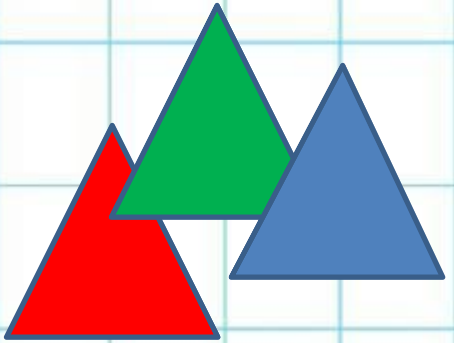
Признаки равенства треугольников

Геометрия
7кл.



2013г.

Содержание

Первый признак

- Теорема
- Доказательство

Второй признак

- Теорема
- Доказательство

Третий признак

- Теорема
- Доказательство

Задачи

- Задача №1 (I признак)
- Задача №2 (II признак)
- Задача №3 (III признак)

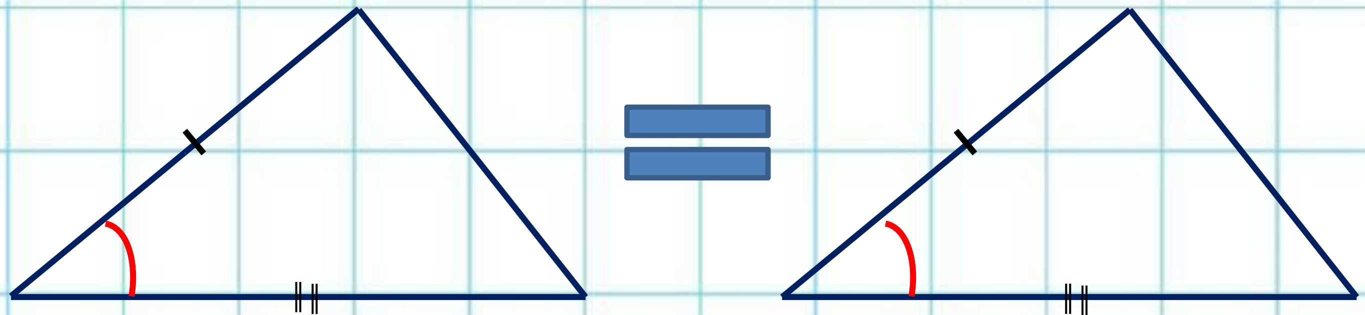
Разработка

- Разработчики

1-й признак равенства треугольников
(**по двум сторонам и углу между ними**)

Теорема:

Если две стороны и угол между ними одного треугольника равны соответственно двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.



1-й признак – по двум сторонам и углу между ними (доказательство)

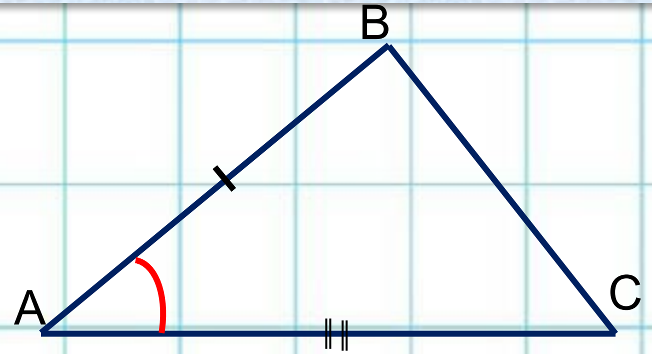
Дано:

