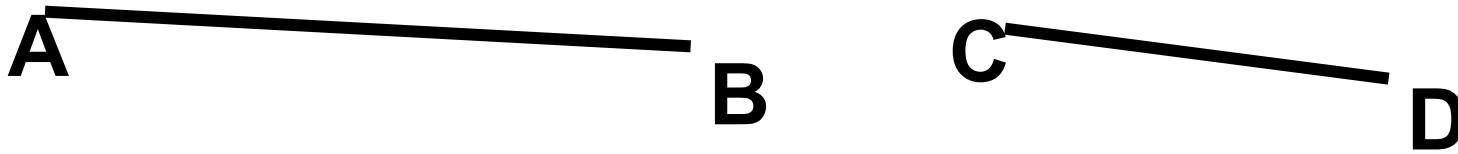


*8 класс*

# *Подобные треугольники*

# Пропорциональные отрезки



- Отношением отрезков АВ и CD называется отношение их длин, т.е.  $\frac{AB}{CD}$ .

## Пропорциональные отрезки

Отрезки **AB** и **CD** пропорциональны отрезкам **A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>** и **C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>**,

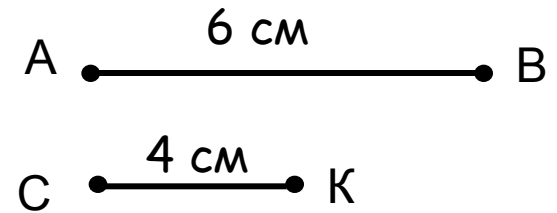
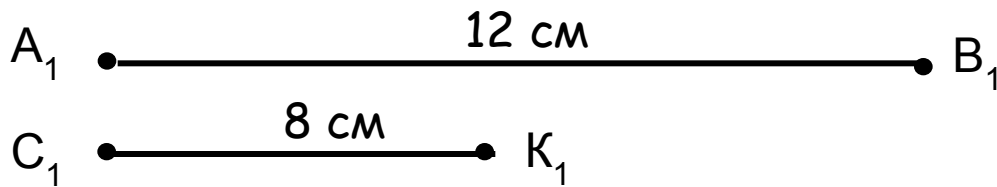
если  $\text{---} = \text{---}$

### Пример

Отрезки **AB** и **CD** пропорциональны отрезкам **A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>** и **C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>**,

$\text{---} = \text{---}$

# Пропорциональные отрезки



$$\frac{12}{6} = \frac{8}{4}$$

$$\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{C_1K_1}{CK}$$

Говорят, что отрезки  $A_1B_1$  и  $C_1K_1$  пропорциональны отрезкам  $AB$  и  $CK$ .

Пропорциональны ли отрезки  $AB$  и  $CK$  отрезкам  $EP$  и  $HT$ , если:

- а)  $AB = 15$  см,  $CK = 2,5$  см,  $EP = 3$  см,  $HT = 0,5$  см ? **да**
- б)  $AB = 12$  см,  $CK = 2,5$  см,  $EP = 36$  см,  $HT = 5$  см ? **нет**
- в)  $AB = 24$  см,  $CK = 2,5$  см,  $EP = 12$  см,  $HT = 5$  см ? **нет**

Понятие пропорциональности вводится и для большего числа отрезков.

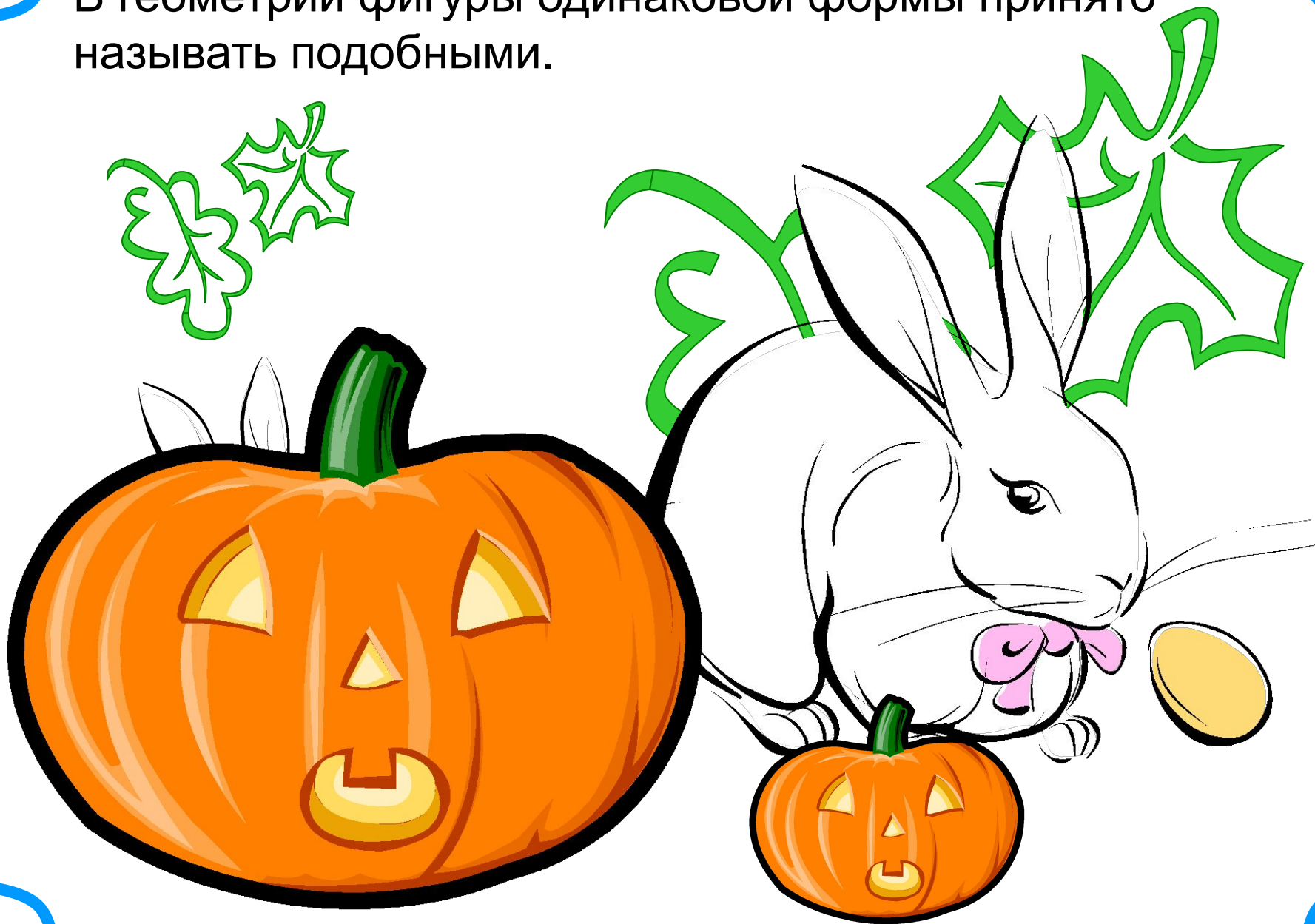
Отрезки

**AB**, **CD** и **EF** пропорциональны отрезкам **A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>**, **C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>** и **E<sub>1</sub>F<sub>1</sub>**,

