

ЦВЕТЫ ИЗ САДА ГЕОМЕТРИИ

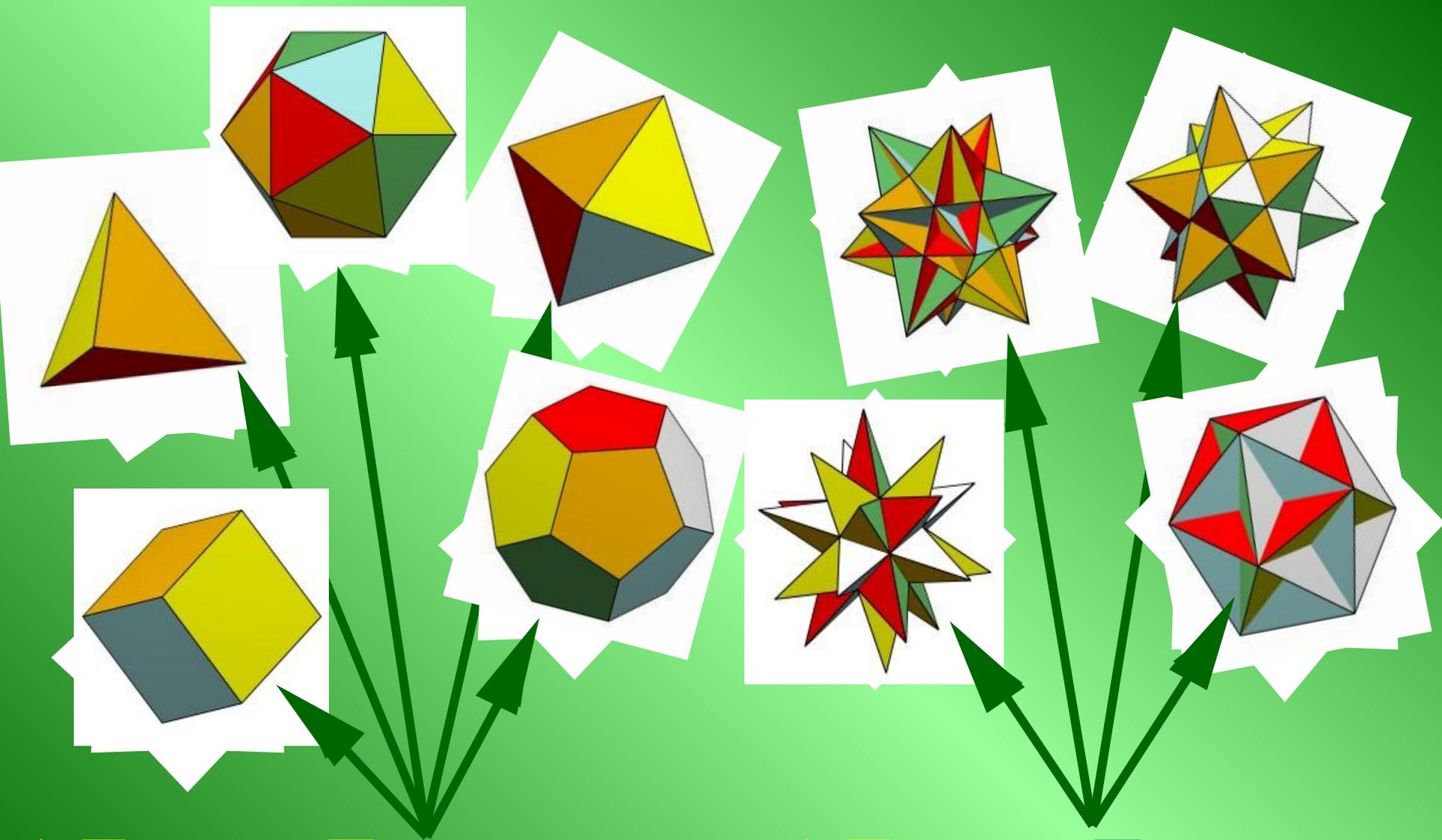
(фантазия на тему
«МНОГОГРАННИКИ»)

«В огромном саду геометрии каждый
найдет букет себе по вкусу.»

Д. Гильберт

ПЛАН ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ

- Определение правильного выпуклого многогранника.
- Платоновы тела, их виды.
- Формула Эйлера для выпуклых многогранников.
- Формулы для вычисления объема и площади поверхности правильных многогранников.
- Использование формы правильных многогранников природой и человеком.
- Звездчатые многогранники, их виды.
- Архимедовы тела, их виды.



❖ **Букет Платона**

❖ **Букет Пуансо**

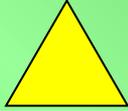
❖ **Букет Архимеда**

ПЛАТОНОВЫ ТЕЛА – правильные выпуклые многогранники.



ПРАВИЛЬНЫЙ МНОГОГРАННИК-

выпуклый многогранник, грани которого являются правильными многоугольниками с одним и тем же числом сторон и в каждой вершине которого сходится одно и то же число ребер.

