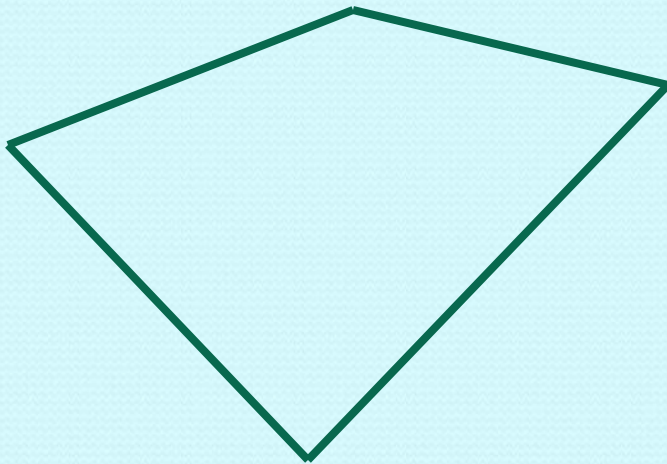
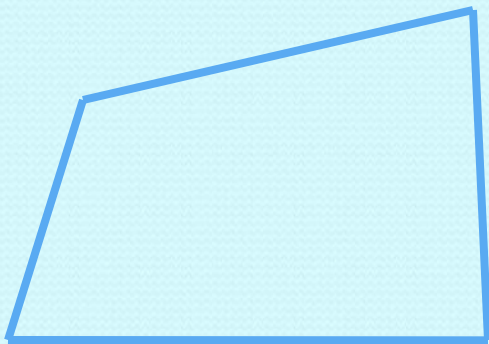


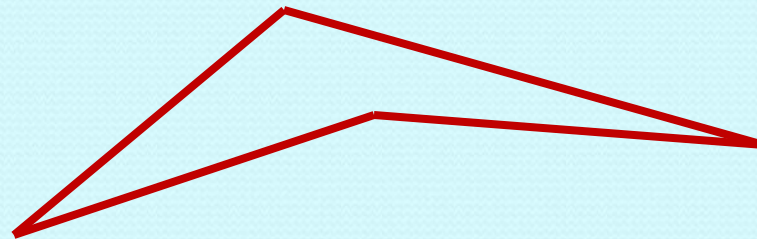
# ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ



Четырехугольником называется фигура, которая состоит из четырех точек (вершины) и четырех последовательно соединяющих их отрезков (стороны)



