

---

# «Трапеция»

Урок геометрии в 8 классе

**Учитель:** Мотявина Елизавета Валентиновна  
МБОУ Елизаровская СШ

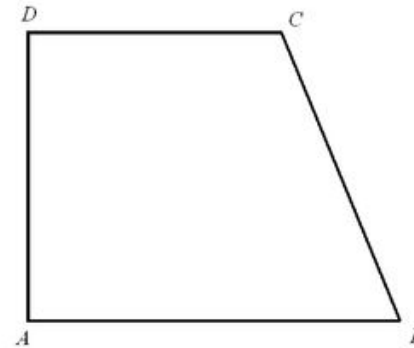
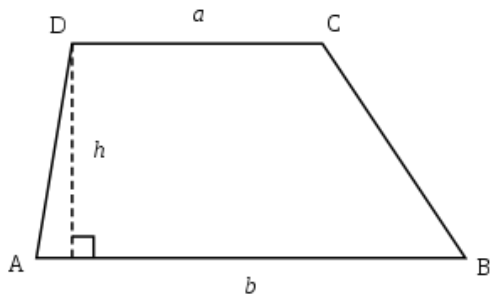
---

- 
- **Цель работы:** Систематизировать сведения о трапеции

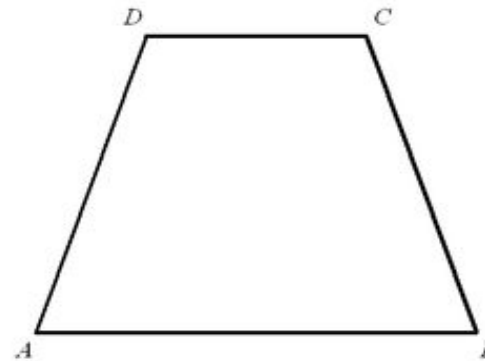
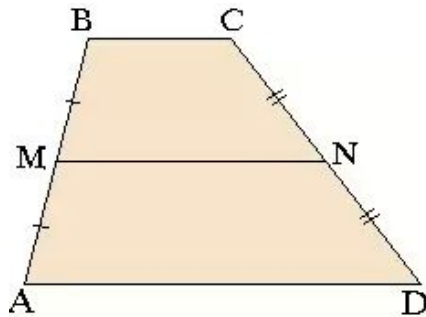
### **Задачи:**

- Повторить свойства трапеции и показать их применение при решении задач ГИА и ЕГЭ.
  - Показать применение формул площади трапеции при решении задач ГИА и ЕГЭ.
-

# 1. Трапеция и её свойства



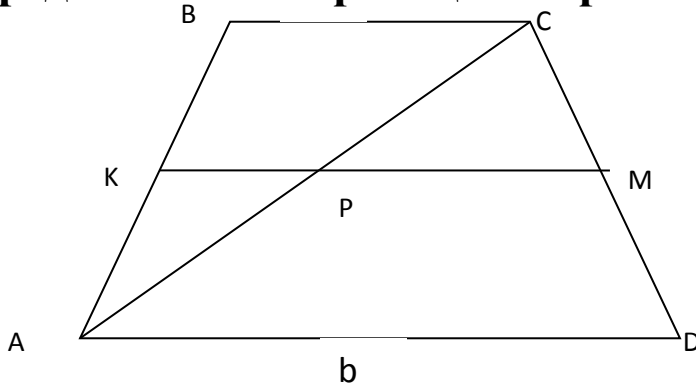
Прямоугольная трапеция



Равнобедренная трапеция

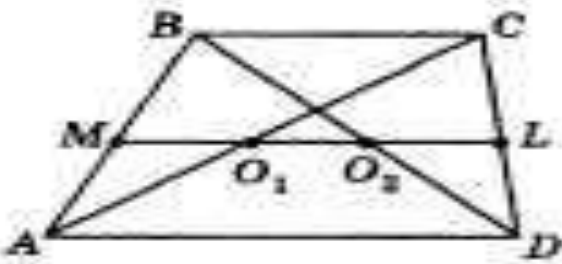
# Общие свойства трапеции

1. Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме.