	Кол-во ребер	Кол-во вершин	Кол-во граней	Вид грани
Тетраэдр	6	4	4	
Куб	12	8	6	
Октаэдр	12	6	8	
Додекаэдр	30	20	12	
Икосаэдр	30	12	20	

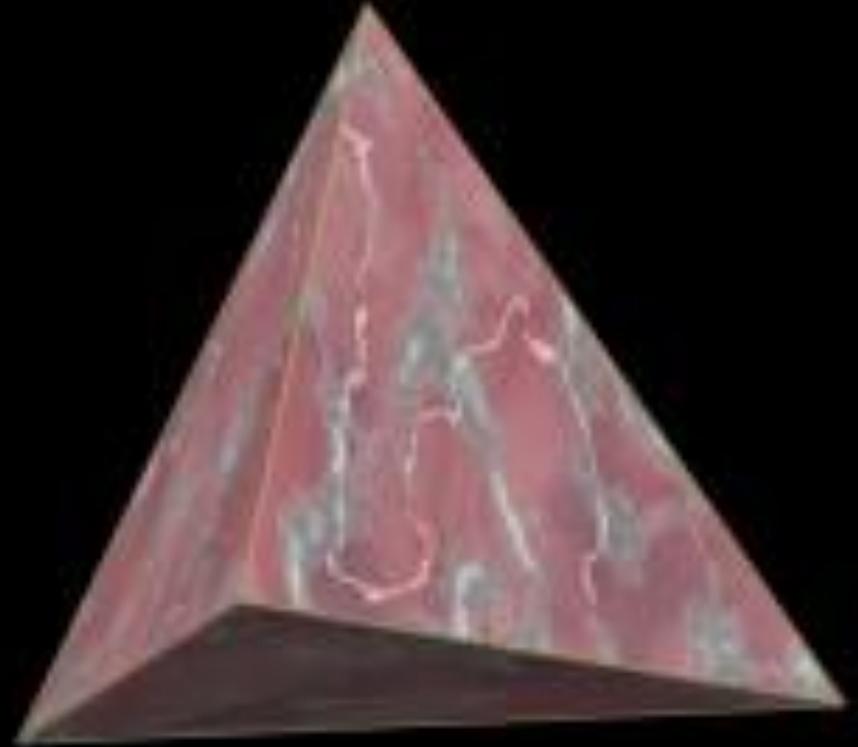
ФОРМУЛЫ ДЛЯ ПРАВИЛЬНЫХ МНОГОГРАННИКОВ

	ОБЪЕМ	ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ
Тетраэдр	$V = (a^3\sqrt{2})/12$	$S = a^2\sqrt{3}$
Куб	$V = a^3$	$S = 6a^2$
Октаэдр	$V = (a^3\sqrt{2})/3$	$S = 2a^2\sqrt{3}$
Додекаэдр	$V = a^3(15+7\sqrt{5})/4$	$S = 3a^2\sqrt{5(5+2\sqrt{5})}$
Икосаэдр	$V = 5a^3(3+\sqrt{5})/12$	$S = 5a^2\sqrt{3}$

ТЕТРАЭДР

Тетраэдр – представитель платоновых тел, то есть правильных выпуклых многогранников.

Поверхность тетраэдра состоит из четырех равносторонних треугольников, сходящихся в каждой вершине по три.



КУБ (ГЕКСАЭДР)

Куб или гексаэдр – представитель платоновых тел, то есть правильных выпуклых многогранников.

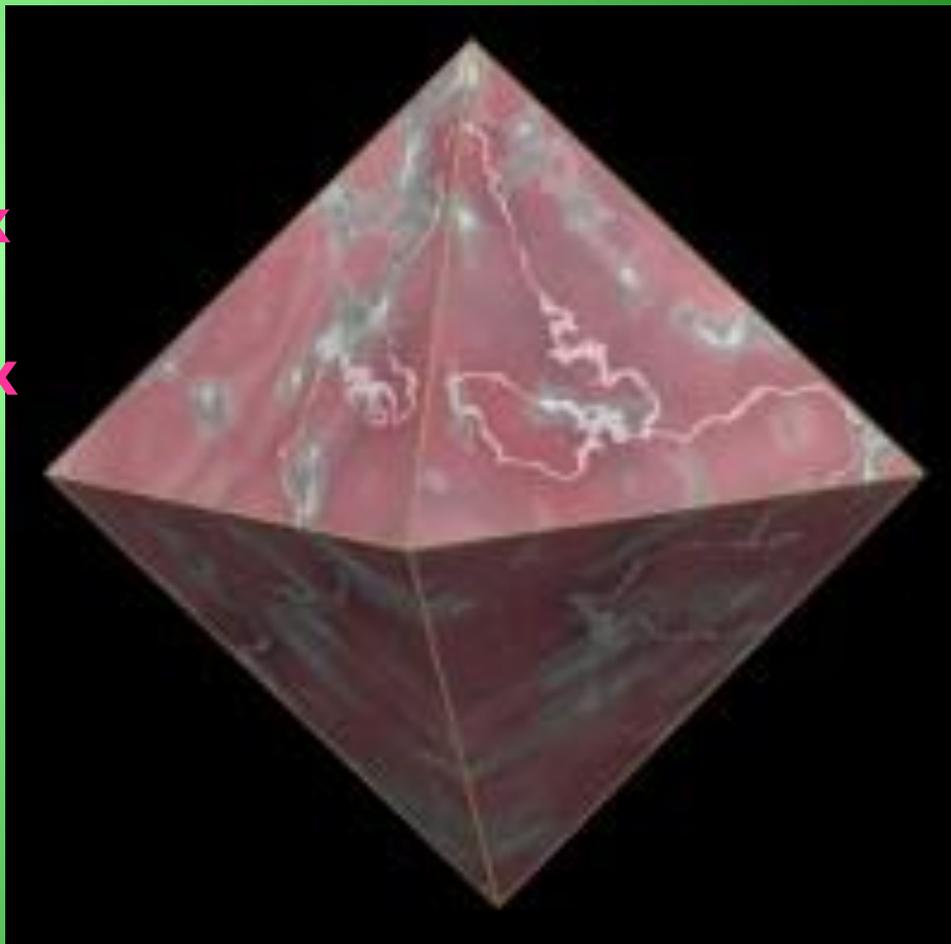
Куб имеет шесть квадратных граней, сходящихся в каждой вершине по три.