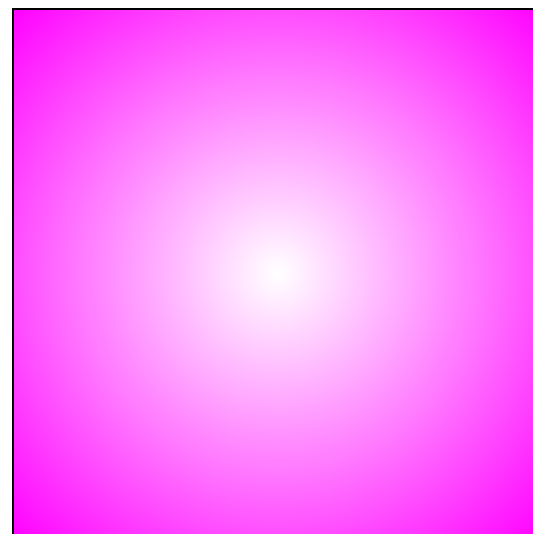
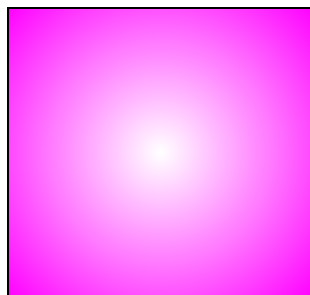
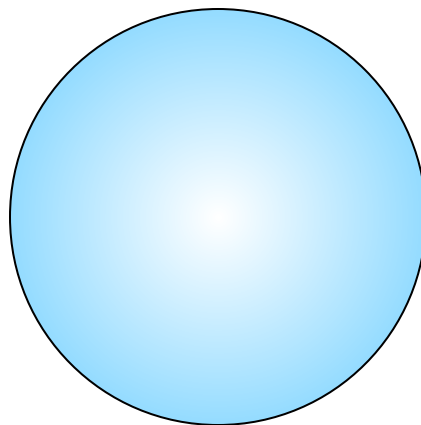
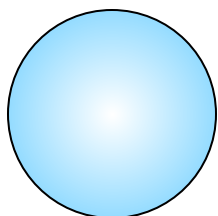
если

$$\text{---} = \text{---} = \text{---}$$

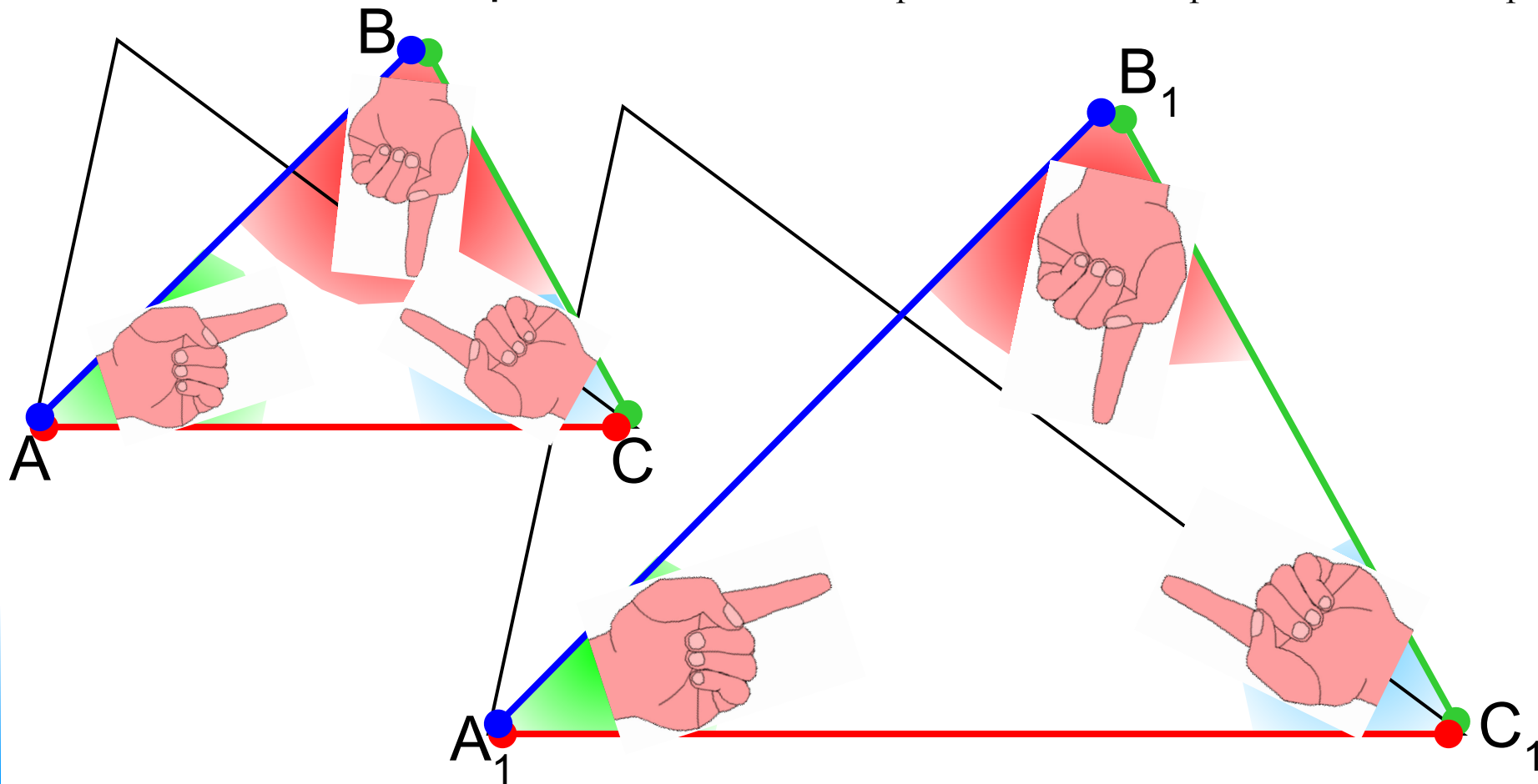
В геометрии фигуры одинаковой формы принято называть подобными.



Подобными являются любые два круга, два квадрата.



Пусть у двух треугольников  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  углы соответственно равны  $\angle A = \angle A_1$ ,  $\angle B = \angle B_1$ ,  $\angle C = \angle C_1$



