

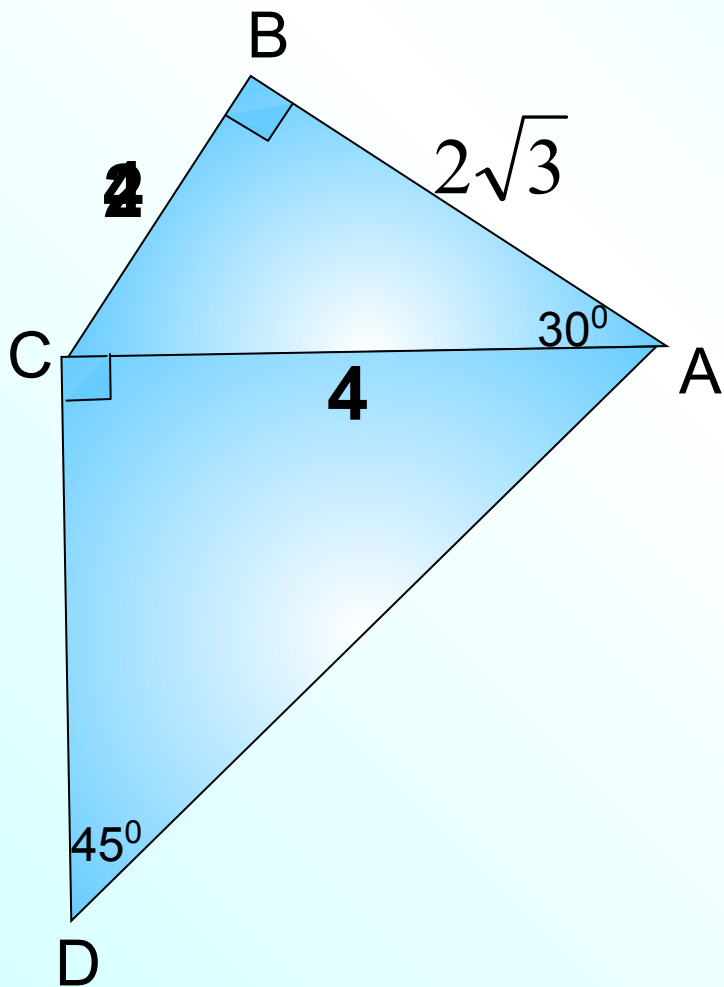
8 класс

Теорема, обратная теореме Пифагора

Л.С. Атанасян Геометрия 7-9

Повторение

Найти S_{ABCD}



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AB$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

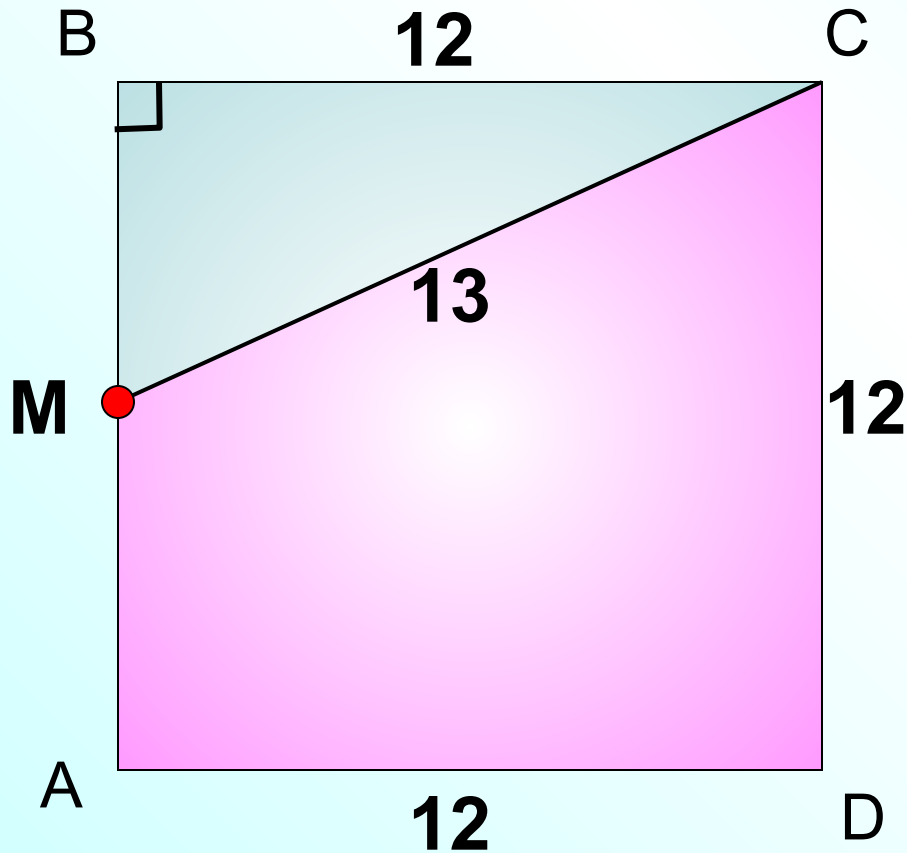
$$S_{ADC} = \frac{1}{2} DC \cdot AC$$

$$S_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8$$

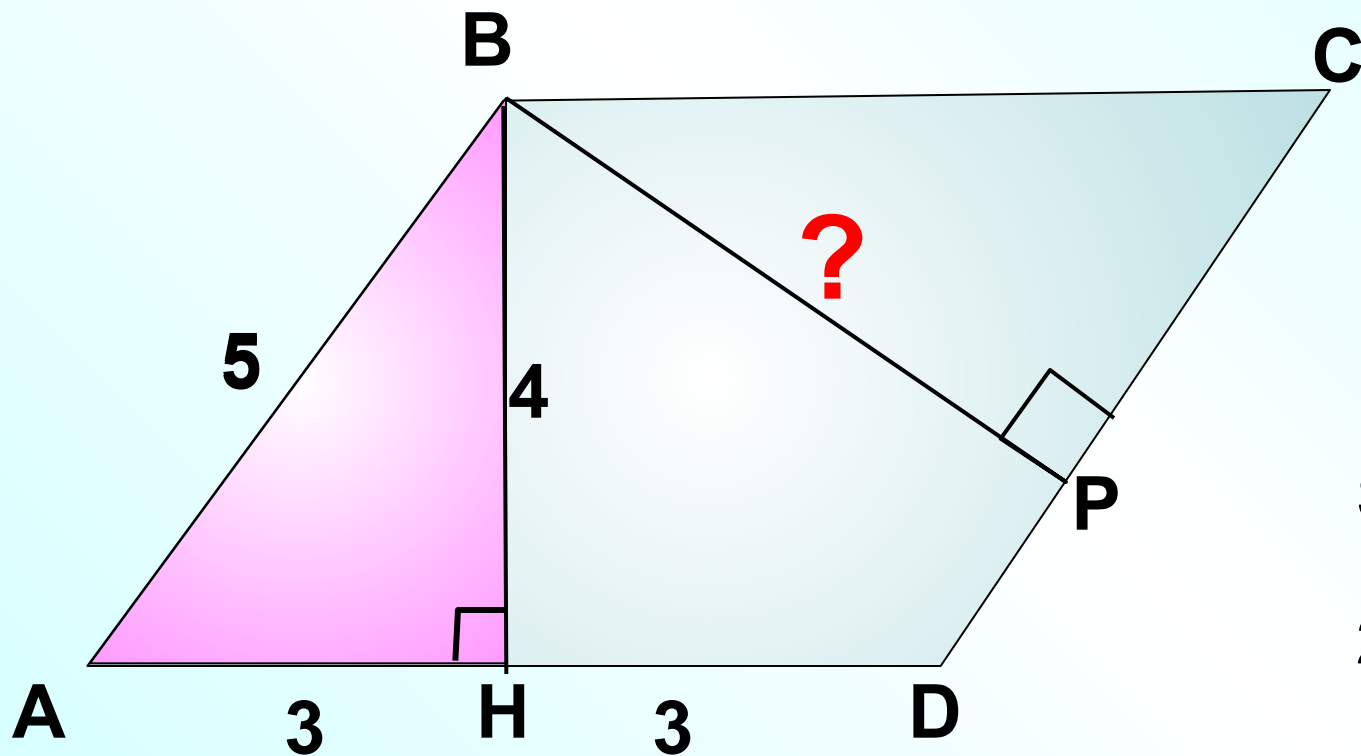
+

Повторение

На стороне AB квадрата $ABCD$, равной 12 см, отмечена точка M так, что $MC = 13$ см. Найдите площадь четырехугольника $AMCD$.



