

*Там, где присутствует золотое  
сечение, ощущается красота и  
гармония*

*Золотое сечение –  
гармоническая пропорция*

# *Цель работы:*

- Собрать и систематизировать материал о «Золотом сечении»
- Проверить, соблюдение «золотого сечения» в пропорциях человека
- Выяснить, где в природе встречается данная пропорция
- Проследить, как «Золотое сечение» соблюдается в искусстве

# *Объект исследования:*

- Растения
- Школьники младших классов
- Старшеклассники
- Картины известных художников
- Архитектурные памятники
- Знаменитые скульптуры

# *Содержание*

- *Что такое «Золотое сечение»*
- *Золотое сечение в математике*
  - *Числа  $\Phi$  и  $\varphi$*
  - *Пентаграмма*
- *«Все в ней гармония, все диво»*  
*Золотое сечение в искусстве*
  - *Золотое сечение в живописи*
  - *Золотое сечение в скульптуре*
  - *Золотое сечение в архитектуре*
- *Золотое сечение в жизни*
  - *Пропорции человека*
  - *Пропорции в природе*

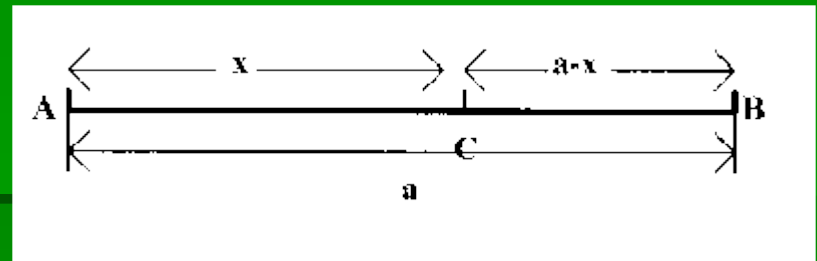


Если вы подходите к пустой скамейке и садитесь на неё, то вы сядете не посередине скамейки (как-то нескромно, хотя встречаются и такие, ярко выраженные характеры) и, конечно, не на самый край.

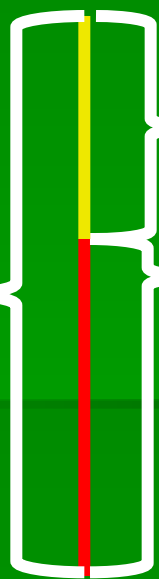
*И если вы незаметно замерите длины, на которые своим телом разделили скамейку, то обнаружите, что отношение большого отрезка к меньшему равно отношению всей длины к большому отрезку*

# Что такое «Золотое сечение»

"Золотое сечение" - деление отрезка  $AB$  на две части таким образом, что большая его часть  $AC$  относится к меньшей  $CB$  так, как весь отрезок  $AB$  относится к  $AC$  (т.е.  $CB:AC=AC:AB$ ). Это отношение равно примерно  $1.618$  и обозначается буквой  $\Phi$ .



# *Золотое сечение*



Деление отрезка в отношении  $\phi$  Леонардо да Винчи назвал «Золотым сечением». Этот термин сохранился и до наших дней.