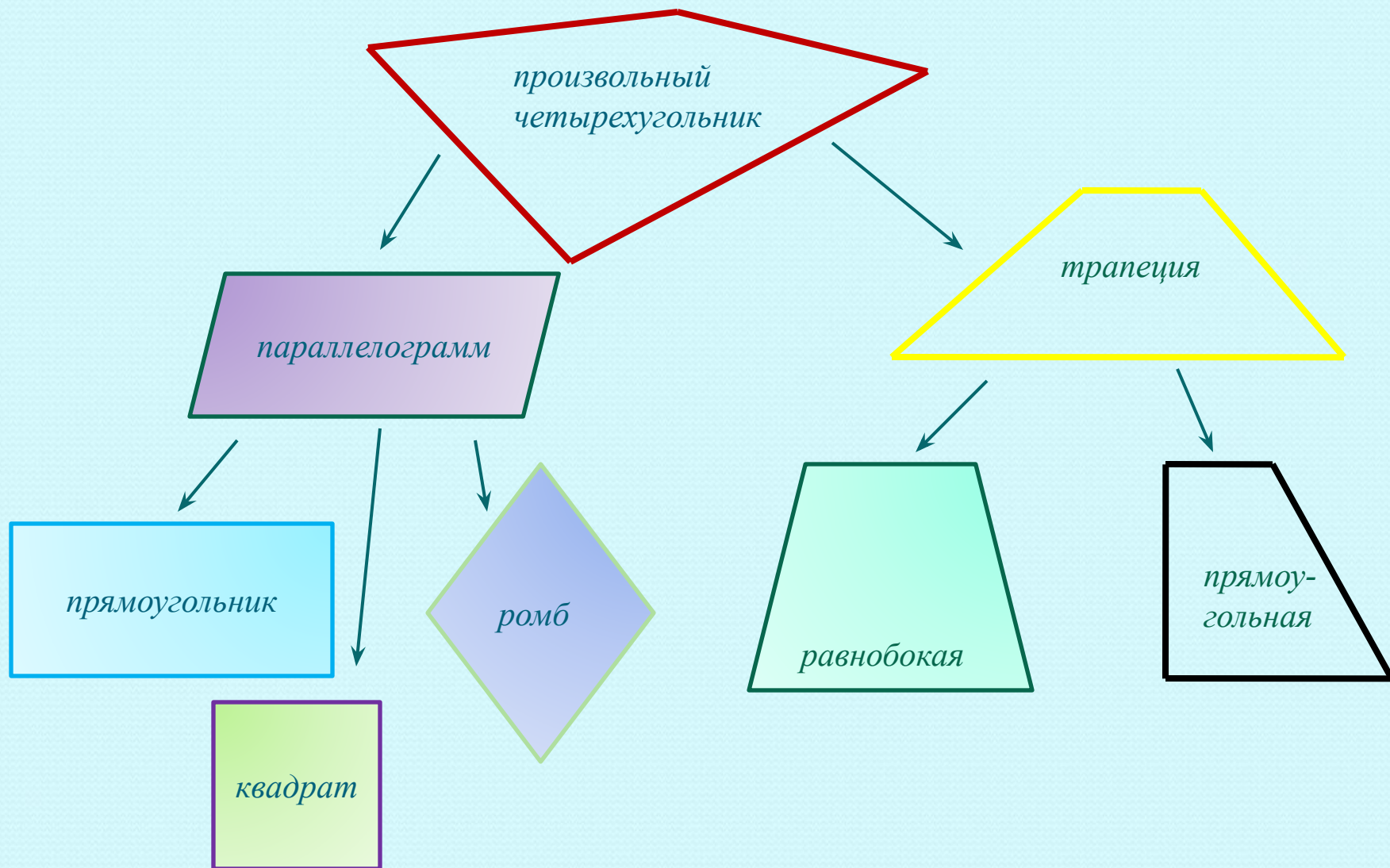
выпуклый  
четырехугольник



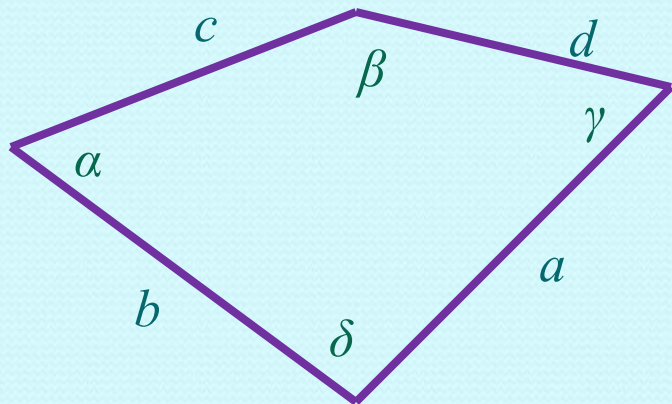
невыпуклый  
четырехугольник

Учитель математики МАОУ СОШ № 22  
г. Тамбова Склярова Светлана Александровна

# ВИДЫ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКОВ

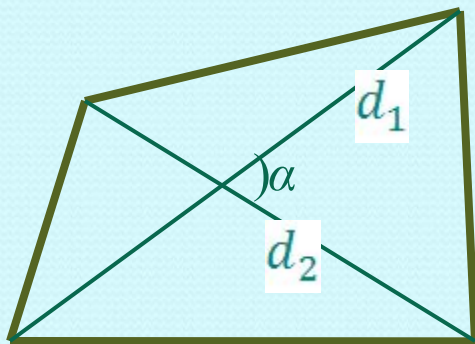


# ПРОИЗВОЛЬНЫЙ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИК



Сумма внутренних углов равна:

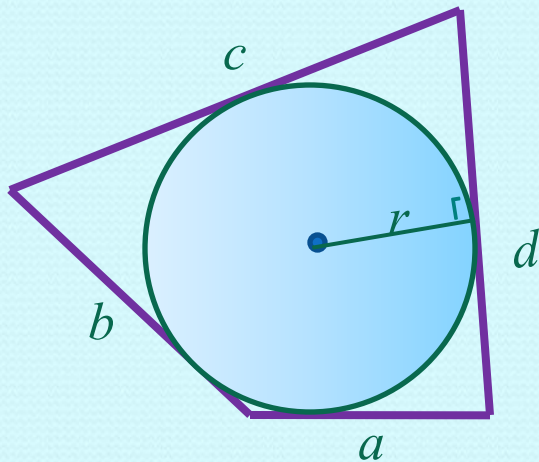
$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^{\circ}$$



Площадь (через диагонали и  
угол между ними):

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \alpha$$

# ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИК, ОПИСАННЫЙ ОКОЛО ОКРУЖНОСТИ



Четырехугольник можно описать около окружности, если суммы противоположных сторон равны:

$$a + c = b + d$$

Если четырехугольник описан около окружности, то суммы противоположных сторон равны.