Меньшая высота параллелограмма равна 4 см и делит большую сторону на отрезки, каждый из которых равен по 3 см. Найдите большую высоту параллелограмма.



$$S_{ABCD} = AD \cdot BH$$

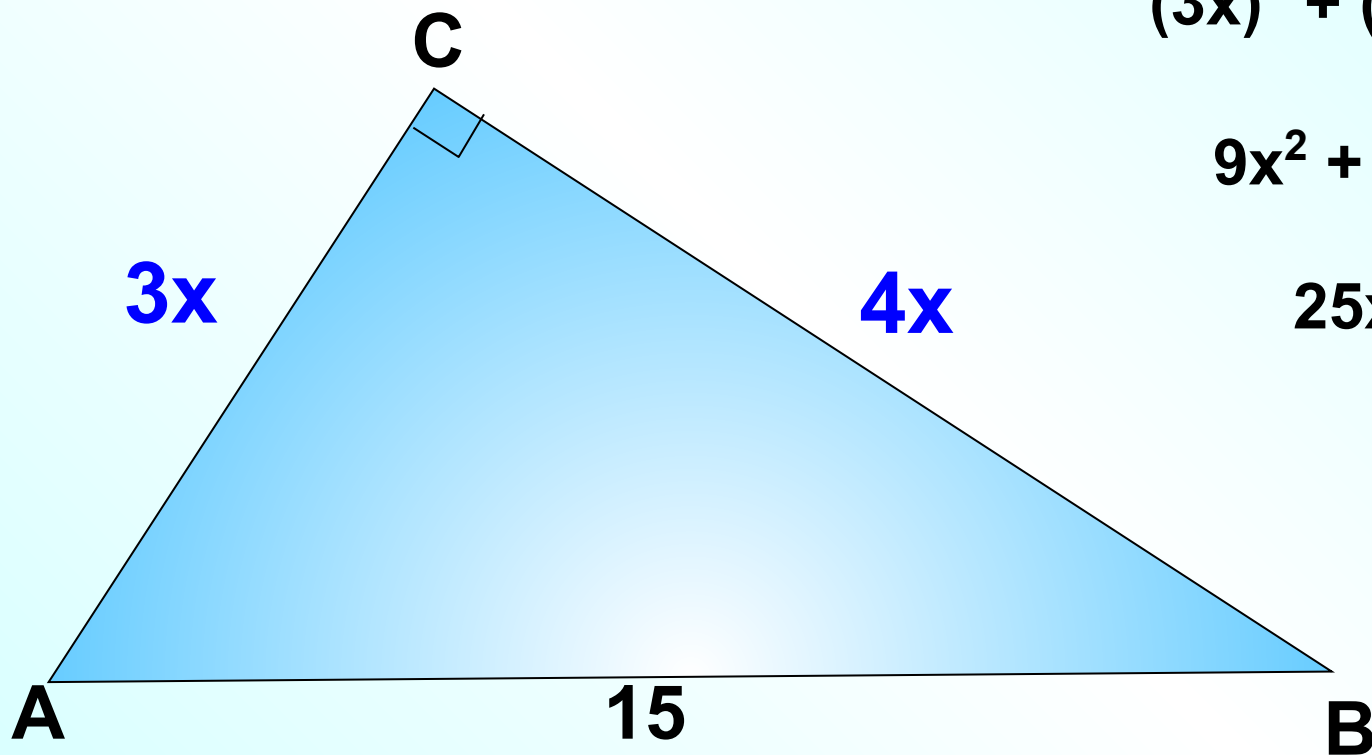
$$S_{ABCD} = 24$$

$$S_{ABCD} = CD \cdot BP$$

$$24 = 5 \cdot BP$$

$$BP = 4,8$$

Катеты прямоугольного треугольника относятся как 3 : 4, а гипотенуза равна 15 см. Найдите периметр треугольника.



$$(3x)^2 + (4x)^2 = 15^2$$

$$9x^2 + 16x^2 = 225$$

$$25x^2 = 225$$

$$x^2 = 9$$

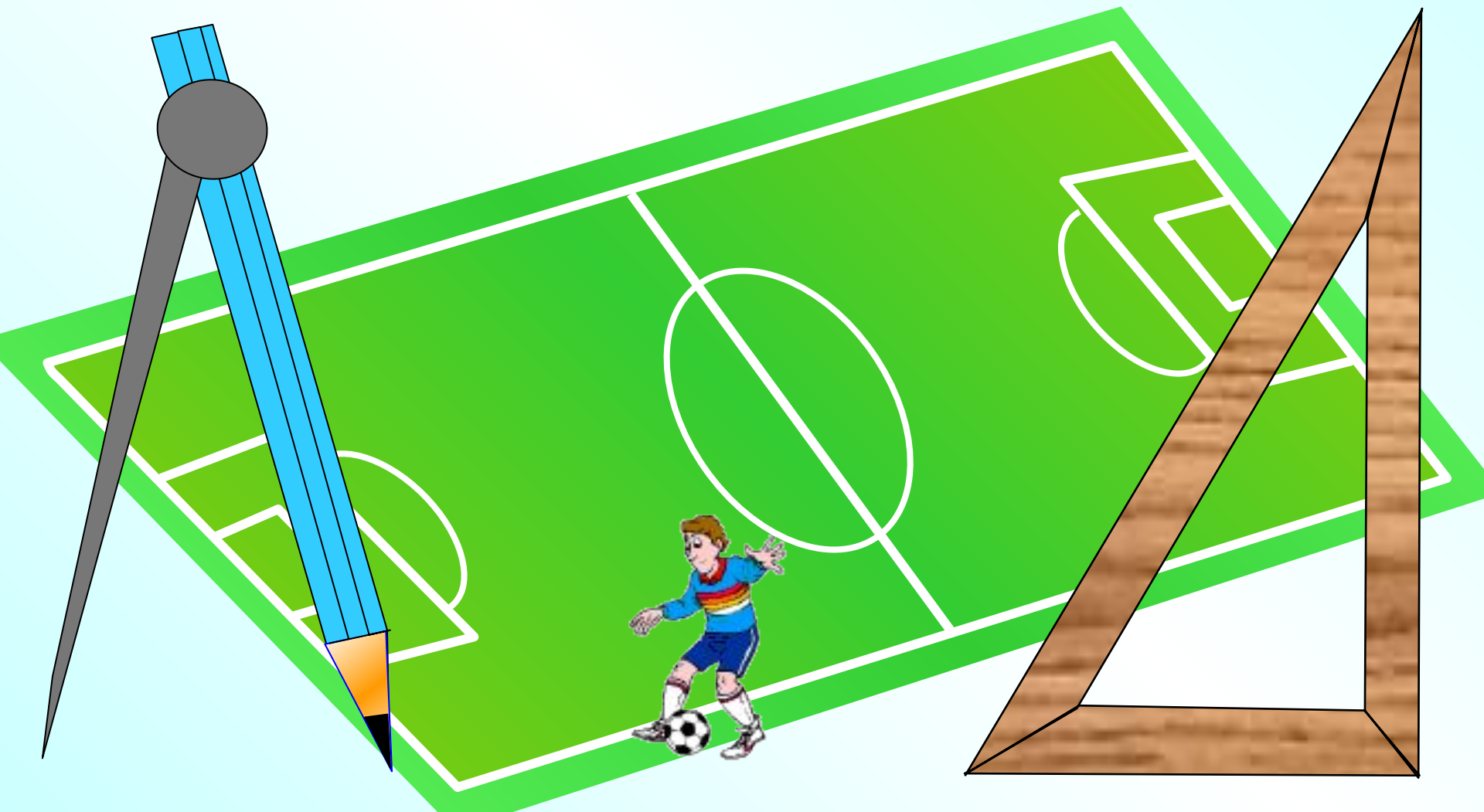
$$x = 3$$

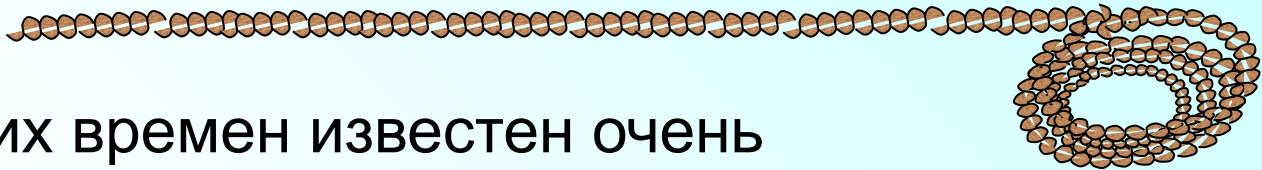
Стороны треугольника 9, 12, 15. $P = 36$

Найти более простой способ.

