гимназия 64

тема: **Параллельные прямые**

учитель математики
Котельникова Н. В.

Параллельные прямые

Определение. ***Две прямые называются параллельными, если они не пересекаются.***

Стр.13

Аксиома параллельных.

Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести не более одной прямой, параллельной данной.

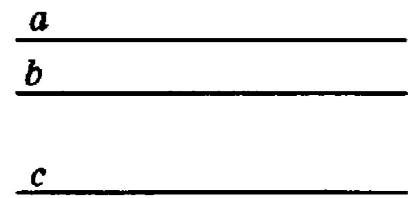
Стр.14

Теорема.

Две прямые, параллельные третьей, параллельны.

- Дано: $a \parallel c, b \parallel c$.

Доказать: $a \parallel b$.



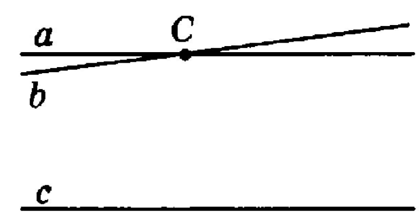
(рисунок 1)

Доказательство:

Пусть прямые ***a*** и ***b*** параллельны прямой ***c***.
(рисунок 1)

Допустим, что при этом прямые ***a*** и ***b*** пересекаются в некоторой точке **С**. (рисунок 2)
(точка **С** не принадлежит прямой ***c***)

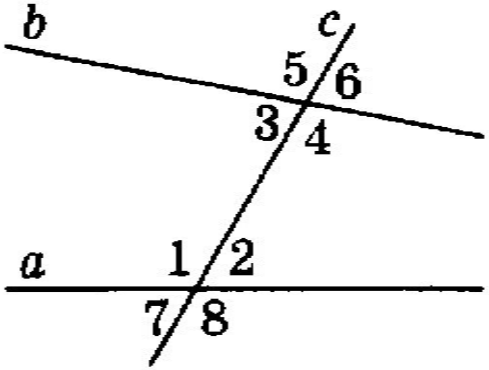
Это значит, что через точку **С** проходят две прямые, параллельные прямой ***c***. Но это противоречит аксиоме параллельных: ***«Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести не более одной прямой, параллельной данной».***



(рисунок 2)

Углы, образованные при пересечении двух прямых секущей.

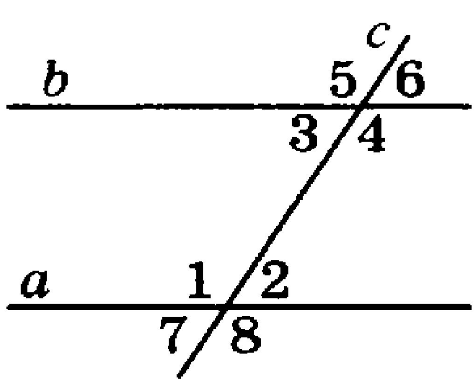
Прямые *a* и *b*, секущая прямая *c*



1) внутренние односторонние углы: $\angle 1$ и $\angle 3$; $\angle 2$ и $\angle 4$;

2) внутренние накрест лежащие углы: $\angle 1$ и $\angle 4$; $\angle 2$ и $\angle 3$;

3) соответственные углы: $\angle 1$ и $\angle 5$; $\angle 2$ и $\angle 6$; $\angle 3$ и $\angle 7$; $\angle 4$ и $\angle 8$.



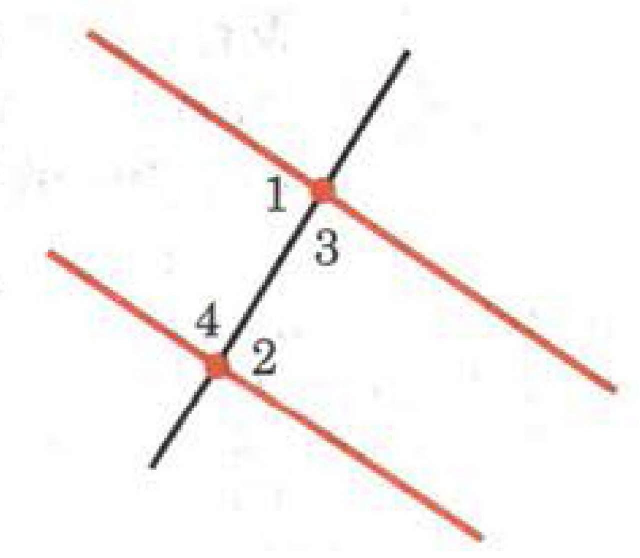
Углы, образованные при пересечении двух прямых секущей.

