

# Все о четырехугольниках (теория)

# Содержание



- Определения
- Параллелограмм
  - а) Свойства параллелограмма
- Прямоугольник, ромб, квадрат
  - а) Свойства прямоугольника, ромба, квадрата
- Трапеция (определения, виды)
  - а) Свойства трапеции
- Свойства вписанных и описанных четырёхугольников
- **Формулы площадей**
  - а) прямоугольника и квадрата
  - б) параллелограмма
  - в) ромба
  - г) трапеции
  - д) произвольного четырёхугольника

# Определения



- **Четырёхугольник** – это многоугольник с четырьмя вершинами и четырьмя сторонами
- **Соседние вершины** – вершины, являющиеся концами одной из сторон четырёхугольника
- **Противолежащие вершины** – вершины не являющиеся соседними
- **Диагонали четырёхугольника** – отрезки, соединяющие противолежащие вершины.
- **Соседние стороны** – стороны, исходящие из одной вершины.
- **Противолежащие стороны** – стороны, не являющиеся соседними.
- **Периметр** – сумма длин всех сторон четырёхугольника.



# Параллелограмм

**Параллелограмм** – это четырехугольник, у которого противоположные стороны параллельны



# Свойства параллелограмма

1. Противоположные стороны параллелограмма равны
2. Противоположные углы параллелограмма равны
3. Диагонали параллелограмма пересекаются и точкой пересечения делятся пополам

Утверждения, обратные свойствам **1-3**, являются **признаками параллелограмма**, т.е.

- **если противоположные стороны четырёхугольника равны, то этот четырёхугольник - параллелограмм**

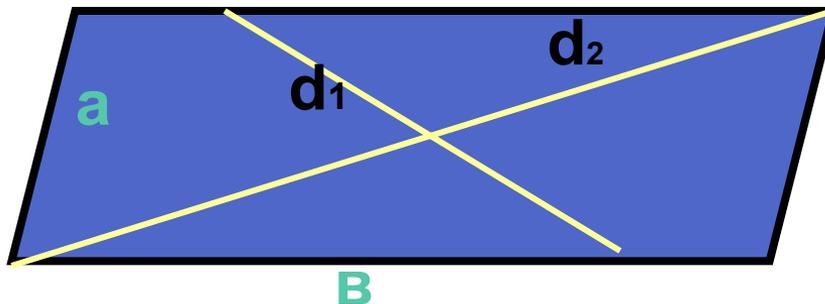


# Свойства параллелограмма

4. Сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна удвоенной сумме квадратов его сторон.

т.е.

$$d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2)$$



# Прямоугольник, ромб, квадрат

**Прямоугольник** - это параллелограмм, у которого все углы прямые

**Ромб** – это параллелограмм, у которого все стороны равны.

**Квадрат** – это прямоугольник, у которого все стороны равны.

**Квадрат** – это ромб, у которого все углы прямые.



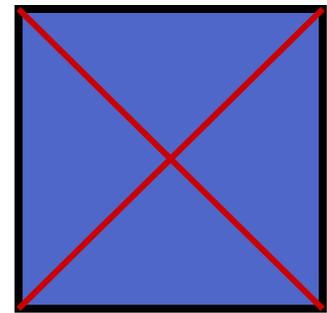
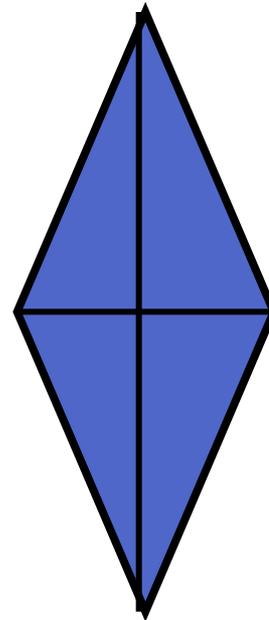
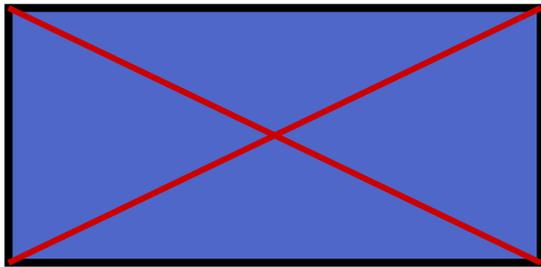
# Свойства прямоугольника, ромба и квадрата