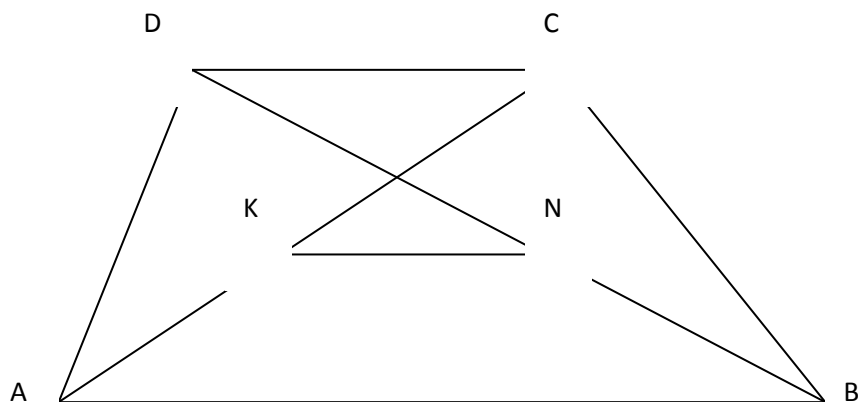
$$KM = \frac{a + b}{2}$$

2. Отрезок, соединяющий середины диагоналей, равен полуразности оснований.



$$O_1O_2 = \frac{AD - BC}{2}$$

## Пример (задание В6 ЕГЭ по математике 2012 г)



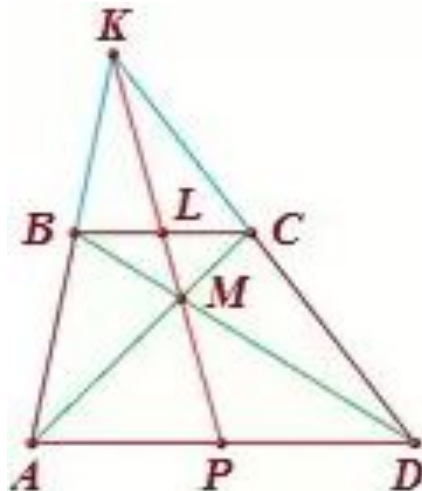
Основания трапеции равны 5 и 7. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции. (см. рис)

Решение:

$$KN = 7 - 5 = 2$$

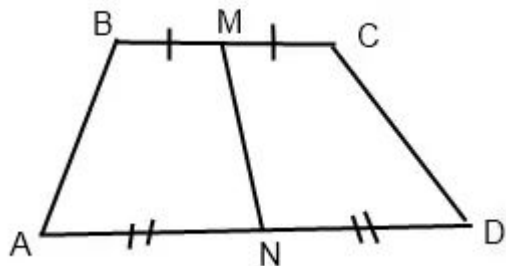
Ответ : 2.

**3. Точка пересечения диагоналей трапеции, точка пересечения продолжений ее боковых сторон и середины оснований лежат на одной линии.**



Доказательство

**4. Если сумма углов при любом основании трапеции равна  $90^\circ$ , то отрезок, соединяющий середины оснований, равен их полуразности.**

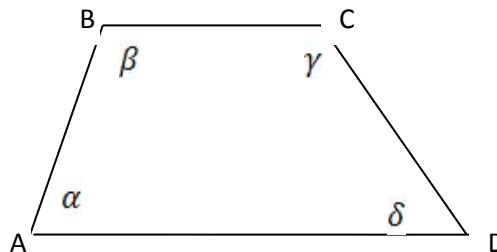


$$\angle A + \angle B = 90^\circ, \quad MN = \frac{AD - BC}{2}$$

**5. Сумма углов, прилежащих к любой боковой стороне, равна  $180^\circ$ :**

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

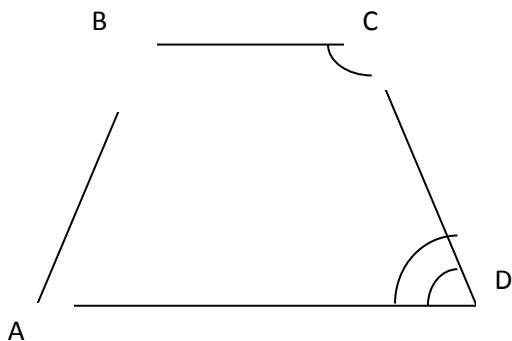
$$\gamma + \delta = 180^\circ$$



Доказательство

**Пример( № 11 ГИА 9 кл 2012):**

Угол C трапеции ABCD на  $30^\circ$  меньше угла D (см. рис). Найдите угол D. Ответ дайте в градусах.