ОКТАЭДР

Октаэдр – представитель семейства платоновых тел, то есть правильных выпуклых многогранников.

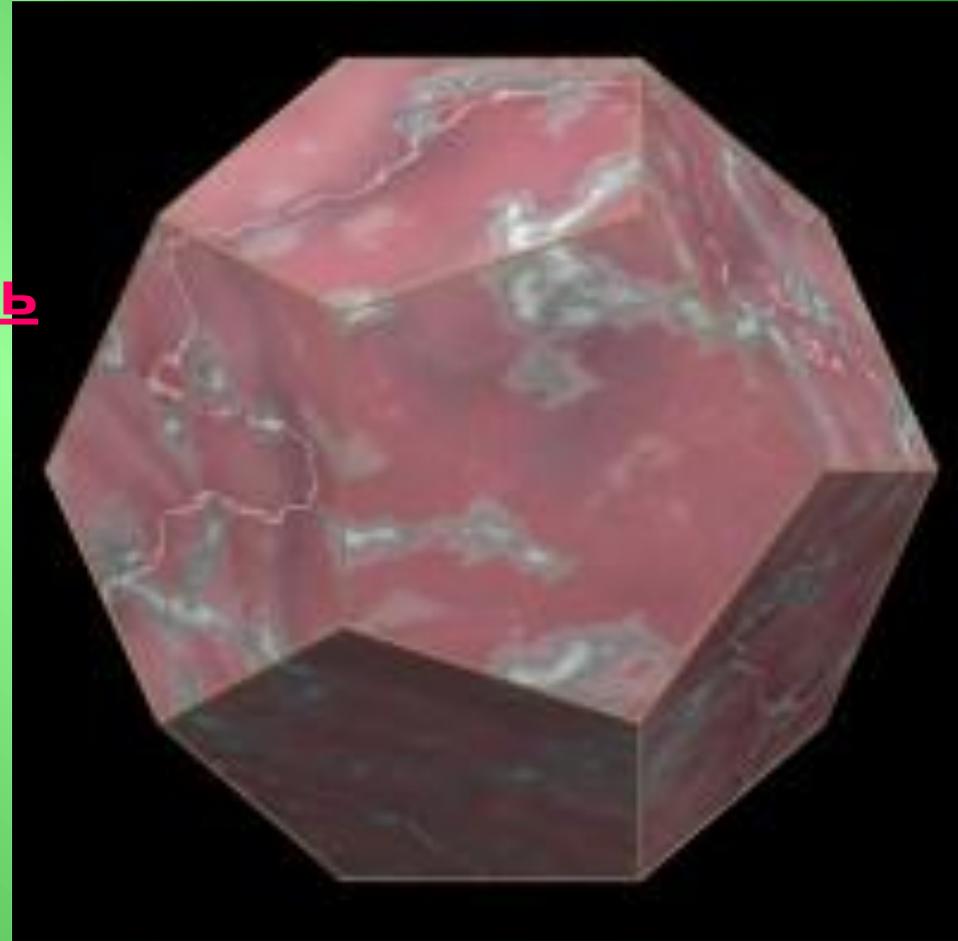
Октаэдр имеет восемь треугольных граней, сходящихся в каждой вершине по четыре.



ДОДЕКАЭДР

Додекаэдр – представитель семейства платоновых тел. Додекаэдр имеет двенадцать пятиугольных граней, сходящихся в вершинах по три.

Этот многогранник замечателен своими тремя звездчатыми формами.



ИКОСАЭДР

Икосаэдр – представитель платоновых тел.

Поверхность икосаэдра состоит из двадцати равносторонних треугольников, сходящихся в каждой вершине по пять.

Икосаэдр имеет одну звездчатую форму.