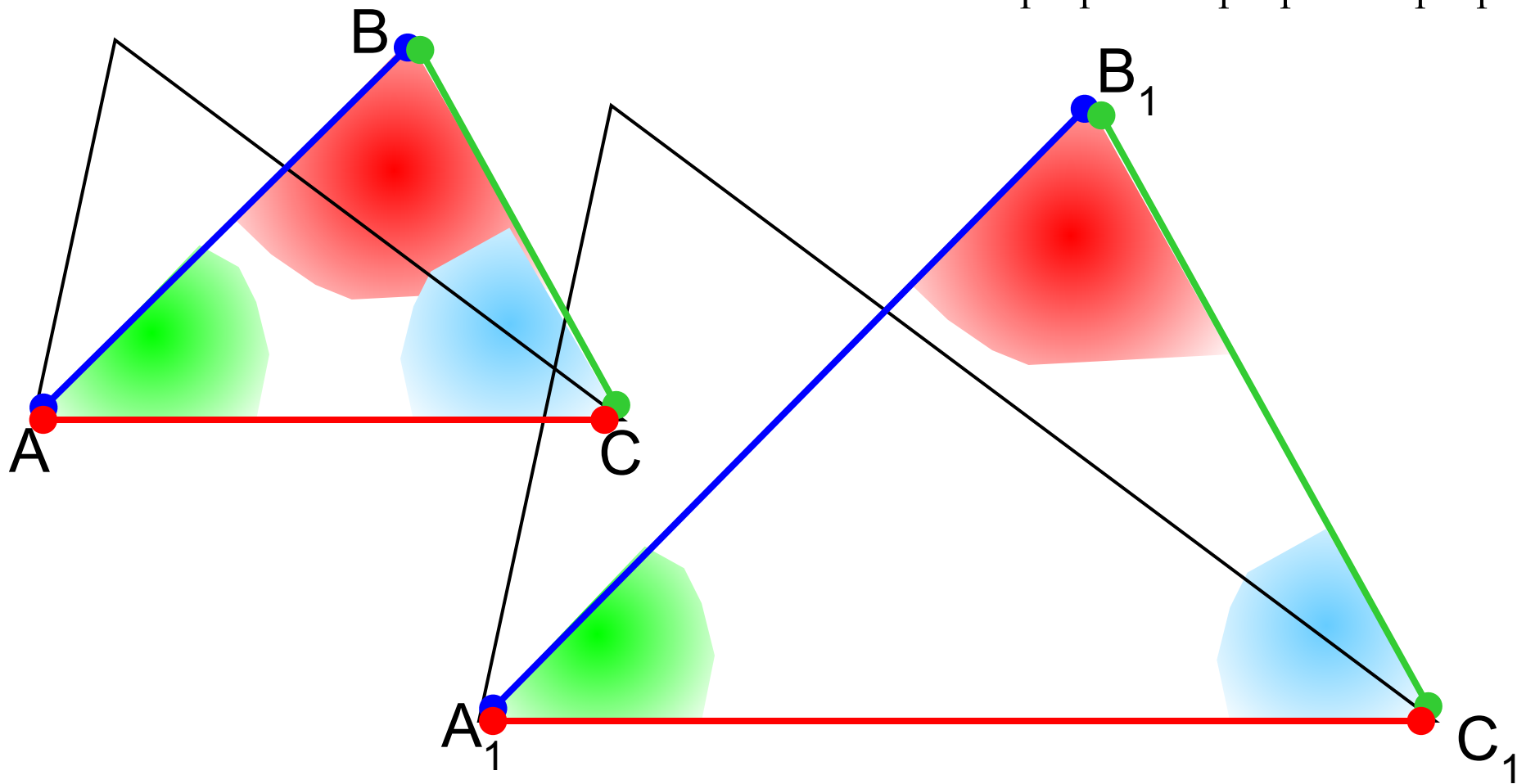
В этом случае стороны  $AB$  и  $A_1B_1$ ,  $BC$  и  $B_1C_1$ ,  $CA$  и  $C_1A_1$  называются **сходственными**.



Два треугольника называются подобными, если их углы соответственно равны и стороны одного треугольника соответственно пропорциональны сходственным сторонам другого.

$$\angle A = \angle A_1, \quad \angle B = \angle B_1, \quad \angle C = \angle C_1$$

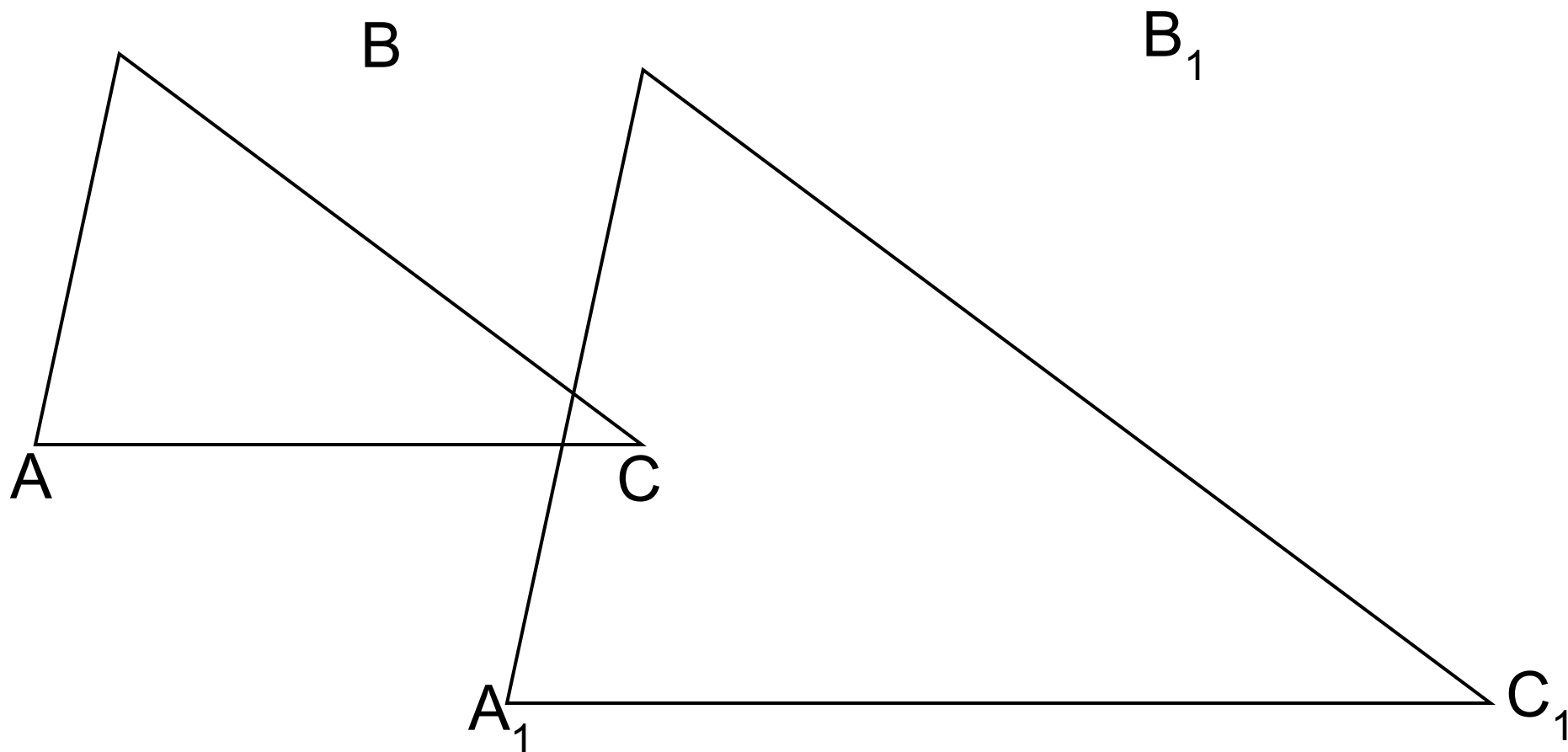
$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$



Число  $k$ , равное отношению сходственных сторон подобных треугольников, называется коэффициентом подобия.