Построение прямого угла на местности

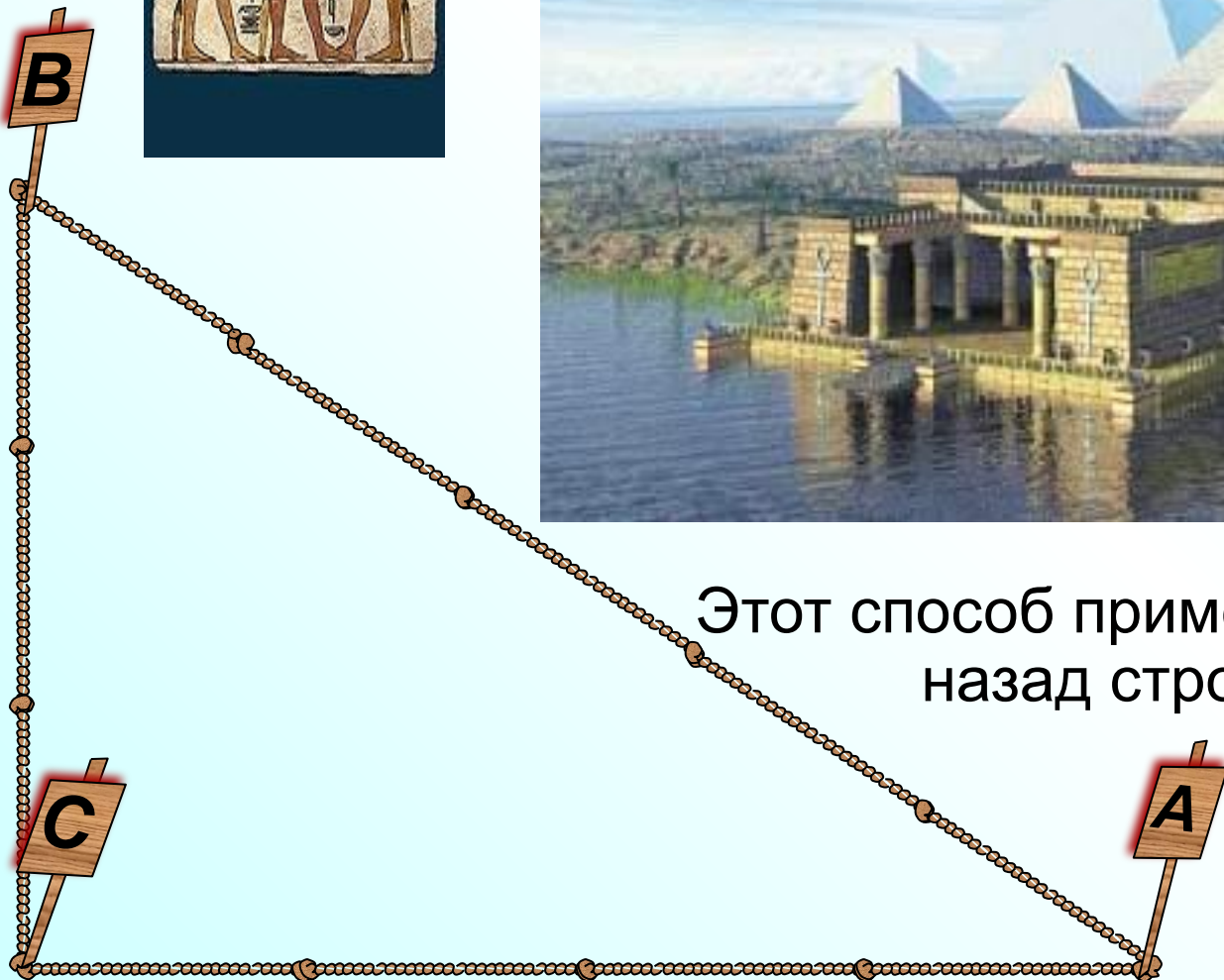
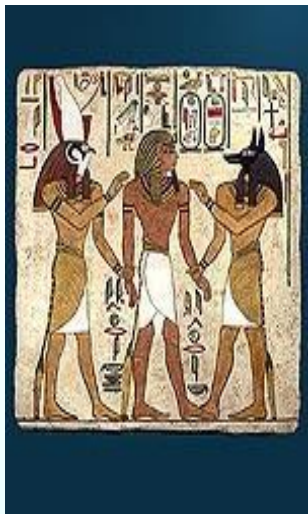
Для построения прямоугольной площадки для игры в футбол следовало бы взять угольник и циркуль таких размеров.





С древних времен известен очень простой способ построения прямых углов на местности.





Этот способ применялся тысячелетия
назад строителями египетских
пирамид.

Теорема, обратная теореме Пифагора.

Если квадрат одной стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон, то треугольник прямоугольный.

Существует бесчисленное множество целых положительных чисел, удовлетворяющих соотношению

$$c^2 = a^2 + b^2.$$

Они называются **пифагоровыми числами**

Вот несколько троек пифагоровых чисел.

$$3^2 + 4^2 = 5^2 \quad 6^2 + 8^2 = 10^2 \quad 9^2 + 12^2 = 15^2 \quad 12^2 + 16^2 = 20^2$$

$$5^2 + 12^2 = 13^2$$

$$7^2 + 24^2 = 25^2$$

$$9^2 + 40^2 = 41^2$$

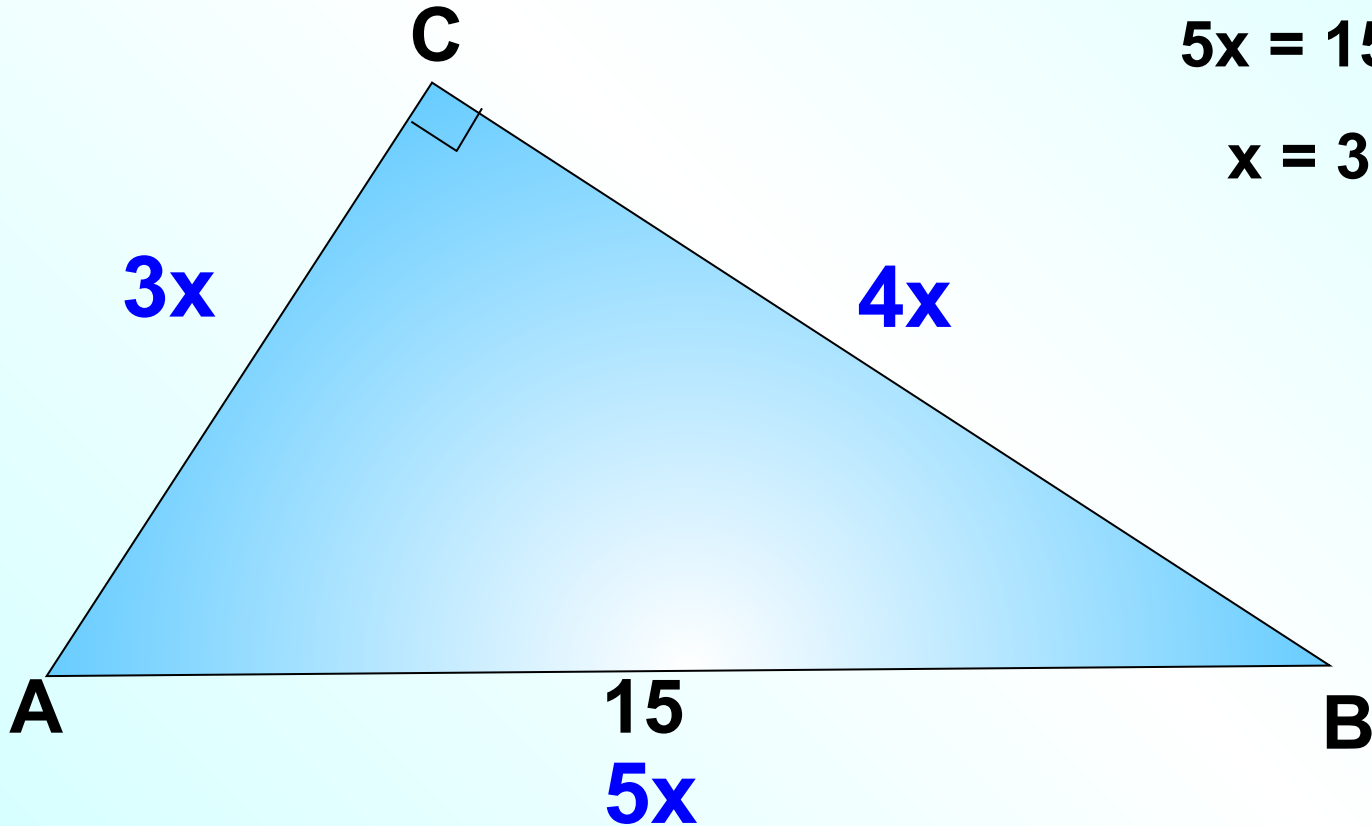
$$11^2 + 60^2 = 61^2$$

$$13^2 + 84^2 = 85^2$$

Треугольник со сторонами 3, 4 и 5 часто называют **египетским треугольником** т. к. он был известен еще древним египтянам.



Катеты прямоугольного треугольника относятся как 3 : 4, а гипотенуза равна 15 см. Найдите периметр треугольника.