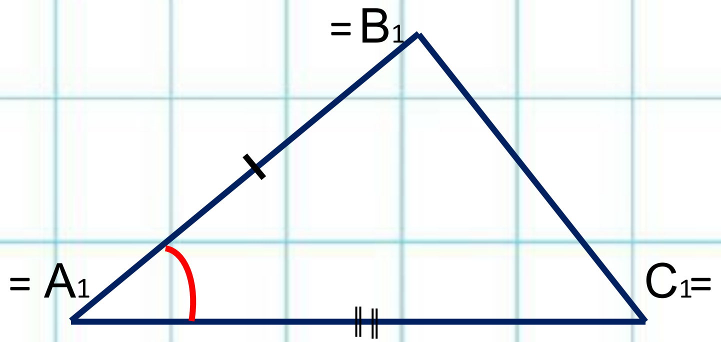
ΔABC; $\Delta A_1B_1C_1$

$AB=A_1B_1$

$AC=A_1C_1$

$\angle A = \angle A_1$





Доказать:

$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$

Доказательство:

Т.к. $\angle A = \angle A_1$, то их можно наложить друг на друга,

отрезок AB будет лежать на луче A_1B_1,

а отрезок AC – на луче A_1C_1.

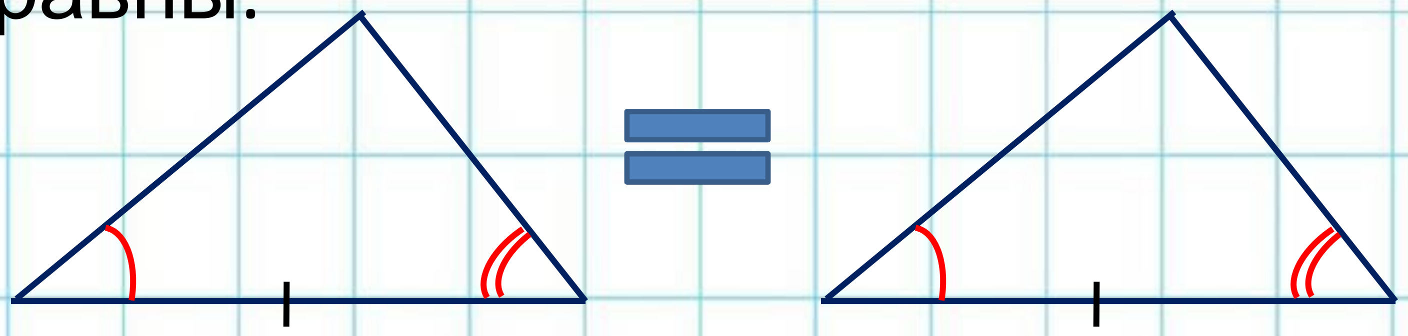
Т.к. $AB=A_1B_1$ и $AC=A_1C_1$, то точка $B=B_1$ и точка $C=C_1$, =>

$BC=B_1C_1$ => $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$

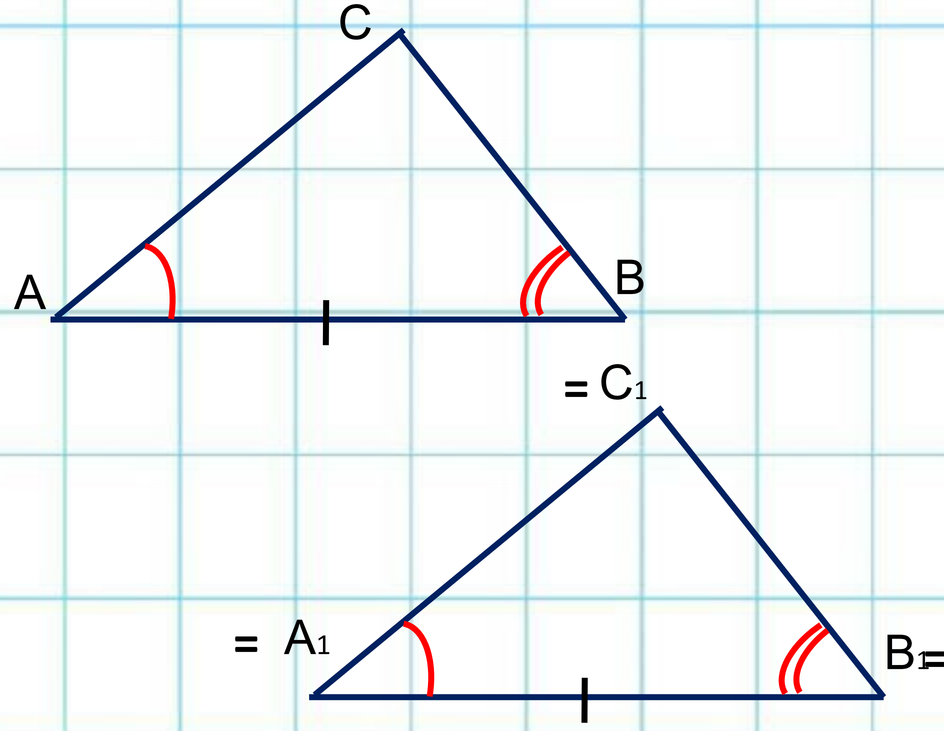
2-й признак равенства треугольников
(**по стороне и двум прилежащим к ней углам**)

