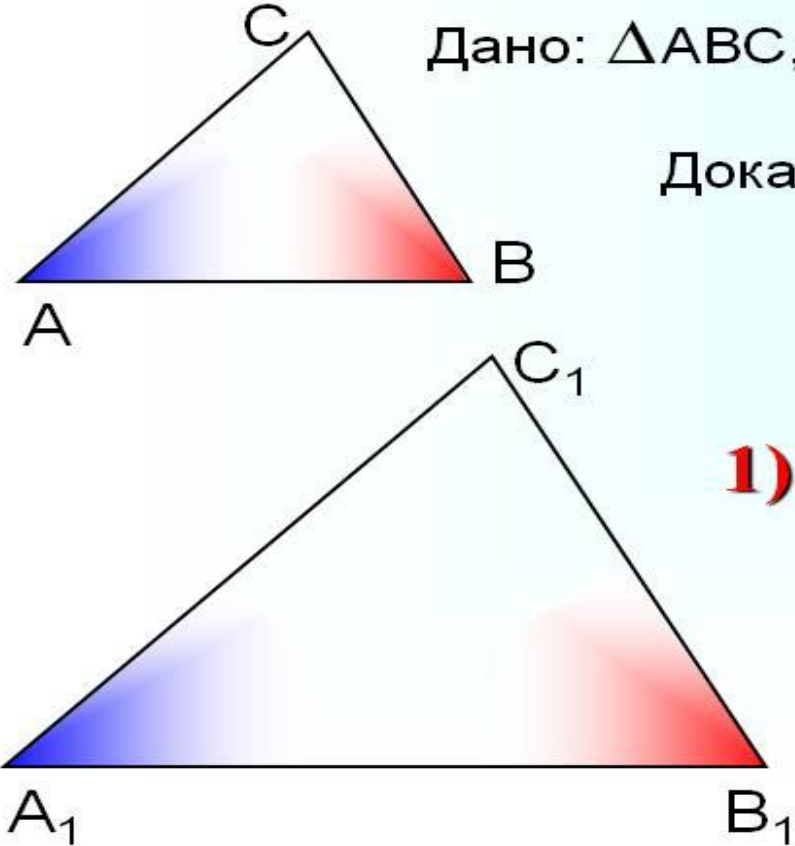


Подобие фигур

Признаки подобия треугольников

- **Признак 1.** Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то они подобны



Дано: $\triangle ABC$, $\triangle A_1B_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$,

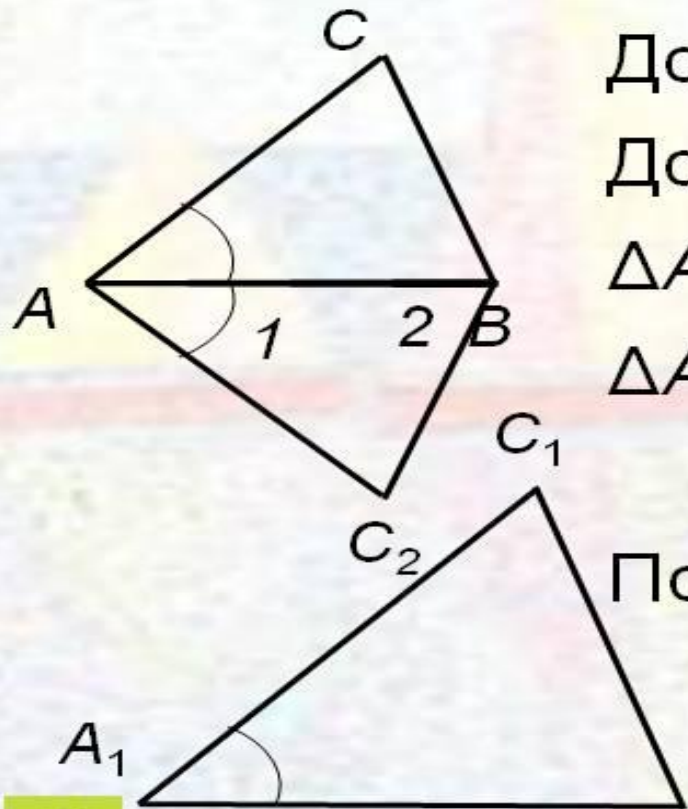
Доказать: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