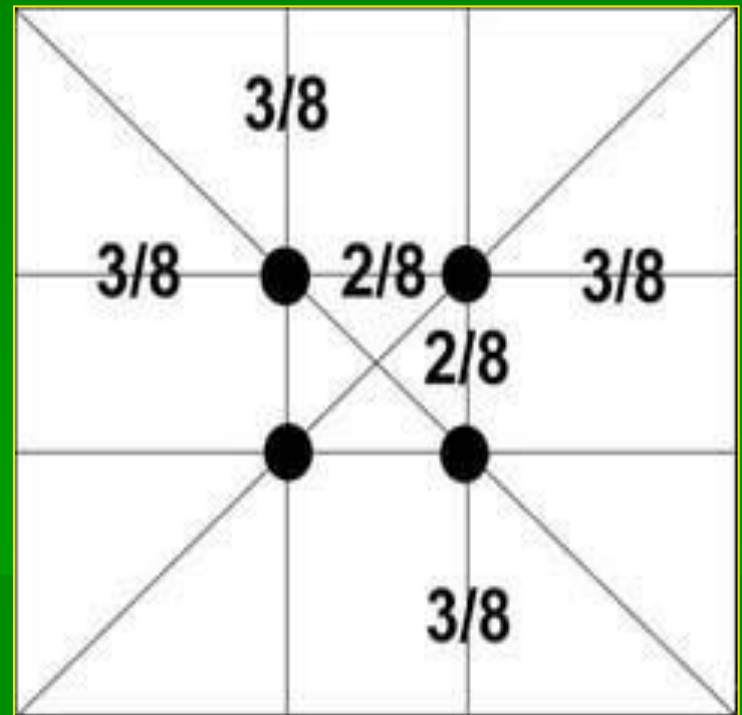


Соразмерность,  
выраженная числом  
 $\phi$ , по свидетельству  
многих  
исследователей  
наиболее приятна  
для глаз.



# *Золотое сечение*

**Примером использования правила "Золотого сечения" является расположение основных компонентов кадра в особых точках - зрительных центрах. Таких точек всего четыре, и расположены они на расстоянии  $3/8$  и  $5/8$  от соответствующих краев плоскости. Человек всегда акцентирует свое внимание на ЭТИХ точках, независимо от**



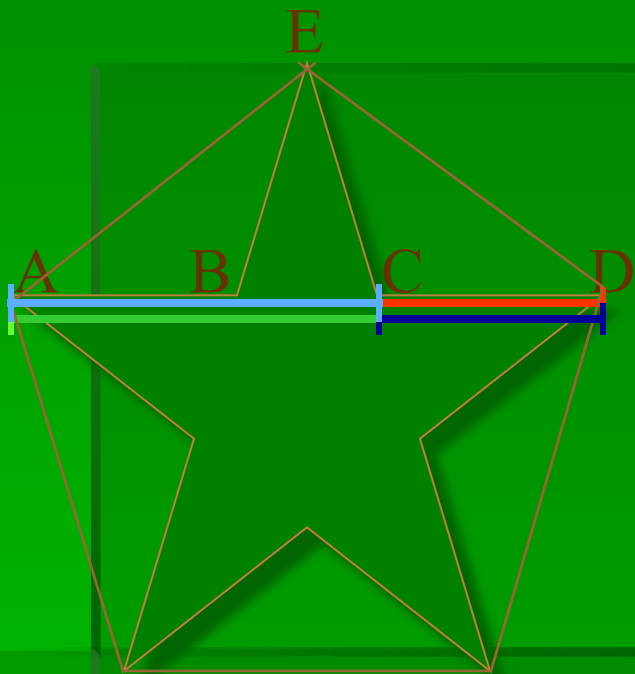
"...В мире нет места для некрасивой математики".



Пятиконечная звезда – пентаграмма – всегда привлекала внимание людей совершенством формы. Пифагорейцы именно ее выбрали символом своего союза.

В чем же ее привлекательность?

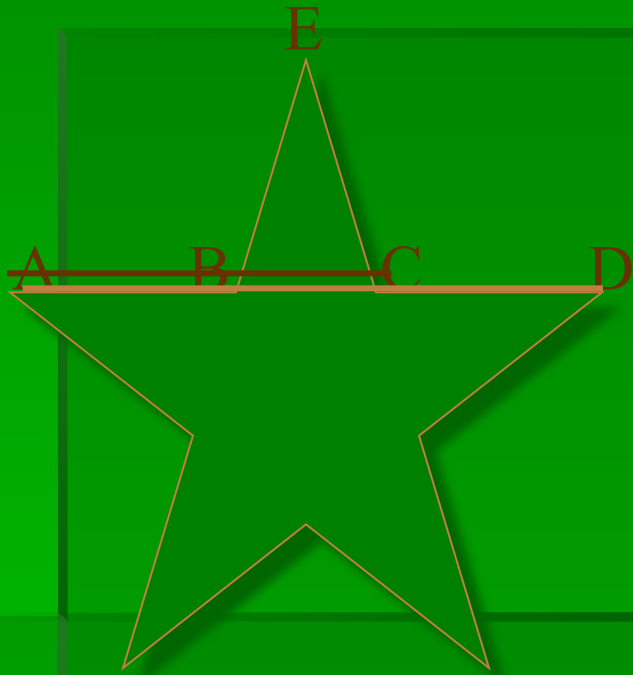
# Пентаграмма



В этой фигуре  
наблюдается  
удивительное  
постоянство отношений  
отрезков:

$$\frac{AD}{AC} = \frac{AC}{CD} = \frac{AB}{BC} = \frac{AD}{AE} = \frac{AE}{EC} = \dots = \Phi$$

# Пентаграмма



$$1) \left. \begin{array}{l} AD = a \\ AC = b \end{array} \right\} \Rightarrow CD = a - b$$

$$2) \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{CD}$$

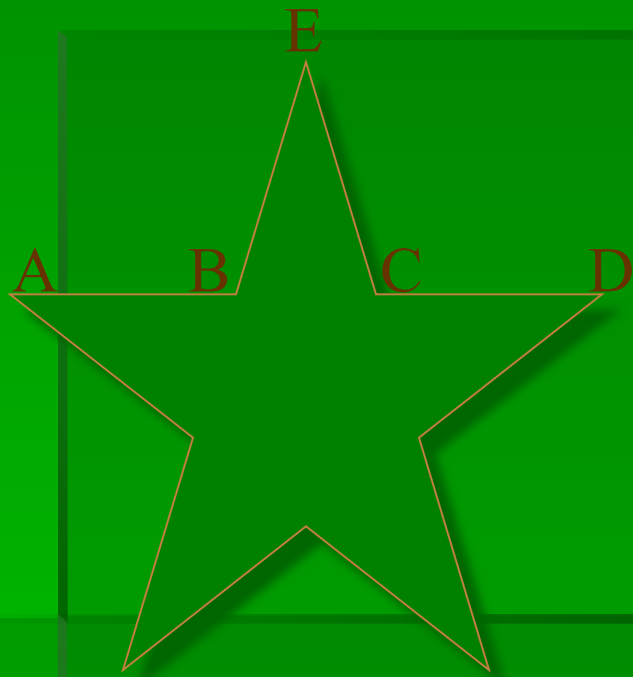
3) Подставим:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{a - b}$$

$$a^2 = ab + b^2 \quad | \div b^2$$

$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{a}{b} + 1$$

# Пентаграмма



4) Пусть  $\Phi = \frac{a}{b}$

$$\Phi^2 = \Phi + 1$$

Это уравнение имеет один положительный корень

$$\Phi = 1,618034$$

Часто требуется рассмотреть обратную величину:

$$\frac{1}{\Phi} = \phi = 0,618034$$

Мы видим, что разница между  $\Phi$  и  $\phi$  составляет 1.

# Фибоначчи

*Суть последовательности Фибоначчи в том, что начиная с 1,1 следующее число получается сложением двух предыдущих. Если какой-либо член последовательности Фибоначчи разделить на предшествующий ему, результатом будет величина, колеблющаяся около иррационального значения **1.61803398875...***