Теорема:

Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.



2-й признак – по стороне и двум прилежащим к ней углам (доказательство)



Дано:

ΔABC; $\Delta A_1B_1C_1$

$AB = A_1B_1$

$\angle A = \angle A_1$

$\angle B = \angle B_1$

Доказать:

$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$

Доказательство:

Наложим ΔABC на $\Delta A_1B_1C_1$

Т.к. $\angle A = \angle A_1$ и $\angle B = \angle B_1$, то сторона АС наложится на луч A_1C_1, а сторона ВС – на луч B_1C_1.

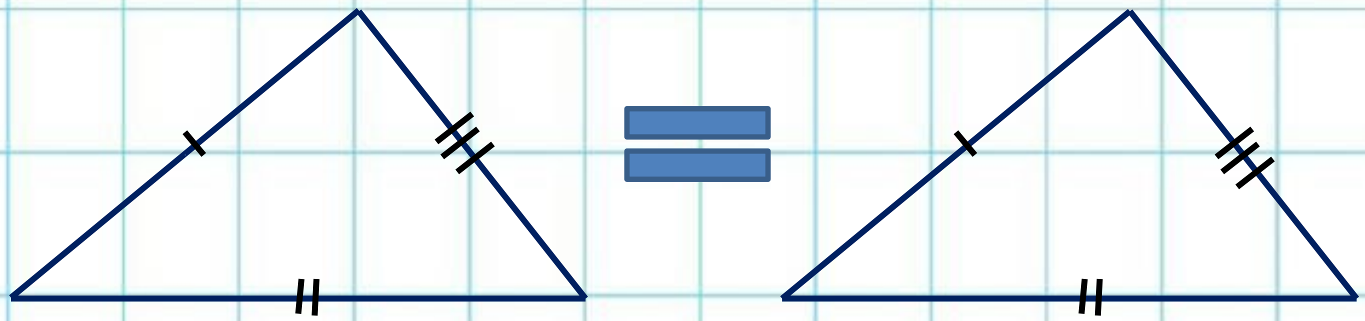
Т.к. $AC \cap BC = C$ => С лежит как на луче A_1C_1, так и на луче B_1C_1 => совместится с их общей точкой C_1.

Значит $AC = A_1C_1$ и $BC = B_1C_1$ => $\Delta ABC = \Delta A_1$[redacted]$_1C_1$

3-й признак равенства треугольников
(**по трем сторонам**)

Теорема:

Если три стороны одного треугольника равны соответственно трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.