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = k$$

$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$$



Дано:  $\triangle ABC \sim \triangle ORV$

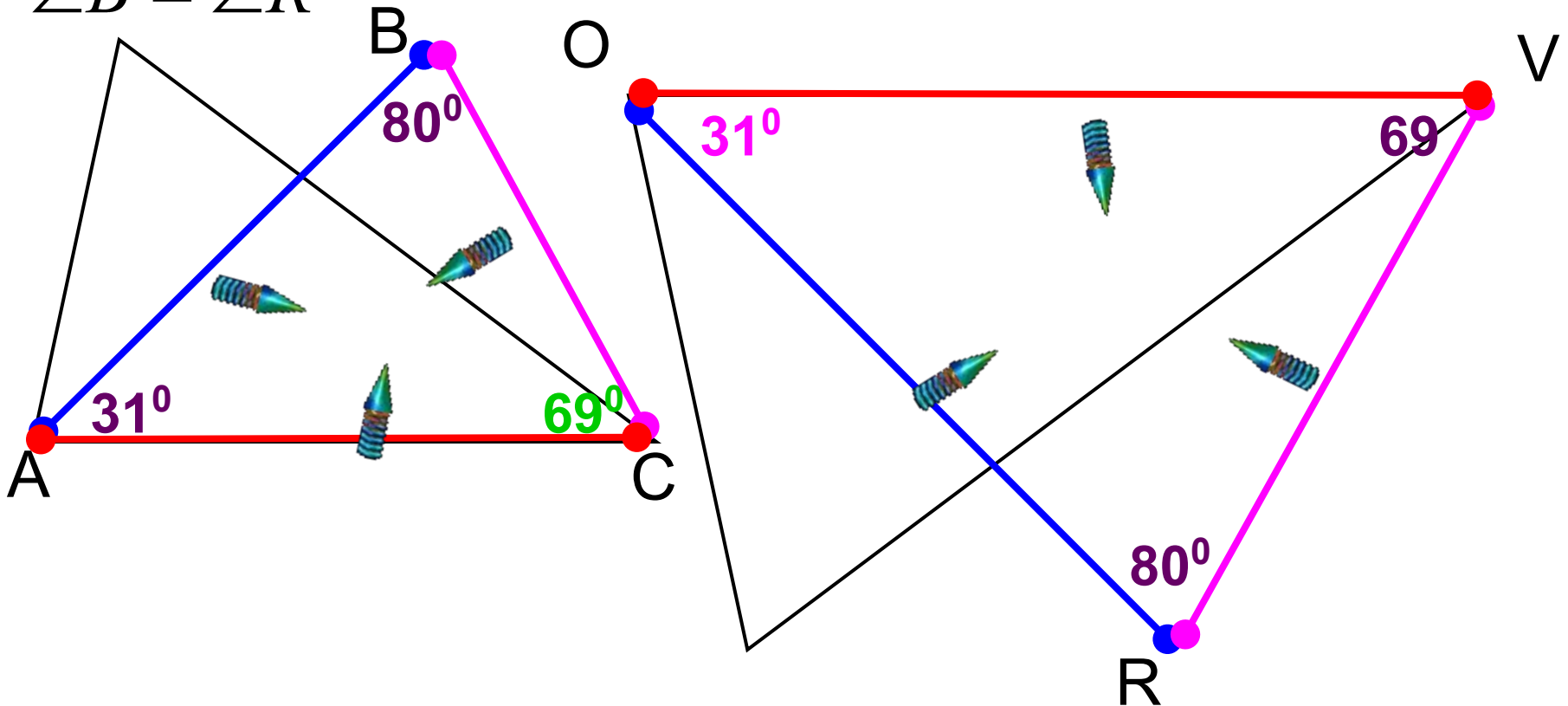
$$\frac{AB}{OR} = \frac{BC}{RV} = \frac{AC}{OV}$$

$$\angle C = \angle V$$

$$\angle A = \angle O$$

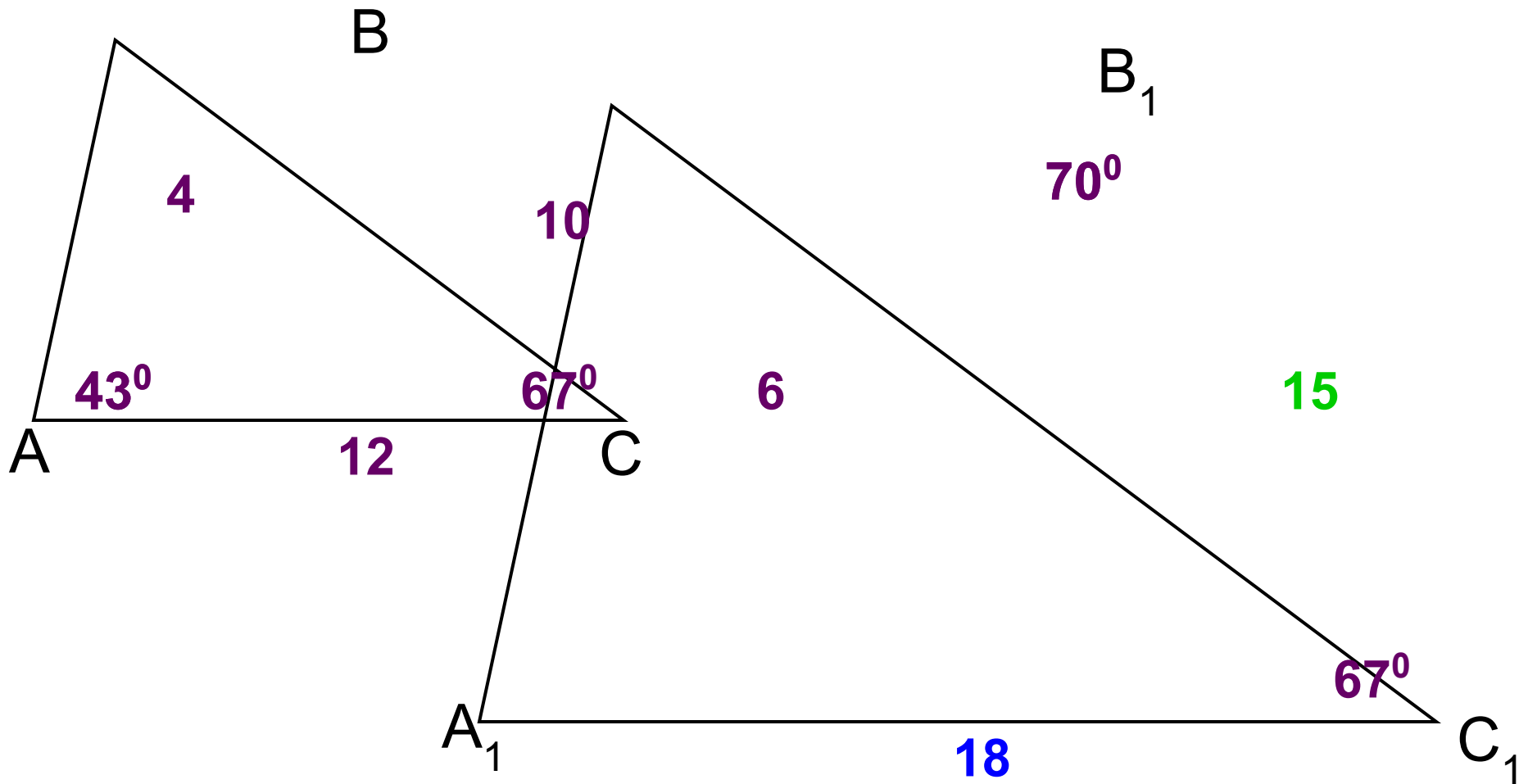
$$\angle B = \angle R$$

Найти все углы треугольников



Найти неизвестные стороны и углы подобных треугольников.