1. **Диагонали** прямоугольника равны.
2. **Диагонали** ромба пересекаются под прямым углом.
3. **Диагонали** ромба являются биссектрисами его углов.
4. **Диагонали** квадрата:
  - 1) равны
  - 2) пересекаются под прямым углом
  - 3) являются биссектрисами его углов



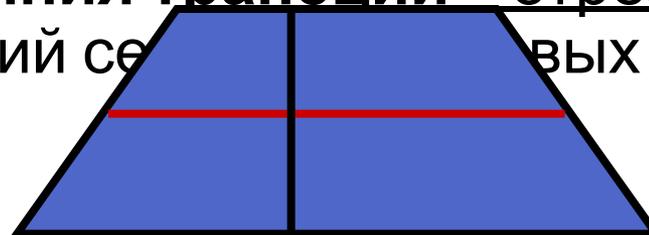
# Свойства прямоугольника, ромба и квадрата

5. Для прямоугольника, ромба и квадрата справедливы все свойства параллелограмма.



# Трапеция (определения)

- **Трапеция** – это четырёхугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие стороны не параллельны.
- **Основания трапеции** – её параллельные стороны.
- **Боковые стороны трапеции** – непараллельные, противолежащие стороны трапеции
- **Высота трапеции** – это отрезок перпендикуляра от любой точки одного основания до её другого основания(или его продолжения)
- **Средняя линия трапеции** – отрезок соединяющий середины боковых сторон трапеции.



# Виды трапеции

- Равнобокая (равнобедренная)



- Прямоугольная

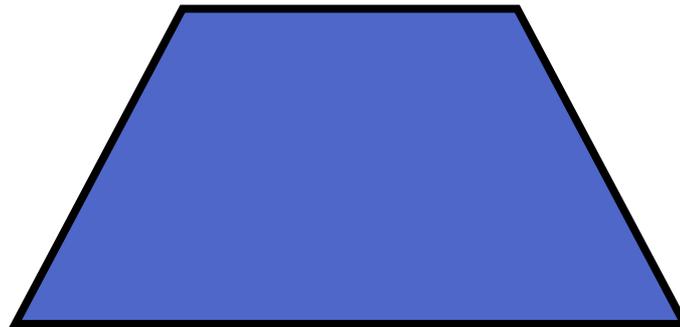


# Свойства трапеции

1. Средняя линия трапеции параллельна основаниям трапеции и равна их полусумме.

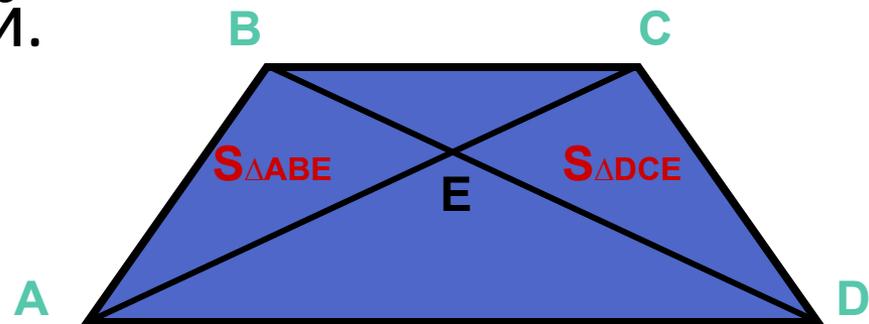
$$MN = \frac{a + b}{2}$$

2. У равнобокой трапеции углы при основании (верхнем и нижнем) равны.