Решение:

$$\angle C + \angle D = 180^\circ, \angle D = \angle C + 30^\circ$$

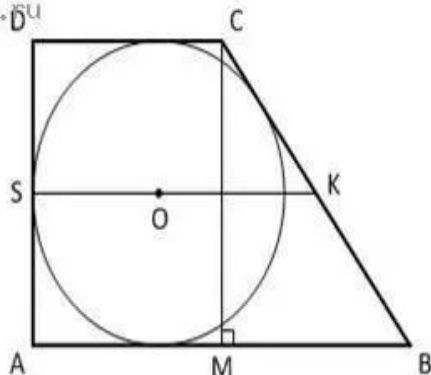
$$\angle C + \angle C + 30^\circ = 180^\circ$$

$$2\angle C = 180^\circ - 30^\circ$$

$$2\angle C = 150^\circ, \angle C = 75^\circ$$

$$\angle D = 75^\circ + 30^\circ = 105^\circ$$

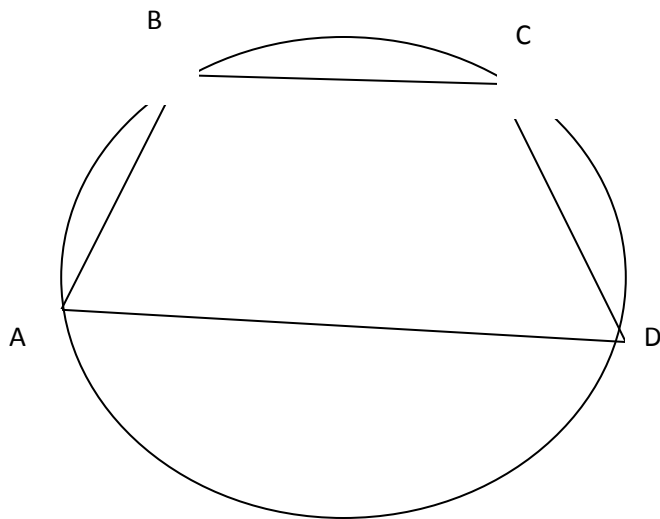
Ответ:  $105^\circ$



**6.В трапецию можно вписать окружность, если сумма оснований трапеции равна сумме её боковых сторон.**

$$AB + DC = AD + BC$$

**7.Около трапеции можно описать окружность, если сумма её противоположных углов равна  $180^{\circ}$ .**

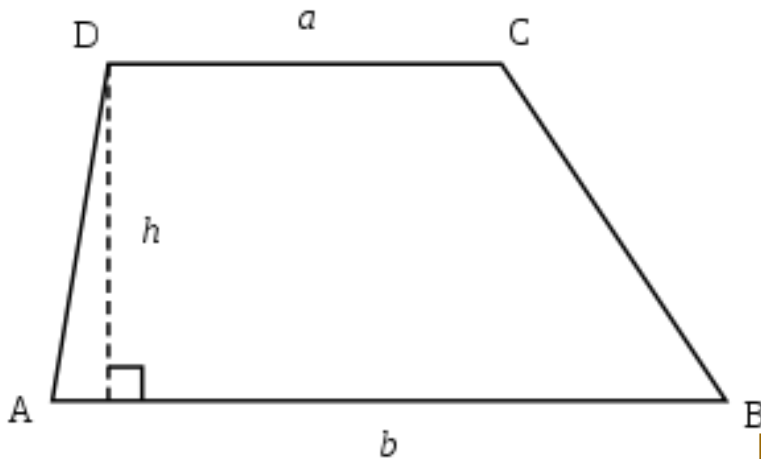


$$\angle A + \angle C = \angle B + \angle D$$



## 2. Формулы площади трапеции

1. Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту:

