

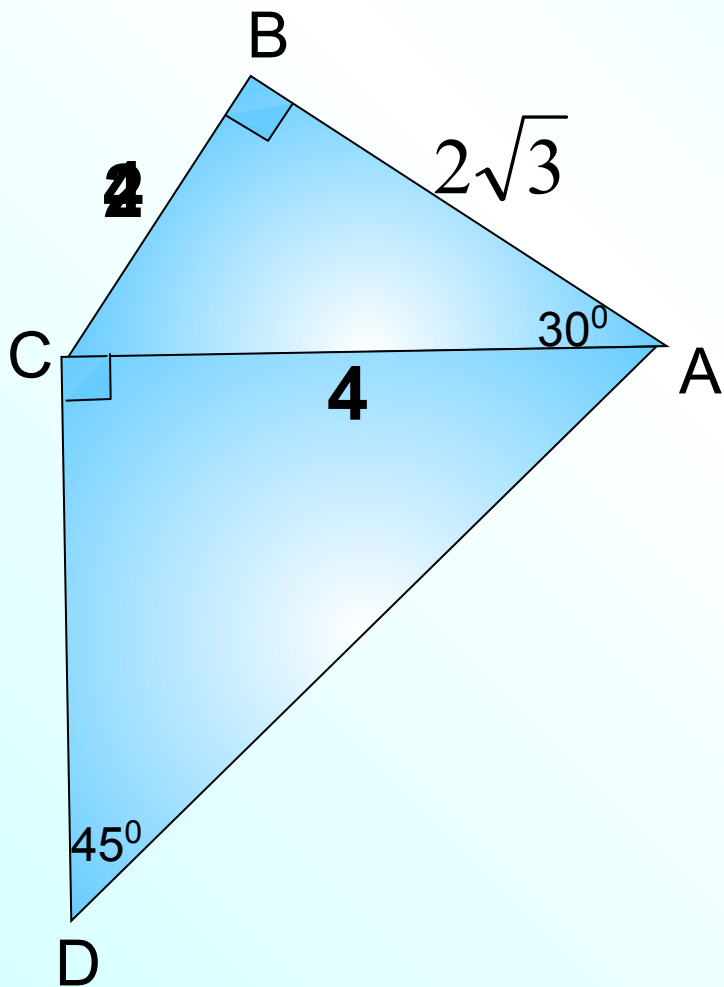
*8 класс*

# *Теорема, обратная теореме Пифагора*

*Л.С. Атанасян      Геометрия 7-9*

**Повторение**

Найти  $S_{ABCD}$



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AB$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

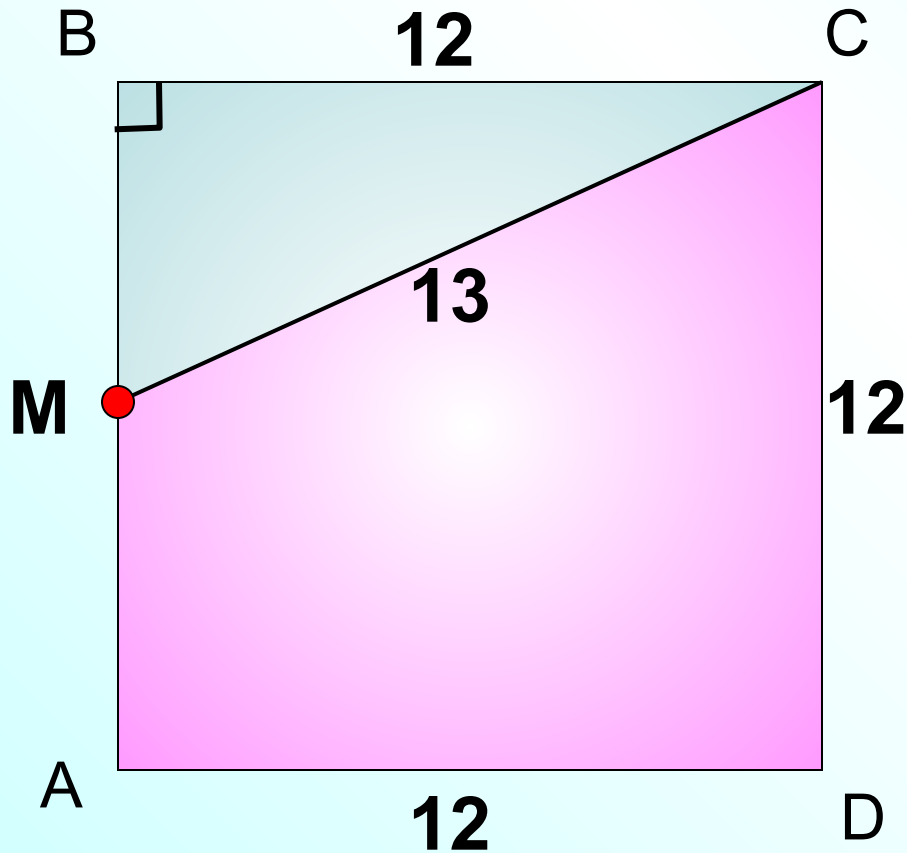
$$S_{ADC} = \frac{1}{2} DC \cdot AC$$

$$S_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8$$

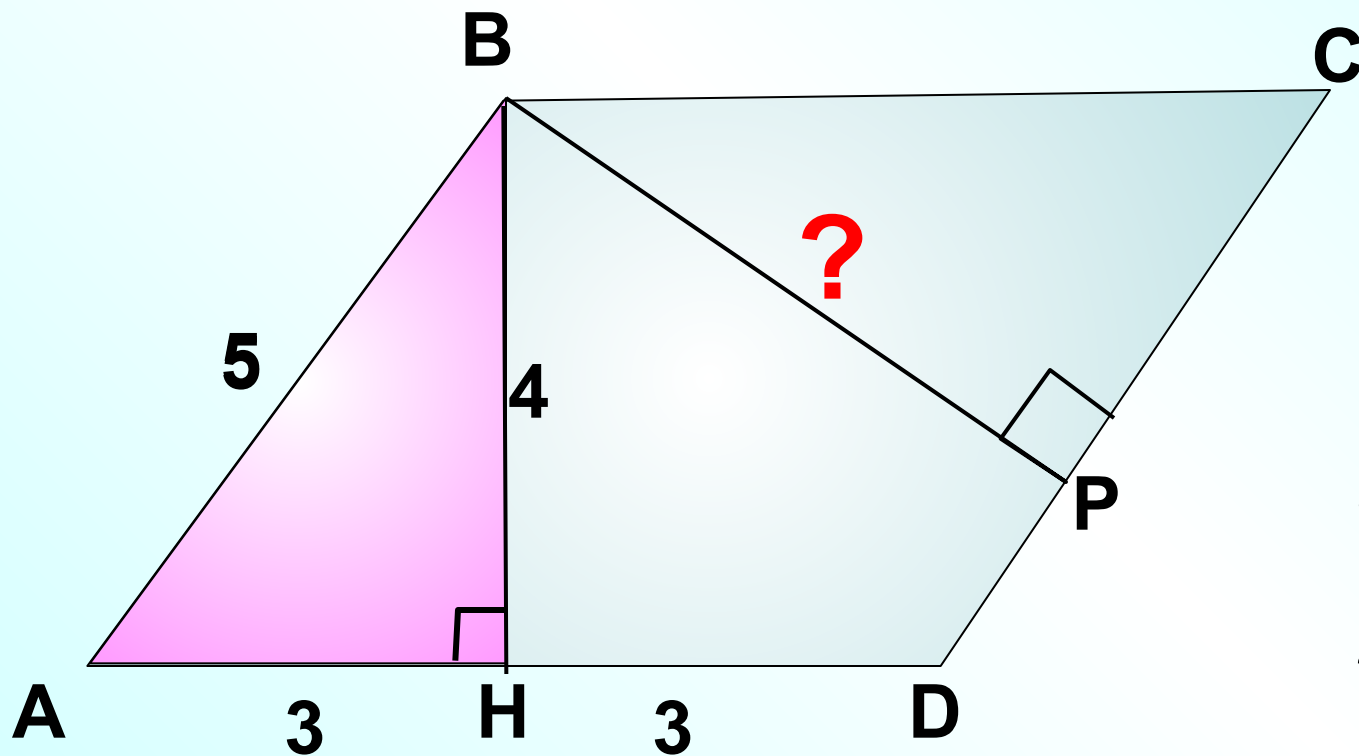
+

## Повторение

На стороне  $AB$  квадрата  $ABCD$ , равной  $12$  см, отмечена точка  $M$  так, что  $MC = 13$  см. Найдите площадь четырехугольника  $AMCD$ .