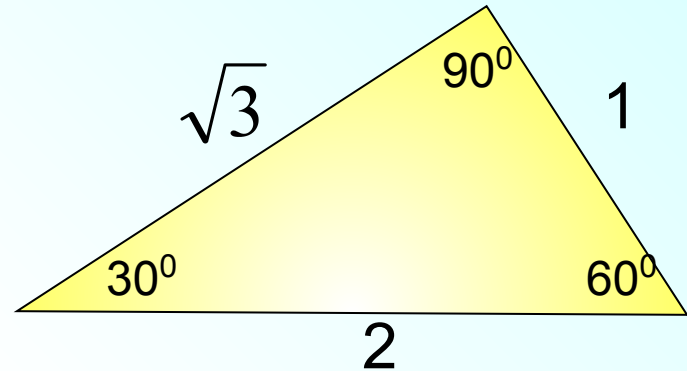


Блиц-опрос

Определить углы треугольника со сторонами 1, $\sqrt{3}$, 2

2 – большая сторона

$$2^2 = (\sqrt{3})^2 + 1^2$$



Треугольник – прямоугольный,
гипотенуза 2, катеты 1 и $\sqrt{3}$

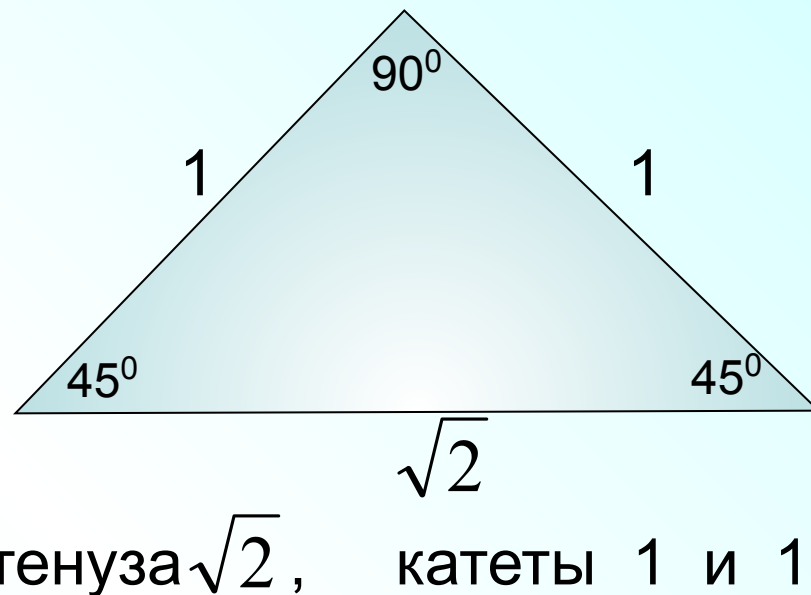
Углы треугольника 90° , 60° , 30° , т.к. катет, равный 1, в два раза больше гипотенузы 2.

Блиц-опрос

Определить углы треугольника со сторонами 1, 1, $\sqrt{2}$

$\sqrt{2}$ – большая сторона

$$(\sqrt{2})^2 = 1^2 + 1^2$$



Треугольник – прямоугольный,
гипотенуза $\sqrt{2}$, катеты 1 и 1.

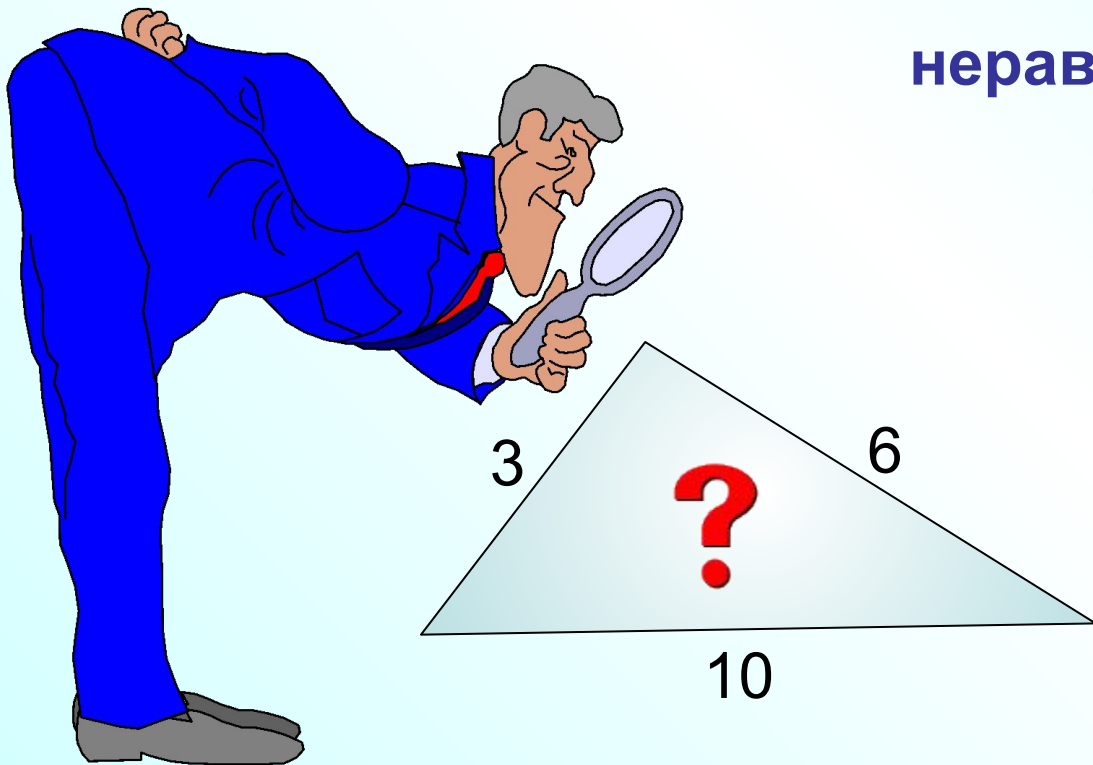
Углы треугольника 90° , 45° , 45° , т.к. треугольник равнобедренный.

Блиц-опрос

Определить углы треугольника со сторонами 10, 6, 3

Треугольник со сторонами 3, 6, 10
не существует,
т. к. не выполняется
неравенство треугольника

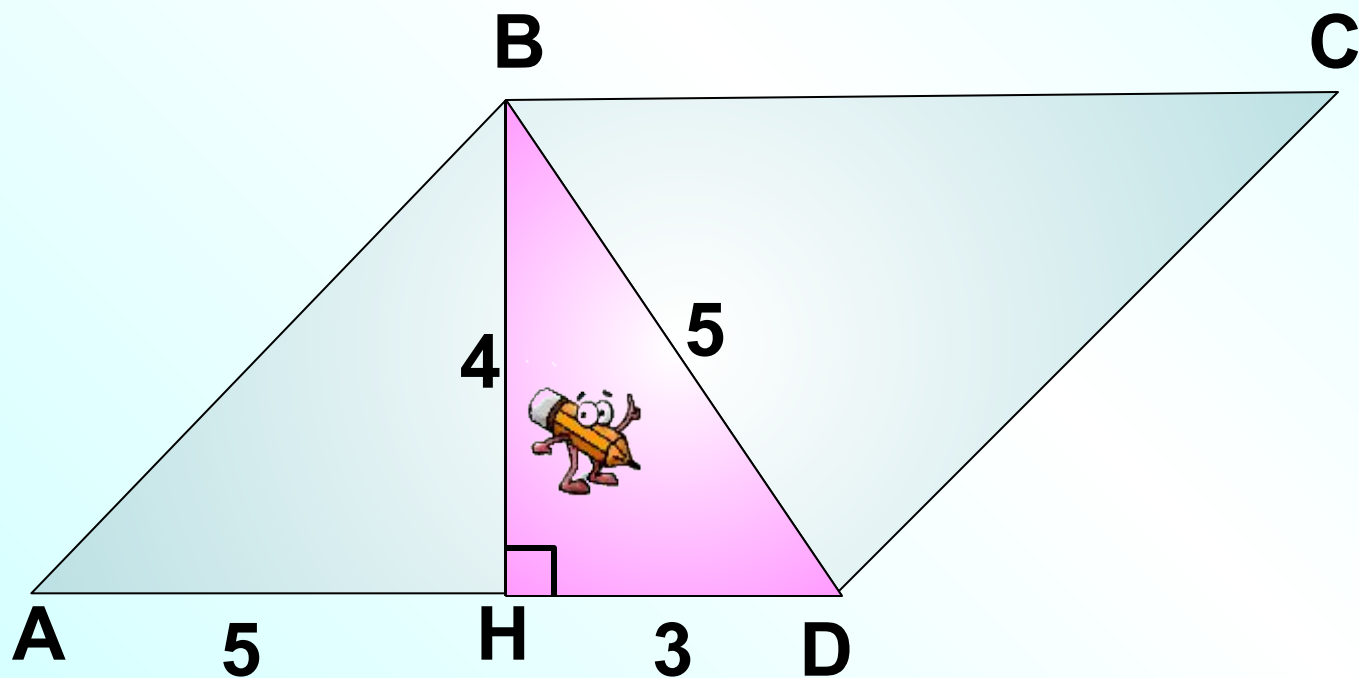
$$10 < 3 + 6 \quad (\text{Не верно})$$



Блиц-опрос

Докажите, что треугольник BHD – прямоугольный.