**1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987,  
1 597, 2 584, 4181...**



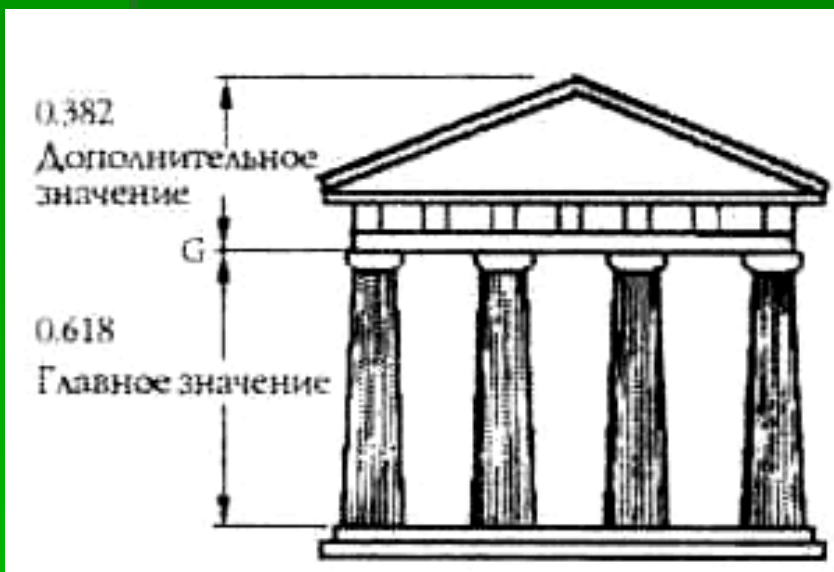
Итальянский купец Леонардо из Пизы (1180-1240), более известный под прозвищем Фибоначчи, был поклонник «золотого сечения» и прародителем порядка чисел «золотой пропорции», названных «числа Фибоначчи».

Фибоначчи  
и

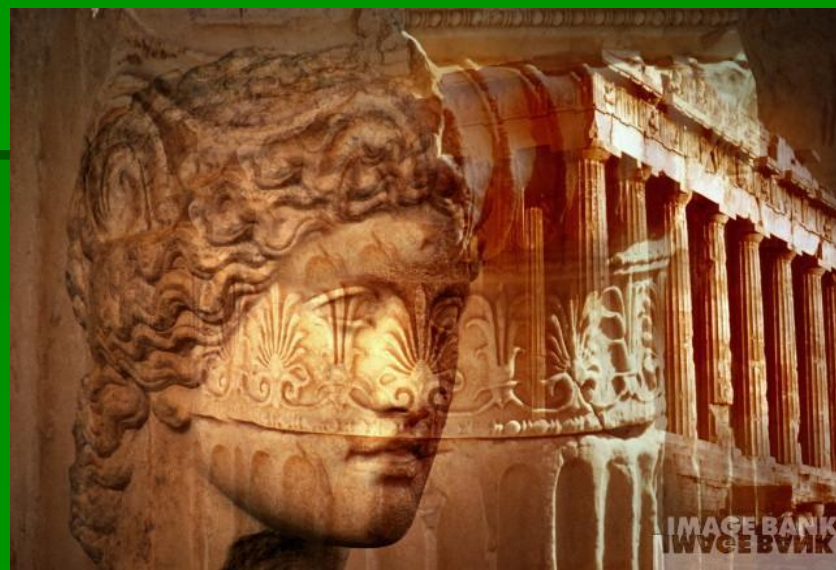
Числа Фибоначчи

Числа Фибоначчи и  
история

# Золотое сечение и искусство

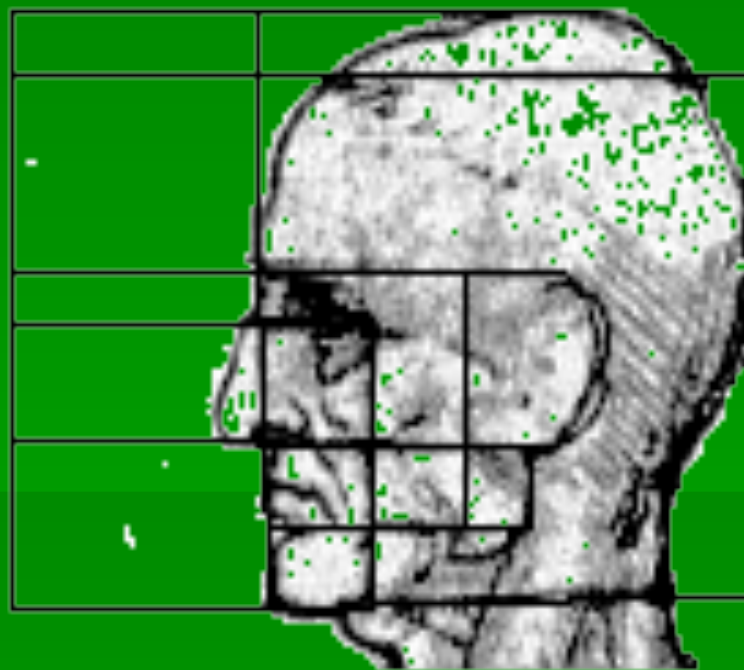


В эпоху Возрождения золотое сечение было очень популярно среди художников, скульпторов и архитекторов.