Дано:  $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

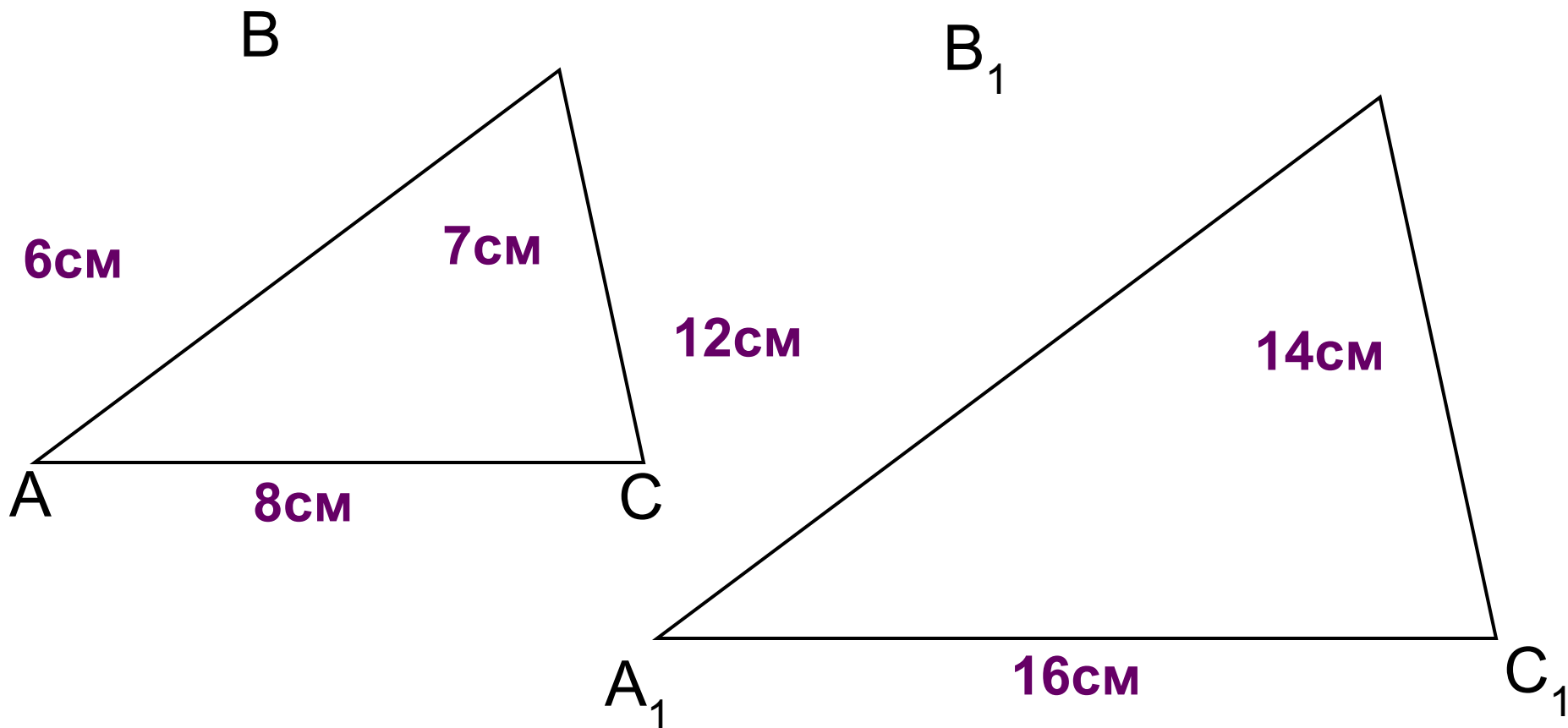


## Блиц-опрос

Дано:  $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

Найдите:  $x, y, z$ .

$$\frac{A_1B_1}{AB} = 2$$

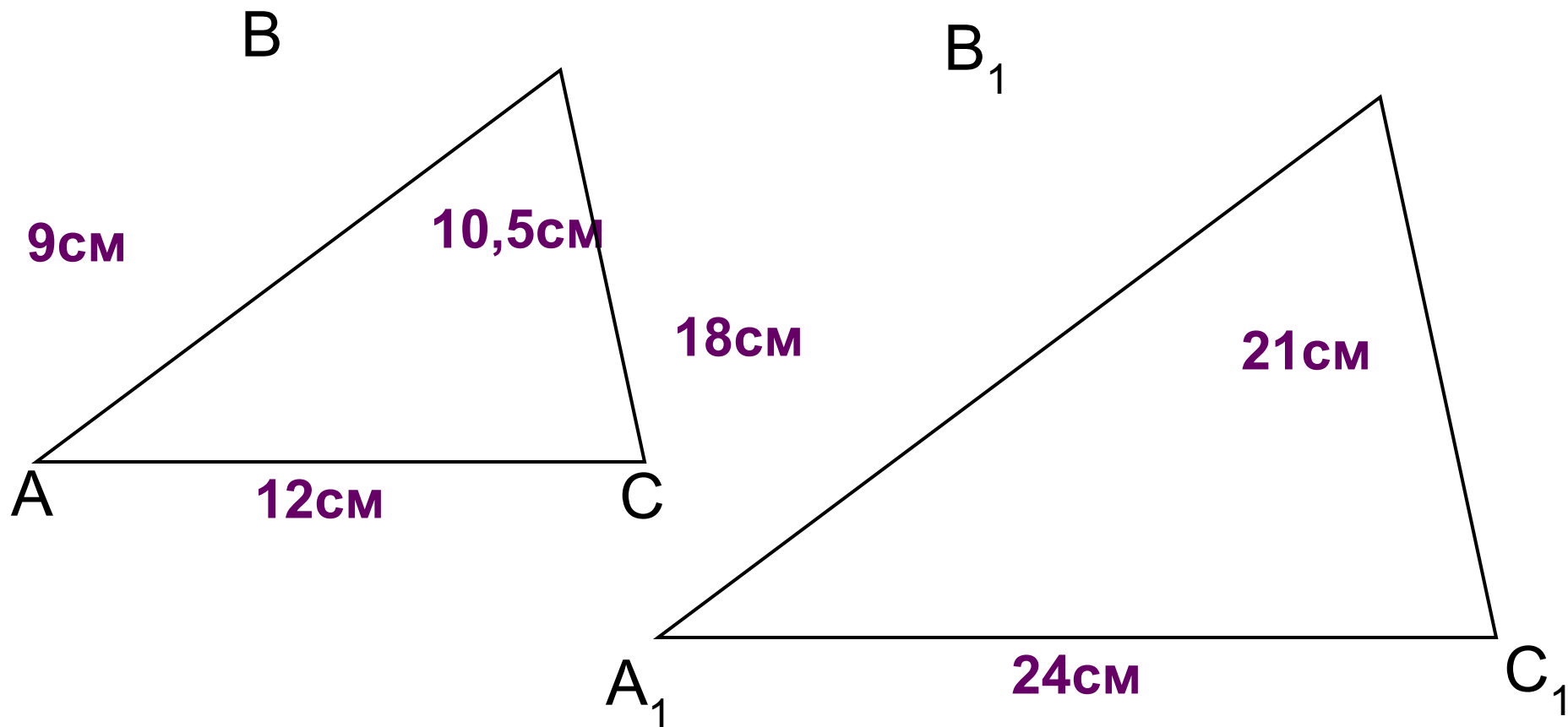


## Блиц-опрос

Дано:  $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

Найдите:  $x, y, z$ .