Найдите S_{ABCD}



$$5^2 = 4^2 + 3^2$$

(Верно)

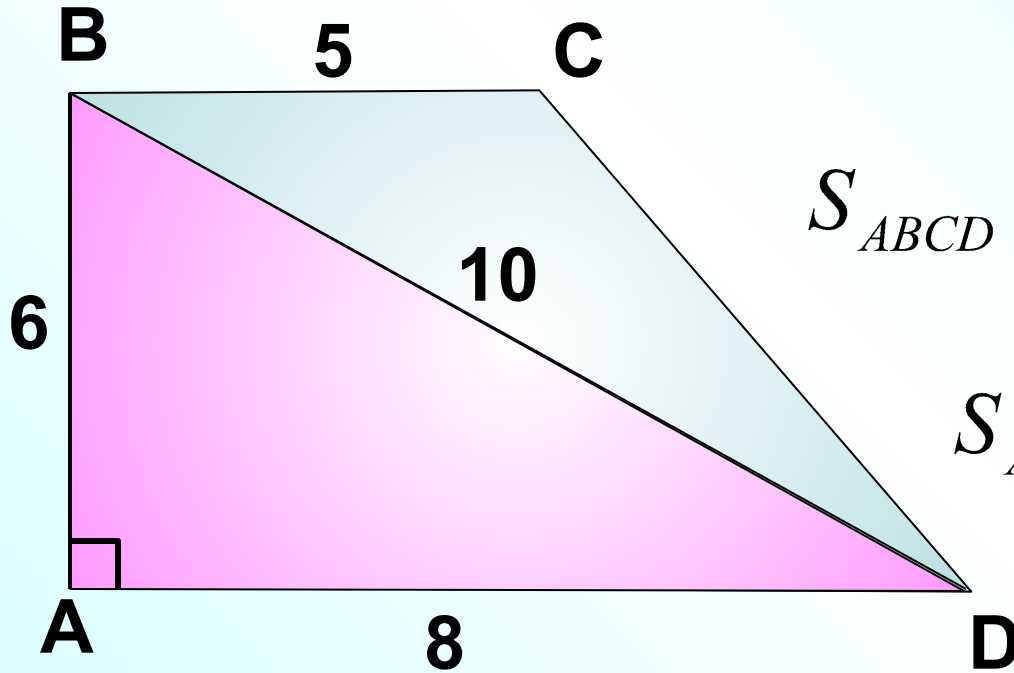
$$S_{ABCD} = AD \cdot BH$$

Блиц-опрос

Найдите площадь трапеции ABCD с основаниями AD и BC.

$$10^2 = 8^2 + 6^2$$

(Верно)

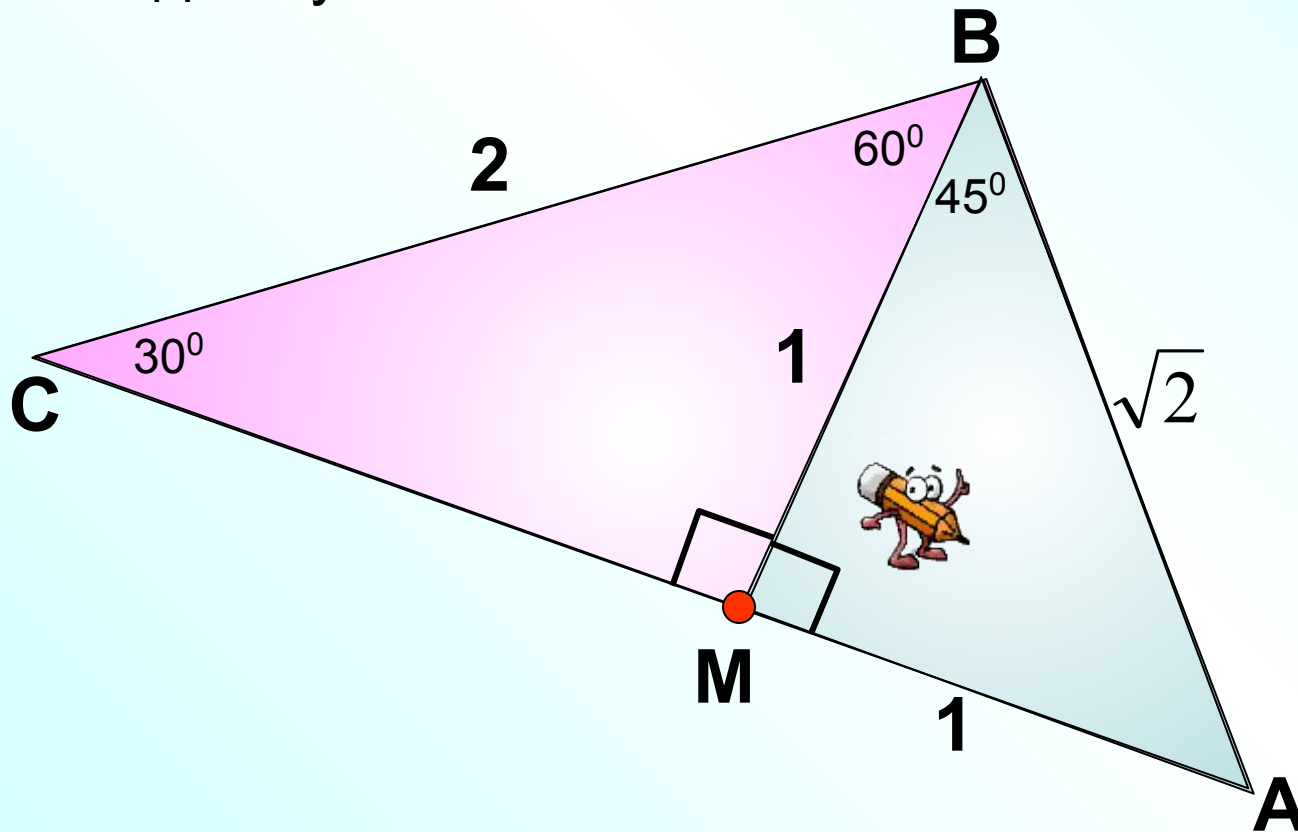


$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} (AD + BC) \cdot BA$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} (5 + 8) \cdot 6$$

Тренировочные задания

В треугольнике ABC сторона $AB = \sqrt{2}$, $BC = 2$. На стороне AC отмечена точка M так, что $AM = 1$, $BM = 1$.
Найдите угол ABC.

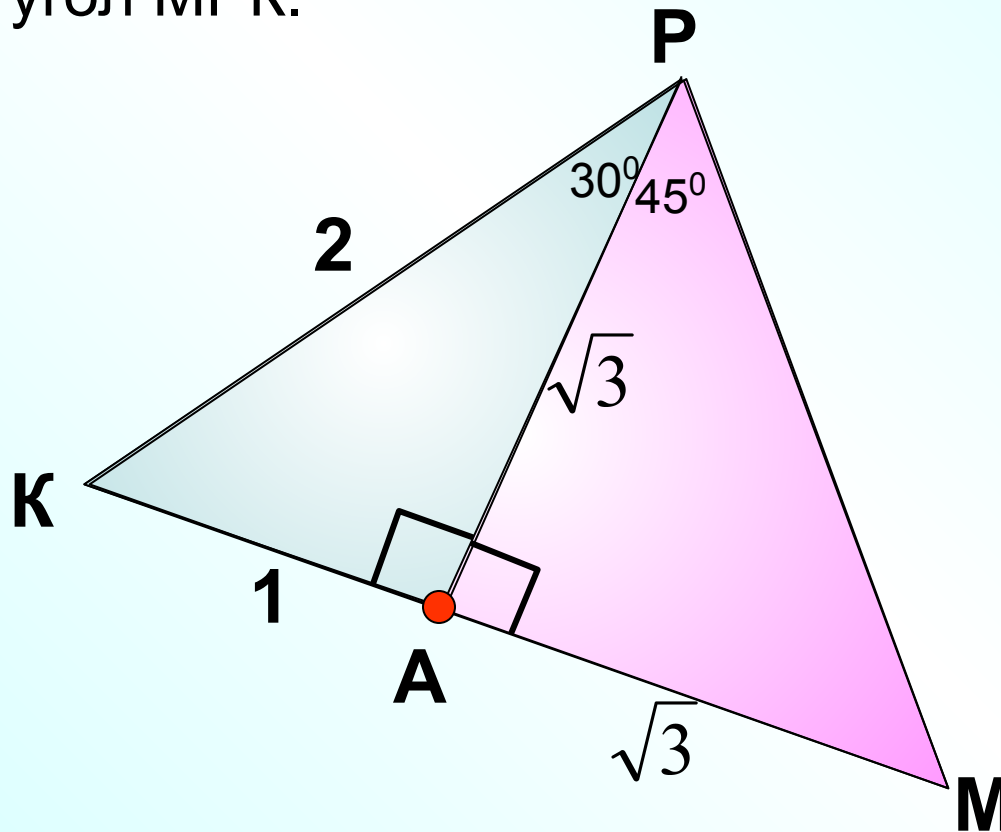


$$(\sqrt{2})^2 = 1^2 + 1^2$$

(Верно)

Тренировочные задания

В треугольнике MPK сторона $PK = 2$. На стороне MK отмечена точка A так, что $AM = AP = \sqrt{3}$, $AK = 1$.
Найдите угол MPK .