*"Нет идеальной красоты без некоторой странности пропорций".*

**Золотое сечение широко применяется для изображения лиц взрослого человека. Все показанные картины создавались с использованием "золотого сечения". Там, где оно присутствует - лицо гармонично и привлекательно.**



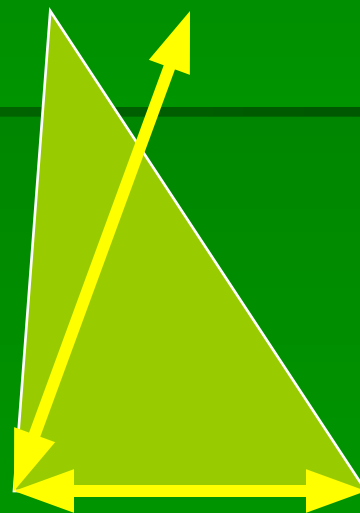
*Пропорции головы в профиль.  
Леонардо да Винчи, 1488 г.*



# Золотое сечение

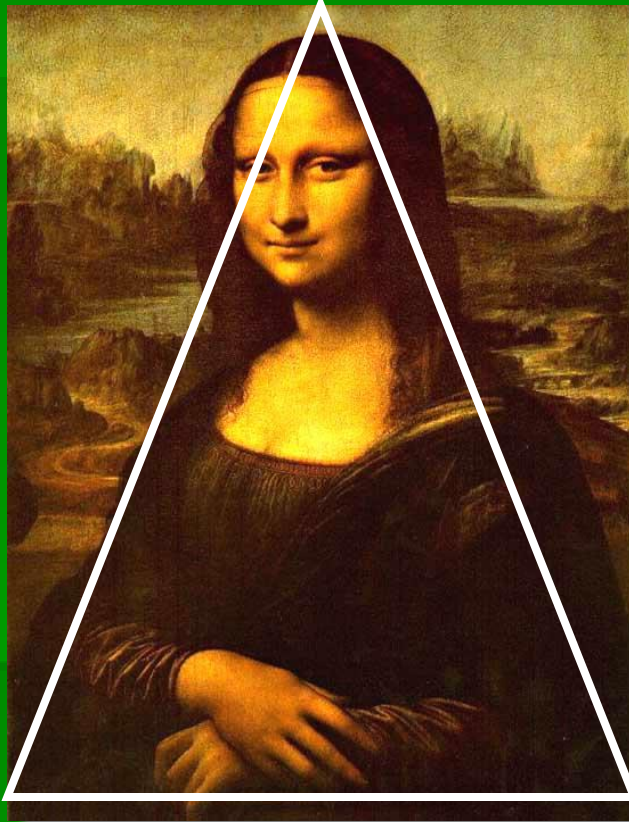


Прямоугольник, у которого отношение длины к ширине приблизительно равно числу  $\Phi$ , называется «золотым».



Бывает и «золотой» треугольник – это треугольник, у которого отношение длины боковой стороны к длине основания равно  $\Phi$ .