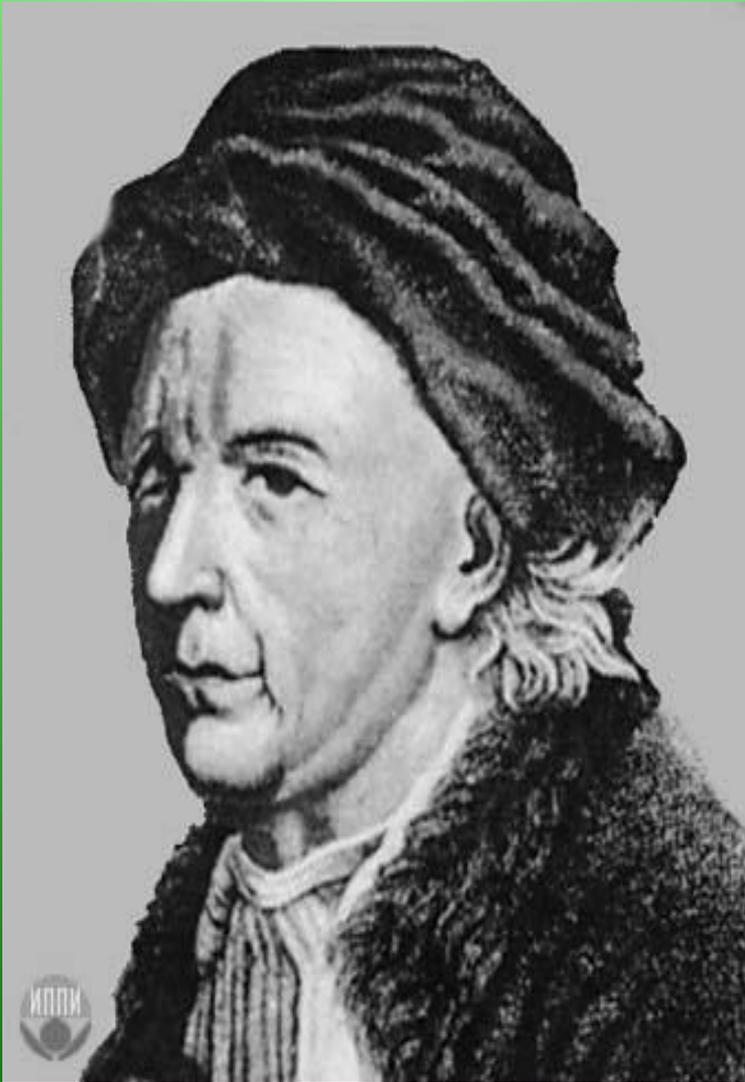
Леонард Эйлер
(1707 – 1783 гг.)

**немецкий
математик и
физик**

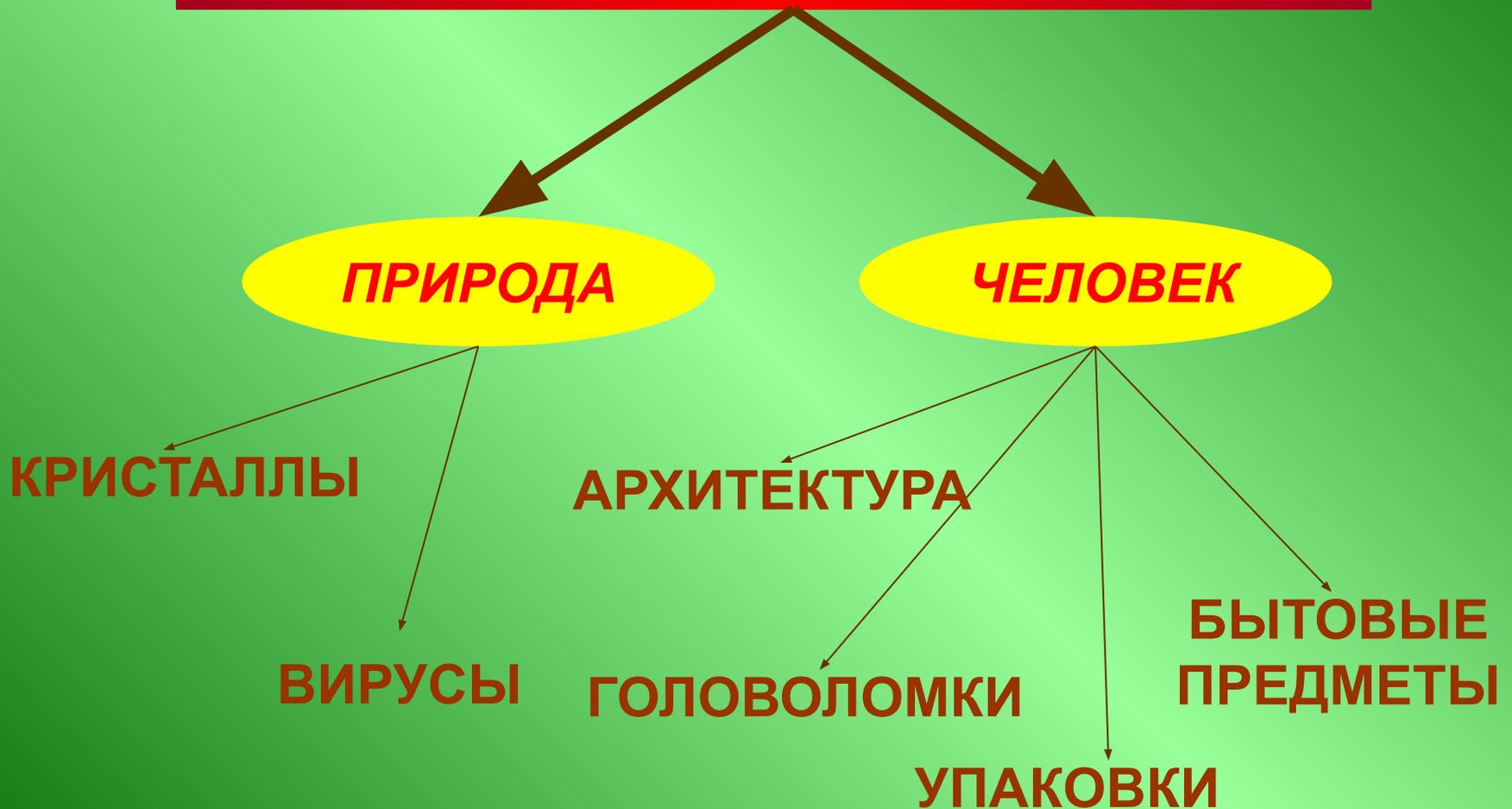
Формула Эйлера

(для правильных многогранников):

$$G + B - P = 2$$



Использование формы правильных многогранников



Задача №1

- Площадь боковой поверхности правильной треугольной пирамиды
- $36\sqrt{2}$ кв. см. Найдите длину апофемы, если ребро основания пирамиды равно 6 см.