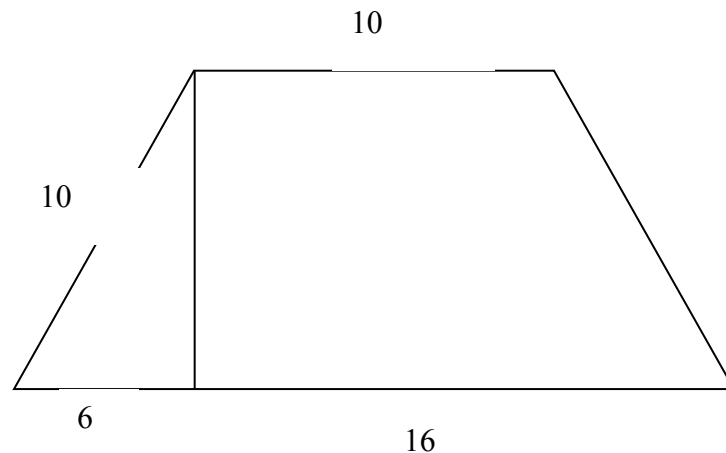


$$S = \frac{1}{2}(a + b) \cdot h$$

Пример

## Пример (№17 ГИА 2012):

Найти площадь трапеции изображенной на рисунке:



Решение:

По теореме Пифагора:

$$h = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

$$a = 10, b = 6 + 16 = 22$$

$$S = \frac{10 + 22}{2} * 8 = 128$$

Ответ: 128

**Формула площади трапеции, где  $a, b$  – основания трапеции,  $c, d$  – боковые стороны трапеции:**

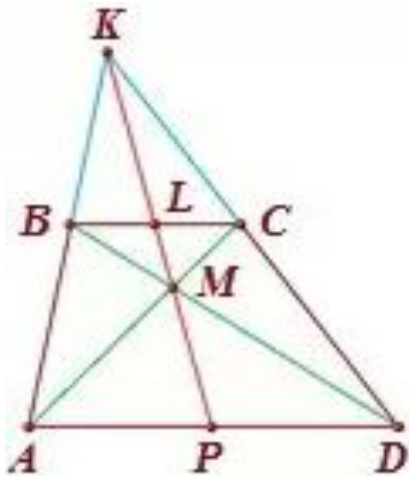
$$S = \frac{a + b}{2} \sqrt{c^2 - \left( \frac{(b - a)^2 + c^2 - d^2}{2(b - a)} \right)^2}$$

Пример



---

## Доказательство свойства № 3:



Обозначаем через  $L$  и  $P$  середины оснований  $AD$  и  $BC$  трапеции  $ABCD$ ;  $M$ -точка пересечения её диагоналей,  $K$  - точка пересечения продолжений боковых сторон.

Докажем, что точки  $K$ ,  $L$ ,  $P$  лежат на одной прямой. Это следует из подобия треугольников  $BKC$  и  $AKD$ . В каждом из них отрезки  $KP$  и  $KL$  соответственно являются медианами, а значит, они делят угол при вершине  $K$  на одинаковые части.

Точно также на одной прямой расположены точки  $M, P, L$ . (Здесь это следует из подобия треугольников  $BMC$  и  $DMC$ .) Значит, все четыре точки  $K, P, M$  и  $L$  лежат на одной прямой, т.е. прямая  $KM$  проходит через  $P$  и  $L$ .