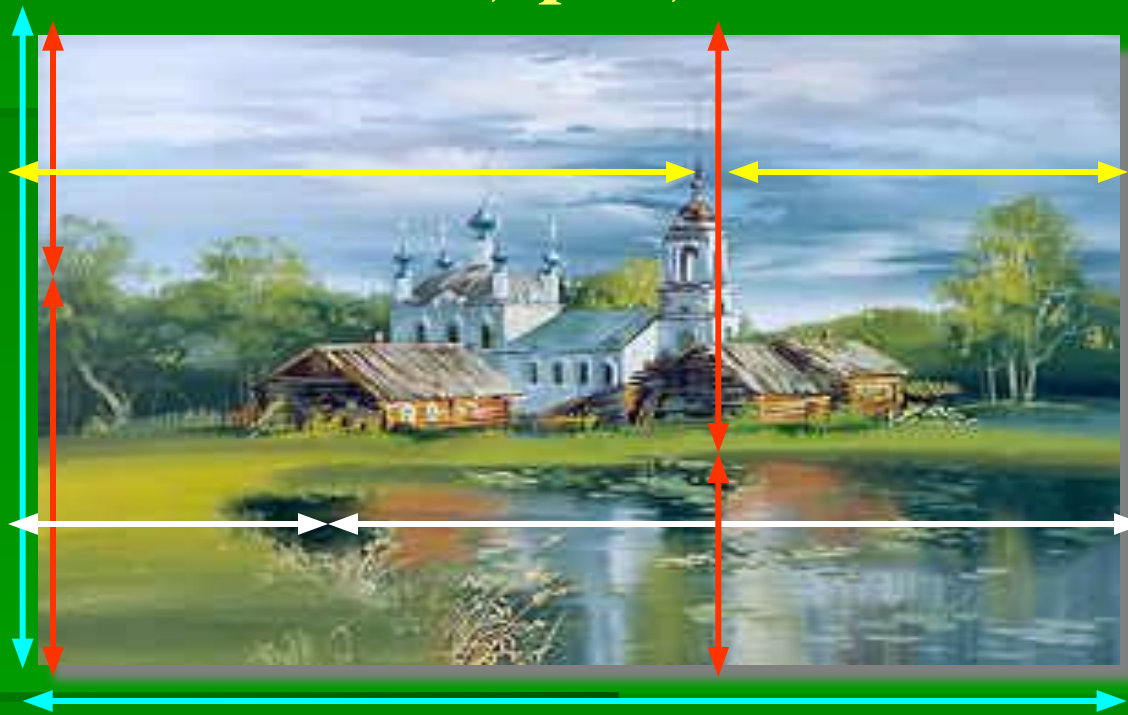
*«Все в ней гармония, все диво» А.С.Пушкин*



Гениальный живописец, ученый и инженер **Леонардо да Винчи** (1452-1519) создал шедевр, портрет Моны Лизы «Джоконда».

Композиция портрета "**Джоконда**" основана, по словам Луки Пачиоли (средневекового монаха), на золотых треугольниках, которые являются частями звездчатого пятиугольника.

# *В искусстве «божественная пропорция» - мать царица*



Золотое сечение нашло свое применение в искусстве. Например, в большинстве живописных пейзажей линия горизонта делит полотно по высоте в отношении близком к  $\Phi$ . А выбирая размеры самой картины, старались, чтобы отношение ширины к высоте тоже равнялось  $\Phi$ .

# «Красота должна отвечать строгому числу» Л. Б.Альберти



Попробуйте увидеть  
в картинах законы  
«ЗОЛОТОГО» сечения.

# *Аполлон Бельведерский*

*Фигура выражает сдержанную мощь и гордое достоинство человека, вполне сознающего, что именно он является "мерой всех вещей" А.С.Пушкин*



*Греческий скульптор Леохар создал знаменитую статую Аполлона Бельведерского, воплотившую представление древних греков о красоте. Если высоту статуи разделить в отношении золотого сечения и то же самое проделать с каждой частью, то точки деления придутся на талию, каленную чашечку, адамово яблоко. Та же закономерность распространяется в отдельности на лицо, руку, кисть.*

# *«Давид»*

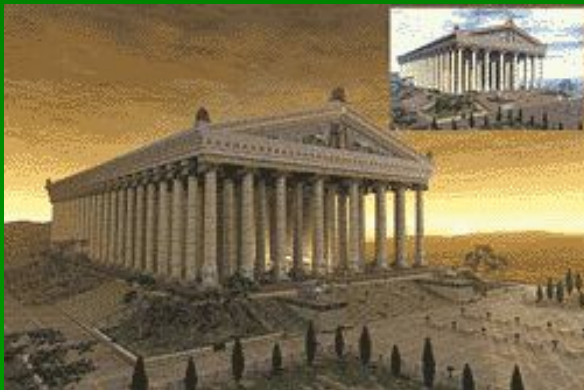
**Гений Микеланджело –  
создал знаменитую  
статую – «Давид»,  
руководствуясь  
знаниями «Золотого  
сечения»**



# Числа Фидия

Название  $\Phi$  и  $\phi$   
прописная и строчная  
формы греческой буквы  
«фи», обозначающие  
«Золотое сечение»,  
принято в честь  
древнегреческого  
скульптора Фидия  
жившего в V в. до н.э.