Меньшая высота параллелограмма равна 4 см и делит большую сторону на отрезки, каждый из которых равен по 3 см. Найдите большую высоту параллелограмма.



$$S_{ABCD} = AD \cdot BH$$

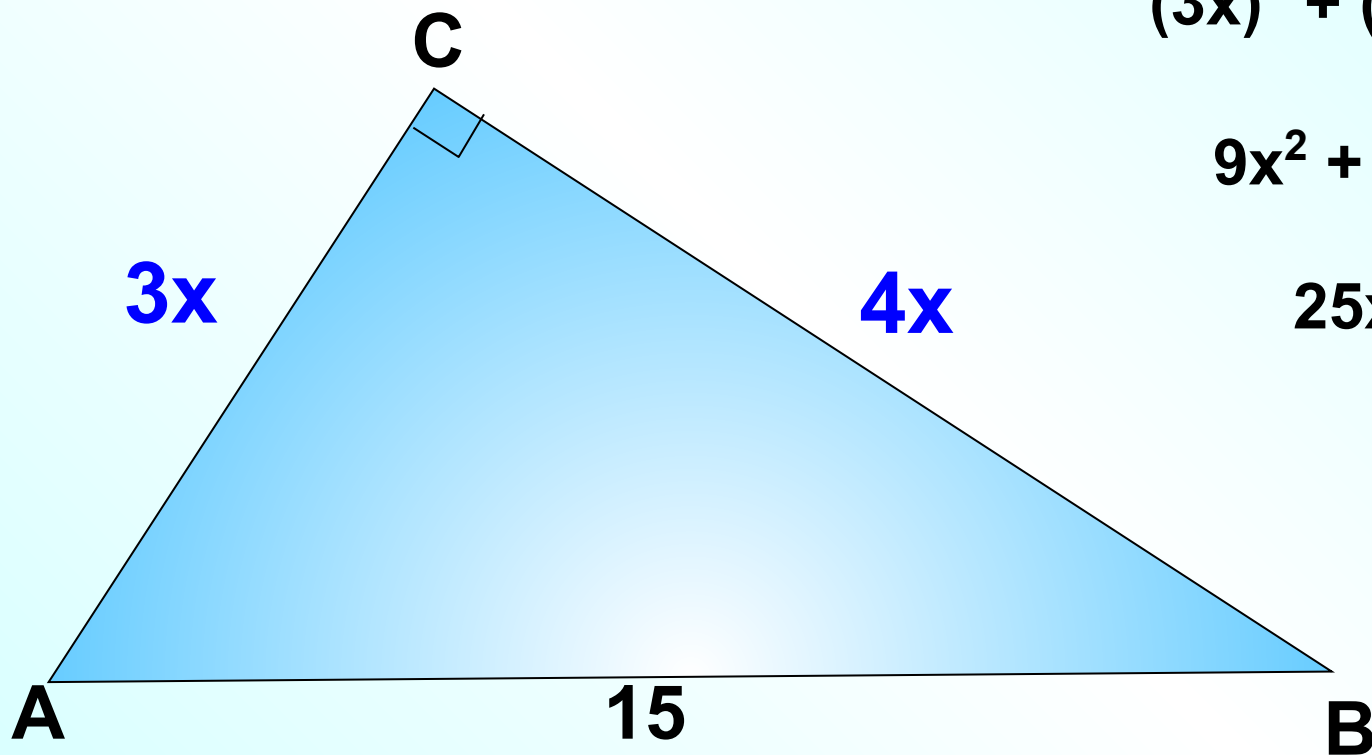
$$S_{ABCD} = 24$$

$$S_{ABCD} = CD \cdot BP$$

$$24 = 5 \cdot BP$$

$$BP = 4,8$$

Катеты прямоугольного треугольника относятся как 3 : 4, а гипотенуза равна 15 см. Найдите периметр треугольника.



$$(3x)^2 + (4x)^2 = 15^2$$

$$9x^2 + 16x^2 = 225$$

$$25x^2 = 225$$

$$x^2 = 9$$

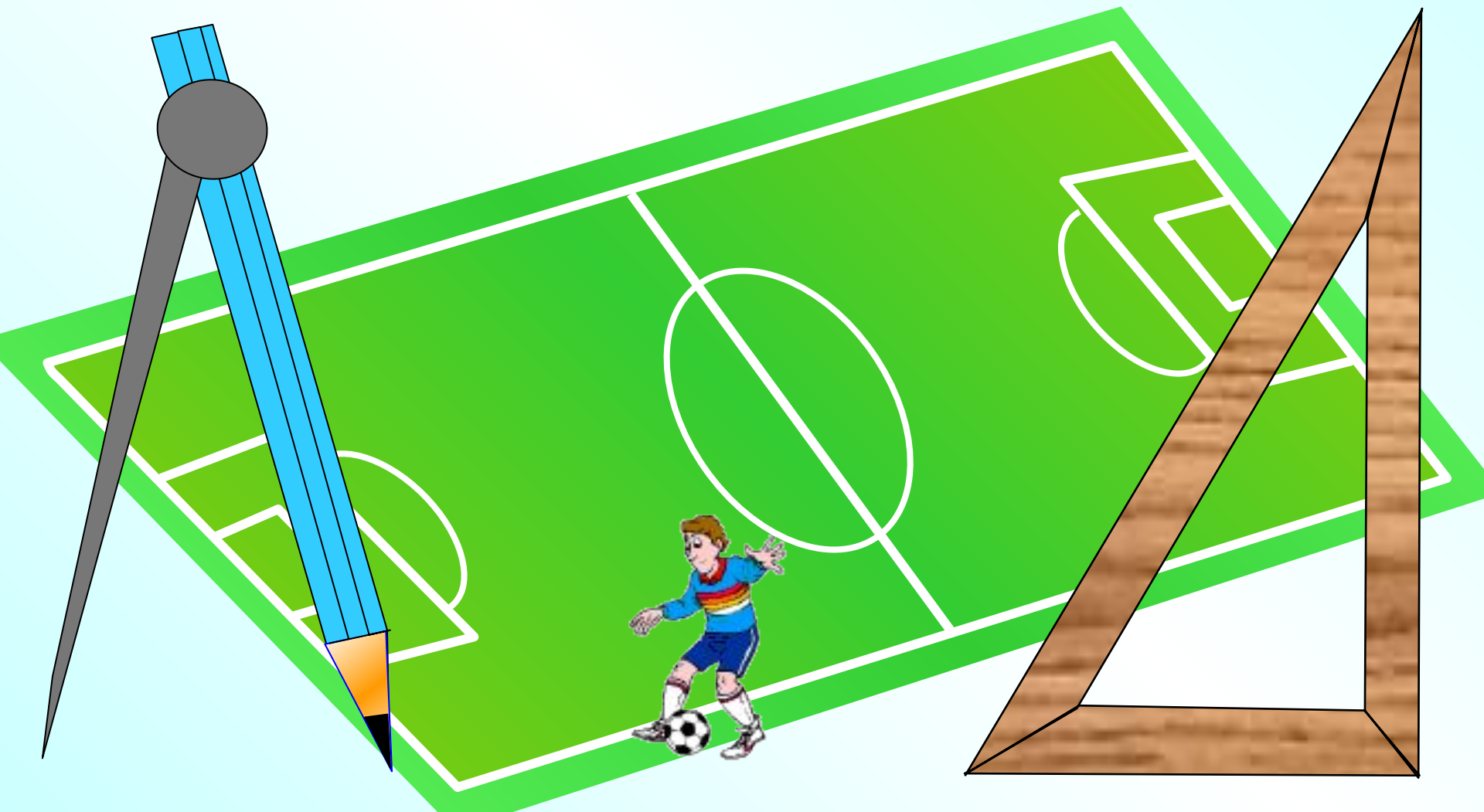
$$x = 3$$

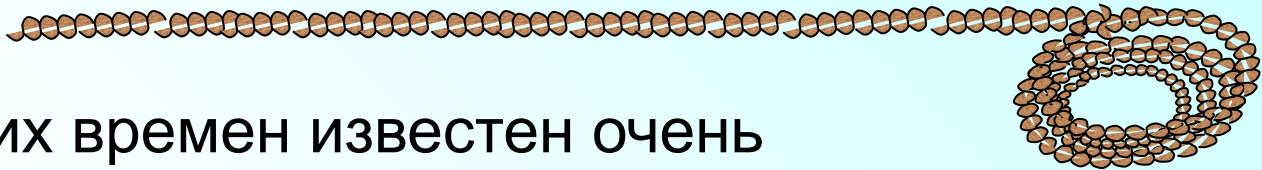
Стороны треугольника 9, 12, 15.  $P = 36$

