожу с урока с таким настроением

«Не гоняйся за счастьем: оно всегда находится в тебе самом».

- Пифагор.

ЛИТЕРАТУРА:

- Л.С. Атанасян учебник «Геометрия 7-9» Москва «Просвещение» 2009 г.
- Е.М. Рабинович «Задачи и упражнения на готовых чертежах».
- Волошинов А.В. «Математика и искусство». - М.: «Просвещение» 2000.
- Волошинов А.В. «Пифагор». - М.: «Просвещение» 2001.
- Литцман В. «Теорема Пифагора». - М.: «Государственное издательство физико-математической литературы» 2000.
- Глейзер И. «История математики в школе».
- Чистяков В.Д. «Старинные задачи по элементарной математике»