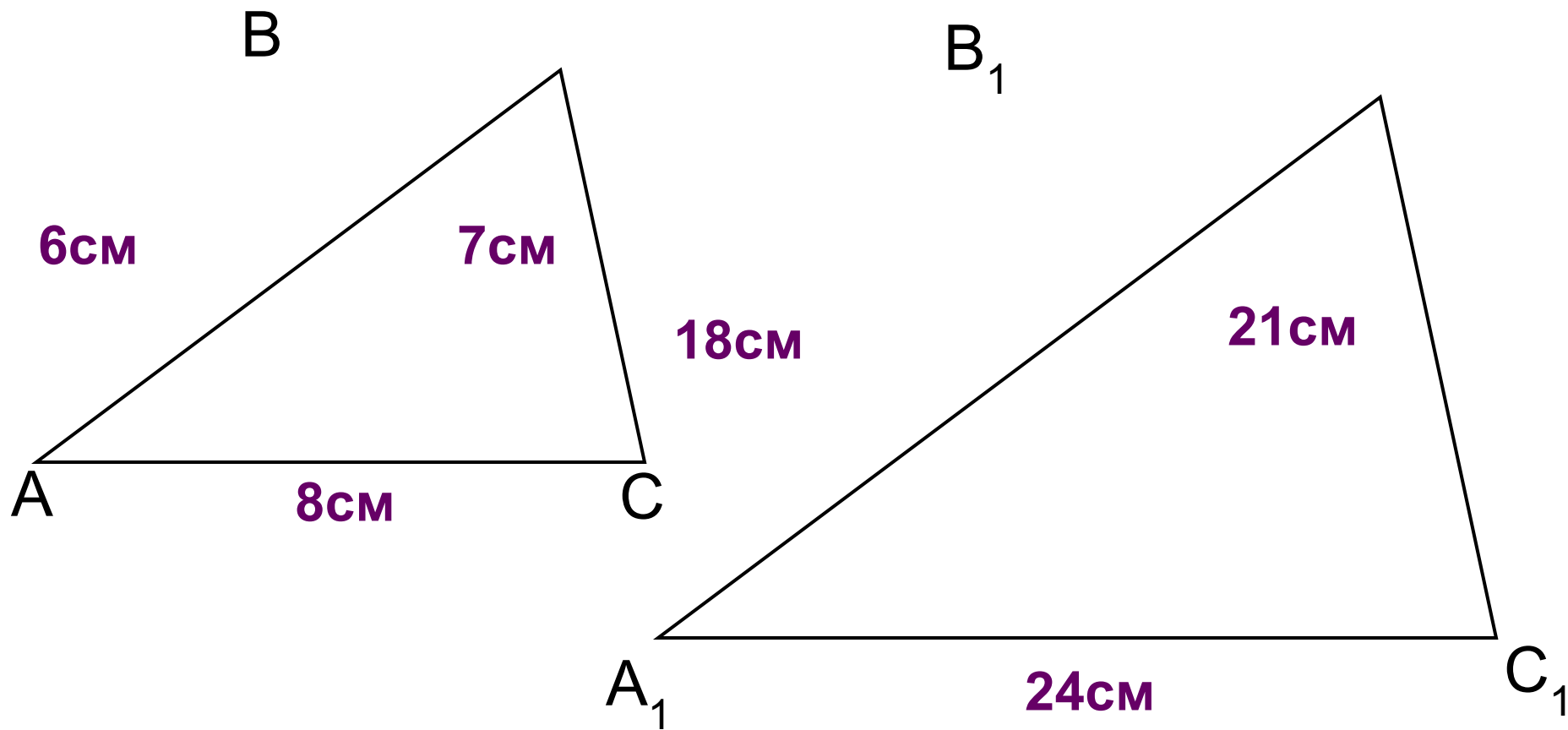
$$\frac{A_1B_1}{AB} = 2$$



## Блиц-опрос

Дано:  $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

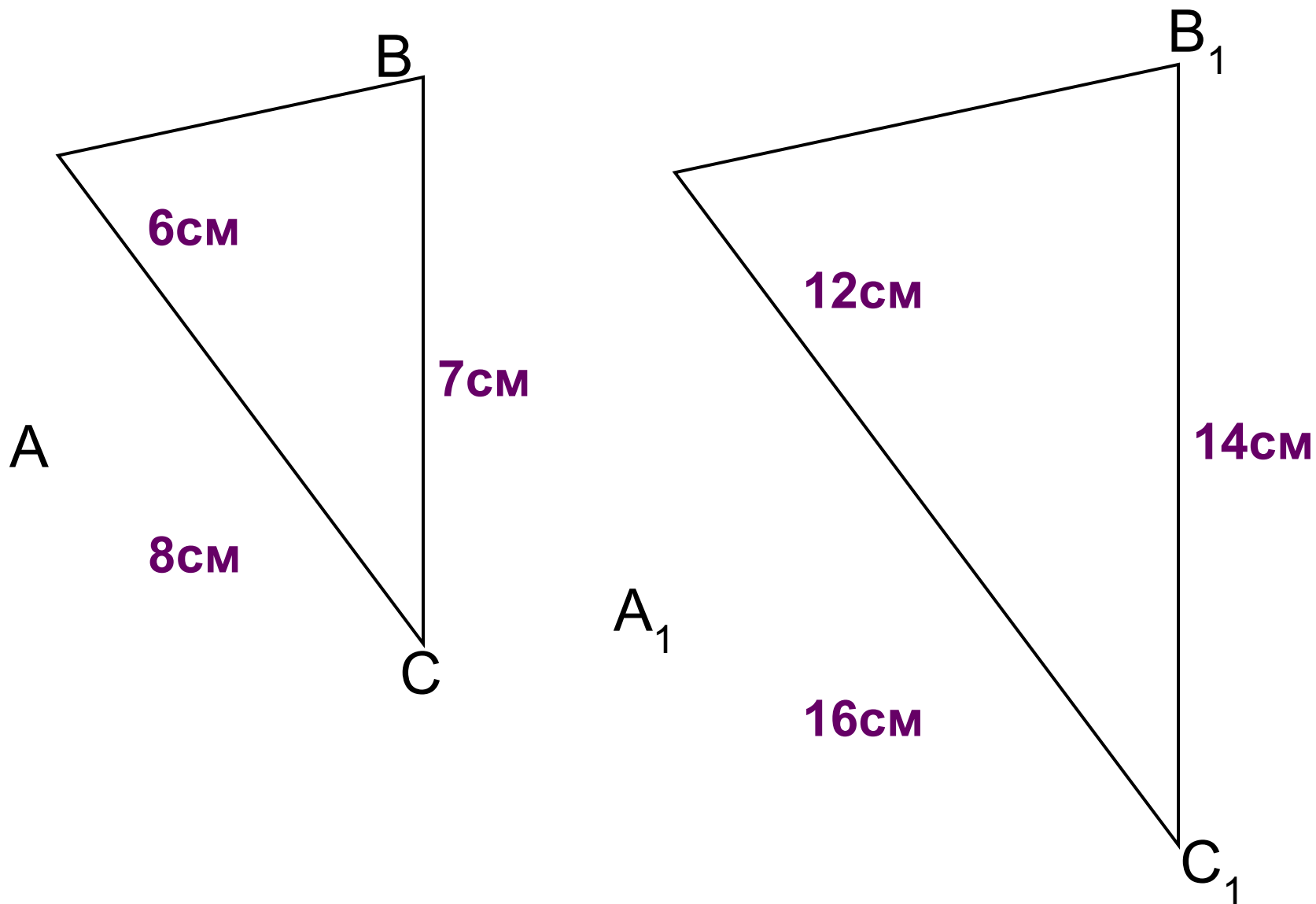
Найдите:  $x$ ,  $y$ .



## Блиц-опрос

Дано:  $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

Найдите:  $x, y$ .