**Найти более простой способ.**

## Построение прямого угла на местности

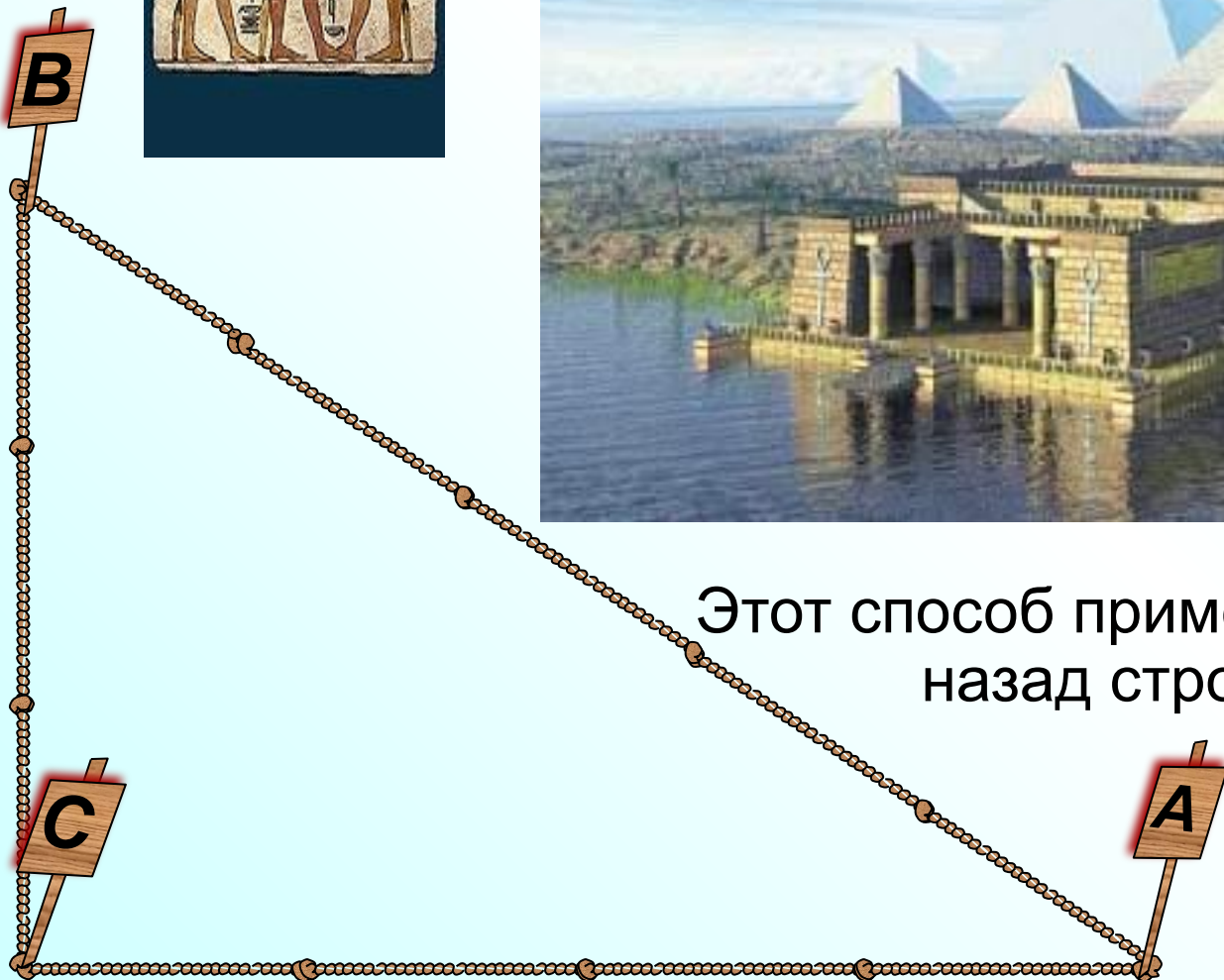
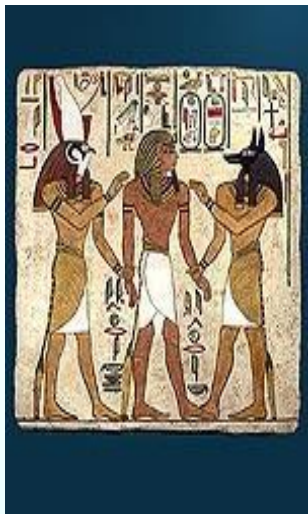
Для построения прямоугольной площадки для игры в футбол следовало бы взять угольник и циркуль таких размеров.





С древних времен известен очень простой способ построения прямых углов на местности.





Этот способ применялся тысячелетия  
назад строителями египетских  
пирамид.



## Теорема, обратная теореме Пифагора.

Если квадрат одной стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон, то треугольник прямоугольный.

Существует бесчисленное множество целых положительных чисел, удовлетворяющих соотношению

$$c^2 = a^2 + b^2.$$

Они называются **пифагоровыми числами**

Вот несколько троек пифагоровых чисел.

$$3^2 + 4^2 = 5^2 \quad 6^2 + 8^2 = 10^2 \quad 9^2 + 12^2 = 15^2 \quad 12^2 + 16^2 = 20^2$$

$$5^2 + 12^2 = 13^2$$

$$7^2 + 24^2 = 25^2$$

$$9^2 + 40^2 = 41^2$$

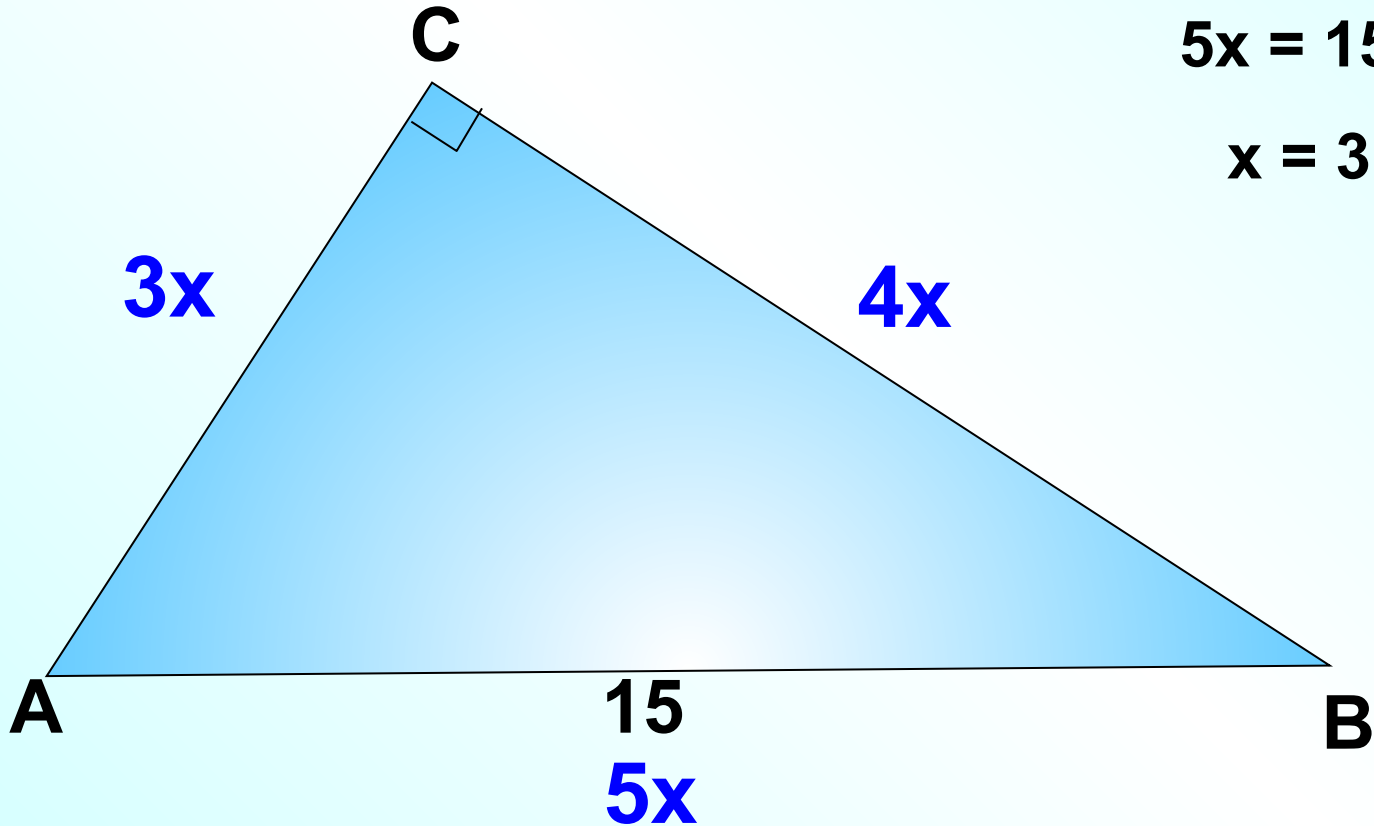
$$11^2 + 60^2 = 61^2$$

$$13^2 + 84^2 = 85^2$$

Треугольник со сторонами 3, 4 и 5 часто называют **египетским треугольником** т. к. он был известен еще древним египтянам.