Задача (стр 44)

- Дано: $\angle 1 = \angle 2$. Доказательство:

Доказать: $\angle 1 + \angle 4 = 180^0$;

$\angle 3 = \angle 4$; $\angle 2 + \angle 3 = 180^0$.

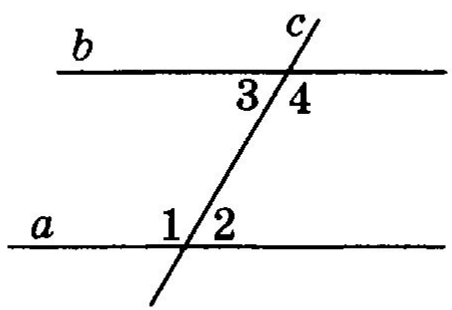


«Если внутренние накрест лежащие углы одной пары равны, то внутренние накрест лежащие углы другой пары тоже равны»;

«Если внутренние накрест лежащие углы равны, то сумма внутренних односторонних углов равна 180°»;

и наоборот:

«Если сумма внутренних односторонних углов равна 180°, то внутренние накрест лежащие углы равны».



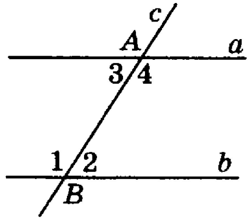
если верно хоть одно из равенств $\angle 1 = \angle 4$, $\angle 2 = \angle 3$, $\angle 1 + \angle 3 = 180°$ или $\angle 2 + \angle 4 = 180°$, то верны и все остальные равенства.

Признаки параллельности прямых

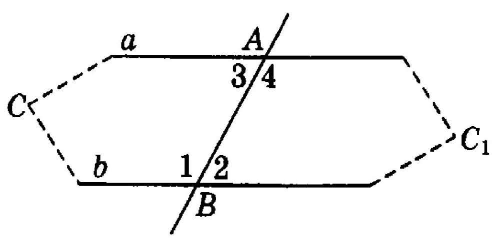
Теорема *Если внутренние накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны.*

Дано: $\angle 1 = \angle 4$

Доказать: $a \parallel b$



а)



б)

Доказательство. Пусть прямые a и b образуют с секущей AB равные внутренние накрест лежащие углы, и допустим, что прямые a и b не параллельны, а значит, пересекаются в некоторой точке C.

1) $a \nparallel b$; и пересекаются в точке C.

2) $\Delta BAC_1 = \Delta ABC$ по аксиоме *существования треугольника, равного данному*.

3) $\angle 1 = \angle 4$ по условию.

4) $\angle ABC = \angle BAC_1$ так как $\Delta BAC_1 = \Delta ABC$.

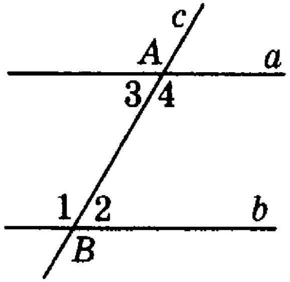
5) $\angle 1$ совпадает с $\angle ABC$, а $\angle 4$ – с $\angle BAC_1$ в силу аксиомы *откладывания углов*.

6) Отсюда прямая AC_1 совпадает с прямой a, а прямая BC_1 совпадает с прямой b.

7) Значит, точки C и C_1 лежат одновременно и на прямой a, и на прямой b.

8) Предположение неверно, значит, $a \parallel b$.

Теорема *Если сумма внутренних односторонних углов равна 180°, то прямые параллельны.*



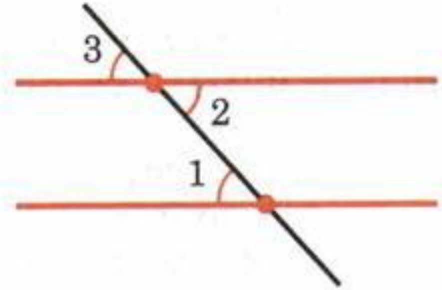
Дано: $\angle 1 + \angle 3 = 180°$
Доказать: $a \parallel b$

Доказательство. Если у прямых a и b и секущей AB сумма внутренних односторонних углов равна 180°, то внутренние накрест лежащие углы равны. Значит, по доказанному выше, прямые a и b параллельны.