Задача №2

- Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 6 см, а сторона основания 14 см. Найдите длину бокового ребра пирамиды.

Платон

428 (427) – 348 (347) гг.
до нашей эры



- Древнегреческий философ-идеалист.
- В учении Платона правильные многогранники играли важную роль.
- Тетраэдр символизировал огонь, куб – землю, октаэдр – воздух, икосаэдр – воду, а додекаэдр – Вселенную.



ТЕЛА ПУАНСО-КЕПЛЕРА – звездчатые многогранники (правильные невыпуклые многогранники).



- ❖ Французский математик Пуансо в 1810 году построил четыре правильных звездчатых многогранника: малый звездчатый додекаэдр, большой звездчатый додекаэдр, большой додекаэдр и большой икосаэдр.
- ❖ Два из них знал И. Кеплер (1571 – 1630 гг.).
- ❖ В 1812 году французский математик О. Коши доказал, что кроме пяти «платоновых тел» и четырех «тел Пуансо» больше нет правильных многогранников.

БОЛЬШОЙ ИКОСАЭДР

Грани большого икосаэдра - пересекающиеся треугольники.

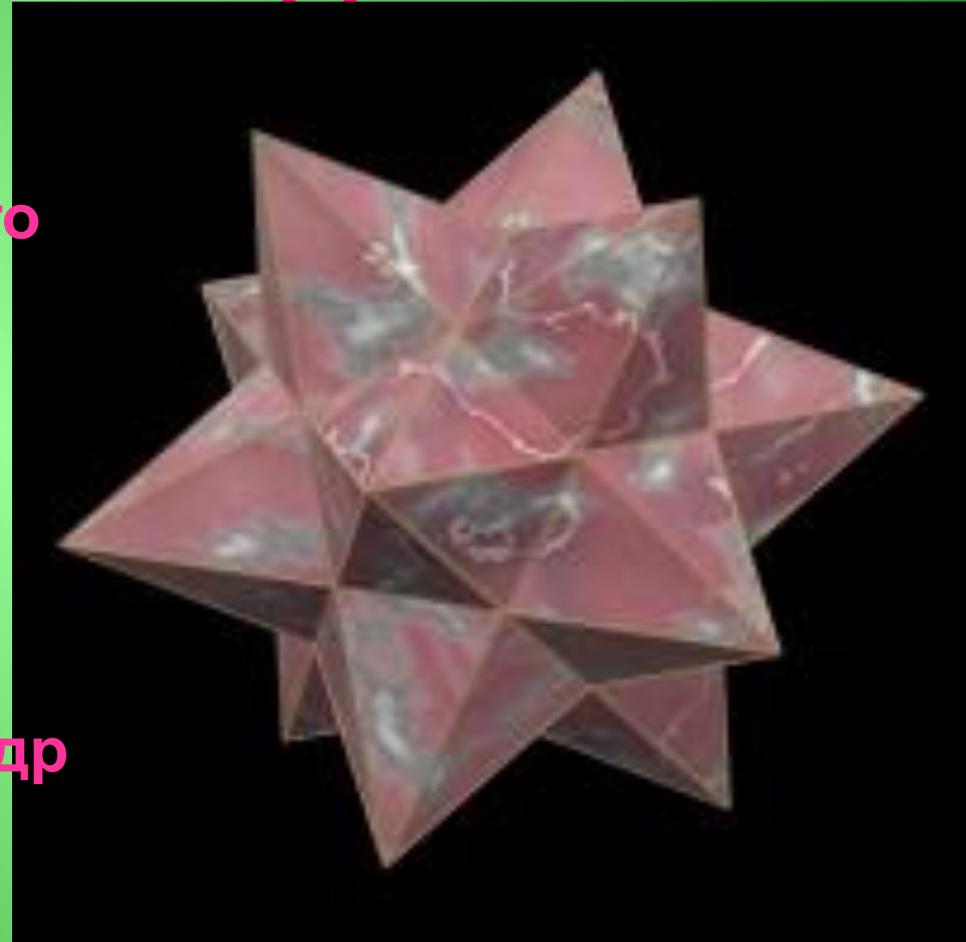
Вершины большого икосаэдра совпадают с вершинами описанного икосаэдра.

Большой икосаэдр был впервые описан Луи Пуансо в 1809 г.



МАЛЫЙ ЗВЕЗДЧАТЫЙ ДОДЕКАЭДР

Грани малого звездчатого додекаэдра - пентаграммы, как и у большого звездчатого додекаэдра. У каждой вершины соединяются пять граней. Вершины малого звездчатого додекаэдра совпадают с вершинами описанного икосаэдра. Малый звездчатый додекаэдр был впервые описан Кеплером в 1619 г.



БОЛЬШОЙ ДОДЕКАЭДР

Грани большого додекаэдра - пересекающиеся пятиугольники.

Вершины большого додекаэдра совпадают с вершинами описанного икосаэдра.

Большой додекаэдр был впервые описан Луи Пуансо в 1809 г.