Катеты прямоугольного треугольника относятся как 3 : 4, а гипотенуза равна 15 см. Найдите периметр треугольника.



$$5x = 15$$

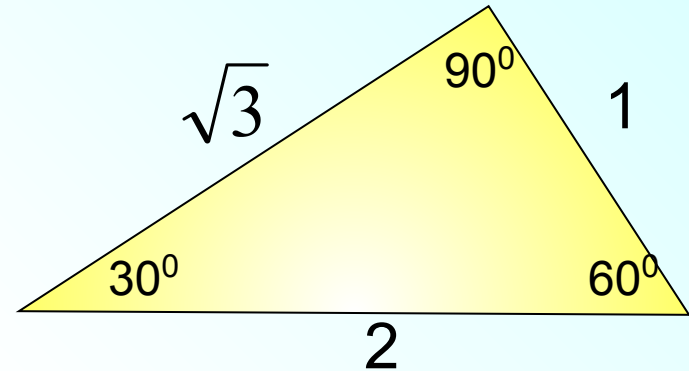
$$x = 3$$

## Блиц-опрос

Определить углы треугольника со сторонами 1,  $\sqrt{3}$ , 2

2 – большая сторона

$$2^2 = (\sqrt{3})^2 + 1^2$$



Треугольник – прямоугольный,  
гипотенуза 2, катеты 1 и  $\sqrt{3}$

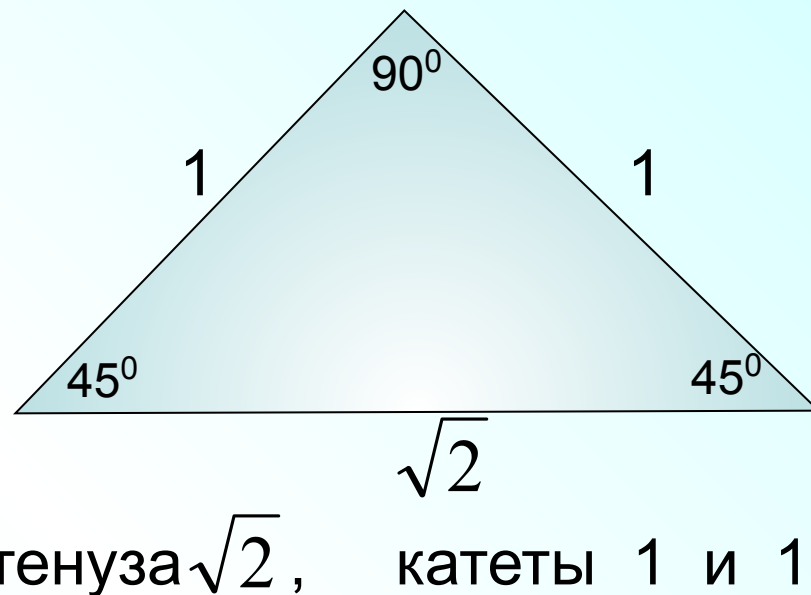
Углы треугольника  $90^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $30^\circ$ , т.к. катет, равный 1, в два раза больше гипотенузы 2.

## Блиц-опрос

Определить углы треугольника со сторонами 1, 1,  $\sqrt{2}$

$\sqrt{2}$  – большая сторона

$$(\sqrt{2})^2 = 1^2 + 1^2$$



Треугольник – прямоугольный,  
гипотенуза  $\sqrt{2}$ , катеты 1 и 1.

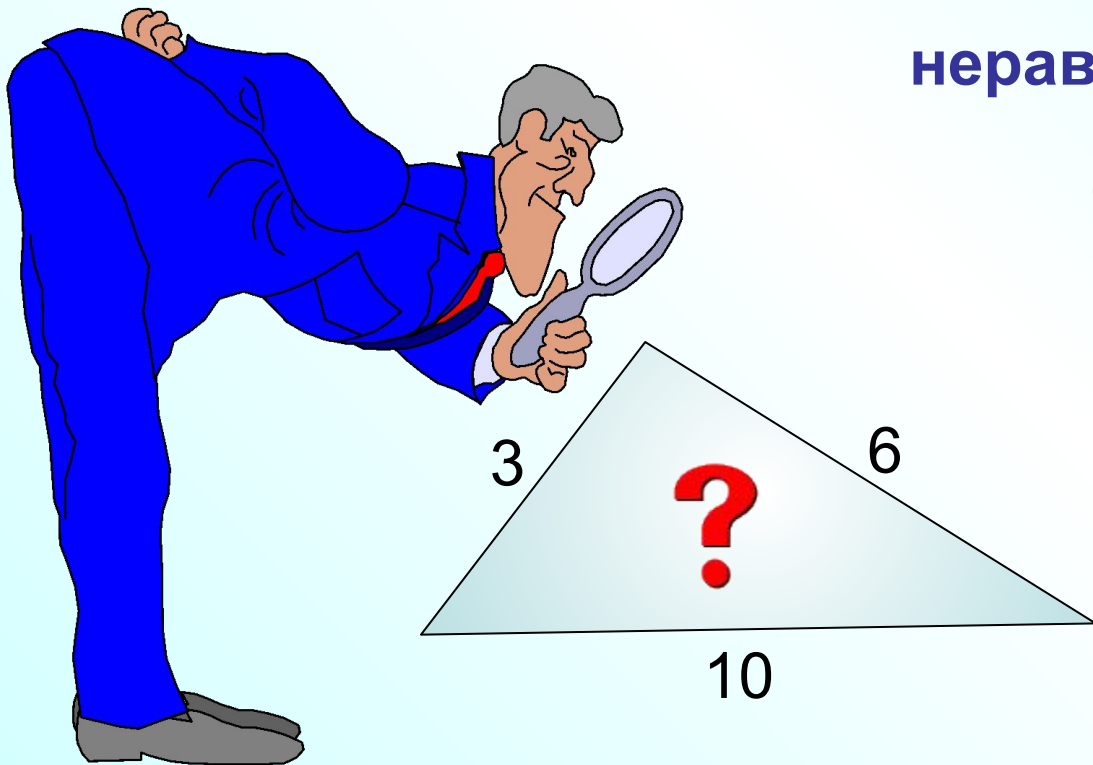
Углы треугольника  $90^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $45^\circ$ , т.к. треугольник равнобедренный.

## Блиц-опрос

Определить углы треугольника со сторонами 10, 6, 3

Треугольник со сторонами 3, 6, 10  
не существует,  
т. к. не выполняется  
**неравенство треугольника**

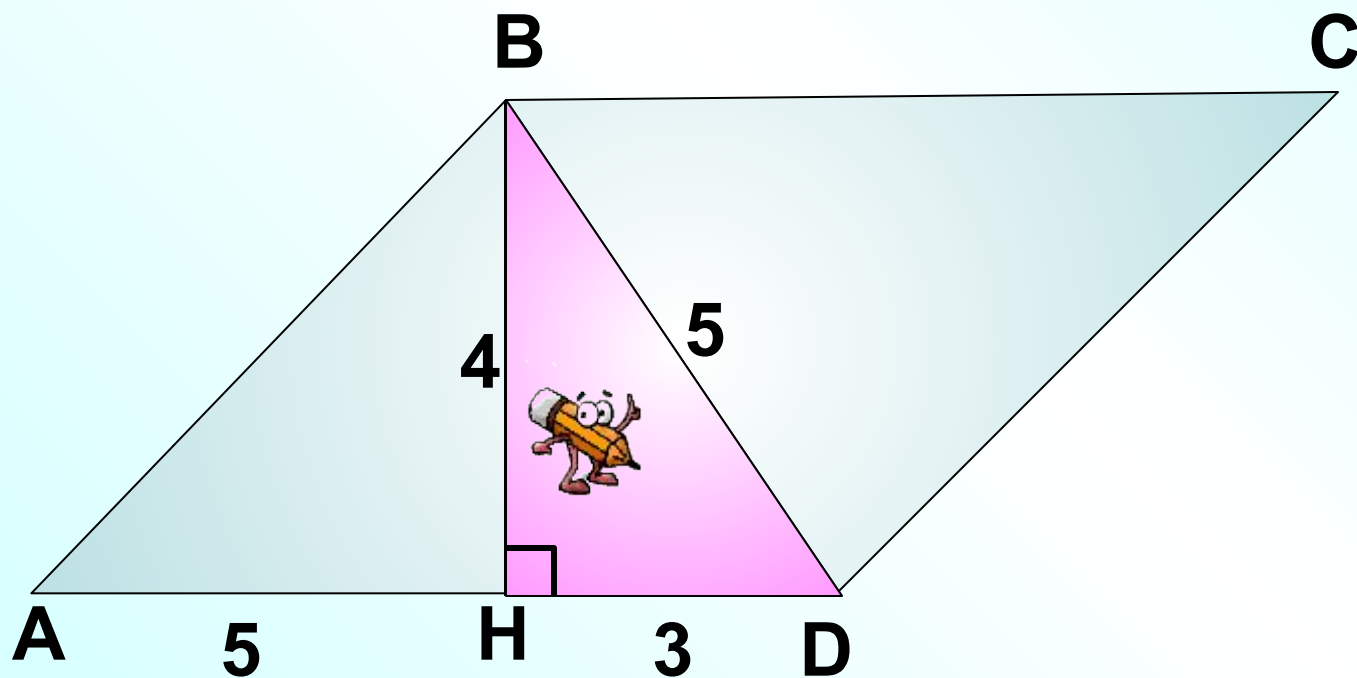
$$10 < 3 + 6 \quad (\text{Не верно})$$



## Блиц-опрос

Докажите, что треугольник  $BHD$  – прямоугольный.