# Числа Фидия

Число  $\Phi \approx 1,62$

Число  $1/\Phi = \phi \approx 0,62$



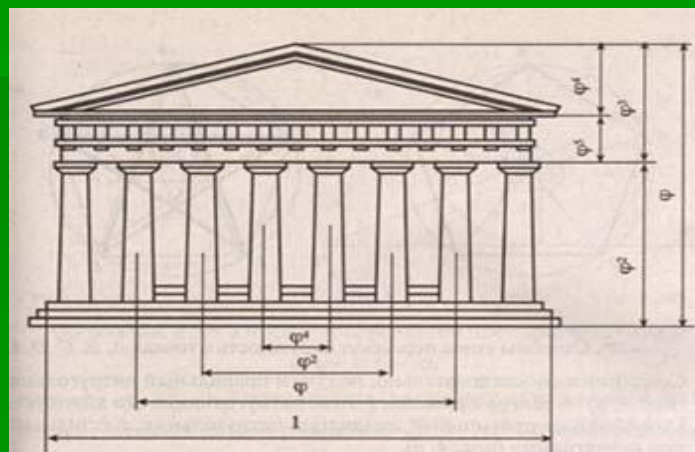
Фидий руководил строительством храма Парфенон в Афинах. В пропорциях этого храма часто встречается число  $\phi$

Парфенон



# Храм Афины - Парфенон

Храм Афины - Парфенон был построен в честь победы эллинов над персами. Для создания гармонической композиции на холме его строители даже увеличили холм в южной части, соорудив для этого мощную насыпь. Протяженность холма перед Парфеноном, длины храма Афины и участка Акрополя за Парфеноном соотносятся как отрезки золотой пропорции. Монументальные ворота при входе в город (пропилеи) относятся к массиву скалы у храма также в золотой пропорции. Золотая пропорция была использована также при создании композиции храмов на священном холме.

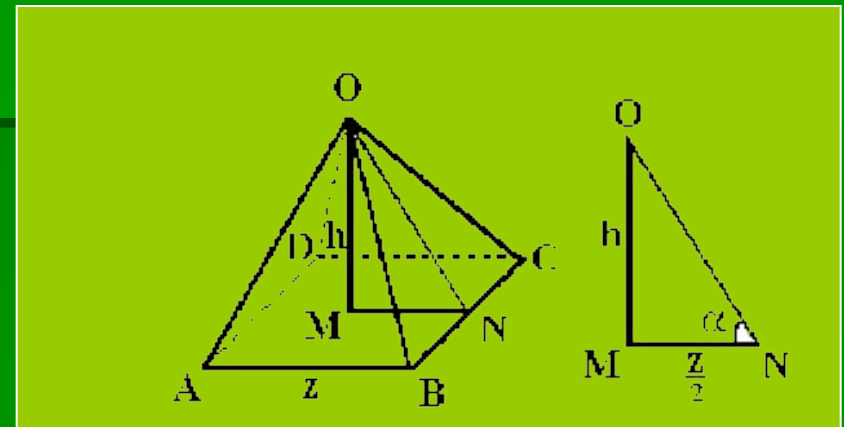


# Пирамида Хеопса в Гизе

На западном берегу Нила возвышаются грандиозные пирамиды фараонов Хеопса, Хефрена и Микерина (XXVII в. до н.э.). Основание пирамид имеет форму квадрата, а гладкие грани образуют равнобедренные треугольники. Необъяснима даже в наше время та невероятная точность, с которой каменные блоки обрабатывались и ставились один на другой...