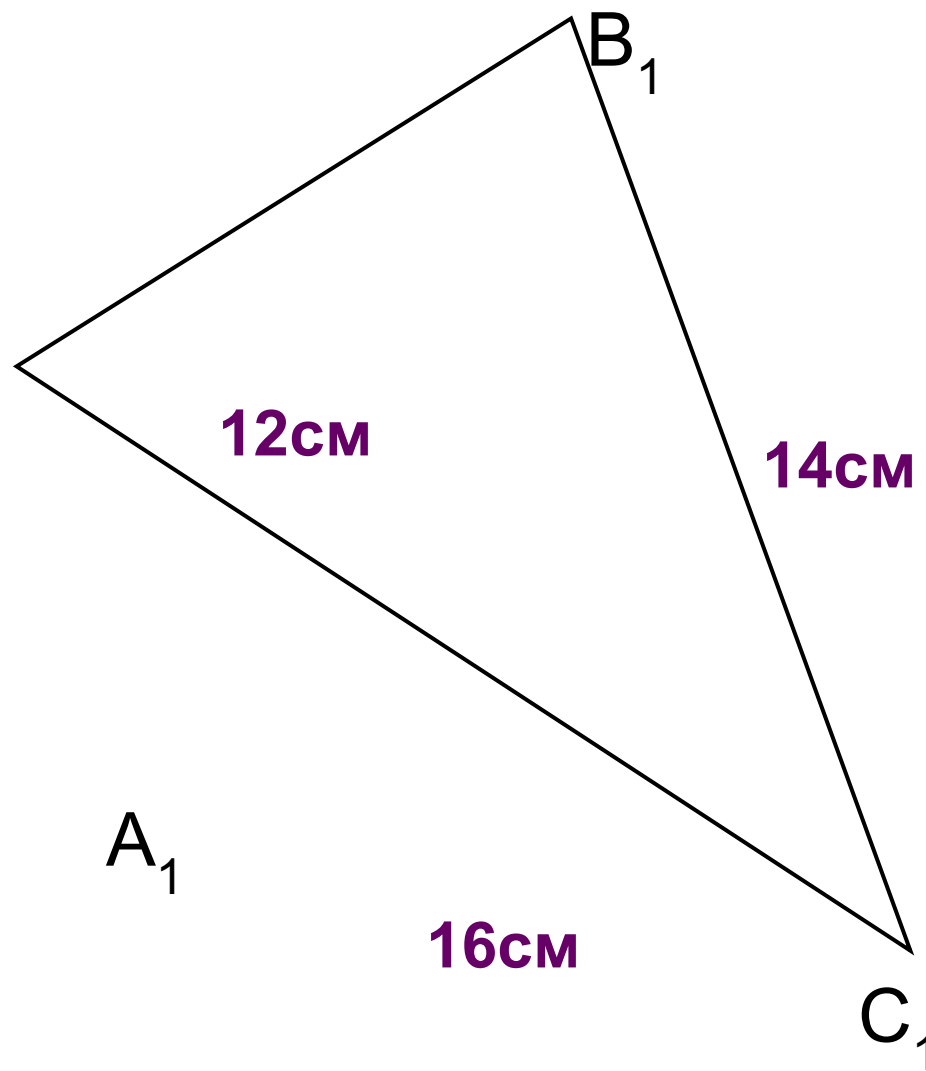
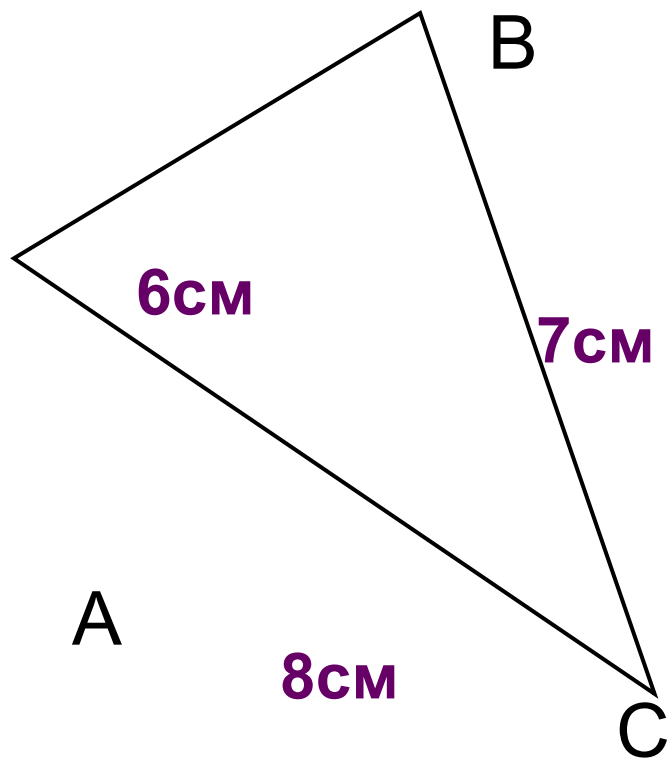




## Блиц-опрос

Дано:  $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

Найдите:  $x, y$ .



Даны отрезки:  $AB = 12$  см,  $CD = 8$  см,  $EF = 15$  см,  $KL = 30$  см,  $MN = 16$  см,  $PQ = 20$  см. Найдите среди них пары пропорциональных отрезков.

Решение.

1) Так как  $\frac{AB}{EF} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$ ,  $\frac{MN}{PQ} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$ , то  $\frac{AB}{EF} = \frac{MN}{PQ}$ , т. е. отрезки  $AB$  и  $MN$  пропорциональны отрезкам  $EF$  и  $PQ$ .

2) Так как  $\frac{CD}{MN} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$ ,  $\frac{EF}{\quad} = \frac{15}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$ , то  $\frac{CD}{MN} = \frac{\quad}{\quad}$ , т. е. отрезки  $CD$  и  $\frac{15}{5} = 3$  пропорциональны отрезкам  $MN$  и  $\frac{16}{2} = 8$ .

3) Так как  $\frac{AB}{CD} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$ ,  $\frac{KL}{\quad} = \frac{30}{\quad} = \frac{3}{2}$ , то  $\frac{AB}{CD} = \frac{KL}{\quad}$ , т. е. отрезки  $AB$  и  $KL$  пропорциональны отрезкам  $CD$  и  $\frac{30}{2} = 15$ .

О т в е т.  $AB$  и  $MN$ ;  $CD$  и  $3$ ;  $AB$  и  $KL$ .

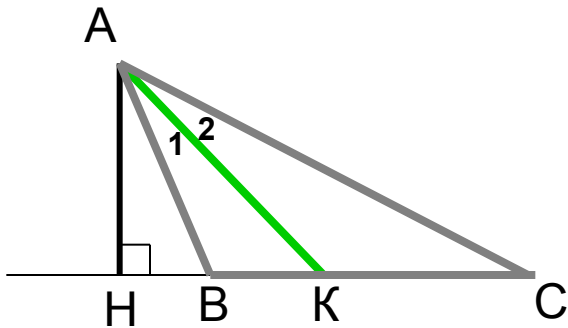
---

---

---

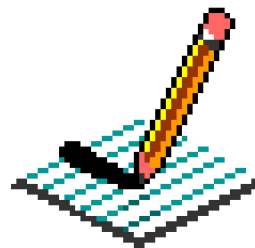
# Свойство биссектрисы

Биссектриса треугольника делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам треугольника.

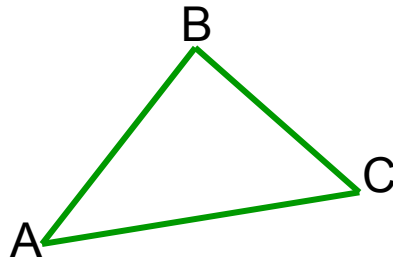
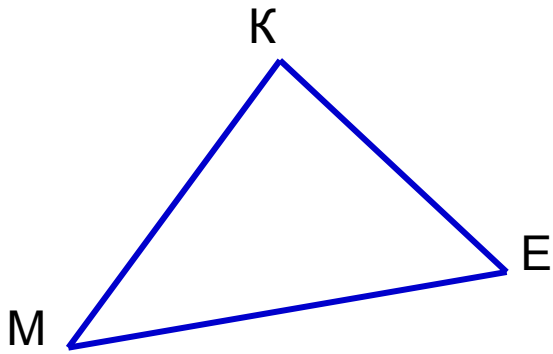


Дано:  $\triangle ABC$ , АК – биссектриса.

Доказать:  $\frac{BK}{AB} = \frac{KC}{AC}$



# Отношение периметров подобных треугольников равно коэффициенту подобия.



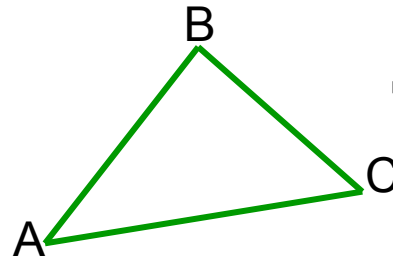
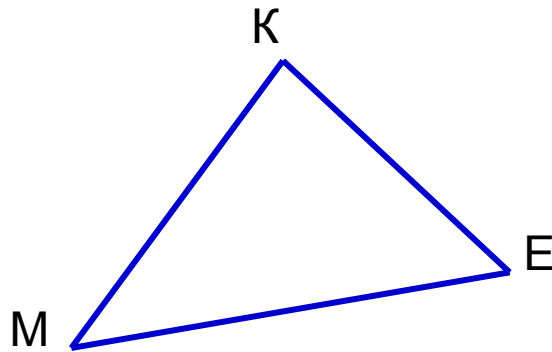
Дано:  $\triangle MKE \sim \triangle ABC$ ,

K – коэффициент подобия.