# Свойства трапеции

3. Пусть  $ABCD$  – трапеция с основаниями  $AD$  и  $BC$ , точка  $E$  – точка пересечения её диагоналей.



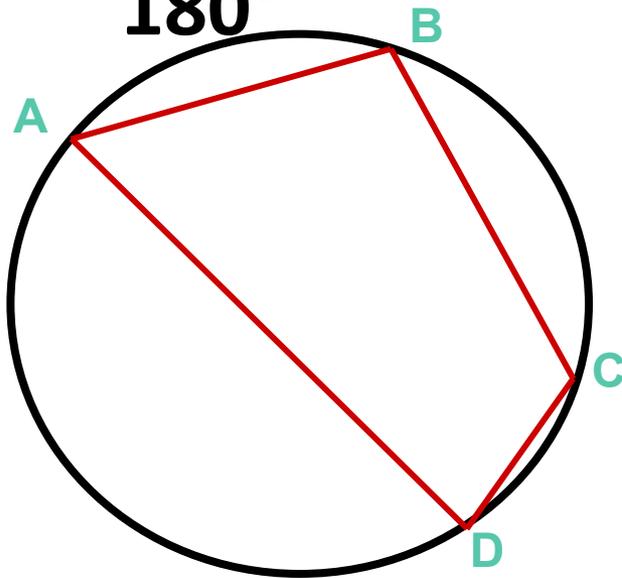
Тогда  $S_{\Delta ABE} = S_{\Delta DCE}$

Данное свойство верно для любых трапеций.



# Свойства вписанных и описанных четырёхугольников

1. Четырёхугольник можно вписать в окружность тогда и только тогда, когда сумма его противоположащих углов равна  $180^\circ$

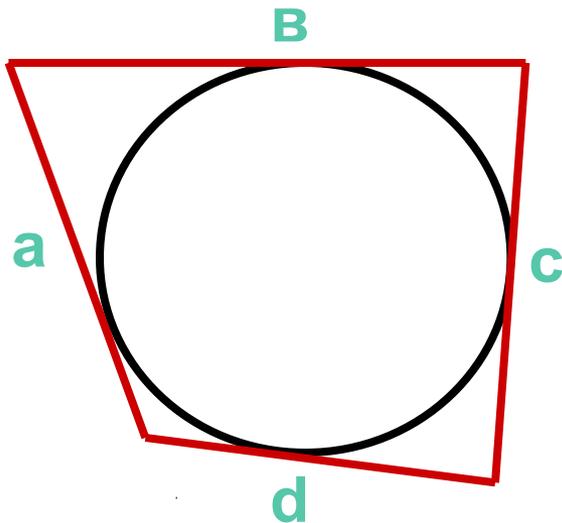


$$A + C = B + D = 180^\circ$$



# Свойства вписанных и описанных четырёхугольников

2. Четырёхугольник можно описать около окружности тогда и только тогда, когда **суммы его противоположных сторон равны.**

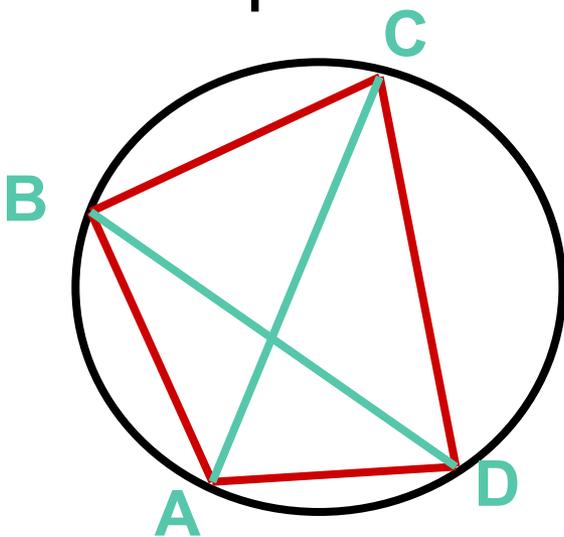


$$a + c = b + d$$



# Свойства вписанных и описанных четырёхугольников

3. Если четырёхугольник вписан в окружность, то произведение его диагоналей равно сумме произведений его противоположных сторон.