Найдите  $S_{ABCD}$



$$5^2 = 4^2 + 3^2$$

(Верно)

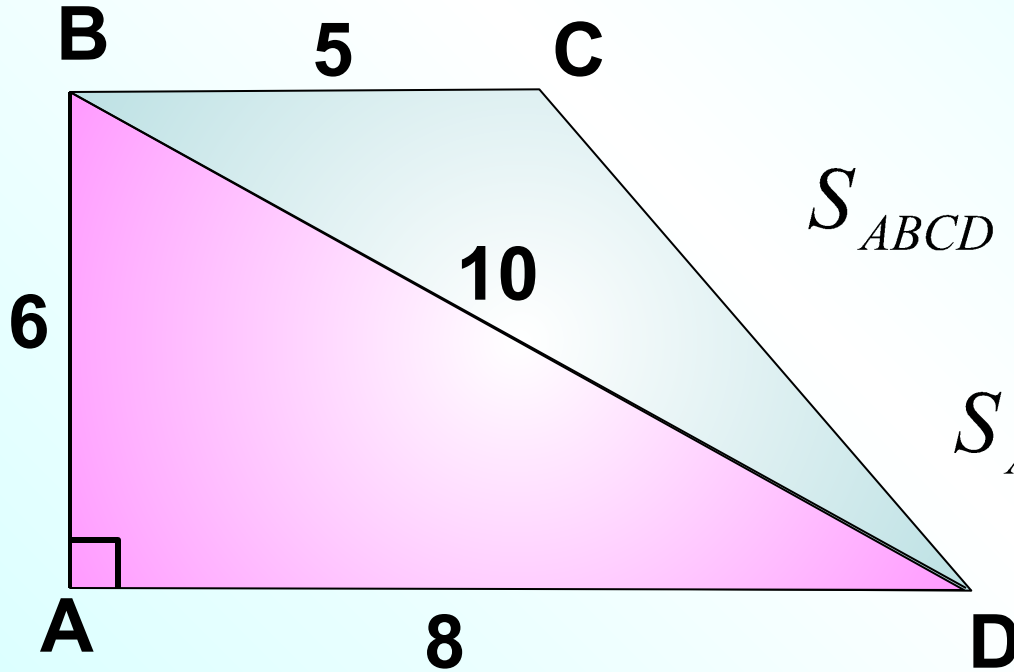
$$S_{ABCD} = AD \cdot BH$$

## Блиц-опрос

Найдите площадь трапеции ABCD с основаниями AD и BC.

$$10^2 = 8^2 + 6^2$$

(Верно)



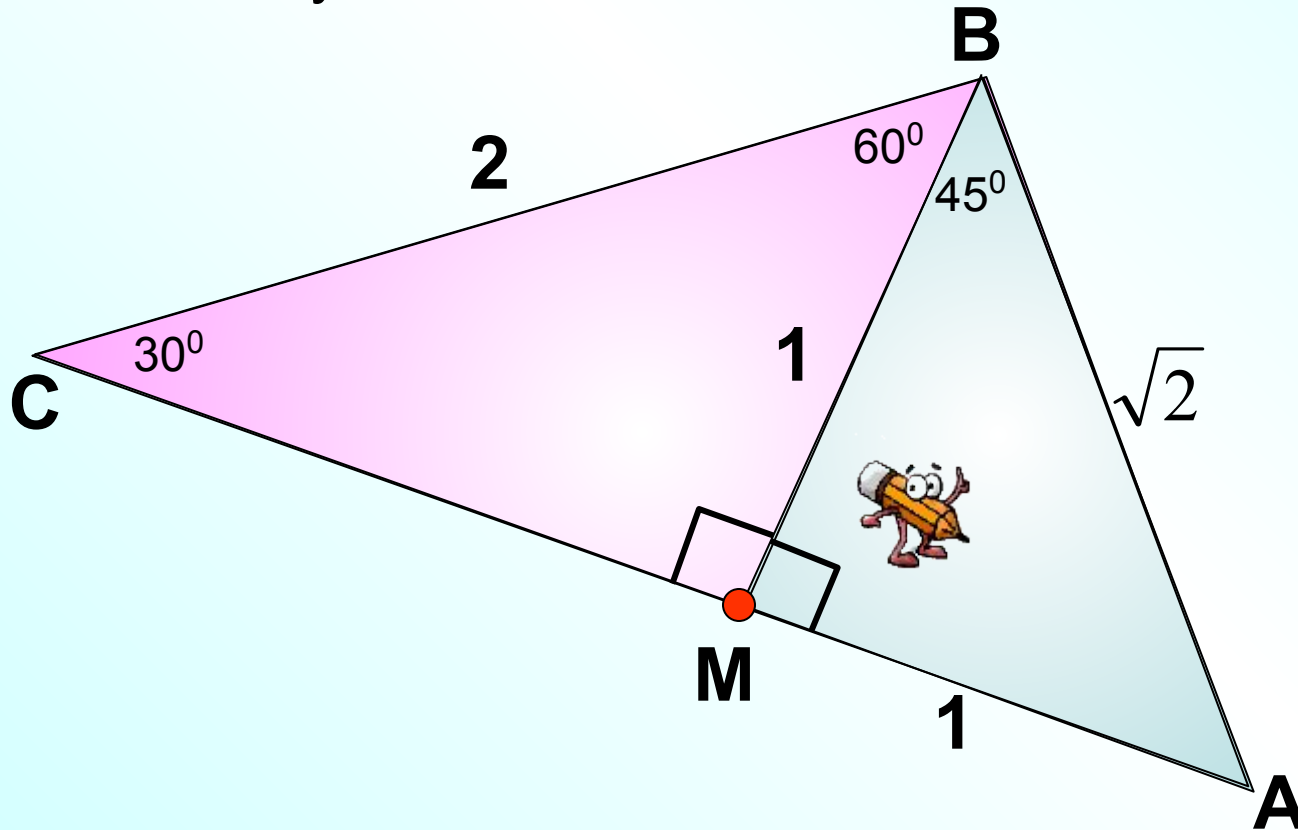
$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} (AD + BC) \cdot BA$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} (5 + 8) \cdot 6$$



## Тренировочные задания

В треугольнике ABC сторона  $AB = \sqrt{2}$ ,  $BC = 2$ . На стороне AC отмечена точка M так, что  $AM = 1$ ,  $BM = 1$ .  
Найдите угол ABC.

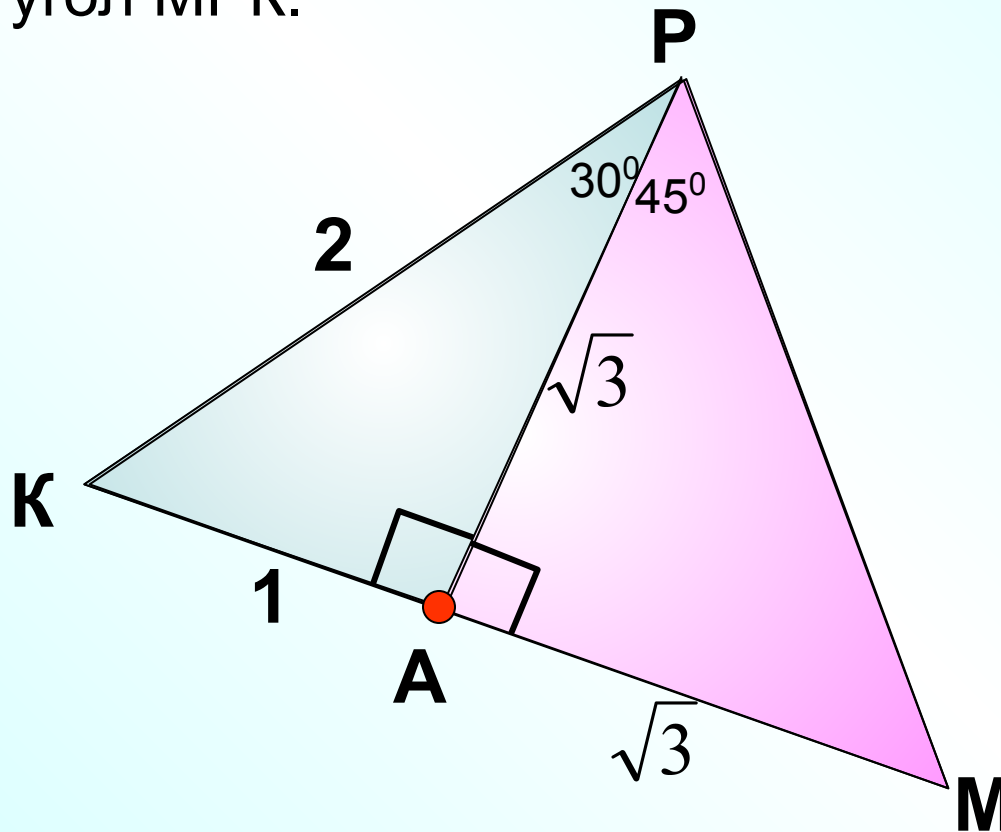


$$(\sqrt{2})^2 = 1^2 + 1^2$$

(Верно)

## Тренировочные задания

В треугольнике  $MPK$  сторона  $PK = 2$ . На стороне  $MK$  отмечена точка  $A$  так, что  $AM = AP = \sqrt{3}$ ,  $AK = 1$ .  
Найдите угол  $MPK$ .