$$2^2 = (\sqrt{3})^2 + 1^2$$

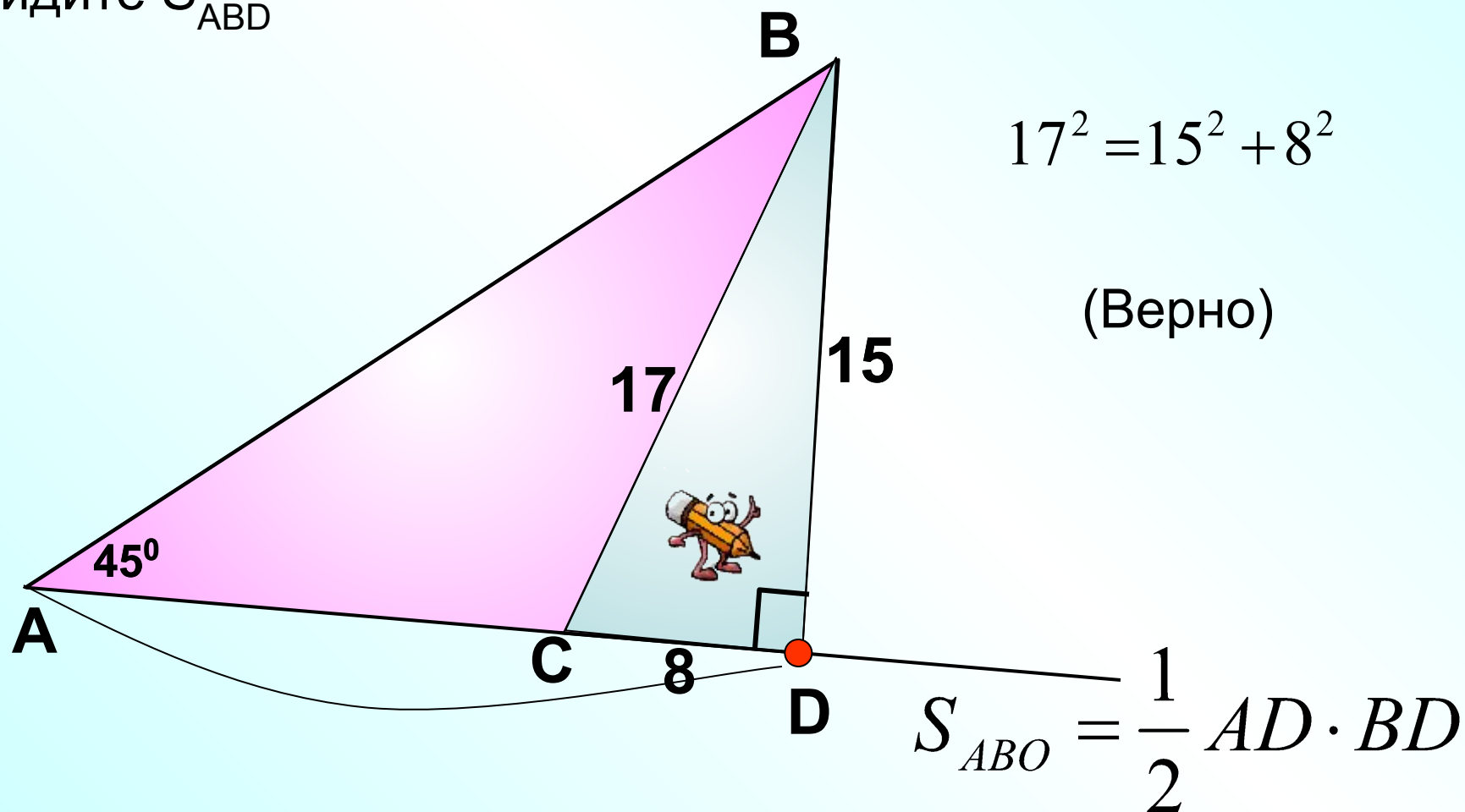
(Верно)

Тренировочные задания

В треугольнике ABC угол A равен 45° , угол C – тупой, $BC = 17$ см. На продолжении стороны AC за точку C взята точка D так, что $CD = 8$ см, $BD = 15$ см.

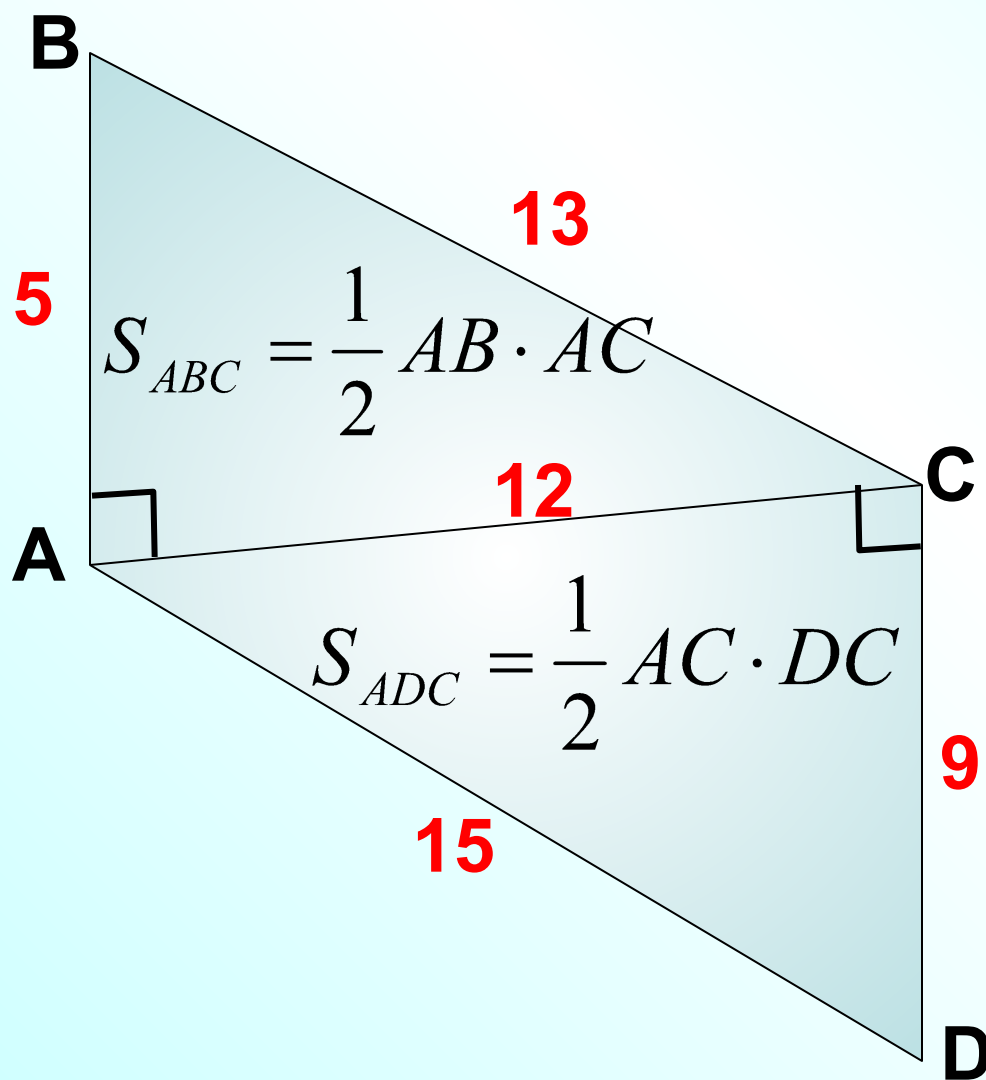
Докажите, что треугольник BDC – прямоугольный.

Найдите S_{ABD}



№ 517

Найдите площадь четырехугольника ABCD, в котором $AB = 5$ см, $BC = 13$ см, $CD = 9$ см, $DA = 15$ см, $AC = 12$ см.