3-й признак – по трем сторонам (доказательство)

Дано:

ΔABC; $\Delta A_1B_1C_1$

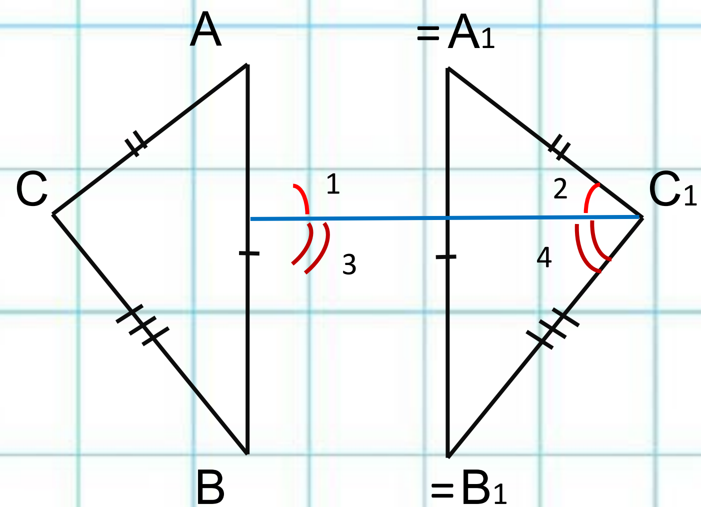
$AB=A_1B_1$;

$BC=B_1C_1$

$AC=A_1C_1$

Доказать:

$\Delta ABC=\Delta A_1B_1C_1$



Доказательство:

Совместим треугольники по наибольшим сторонам AB и A_1B_1, так что $A=A_1$ и $B=B_1$, $C\neq C_1$

проведем отрезок CC_1

ΔCAC_1 и ΔCBC_1 - равнобедренные =>

$\angle 1=\angle 2$ и $\angle 3=\angle 4$ (по свойству равнобедренных треугольников)

=> $\angle ACB=\angle A_1C_1B_1$ => $\Delta ABC=\Delta A_1B_1C_1$ (по **ПЕРВОМУ** п[redacted]знаку равенства треугольников)

Задача № 1

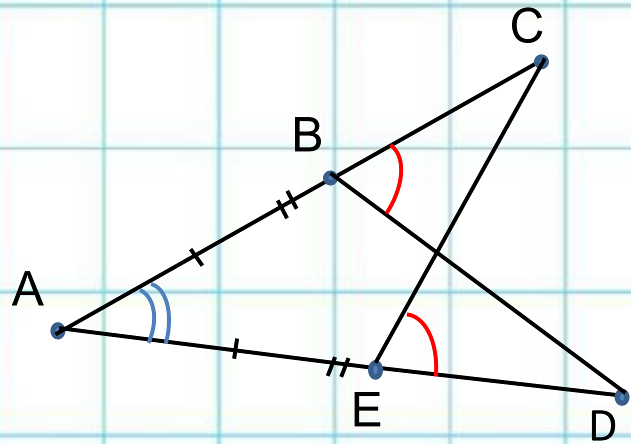
На сторонах угла ***CAD*** отмечены точки ***B*** и ***E*** так, что точка ***B*** лежит на отрезке ***AC***, а точка ***E*** – на отрезке ***AD***, причем ***AC*** = ***AD*** и ***AB*** = ***AE***. Докажите, что угол ***CBD*** = углу ***DEC***.

Дано: $\angle CAD$

$AC=AD$; $AB=AE$

Доказать:

$\angle CBD = \angle DEC$



Доказательство:

Т.к. $AC=AD$ $AB=AE$, $\angle A$ – угол между ними, и

$\Delta AEC = \Delta ABD$ (по **Первому** признаку равенства треугольников) =>

$\angle AEC = \angle ABD$ =>

$\angle DEC = \angle CBD$ – как смежные равных углов.