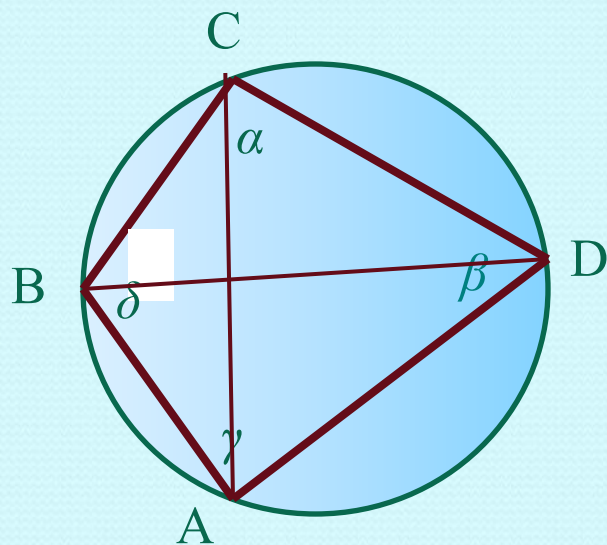
Центр описанной окружности – точка пересечения биссектрис углов этого четырехугольника.

$$S = pr$$

$$p = \frac{a + b + c + d}{2}$$

$p$  – полупериметр,  $r$  – радиус вписанной окружности

# ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИК, ВПИСАННЫЙ В ОКРУЖНОСТЬ



Четырехугольник можно вписать в окружность, если сумма противоположных углов равна :

$$\alpha + \gamma = \beta + \delta = 180^{\circ}$$

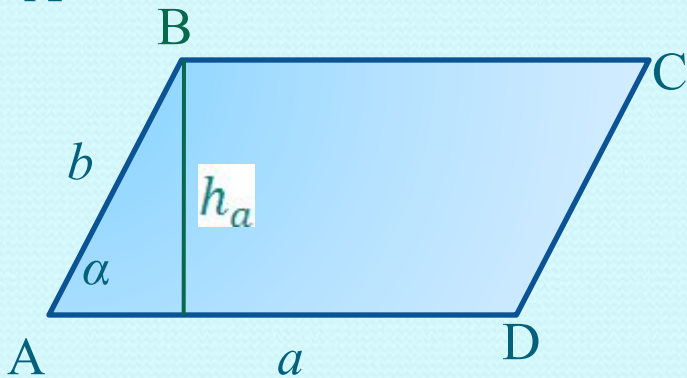
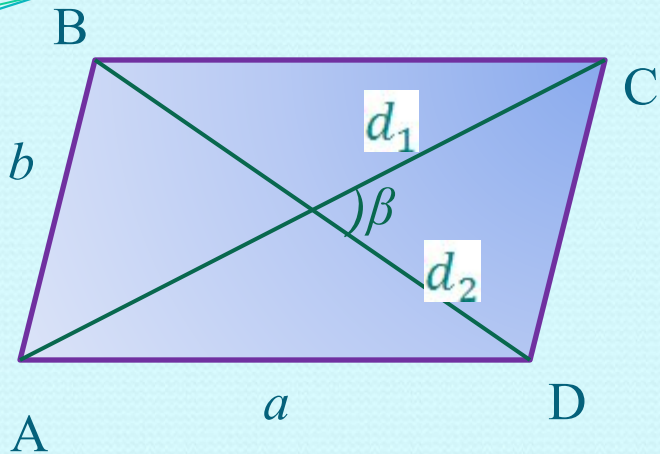
Если четырехугольник вписан в окружность, то суммы противоположных углов равны  $180^{\circ}$

Центр описанной окружности – точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам этого четырехугольника.

Произведение диагоналей вписанного четырехугольника равно сумме произведений противоположных сторон четырехугольника (теорема Птолемея):  $AB \cdot CD + AD \cdot BC = AC \cdot BD$

$$S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)} \quad , \quad p = \frac{a+b+c+d}{2}$$

# ПАРАЛЛЕЛОГРАММ



$$S = ah_a \quad S = ab \sin \alpha$$

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \beta$$

Параллелограмм – это четырехугольник, противоположные стороны которого попарно параллельны.