1) $\angle 1 + \angle 3 = 180°$ по условию.
2) $\angle 1 = \angle 4$ по доказанному.
3) Значит, $a \parallel b$.

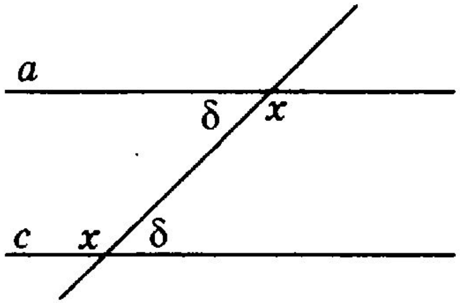
Теорема

Если соответственные углы равны, то прямые параллельны

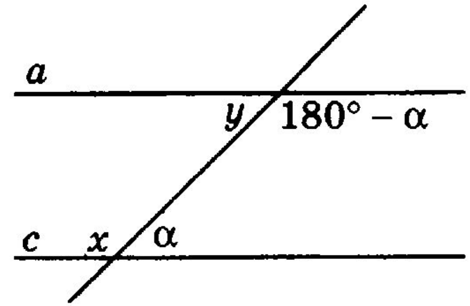


Следствие: вывод: «*Если две прямые перпендикулярны третьей прямой, то они параллельны*», который является следствием из теоремы о *признаках параллельности прямых*.

№1

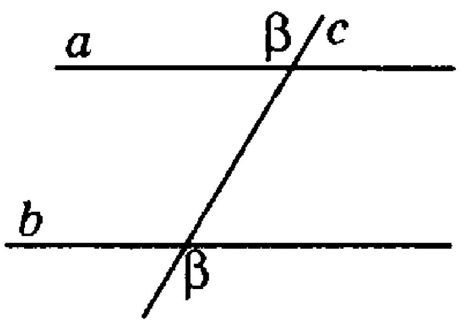


а)

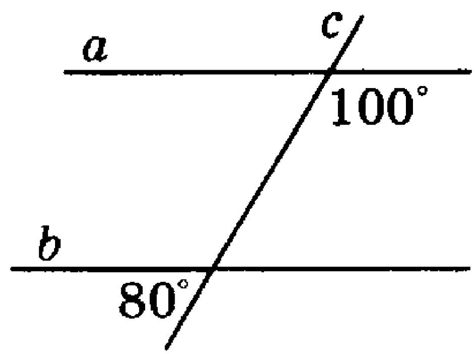


б)

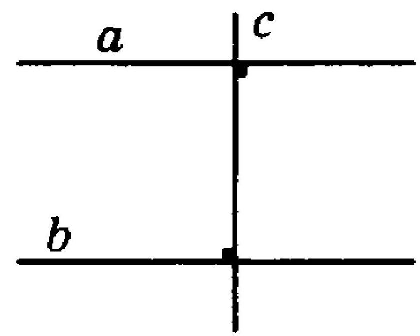
№2



а)



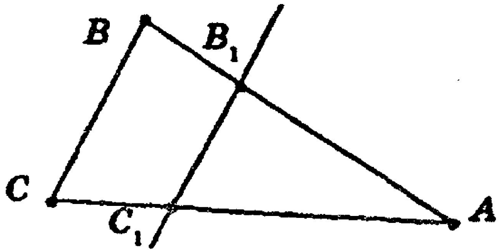
б)

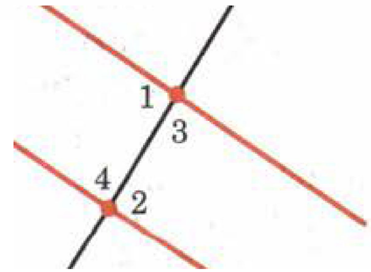


в)

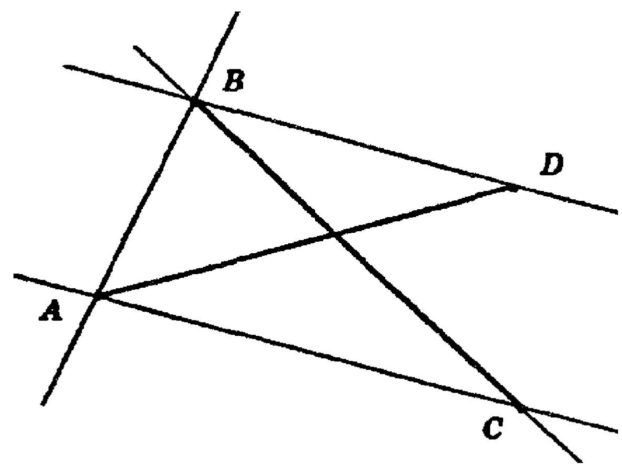
Пункт 30

5. Дан треугольник ABC. На стороне AB отмечена точка B_1, а на стороне AC — точка C_1. Назовите внутренние односторонние и внутренние накрест лежащие углы при прямых AB, AC и секущей B_1C_1.