■

Задача № 2

Угол **DAC = углу DBC, AO = BO.**
Докажите, что угол **C** = углу ***D*** и ***AC*** = ***BD.***

Дано:

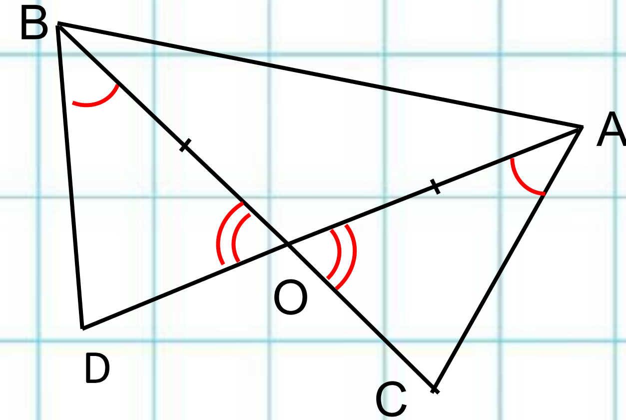
∠DAC=∠ DBC

AO=BO

Доказать:

∠C =∠ D;

AC=BD



Доказательство:

∠AOC =∠ BOD – как вертикальные =>

ΔDOB = ΔCOA (по **Второму** признаку равенства треугольников) =>

∠C=∠D

и

AC=BD ■

Задача № 3

В Δ***ABC*** и Δ***A₁B₁C₁*** медианы ***BM*** и ***B₁M₁*** равны, ***AB*** = ***A₁B₁***, ***AC*** = ***A₁C₁***. Докажите, что Δ***ABC*** = Δ***A₁B₁C₁.***

Дано: ΔABC; $\Delta A_1B_1C_1$

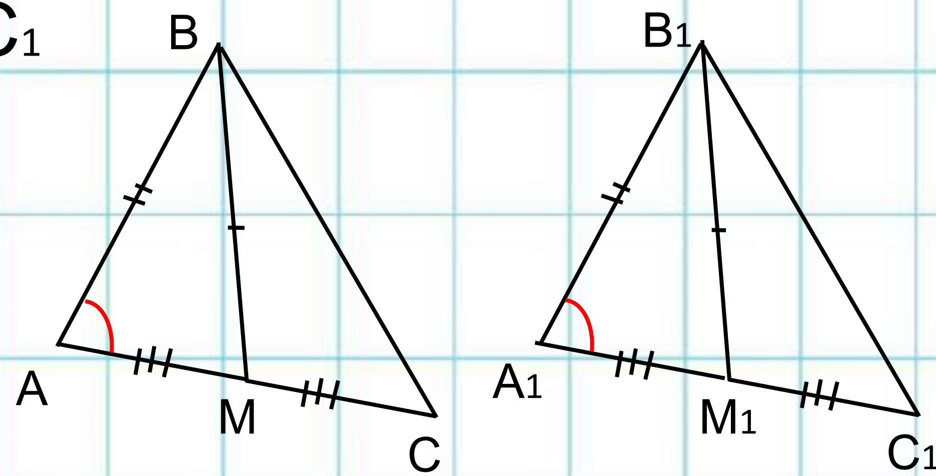
$AM=MC$; $A_1M_1=M_1C_1$

$BM=B_1M_1$

$AB=A_1B_1$; $AC=A_1C_1$

Доказать:

$\Delta ABC=\Delta A_1B_1C_1$



Доказательство:

Т.к. $AC=A_1C_1$; $AM=MC$; $A_1M_1=M_1C_1$ => $AM=A_1M_1=MC=M_1C_1$ т.к. $BM=B_1M_1$ => $\Delta ABM=\Delta A_1B_1M_1$ (по **ТРЕТЬЕМУ** признаку равенства треугольников)=> $\angle A=\angle A_1$ => $\Delta ABC=\Delta A_1B_1C_1$ (по **ВТОРОМУ** признаку) ■

Разработчики

Авторы:

Седов Алексей Михайлович
учитель математики ГБОУ СОШ №535, Санкт-Петербург
stk-97@mail.ru

Благодарности:

Автор выражает признательность и благодарность **Лоншаковой Татьяне Евгеньевне** - методисту кафедры физико-математического образования АППО, СПб.

Продукт:

Материалы:

Геометрия, 7-9 классы [Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.]