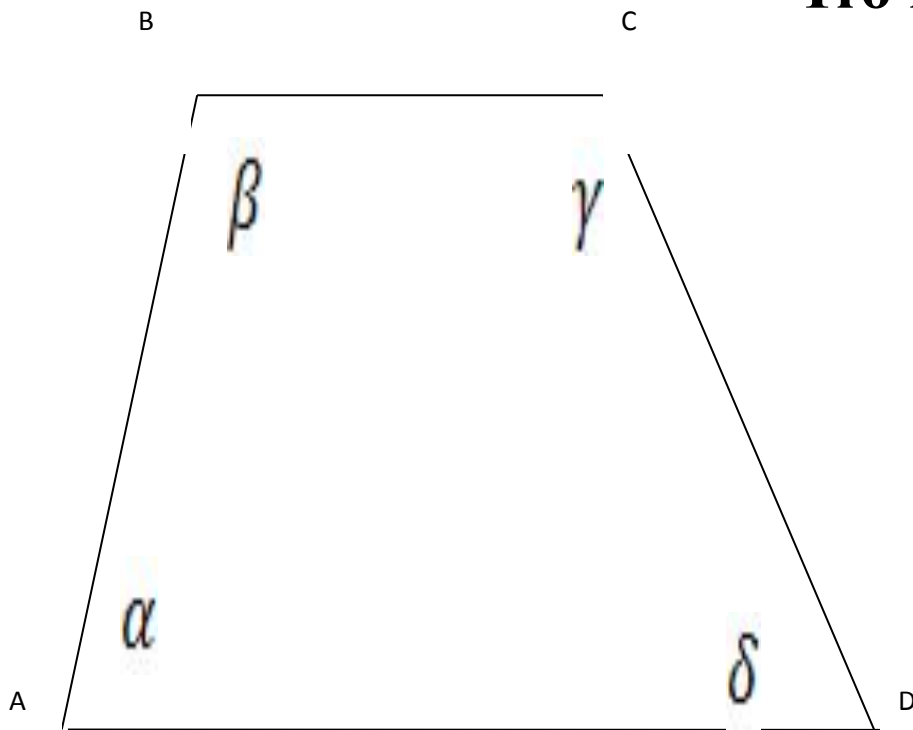
Что и требовалось доказать.



## Доказательство свойства № 5:

Прямые  $BC$  и  $AD$  - параллельны,  $AB$  – секущая,  $\alpha + \beta = 180^\circ$  - как сумма односторонних углов.

**Что и требовалось доказать.**



Пример:

В трапеции ABCD известны длины оснований  $BC = 16$ ,  $AD = 19$  и боковых сторон  $AB = 5$ ,  $CD = 4$ . Найти площадь этой трапеции.

Решение:

$$S = \frac{a + b}{2} \sqrt{c^2 - \left( \frac{(b - a)^2 + c^2 - d^2}{2(b - a)} \right)^2}$$

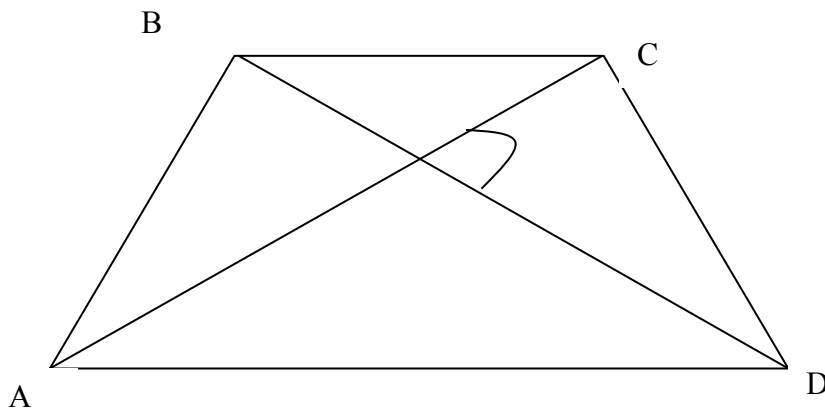
$$a = 16, b = 19, c = 5, d = 4$$

$$S = \frac{16 + 19}{2} \sqrt{5^2 - \left( \frac{(19 - 16)^2 + 5^2 - 4^2}{2(19 - 16)} \right)^2}$$

Ответ: 70.



- **Площадь трапеции равна половине произведения диагоналей на синус угла между ними.**



$$S = AC * BD * \sin\alpha$$

## Пример (№17 ГИА 2011):

Найти площадь трапеции, диагонали которой взаимно перпендикулярны и соответственно равны 19 и 26.

Решение

$$S = 0.5 * 19 * 26 * \sin 90^{\circ} = 19 * 13 * 1 = 247$$

Ответ: 247.