БОЛЬШОЙ ЗВЕЗДЧАТЫЙ ДОДЕКАЭДР

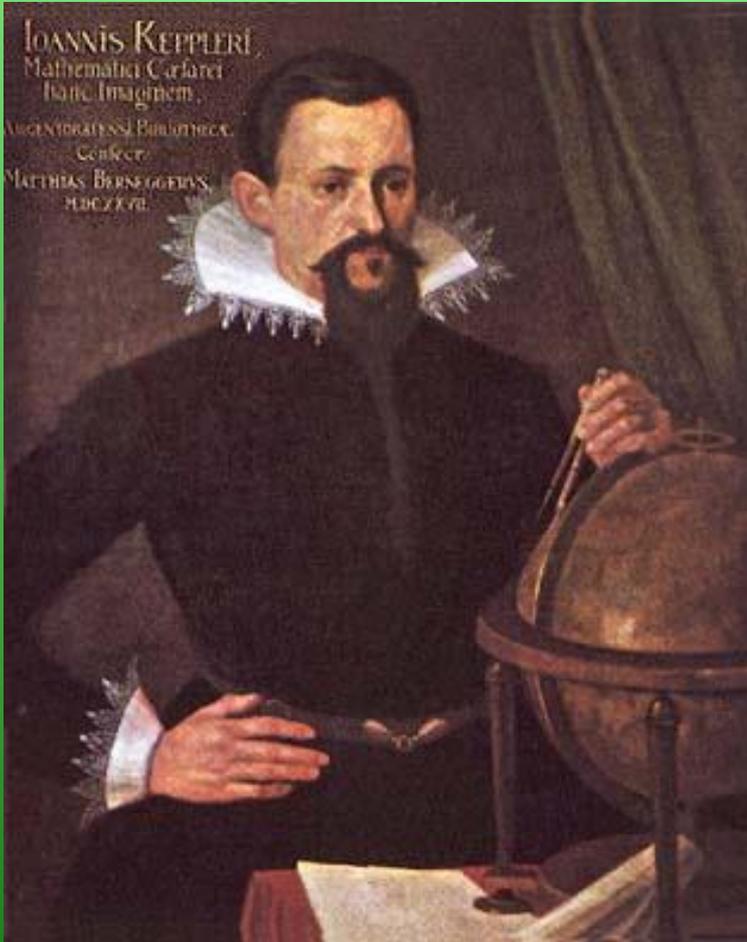
Грани большого звездчатого додекаэдра - пентаграммы, как и у малого звездчатого додекаэдра. У каждой вершины соединяются три грани. Вершины большого звездчатого додекаэдра совпадают с вершинами описанного додекаэдра. Большой звездчатый додекаэдр был впервые описан Кеплером в 1619 г.



ГРАВЮРА ГОЛАНДСКОГО ХУДОЖНИКА МАУРИЦА КОРНЕЛИУСА ЭШЕРА «СИЛЫ ГРАВИТАЦИИ»



Иоганн Кеплер (1571 – 1630 гг.)



- Немецкий астроном.
- В 1619 году описал два звездчатых многогранника: большой звездчатый додекаэдр и малый звездчатый додекаэдр
- Занимался теорией полуправильных выпуклых многогранников

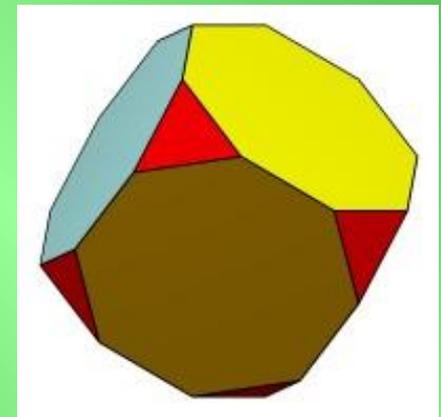
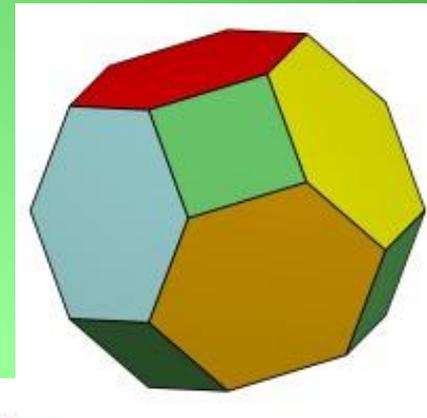
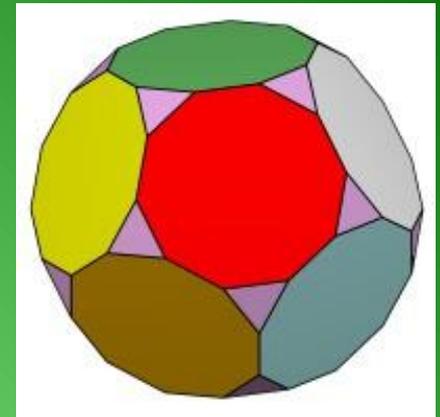
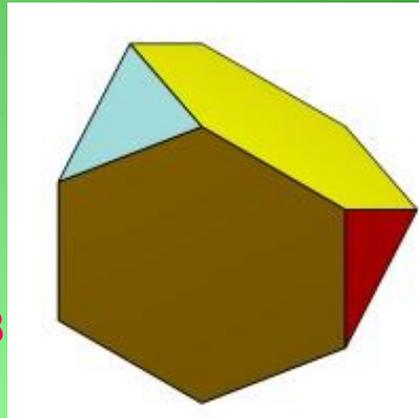