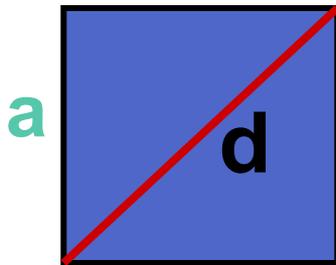


$$AC \cdot BD = AB \cdot CD +$$



# Формулы площадей четырёхугольников

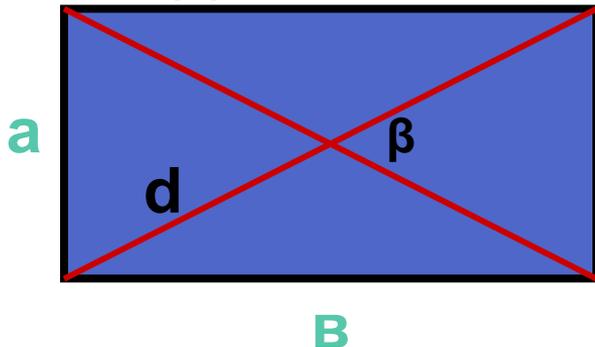
**Квадрат:**  $a$  – сторона;  $d$  – диагональ



$$S = a^2$$

$$S = 1/2 \cdot d^2$$

**Прямоугольник:**  $a, b$  – стороны;  $d$  – диагональ;  $\beta$  – угол между диагоналями



$$S = a \cdot b$$

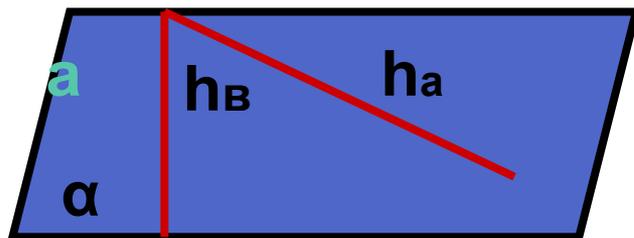
$$S = 1/2 \cdot d^2 \cdot \sin \beta$$



# Формулы площадей четырёхугольников

**Параллелограмм:**  $a$ ,  $b$  –  
стороны;

$\alpha$  – угол между сторонами;  $d_1$  и  $d_2$  –  
диагонали;  $\beta$  – угол между  
диагоналями;  $h_a$  и  $h_b$  – высоты,  
проведенные к сторонам  $a$  и  $b$   
соответственно