6. Назовите внутренние накрест лежащие и внутренние односторонние углы на рисунке 72.
7. Отрезки AD и BC пересекаются. Для прямых AC и BD и секущей BC назовите пару внутренних накрест лежащих углов. Для тех же прямых и секущей AB назовите пару внутренних односторонних углов. Объясните ответ.

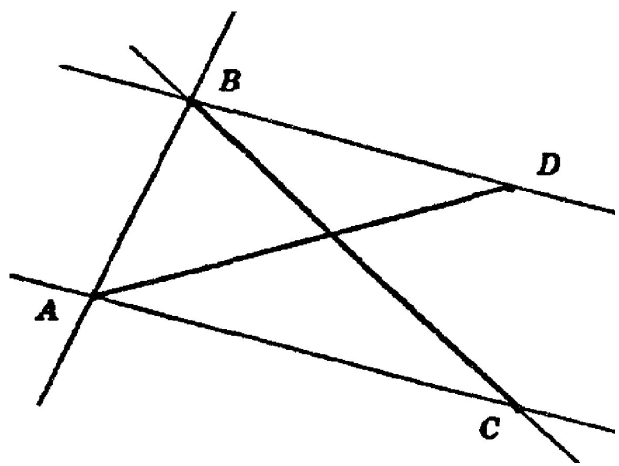


Задача №7 1) секущая ВС:

$\angle ACB$ и $\angle CBD$ — внутренние накрест лежащие углы

2) секущая АВ:

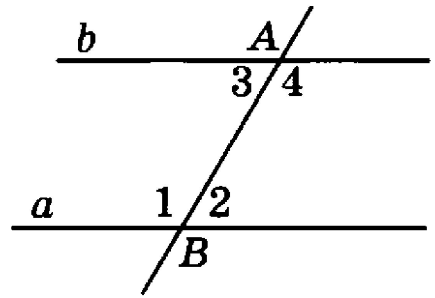
$\angle ABD$ и $\angle CAB$ — внутренние односторонние углы



Признаки параллельности прямых

Если внутренние накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны.

Если сумма внутренних односторонних углов равна 180°, то прямые параллельны.



Свойство углов, образованных при пересечении параллельных прямых секущей

Если две параллельные прямые пересечены третьей прямой, то внутренние накрест лежащие углы равны.

Если две параллельные прямые пересечены третьей прямой, сумма внутренних односторонних углов равна 180°.

Прямая и обратная теоремы об углах при двух параллельных прямых и секущей:

Прямая:

Если внутренние накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны.

Дано: $\angle 1 = \angle 4$

Доказать: $a \parallel b$

Обратная:

Если две параллельные прямые пересечены третьей прямой, то внутренние накрест лежащие углы равны.

Дано: $a \parallel b$

Доказать: $\angle 1 = \angle 4$

Прямая:

Если сумма внутренних односторонних углов равна 180°, то прямые параллельны.

Дано: $\angle 1 + \angle 3 = 180°$

Доказать: $a \parallel b$

Обратная:

Если две параллельные прямые пересечены третьей прямой, то сумма внутренних односторонних углов равна 180°.

Дано: $a \parallel b$

Доказать: $\angle 1 + \angle 3 = 180°$

Задачи по теме: «Свойства углов при параллельных прямых»

Укажите номера верных утверждений.

1) Две прямые, перпендикулярные третьей прямой, перпендикулярны.

2) Смежные углы всегда равны.

3) Все высоты равностороннего треугольника равны.

№1 Какое из следующих утверждений верно? 1) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой. 2) Если две стороны и угол одного треугольника равны соответственно двум сторонам и углу другого треугольника, то такие треугольники равны. 3) Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его медианой. В ответ запишите номер выбранного утверждения.
№2 1) Если три угла одного треугольника равны соответственно трём углам другого треугольника, то такие треугольники равны. 2) Существуют три прямые, которые проходят через одну точку. 3) Две прямые, перпендикулярные третьей прямой, перпендикулярны.
№3 1) Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его медианой. 2) Любой квадрат является прямоугольником. 3)) Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники равны.