ТЕЛА АРХИМЕДА – полуправильные однородные выпуклые многогранники

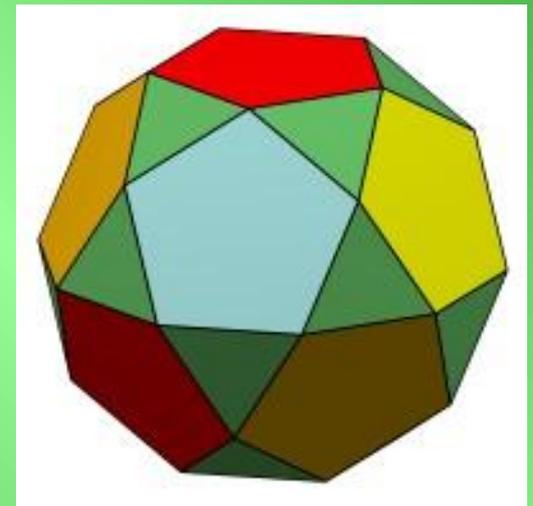
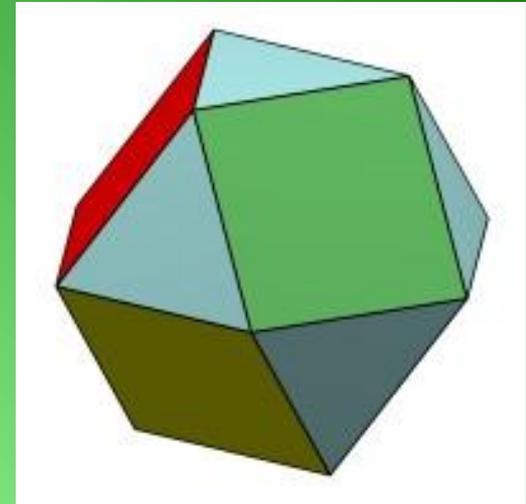
- Архимедовыми телами называются выпуклые многогранники, все многогранные углы которых равны, а грани – правильные многоугольники нескольких типов (этим они отличаются от платоновых тел).
- Множество архимедовых тел можно разбить на пять групп.

Первую группу составляют пять многогранников, которые получаются из пяти платоновых тел в результате их усечения:

усеченный тетраэдр,
усеченный куб,
усеченный октаэдр,
усеченный додекаэдр,
усеченный икосаэдр.

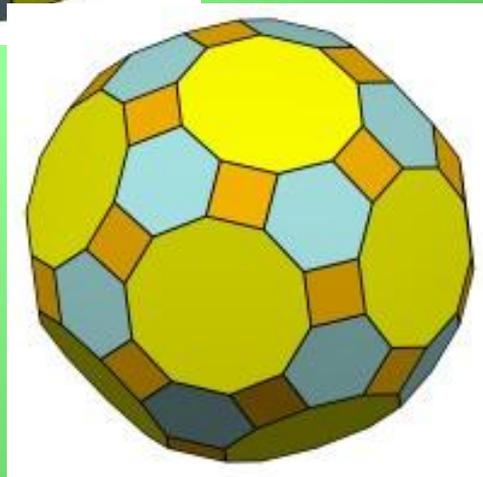
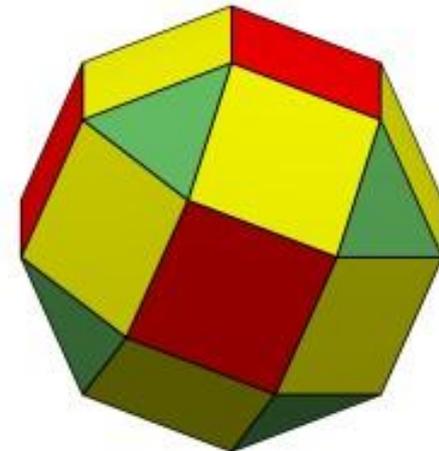
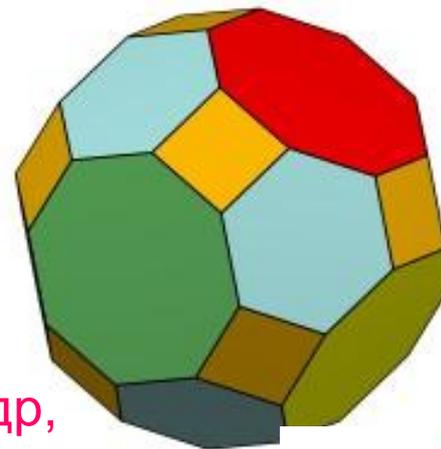
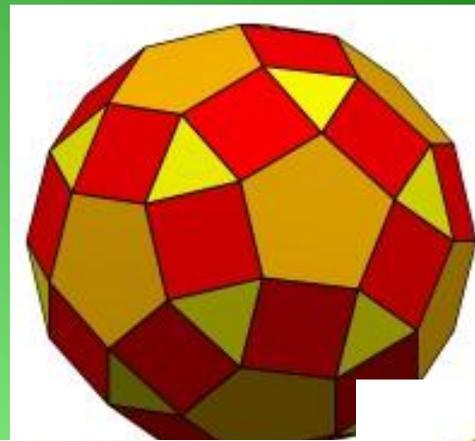


Вторую группу составляют два тела, называемых *квазиправильными* многогранниками. Это название означает, что гранями этого многогранника являются правильные многоугольники всего двух типов, причем каждая грань одного типа окружена гранями другого типа. Эти два тела называются кубоктаэдр и икосододекаэдр.