$$S = a \cdot h_a = b \cdot h_b$$

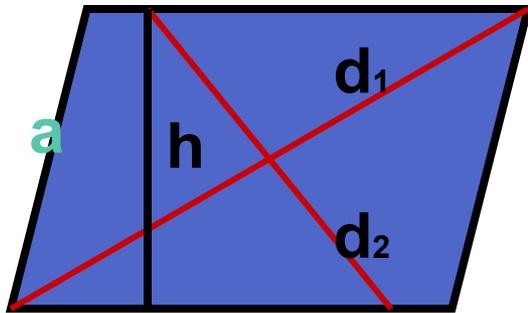
$$S = a \cdot b \cdot \sin \alpha$$

$$S = 1/2 \cdot d_1 d_2 \cdot \sin \beta$$



# Формулы площадей четырёхугольников

**Ромб:**  $a$  – сторона;  $\alpha$  – угол между сторонами;  $d_1$  и  $d_2$  – диагонали;  $h$  – высота



$$S = a \cdot h$$

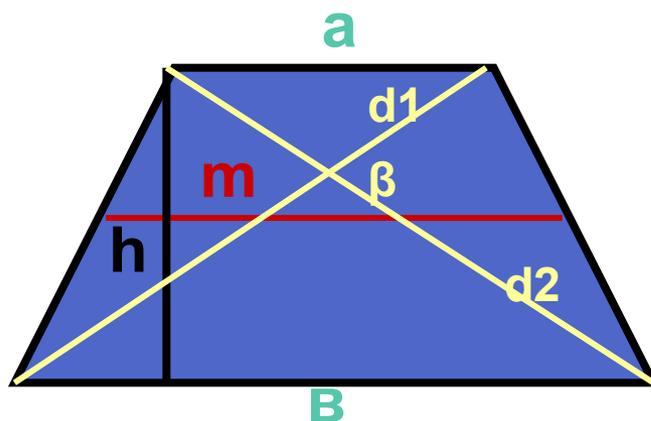
$$S = a^2 \cdot \sin \alpha$$

$$S = 1/2 \cdot d_1 d_2$$



# Формулы площадей четырёхугольников

**Трапеция:**  $a$ ,  $b$  – основания;  
 $\alpha$  – угол между сторонами;  $d_1$  и  $d_2$   
– диагонали;  $\beta$  – угол между  
диагоналями;  $h$  – высота;  $m$  –  
средняя линия