$$13^2 = 12^2 + 5^2$$

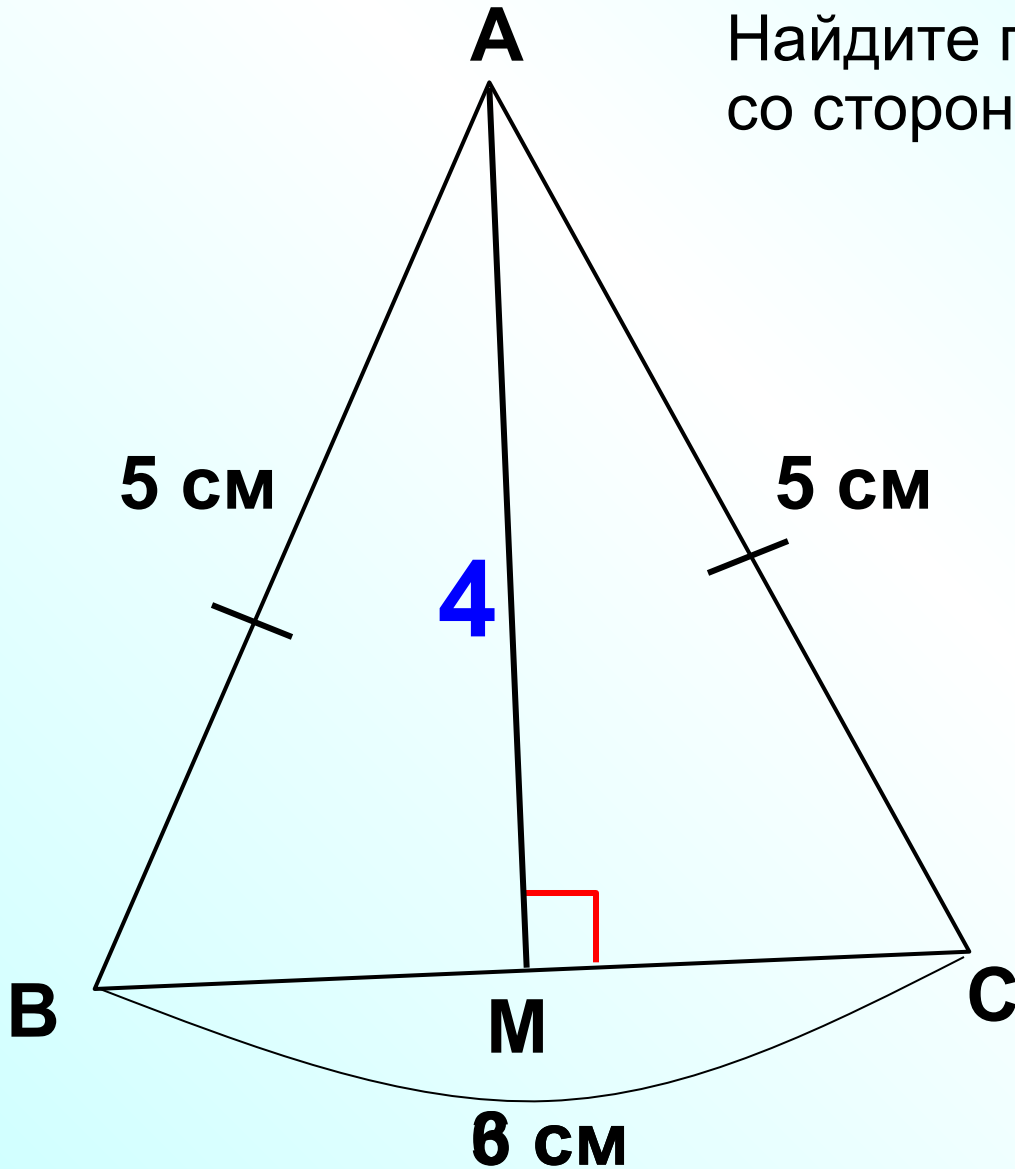
(Верно)

$$15^2 = 12^2 + 9^2$$

(Верно)

Тренировочные задания

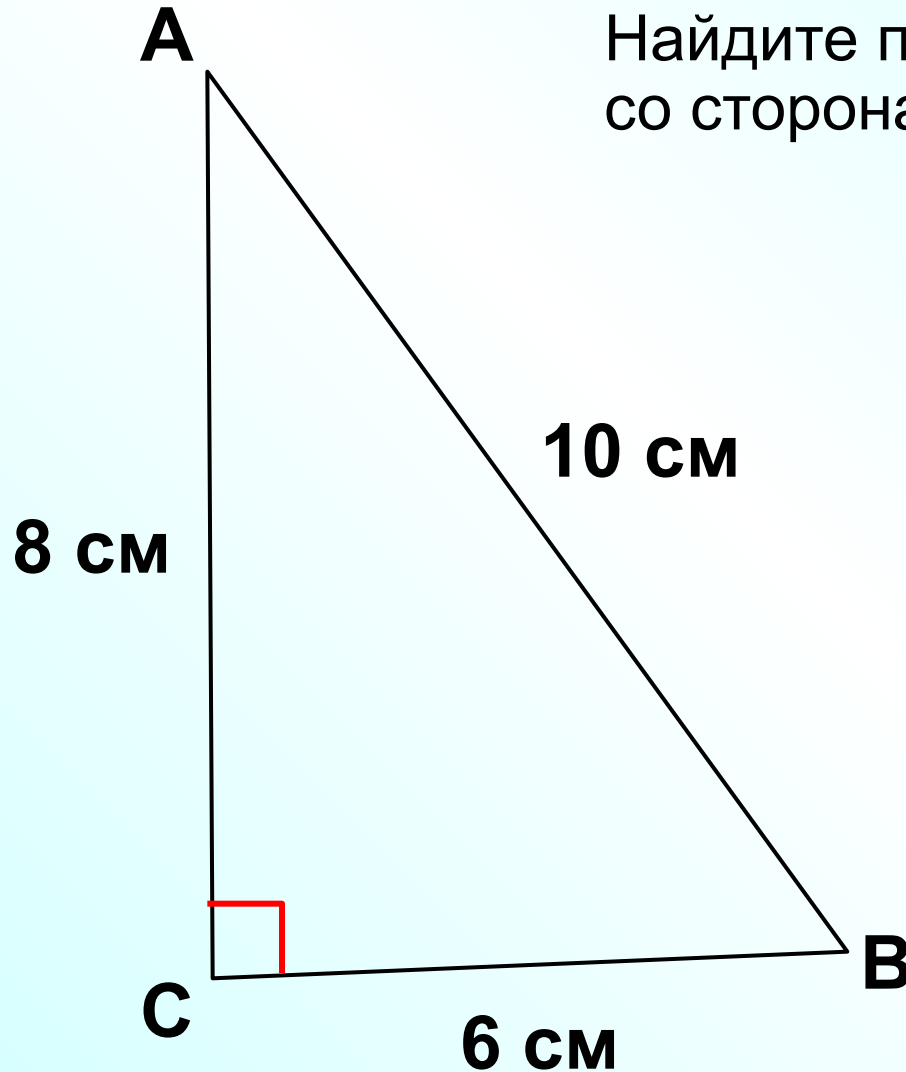
Найдите площадь треугольника со сторонами 6 см, 5 см, 5 см.



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AM$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4$$

Тренировочные задания



Найдите площадь треугольника со сторонами 6 см , 8 см , 10 см .

$$10^2 = 8^2 + 6^2$$

(Верно)

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AC$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8$$

Ученику надо было вычислить площадь многоугольника, изображенного на рисунке. В его распоряжении оказалась только масштабная линейка. Результаты измерений отображены на рисунке слайда.



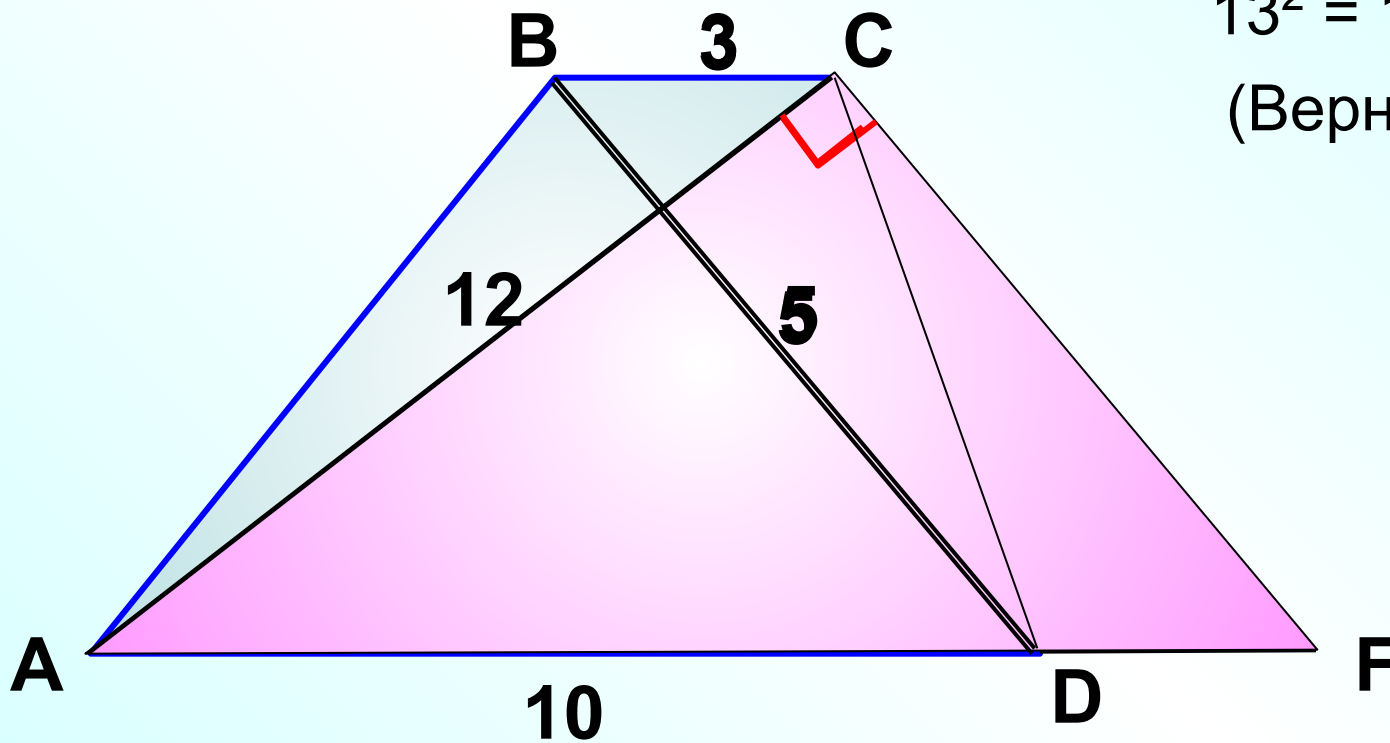
Точки C, B, E лежат на одной прямой. Можно ли найти площадь этой фигуры?