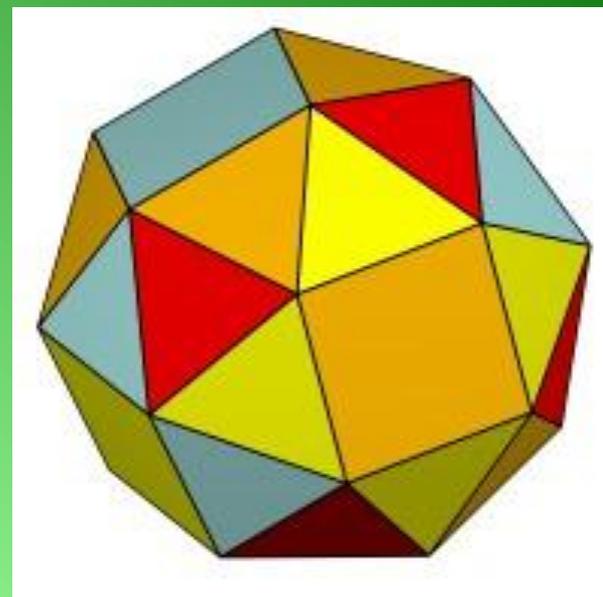


В третью группу входят ромбокубктаэдр, который иногда называют малым ромбокубктаэдром и ромбоикосододекаэдр, называемый также малым ромбоикосододекаэдром. В эту же группу входят

ромбоусеченный кубктаэдр, иногда называемый большим ромбокубктаэдром и ромбоусеченный икосододекаэдр, называемый также большим ромбоикосододекаэдром, которые получаются из кубктаэдра и икосододекаэдра при другом варианте усечения.



В четвертую группу входят две *курносые* модификации - курносый куб и курносый додекаэдр. Для них характерно несколько повернутое положение граней. В результате эти многогранники, в отличие от предыдущих, не имеют плоскостей симметрии, но имеют оси симметрии. Так как плоскостей симметрии нет, то зеркальное отражение такого тела не совпадает с исходным телом, и поэтому существуют по две формы каждого из них - "правая" и "левая", отличающиеся так же, как правая и левая руки.

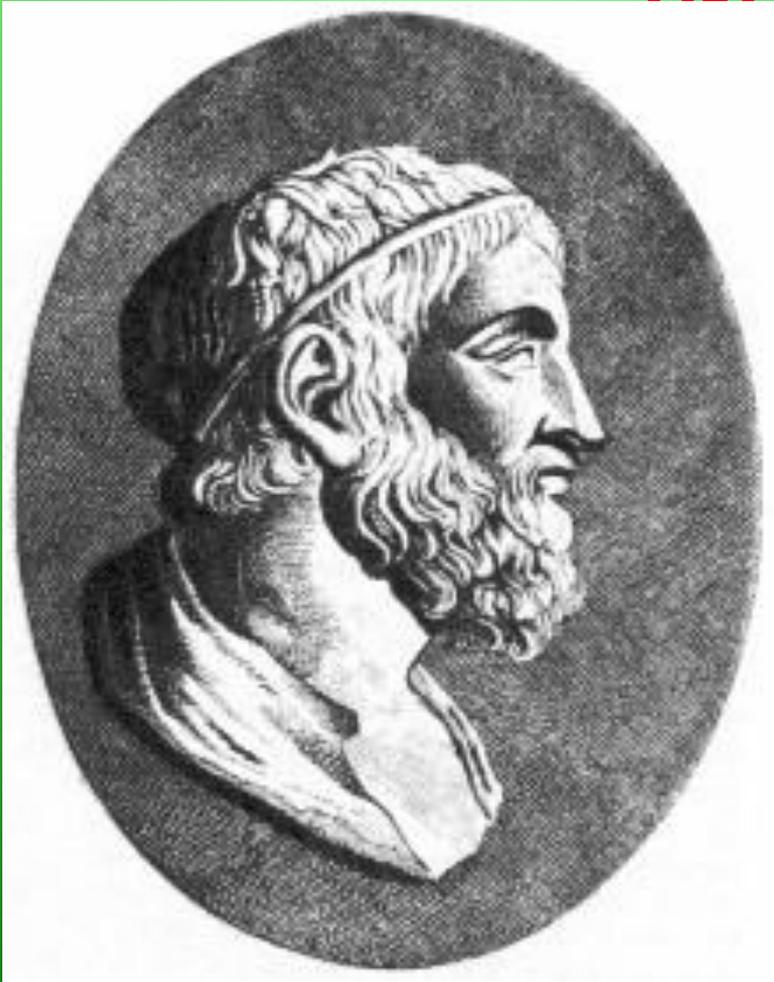


Пятая группа
состоит из
единственного
многогранника -
псевдоромбкубоктаэдра,
открытого лишь в XX
веке. Он может быть
получен из
ромбокубоктаэдра, если
повернуть одну из
восьмиугольных чаш на
 45° .



Архимед

около 287 – 212 гг. до нашей эры



- Древнегреческий ученый.
- Открытие тринадцати полуправильных выпуклых многогранников приписывается Архимеду, впервые перечислившего их в недошедшей до нас работе. Ссылки на эту работу имеются в трудах математика Паппа.

Список литературы:

- М. Венниджер «Модели многогранников», изд. «Мир», Москва, 1974 г.
- К. Левитин «Геометрическая рапсодия», изд. «Знание», Москва, 1984 г.
- Журнал «Квант», №4 , 1987 г.
- Интернетресурсы:
- <http://nips.riss-telecom.ru/poli/>