Доказательство:

1). $\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B$
 $\angle C_1 = 180^\circ - \angle A_1 - \angle B_1$
 $\angle C = \angle C_1$

Признаки подобия треугольников

- **Признак 2.** Если угол одного треугольника равен углу другого треугольника, а стороны, образующие этот угол в одном треугольнике, пропорциональны соответствующим сторонам другого, то такие треугольники подобны.



Доказательство:

Достаточно доказать, что $\angle B = \angle B_1$.

$\triangle ABC_2$, $\angle 1 = \angle A_1$, $\angle 2 = \angle B_1$,

$\triangle ABC_2 \sim \triangle A_1B_1C_1$ по двум углам.

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC_2}{A_1C_1} \quad (\text{из подобия}).$$

По условию $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$

$$AC = AC_2.$$

$$\triangle ABC = \triangle ABC_2, \text{ т.е. } \angle B = \angle B_1.$$

Признаки подобия треугольников

- ▶ **Признак 3.** Если три стороны одного треугольника соответственно пропорциональны трем сторонам другого, то такие треугольники подобны.

Дано: $\triangle ABC$, $\triangle A_1B_1C_1$, у которых $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{CA}{C_1A_1}$.

Доказать: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$.

Доказательство: Достаточно доказать, что $\angle A = \angle A_1$.

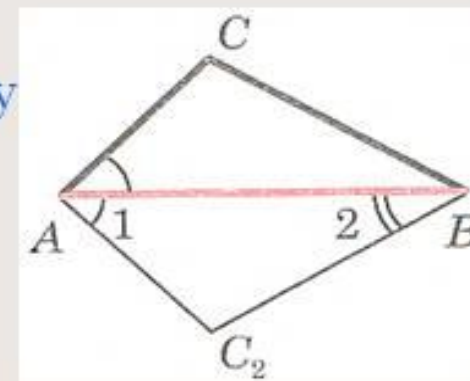
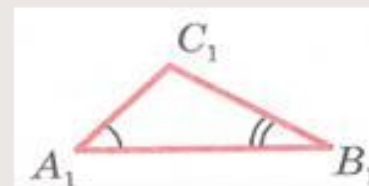
Рассмотрим $\triangle ABC_2$, у которого $\angle 1 = \angle A_1$, $\angle 2 = \angle B_1$

Треугольники ABC_2 и $A_1B_1C_1$ подобны по первому признаку подобия треугольников, поэтому $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC_2}{B_1C_1} = \frac{C_2A}{C_1A_1}$.

Сравнивая эти равенства с равенствами, которые записаны в дано, получаем: $BC = BC_2$, $CA = C_2A$.

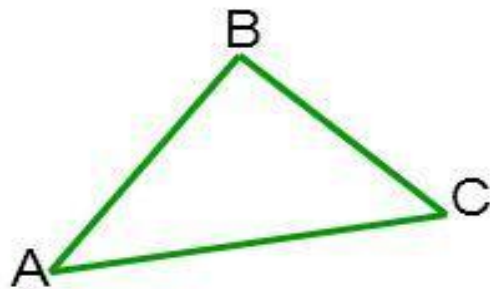
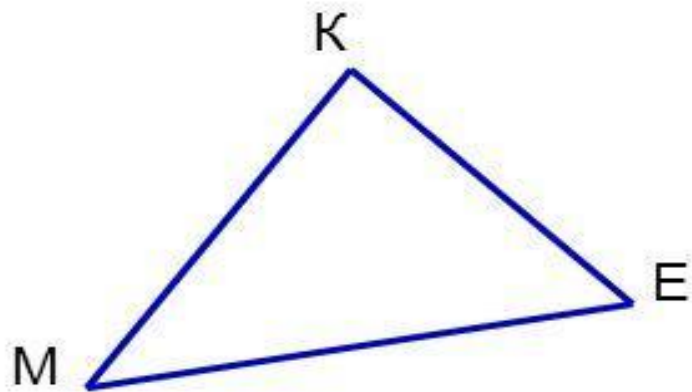
$\triangle ABC = \triangle ABC_2$ по трем сторонам. Отсюда следует, что $\angle A = \angle 1$,

а так как $\angle 1 = \angle A_1$, то $\angle A = \angle A_1$.