Доказать:  $P_{MKE} : P_{ABC} = k$



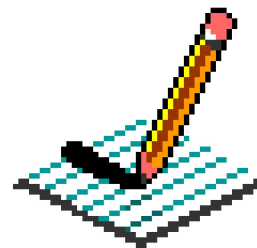
# Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.



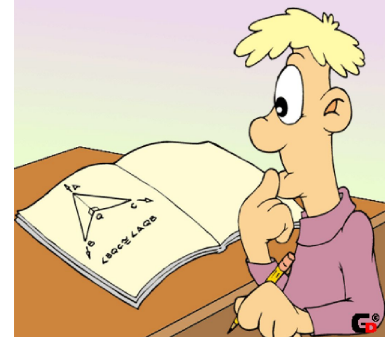
Дано:  $\triangle MKE \sim \triangle ABC$ ,

K – коэффициент  
подобия.

Доказать:  $S_{MKE} : S_{ABC} = k^2$



# Реши задачи



1. Две сходственные стороны подобных треугольников равны 8 см и 4 см. Периметр второго треугольника равен 12 см. Чему равен периметр первого треугольника ?

**24 см**

2. Две сходственные стороны подобных треугольников равны 9 см и 3 см. Площадь второго треугольника равна  $9 \text{ см}^2$ . Чему равна площадь первого треугольника ?

**$81 \text{ см}^2$**

3. Две сходственные стороны подобных треугольников равны 5 см и 10 см. Площадь второго треугольника равна  $32 \text{ см}^2$ . Чему равна площадь первого треугольника ?

**$8 \text{ см}^2$**

4. Площади двух подобных треугольников равны  $12 \text{ см}^2$  и  $48 \text{ см}^2$ . Одна из сторон первого треугольника равна 4 см. Чему равна сходственная сторона второго треугольника ?

**8 см**

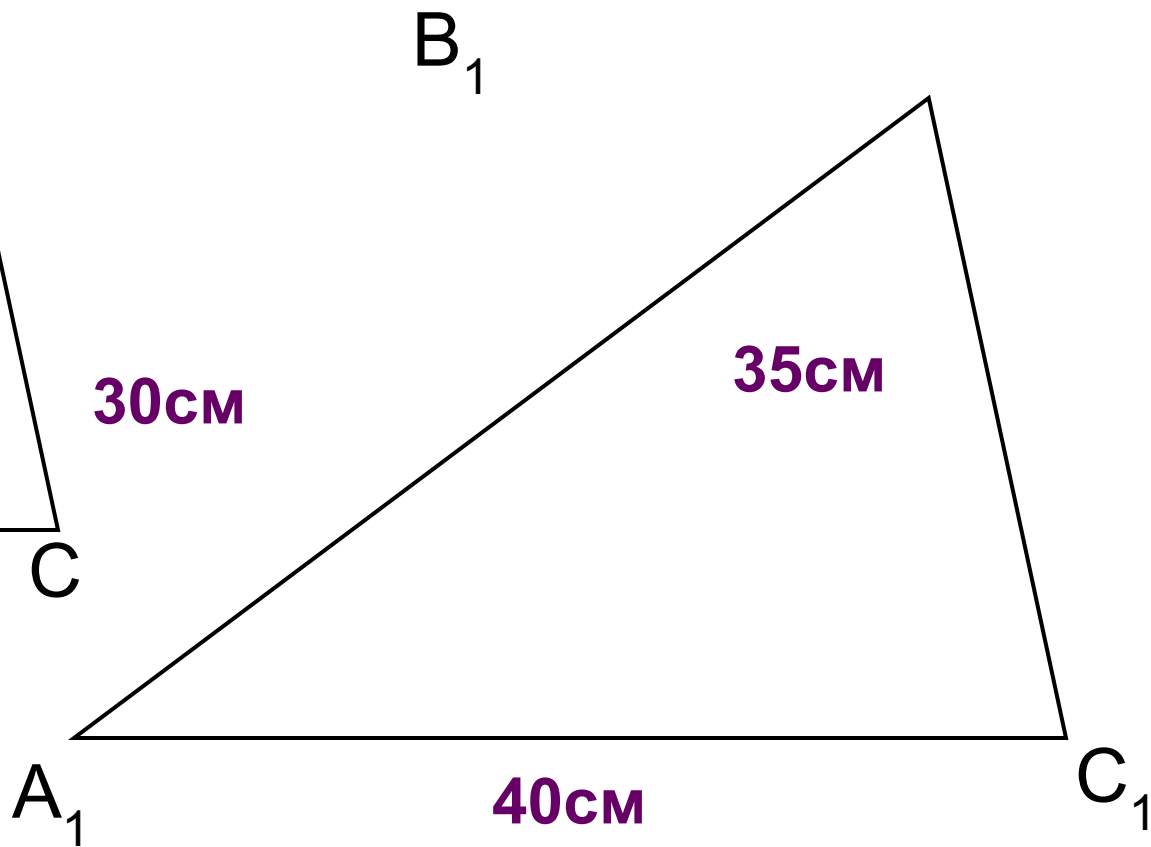
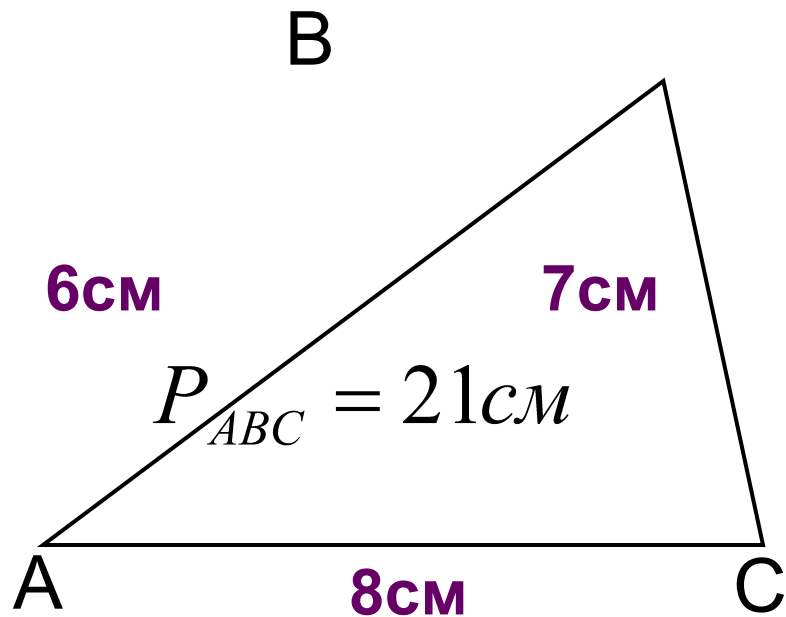


## Блиц-опрос

Дано:  $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$

$$P_{A_1B_1C_1} = 105 \text{ см}$$

Найдите:  $x, y, z$ .



$$\frac{P_{A_1B_1C_1}}{P_{ABC}} = 5$$

Площади двух подобных треугольников равны  $35 \text{ дм}^2$  и  $315 \text{ дм}^2$ .  
Одна из сторон первого треугольника равна  $14 \text{ дм}$ . Найдите сходственную ей сторону второго треугольника.



В подобных треугольниках  $ABC$  и  $EDF$  стороны  $AB$  и  $ED$ ,  $BC$  и  $DF$  являются сходственными. Найдите стороны  $AB$  и  $AC$  треугольника  $ABC$ , если  $ED = 3$  см,  $DF = 5$  см,  $EF = 7$  см,  $BC = 15$  см.