$$2^2 = (\sqrt{3})^2 + 1^2$$

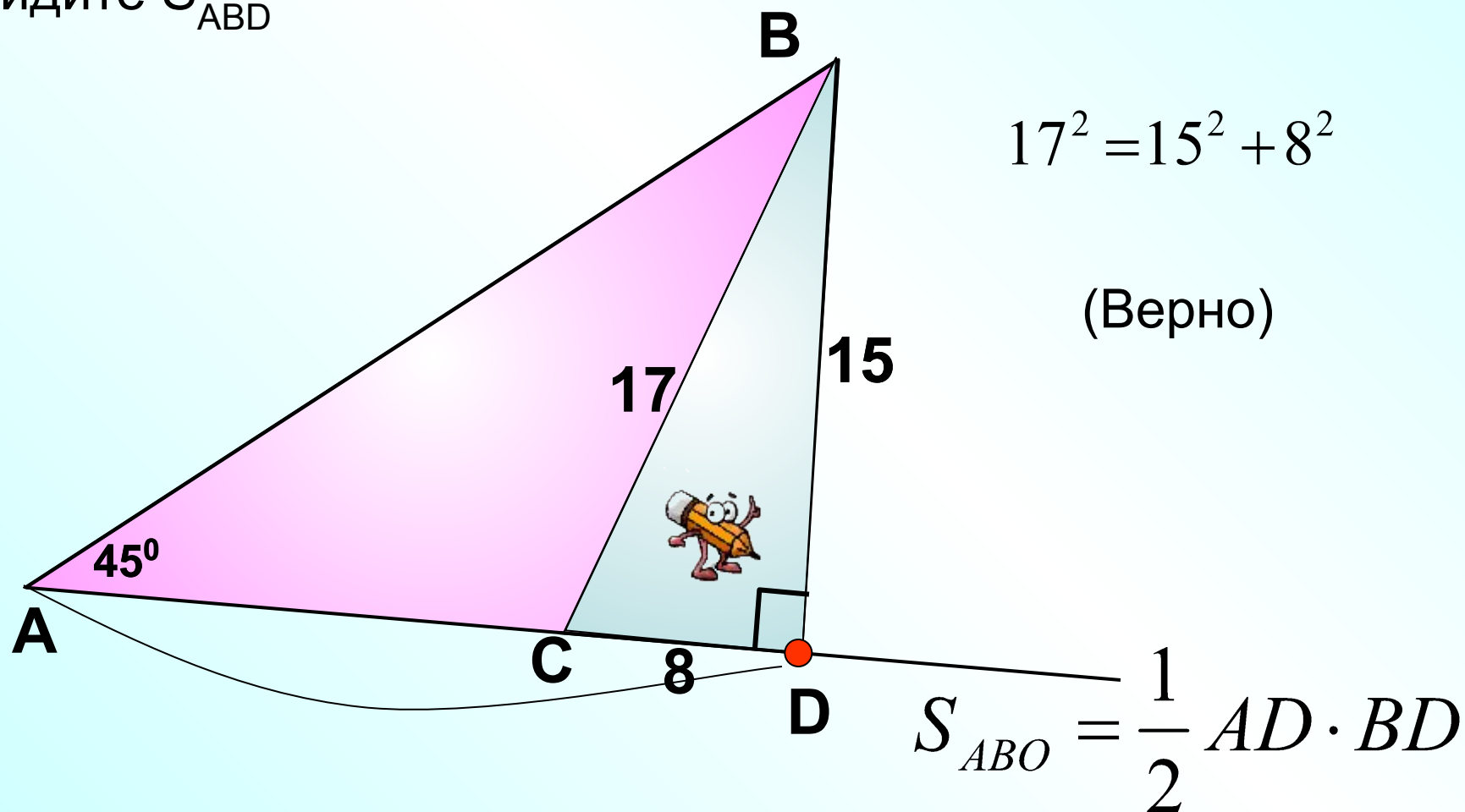
(Верно)

## Тренировочные задания

В треугольнике ABC угол A равен  $45^\circ$ , угол C – тупой,  $BC = 17$  см. На продолжении стороны AC за точку C взята точка D так, что  $CD = 8$  см,  $BD = 15$  см.

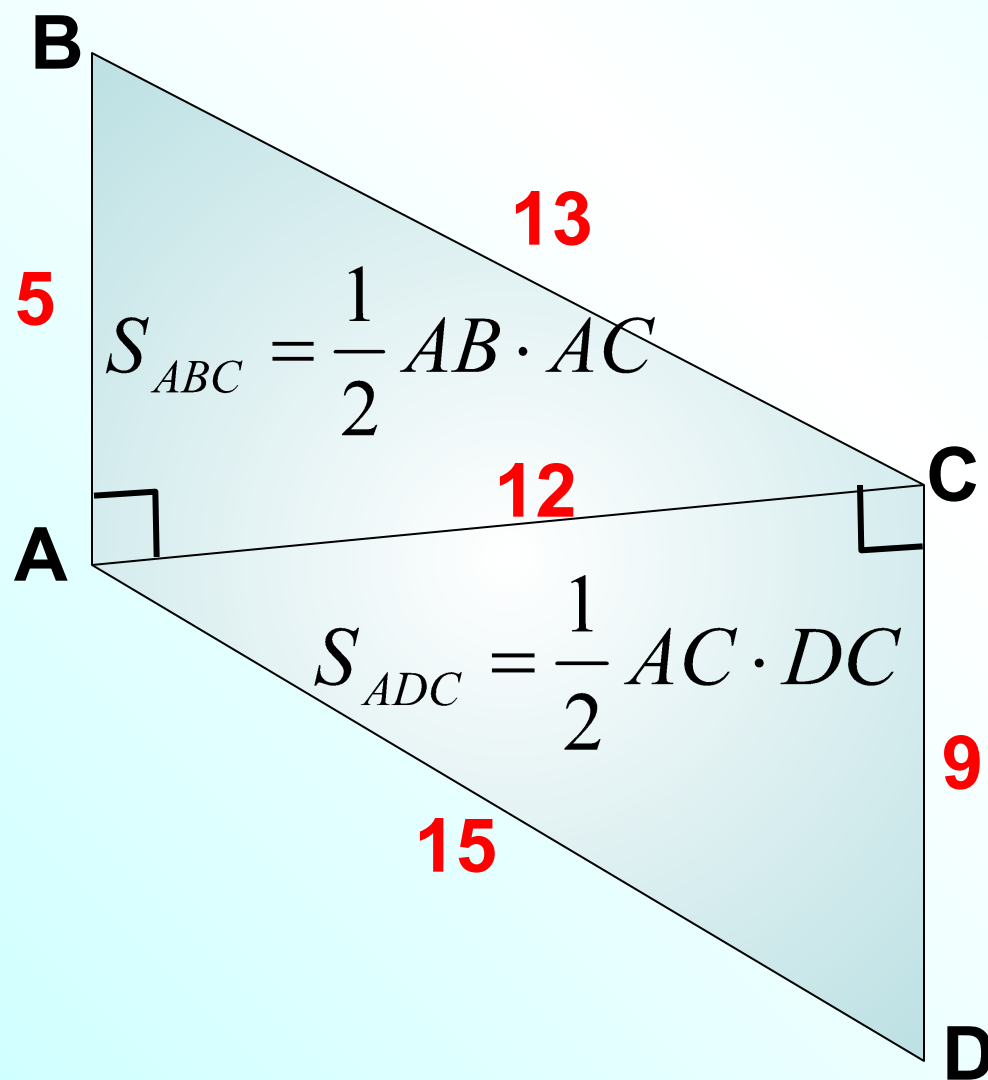
Докажите, что треугольник BCD – прямоугольный.

Найдите  $S_{ABD}$



## № 517

Найдите площадь четырехугольника ABCD, в котором  $AB = 5$  см,  $BC = 13$  см,  $CD = 9$  см,  $DA = 15$  см,  $AC = 12$  см.