Площади подобных треугольников

- **Теорема.** Отношение площадей двух подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.



Дано: $\triangle MKE \sim \triangle ABC$,

k – коэффициент подобия.

Доказать: $S_{MKE} : S_{ABC} = k^2$

Доказательство:

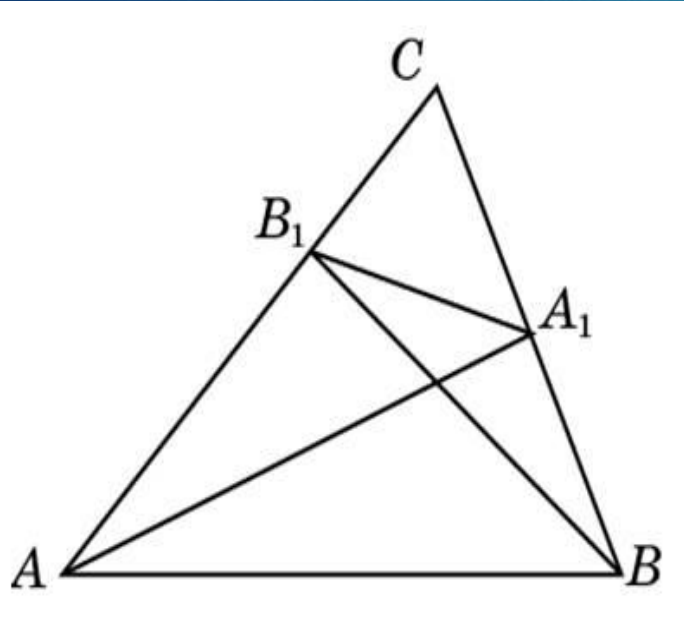
Т. к. по условию $\triangle MKE \sim \triangle ABC$, k – коэффициент подобия, то

$$\angle M = \angle A, \quad \frac{MK}{AB} = \frac{ME}{AC} = k, \quad \text{значит, } MK = k \cdot AB, \quad ME = k \cdot AC.$$

$$\frac{S_{MKE}}{S_{ABC}} = \frac{MK \cdot ME}{AB \cdot AC} = \frac{k \cdot AB \cdot k \cdot AC}{AB \cdot AC} = k^2$$

Задача 1

В треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что треугольник A_1B_1C подобен треугольнику ABC .



Доказательство. Прямоугольные треугольники AA_1C_1 и BB_1C подобны по трем углам.

Значит, $A_1C : AC = B_1C : BC$.

Следовательно, треугольники A_1B_1C и ABC подобны по второму признаку подобия треугольников.

Задача 2

Площади двух подобных треугольников равны 50 дм^2 и 32 дм^2 , сумма их периметров равна 117 дм . Найдите периметр каждого треугольника.

Дано: $\triangle ABC, \triangle PEK$ подобны, $S_{ABC} = 50 \text{ дм}^2, S_{PEK} = 32 \text{ дм}^2,$

$$P_{ABC} + P_{PEK} = 117 \text{ дм.}$$

Найти: P_{ABC}, P_{PEK}

Решение:

Т. к. по условию треугольники ABC и PEK подобны, то:

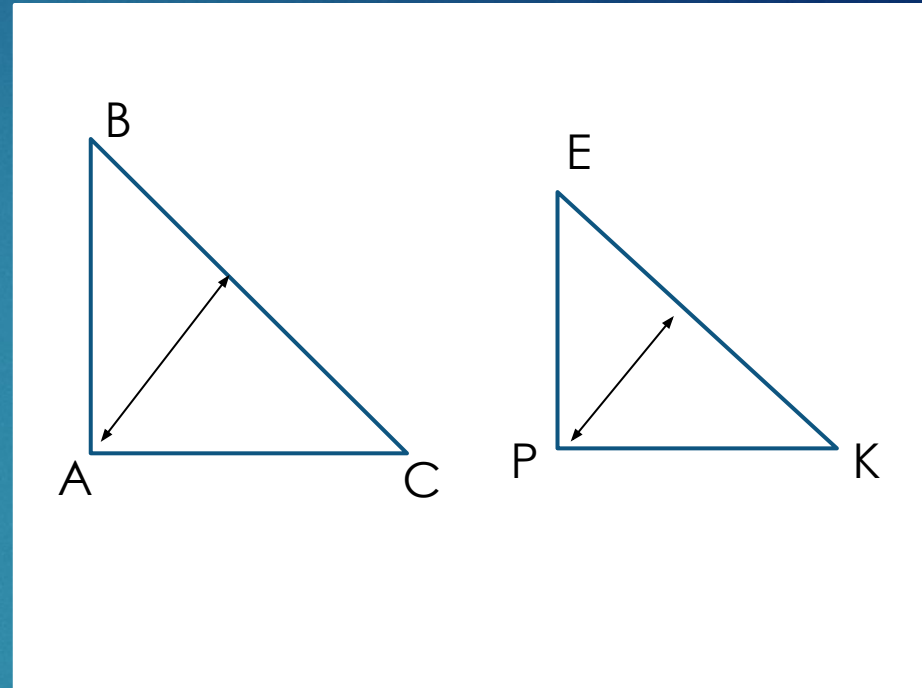
$$\frac{S_{ABC}}{S_{PEK}} = \frac{50}{32} = \frac{25}{16} = k^2. \quad \text{Значит, } k = \frac{5}{4}$$

$$\frac{P_{ABC}}{P_{PEK}} = k, \quad \frac{P_{ABC}}{P_{PEK}} = \frac{5}{4} = 1,25 \quad \text{Значит, } P_{ABC} = 1,25 P_{PEK}$$

Пусть $P_{PEK} = x \text{ дм}$, тогда $P_{ABC} = 1,25 x \text{ дм}$

Т. к. по условию $P_{ABC} + P_{PEK} = 117 \text{ дм}$, то $1,25 x + x = 117, x = 52.$

Значит, $P_{PEK} = 52 \text{ дм}, P_{ABC} = 117 - 52 = 65 \text{ (дм)}. \quad \text{Ответ: } 65 \text{ дм}, 52 \text{ дм.}$



Задача 3

У треугольника ABC и $A_1B_1C_1$ угол A равен углу A_1 ; угол B равен углу B_1 ; AB равна 5 м; BC равна 7 м; A_1B_1 равна 10 м; A_1C_1 равна 8 м. Найдите остальные стороны треугольников

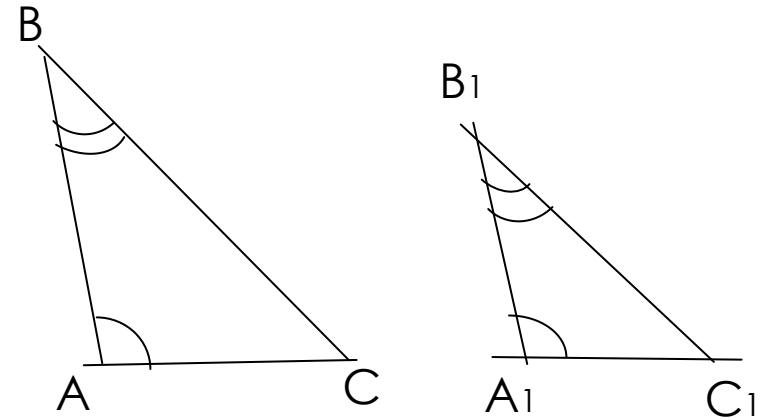
$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$, (по двум углам). Значит

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}.$$

Так что $B_1C_1 = \frac{A_1B_1 \cdot BC}{AB} = \frac{10 \cdot 7}{5} = 14$ м и $AC = \frac{AB \cdot A_1C_1}{A_1B_1} = \frac{5 \cdot 8}{10} = 4$ м.