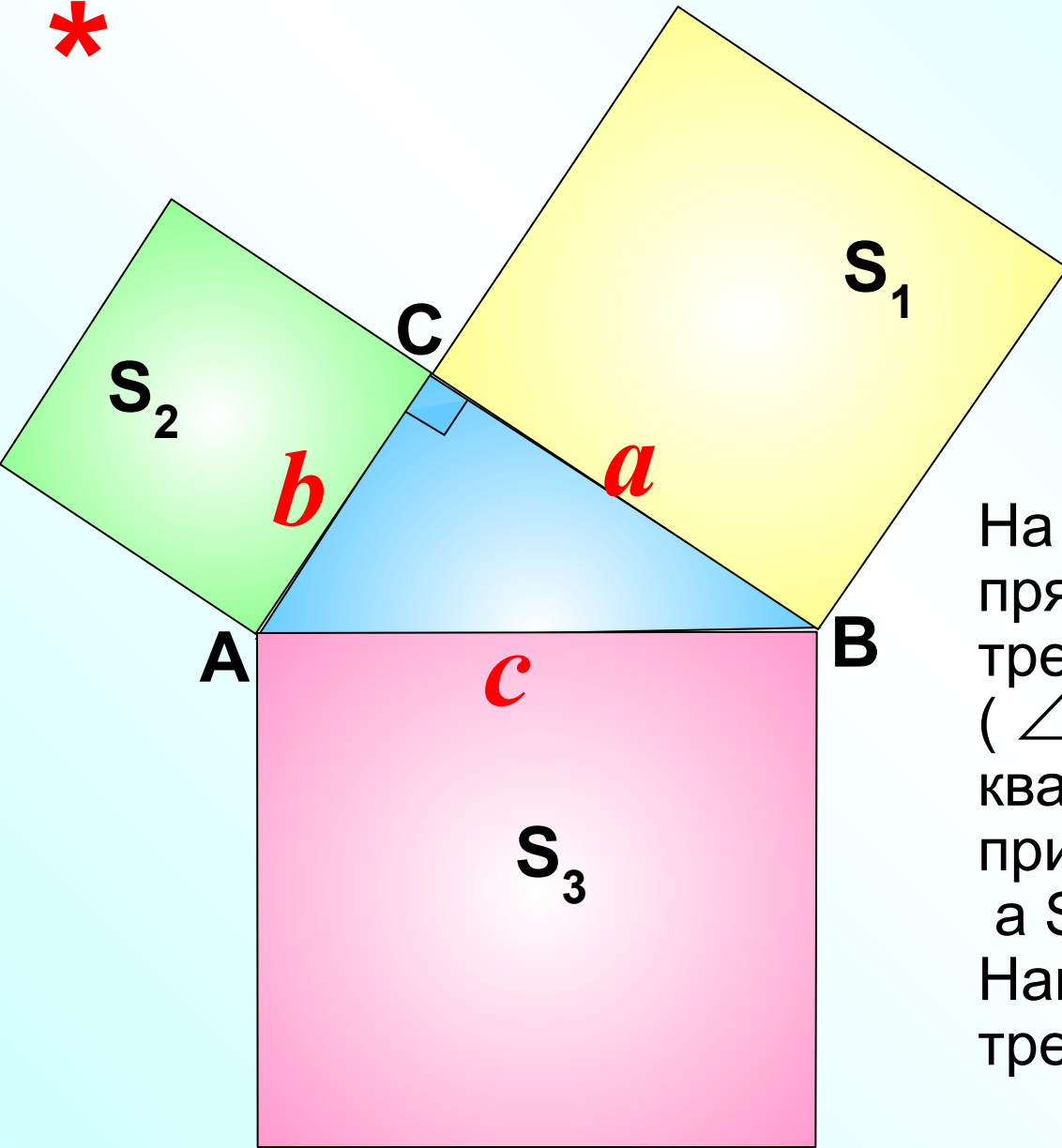


Диагонали некоторой трапеции равны 5 см и 12 см, а основания 3 см и 10 см. Найдите углы между диагоналями этой трапеции.

$$13^2 = 12^2 + 5^2$$

(Верно)

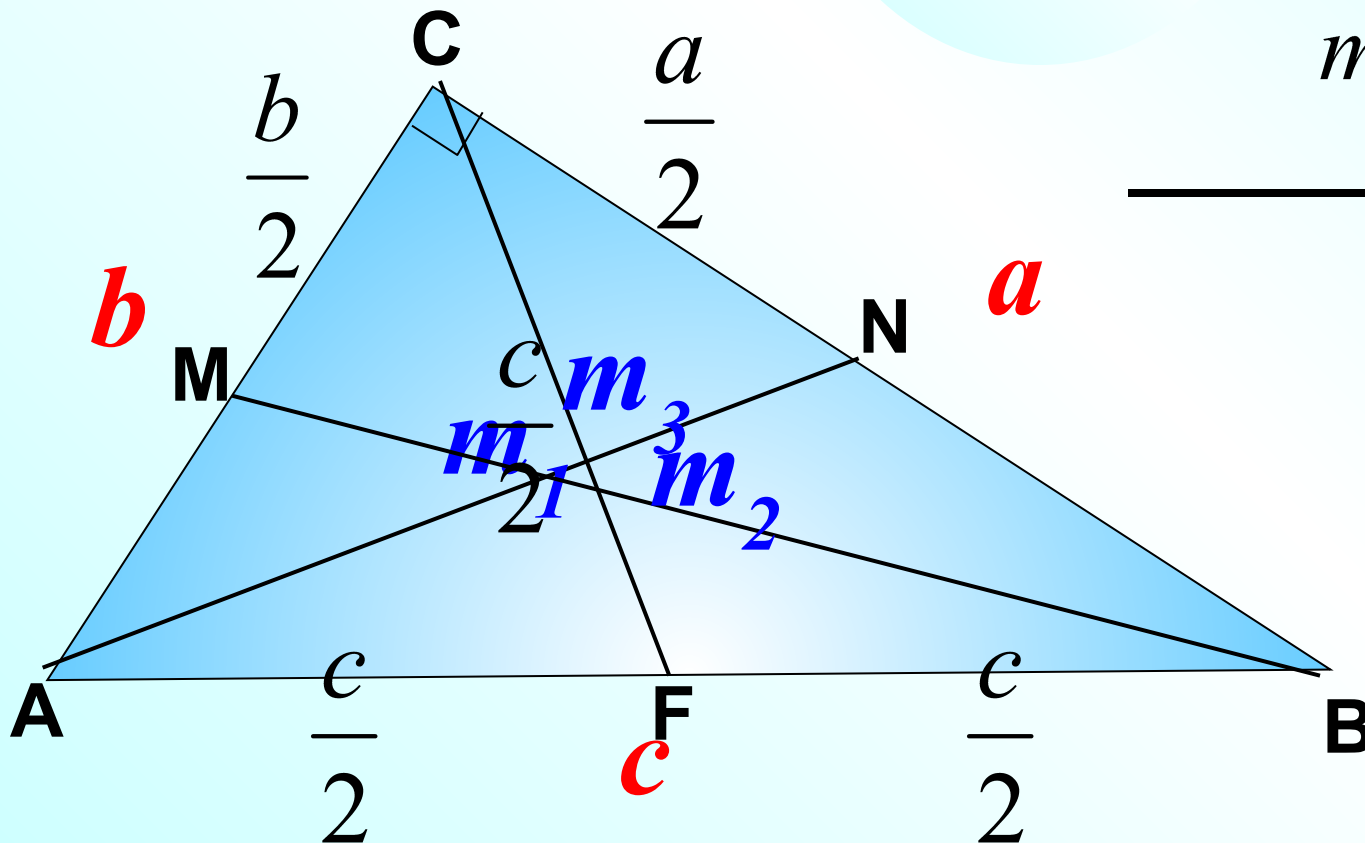




$$\begin{cases} a^2 - b^2 = 112, \\ a^2 + b^2 = 400. \end{cases}$$

На сторонах
прямоугольного
треугольника ABC
($\angle C = 90^\circ$) построены
квадраты,
причем $S_1 - S_2 = 112 \text{ см}^2$,
а $S_3 = 400 \text{ см}^2$.
Найдите периметр
треугольника ABC.

***** Докажите, что сумма квадратов медиан прямоугольного треугольника равна $\frac{3}{2}$ квадрата гипотенузы.



$$m_1^2 = b^2 + \frac{a^2}{4}$$

$$+ m_2^2 = a^2 + \frac{b^2}{4}$$

$$m_3^2 = \frac{c^2}{4}$$