$$13^2 = 12^2 + 5^2$$

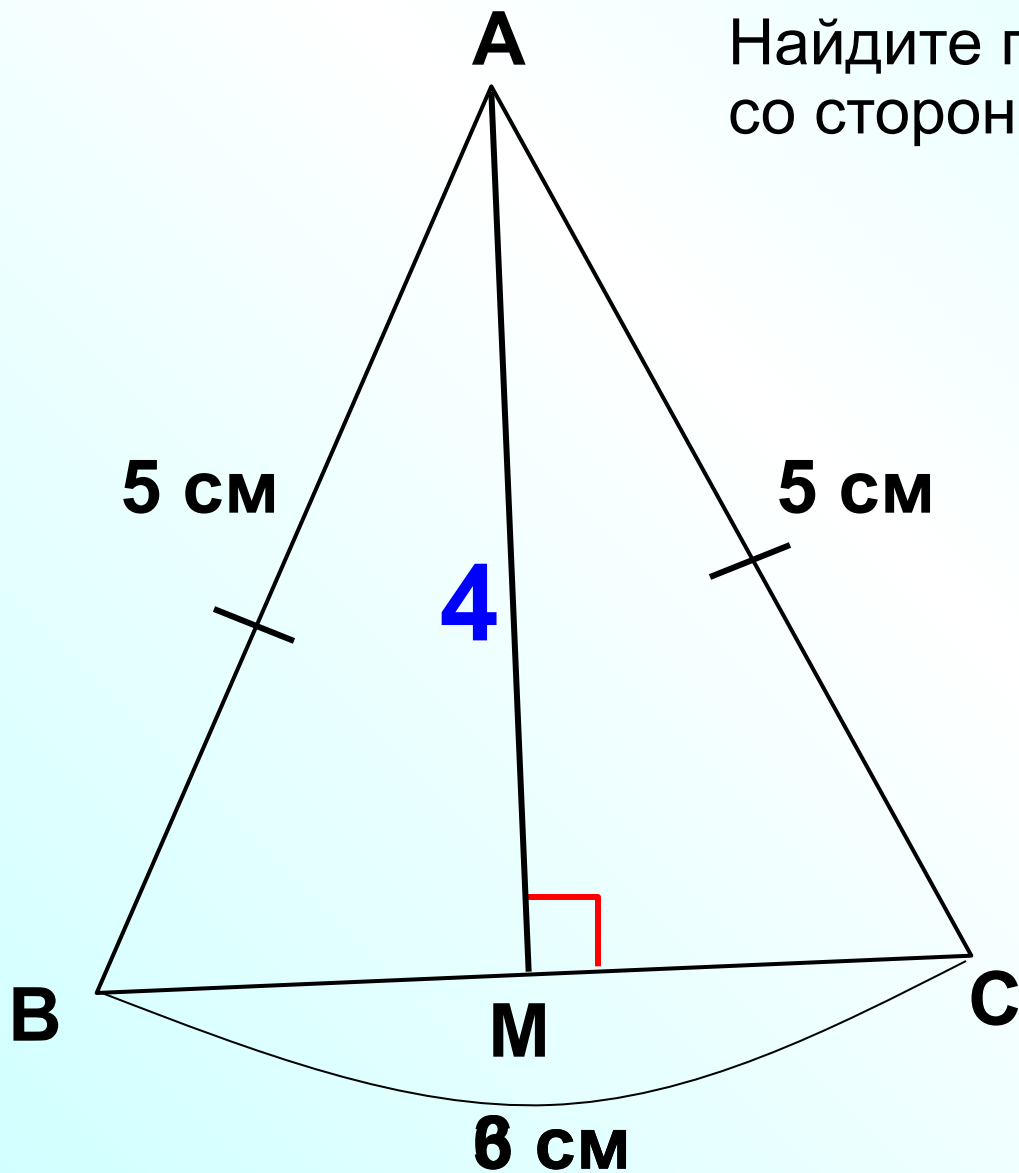
(Верно)

$$15^2 = 12^2 + 9^2$$

(Верно)

## Тренировочные задания

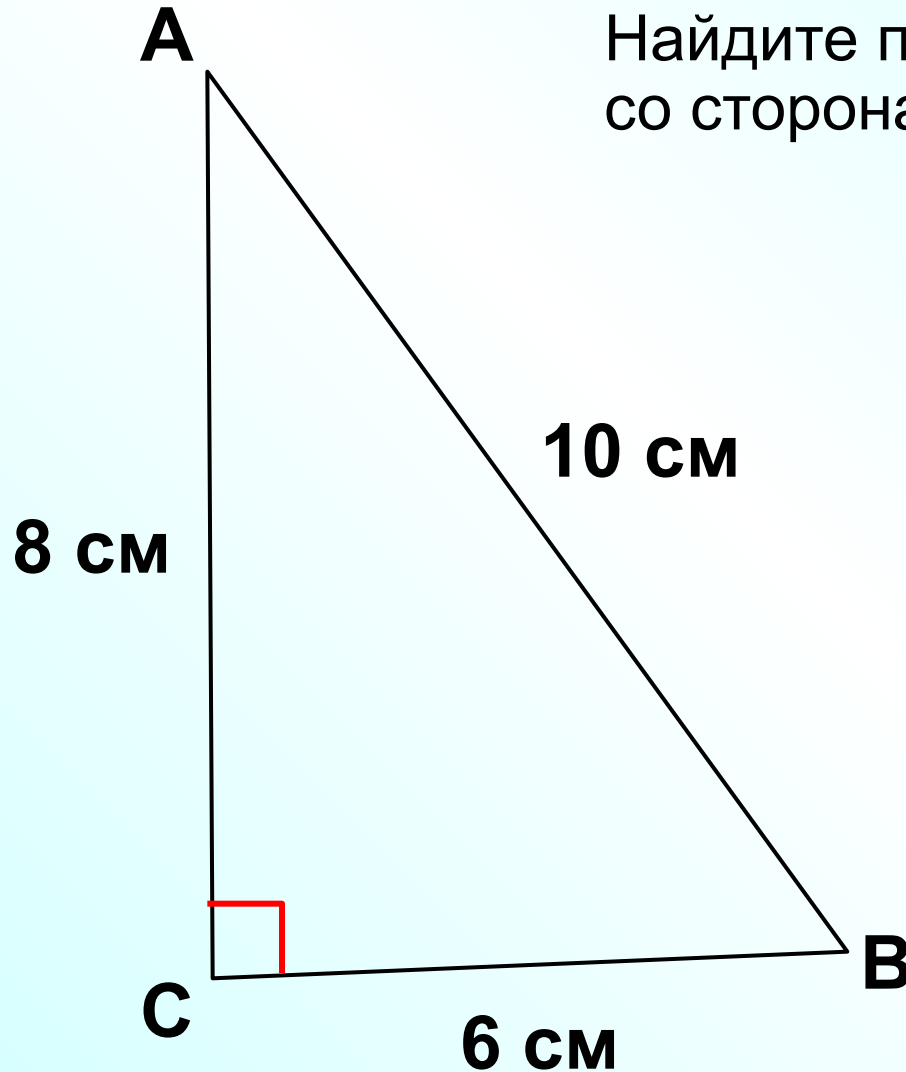
Найдите площадь треугольника со сторонами 6 см, 5 см, 5 см.



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AM$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4$$

## Тренировочные задания



Найдите площадь треугольника со сторонами  $6 \text{ см}$ ,  $8 \text{ см}$ ,  $10 \text{ см}$ .

$$10^2 = 8^2 + 6^2$$

(Верно)

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AC$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8$$

Ученику надо было вычислить площадь многоугольника, изображенного на рисунке. В его распоряжении оказалась только масштабная линейка. Результаты измерений отображены на рисунке слайда.



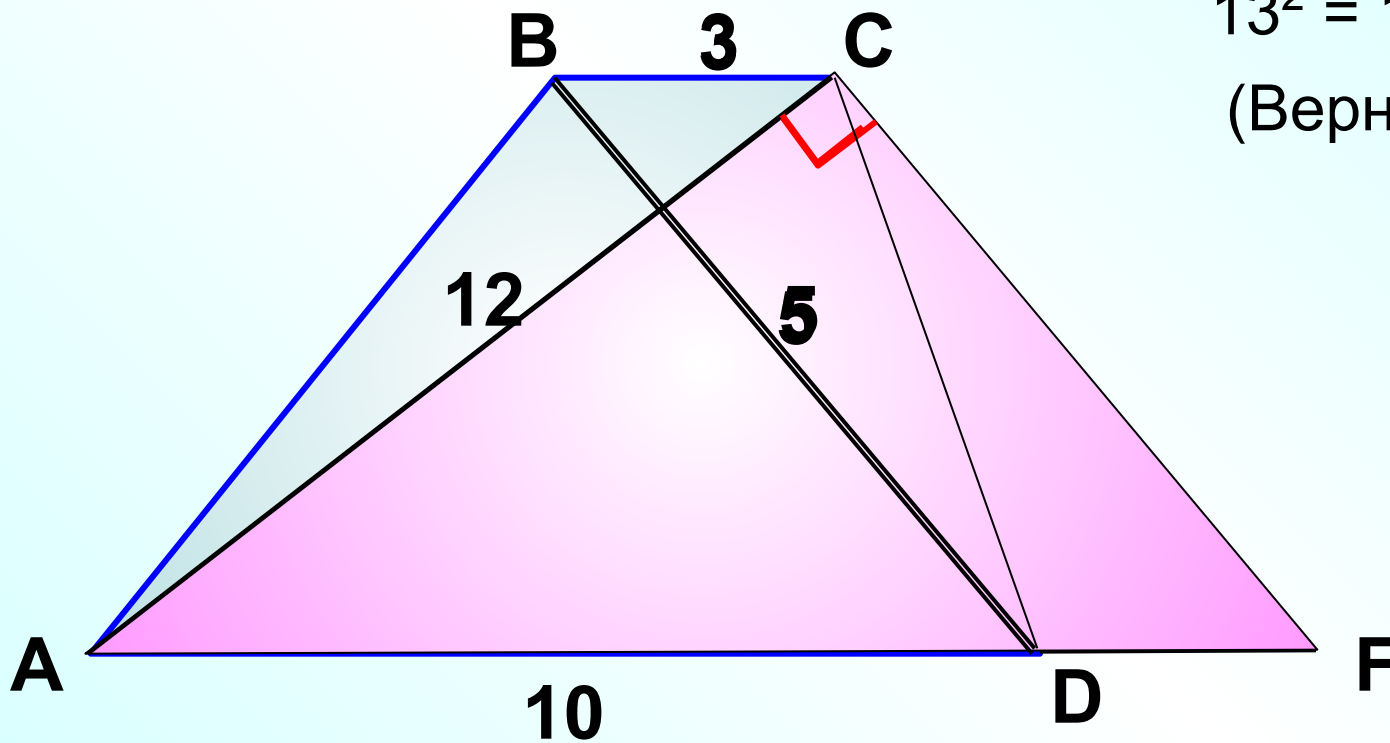
Точки C, B, E лежат на одной прямой. Можно ли найти площадь этой фигуры?