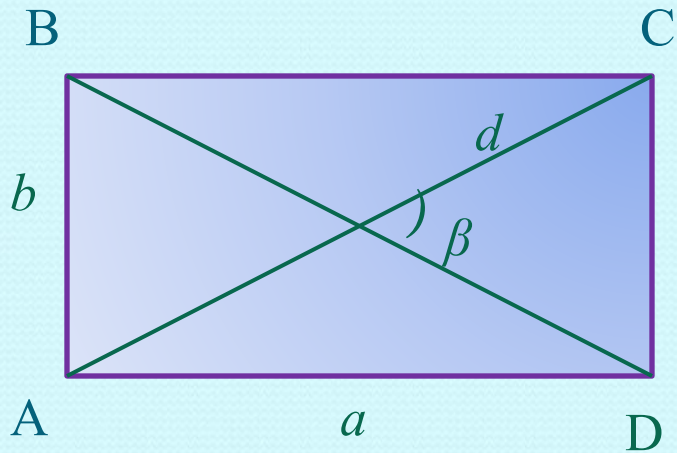
Сумма квадратов диагоналей равна сумме квадратов его сторон:

$$d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2)$$

Признаки:

1. Противоположные стороны попарно равны.
2. Две противоположные стороны равны и параллельны.
3. Диагонали в точке пересечения делятся пополам.
4. Противоположные углы попарно равны.

# ПРЯМОУГОЛЬНИК



$$S = ab$$

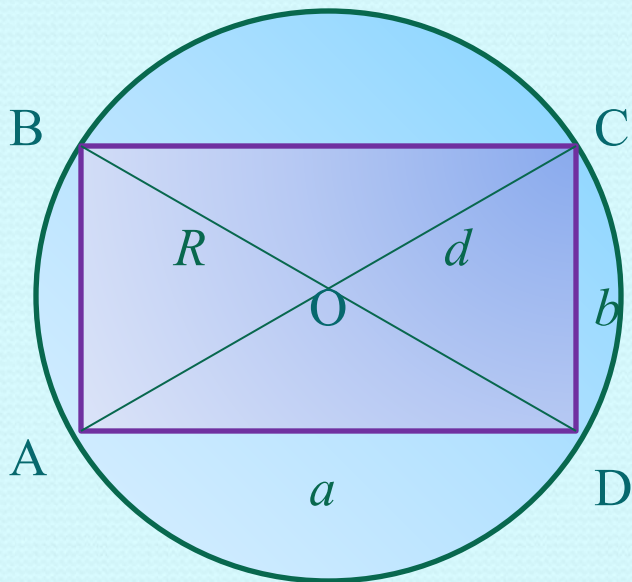
$$S = \frac{1}{2} d^2 \sin \beta$$

$\beta$  угол между диагоналями

проверь  
себя

Прямоугольник – это параллелограмм, у которого все углы прямые.  
Диагонали прямоугольника равны ( $AC = BD$ ) и точкой пересечения делятся пополам.

# ОКРУЖНОСТЬ, ОПИСАННАЯ ОКОЛО ПРЯМОУГОЛЬНИКА



Около любого прямоугольника можно описать окружность.

Радиус описанной окружности  $R = OB$

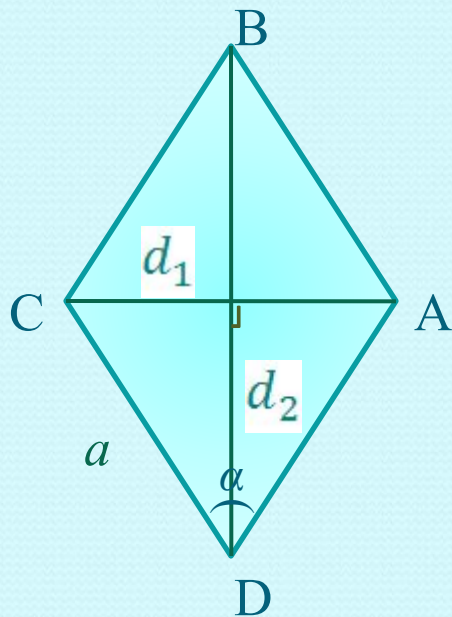
$$R = \frac{d}{2}$$

где  $d$  – диагональ  
прямоугольника

$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$



# РОМБ



Ромб – это параллелограмм, у которого все стороны равны.