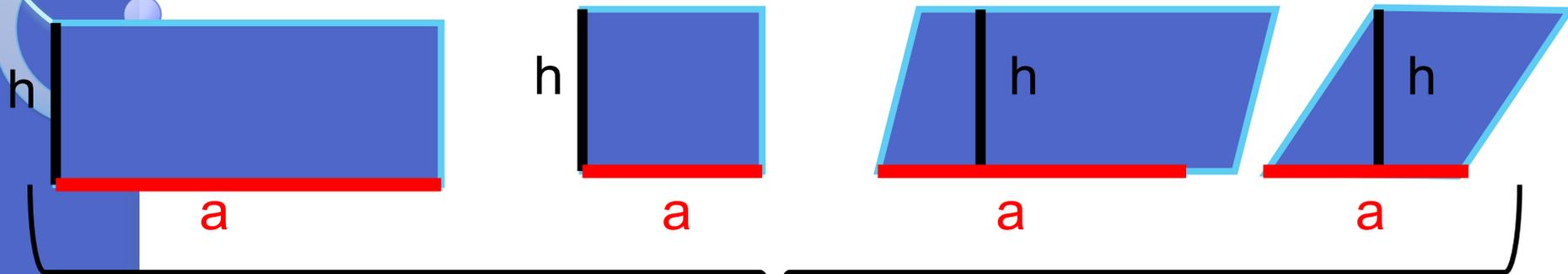
$$S = m \cdot h$$

$$S = 1/2 \cdot d_1 d_2 \cdot \sin \beta$$

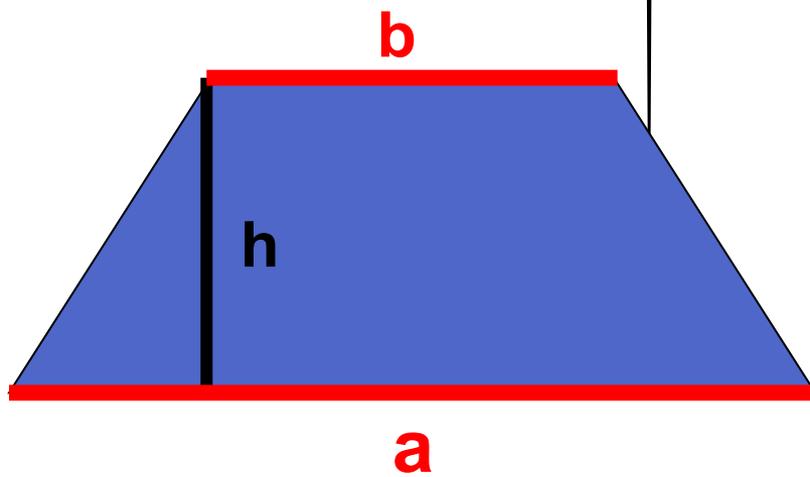
$$S = 1/2 \cdot (a + b) \cdot h$$



# Запомним



$$S = a \times h$$

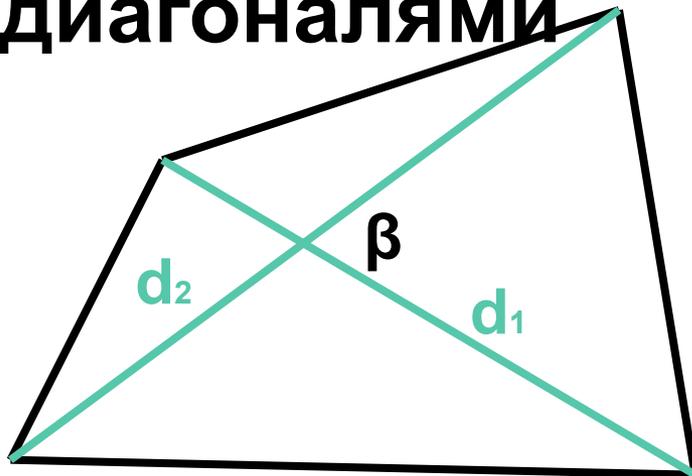


$$S = \frac{a+b}{2} \times h$$

# Формулы площадей четырёхугольников

## Произвольный

**четырёхугольник:**  $d_1$  и  $d_2$  –  
диагонали;  $\beta$  – угол между  
диагоналями



$$S = 1/2 \cdot d_1 d_2 \cdot \sin \beta$$



# Используемые ресурсы

- Л.С. Атанасян. Учебник геометрии 7-9. М.: «Просвещение», 2009 г.
- Т.С. Степанова. Математика. Весь школьный курс в таблицах., Минск, «Букмастер», 2012



[https://www.google.com/search?hl=ru&site=imghp&tbn=isch&source=hp&biw=1382&bih=732&q=%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0&oq=%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0&gs\\_l=img.1.0.0i10.11499.13684.0.20805.10.7.0.3.3.0.113.481.6j1.7.0...0.0...1ac.1.7.img.ZRxa7gaF-MI#imgrc=hBP2SMLPpmMX9M%3A%3BLrDnnfsdseyC3M%3Bhttp%253A%252F%252Fimg16.slando.ua%252Fimages\\_slandocomua%252F74852745\\_1\\_644x461\\_podgotovka-k-zno-matematika-harkov.jpg%3Bhttp%253A%252F%252Fkarkov.kha.slando.ua%252Fobyavlenie%252Fpodgotovka-k-zno-matematika-ID5e1v1.html%3B527%3B461](https://www.google.com/search?hl=ru&site=imghp&tbn=isch&source=hp&biw=1382&bih=732&q=%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0&oq=%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0&gs_l=img.1.0.0i10.11499.13684.0.20805.10.7.0.3.3.0.113.481.6j1.7.0...0.0...1ac.1.7.img.ZRxa7gaF-MI#imgrc=hBP2SMLPpmMX9M%3A%3BLrDnnfsdseyC3M%3Bhttp%253A%252F%252Fimg16.slando.ua%252Fimages_slandocomua%252F74852745_1_644x461_podgotovka-k-zno-matematika-harkov.jpg%3Bhttp%253A%252F%252Fkarkov.kha.slando.ua%252Fobyavlenie%252Fpodgotovka-k-zno-matematika-ID5e1v1.html%3B527%3B461)