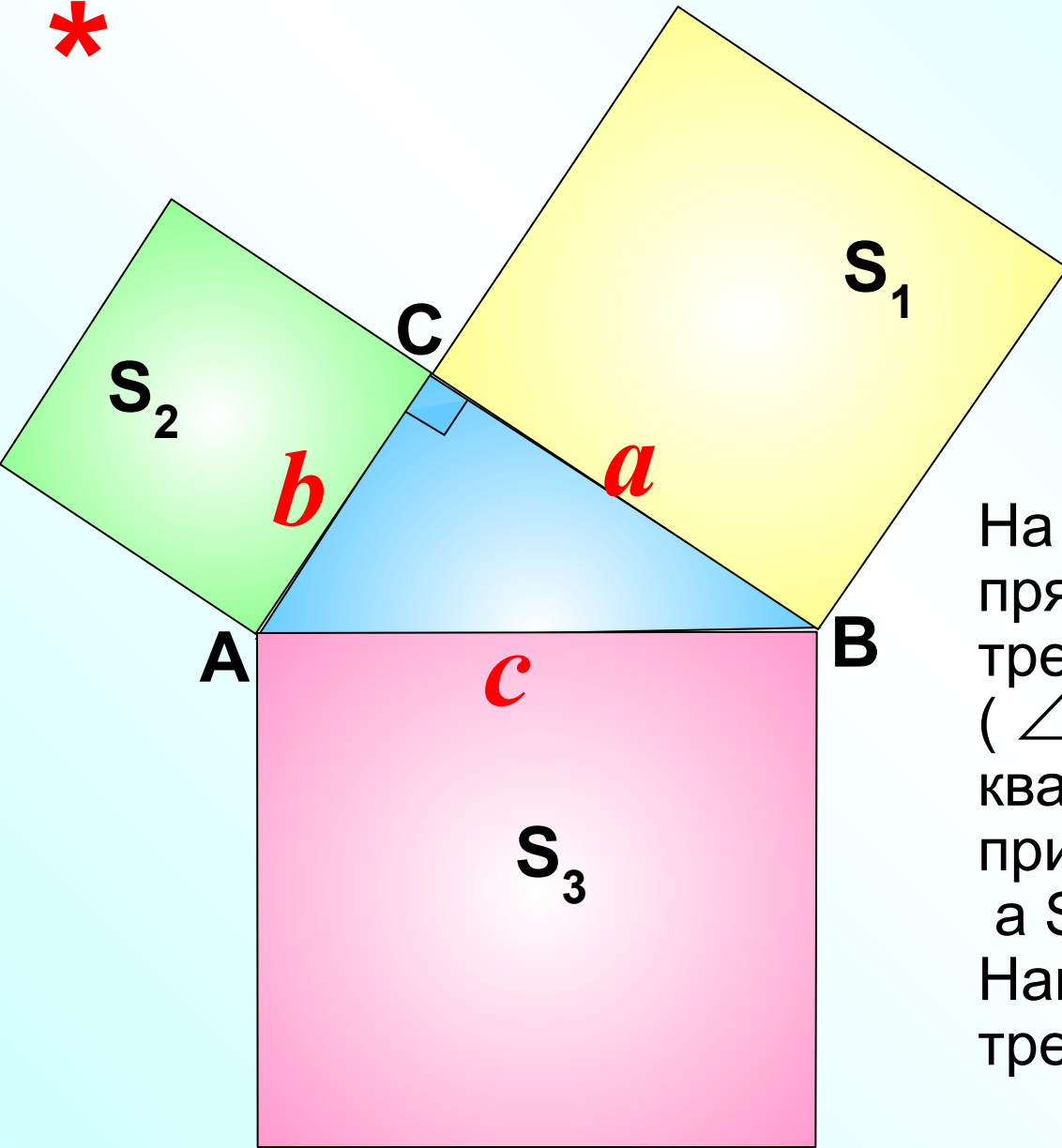
Диагонали некоторой трапеции равны 5 см и 12 см, а основания 3 см и 10 см. Найдите углы между диагоналями этой трапеции.

$$13^2 = 12^2 + 5^2$$

(Верно)



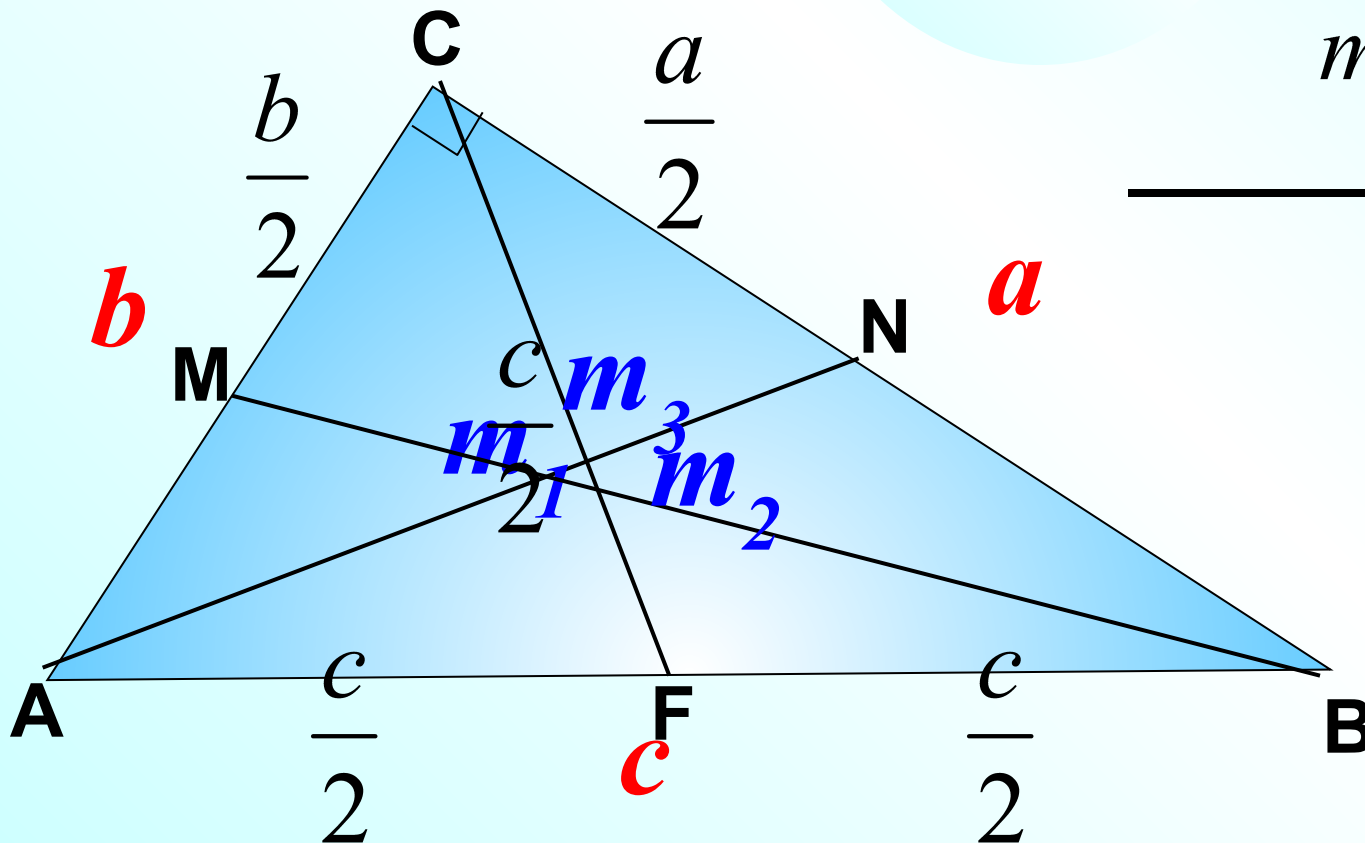




$$\begin{cases} a^2 - b^2 = 112, \\ a^2 + b^2 = 400. \end{cases}$$

На сторонах  
прямоугольного  
треугольника ABC  
( $\angle C = 90^\circ$ ) построены  
квадраты,  
причем  $S_1 - S_2 = 112 \text{ см}^2$ ,  
а  $S_3 = 400 \text{ см}^2$ .  
Найдите периметр  
треугольника ABC.

**\*** Докажите, что сумма квадратов медиан прямоугольного треугольника равна  $\frac{3}{2}$  квадрата гипотенузы.



$$m_1^2 = b^2 + \frac{a^2}{4}$$

$$+ m_2^2 = a^2 + \frac{b^2}{4}$$


---


$$m_3^2 = \frac{c^2}{4}$$