Ответ: $AC = 4$ м, $B_1C_1 = 14$ м.

решение



Задача 4

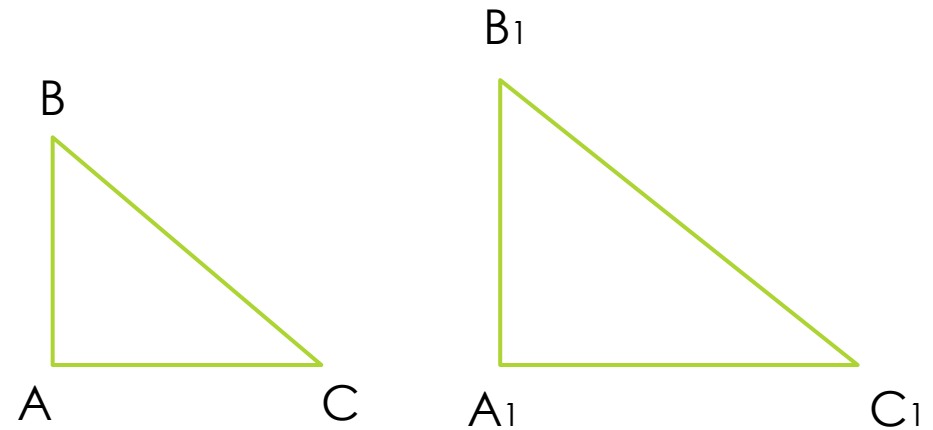
У подобных треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ $\angle A = 30^\circ$, $AB = 1$ м, $BC = 2$ м, $B_1C_1 = 3$ м. Чему равны угол A_1 и сторона A_1B_1 ?

Так как подобие сохраняет углы, то $\angle A = \angle A_1 = 30^\circ$. Далее $B_1C_1 = kBC$, а значит:

$$k = \frac{B_1C_1}{BC} = \frac{3}{2} = 1,5.$$

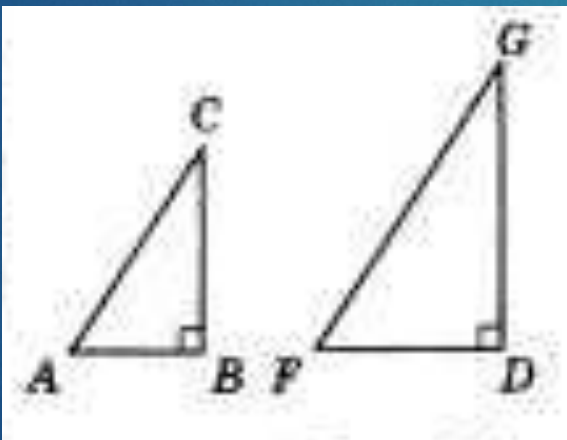
Также $A_1B_1 = kAB = 1,5 \cdot 1 = 1,5$ (м).

Ответ: $\angle A_1 = 30^\circ$, $A_1B_1 = 1,5$ (м).



Задача 5

Один из углов одного прямоугольника равен 30 градусам ,а один из углов другого треугольника 60 градусам .
Установите, подобны ли данные треугольники



Дано: $\triangle ABC$ и $\triangle FDG$ —
прямоугольные, $\angle B$ и $\angle D$ — прямые, $\angle F = 60^\circ$,
 $\angle C = 30^\circ$.

Доказать: $\triangle ABC \sim \triangle FDG$.

Доказательство. Треугольник ABC — прямо-
угольный и $\angle C = 30^\circ$, по теореме о сумме углов тре-
угольника $\angle A = 60^\circ$. В треугольниках ABC и FDG :
 $\angle B$ и $\angle D$ — прямые и $\angle A = \angle F$, следовательно,
 $\triangle ABC \sim \triangle FDG$, что и требовалось доказать.