Диагонали в ромбе взаимно перпендикулярны, делятся в точке пересечения пополам и являются биссектрисами его углов.

$$S = ah$$

$$S = 2ar$$

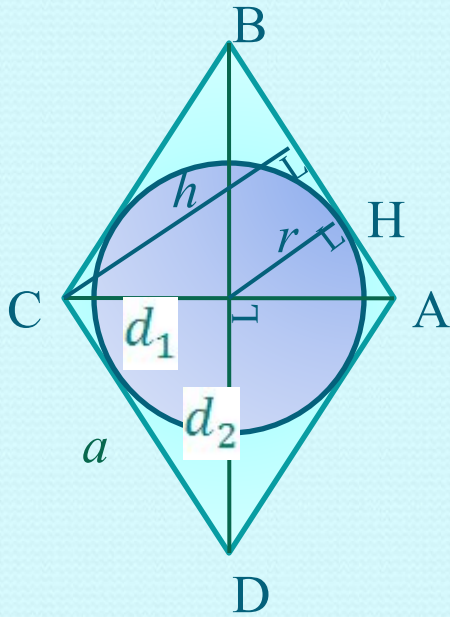
$r$  – радиус вписанной окружности

$$S = a^2 \sin \alpha$$

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

$d_1, d_2$  - диагонали

# ОКРУЖНОСТЬ, ВПИСАННАЯ В РОМБ



В любой ромб можно вписать окружность.  
Радиус вписанной окружности ( $r$ )  
удовлетворяет соотношениям:

$$r = \frac{h}{2}$$

$$r = \frac{d_1 d_2}{4a}$$

, где  $h$  - высота ромба  
 $a$  - его сторона  
 $d_1, d_2$  диагонали

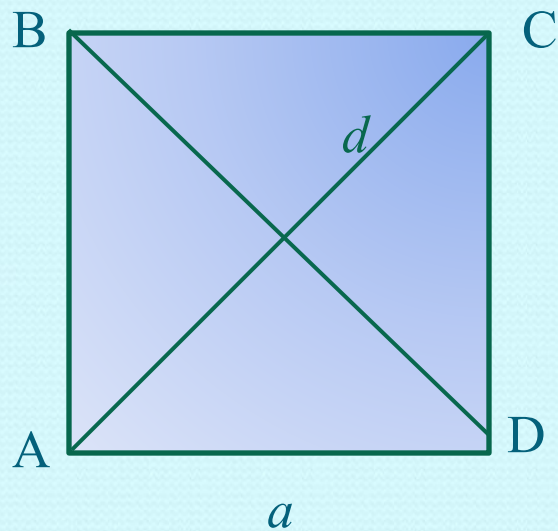
Точка касания вписанной окружности делит сторону ромба на отрезки, связанные с его диагоналями и радиусом вписанной окружности следующими соотношениями:

$$d_1 = 2\sqrt{AH \cdot AB}$$

$$d_2 = 2\sqrt{BH \cdot AB}$$

$$r = \sqrt{AH \cdot HB}$$

# КВАДРАТ



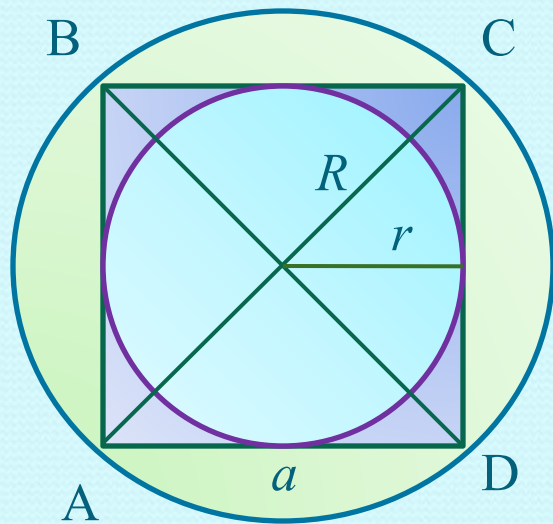
$$S = a^2$$

$$S = \frac{1}{2}d^2$$

$d$  - длина диагонали

Квадратом называется прямоугольник , у которого все стороны равны. Диагонали квадрата равны, взаимно перпендикулярны, делятся в точке пересечения пополам и являются биссектрисами его углов.

# ОКРУЖНОСТИ КВАДРАТА



Около квадрата можно описать окружность.

Радиус описанной окружности

$$R = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{d}{2}$$

где  $a$  – сторона квадрата

$d$  - его диагональ

В квадрат можно вписать окружность с радиусом

$$r = \frac{a}{2}$$