Длина ребра грани пирамиды в Гизе равна 783.3 фута (238.7 м), высота пирамиды - 484.4 фута (147.6 м). Длина ребра грани, деленная на высоту, приводит к соотношению  $\Phi=1.618$



Пирамида  
Хеопса

Строение пирамиды Хеопса

# *Дом Пашкова*



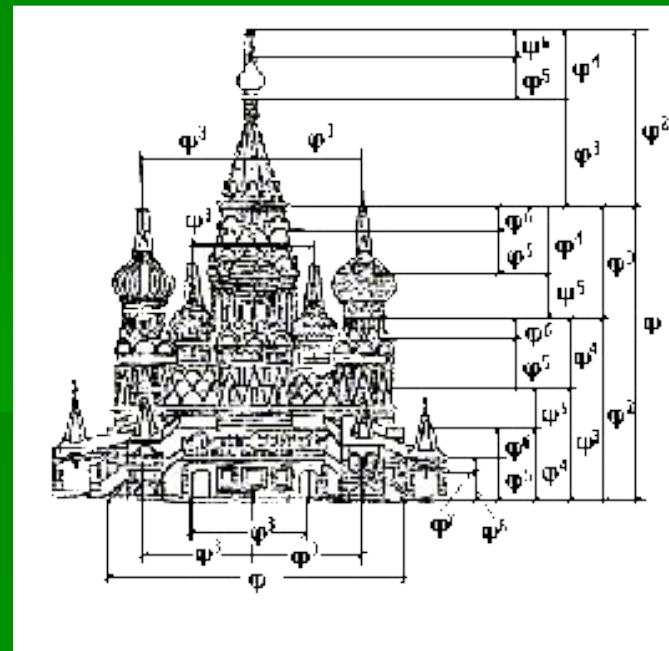
*Архитектурный шедевр Москвы - дом Пашкова - является произведением архитектора В.Баженова, он построен с учетом «Золотого сечения»*

# Храм Василия Блаженного

Храм Василия Блаженного, построен на Красной площади в Москве. Храм этот особенный; он отличается удивительным разнообразием форм и деталей, красочных покрытий, ему нет равных в нашей стране.



В «золотом сечении» заключена основная архитектурная идея создания собора, единая для всех восьми куполов, объединяющая их в одну композицию



# Золотое сечение



«Пусть не читает меня тот, кто не  
математик»

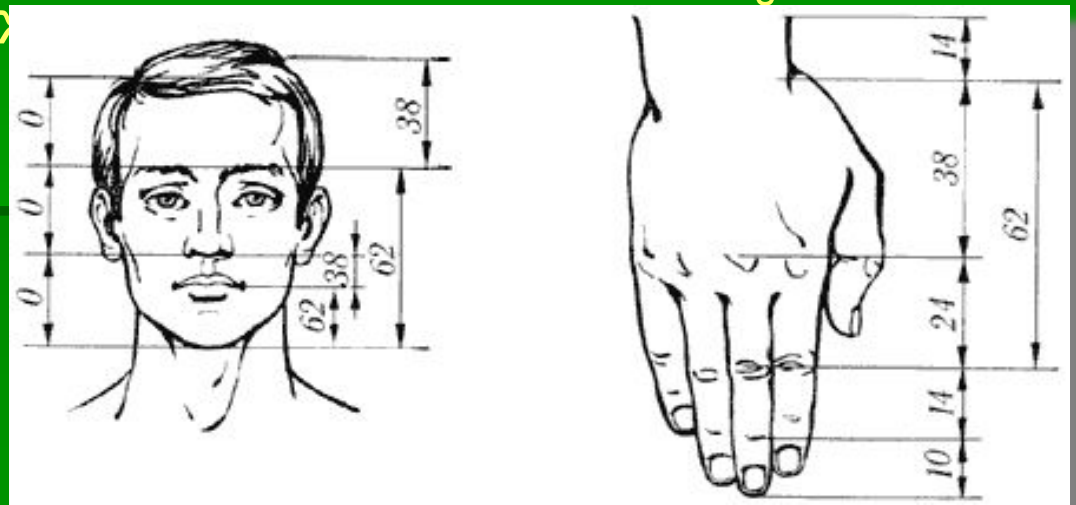
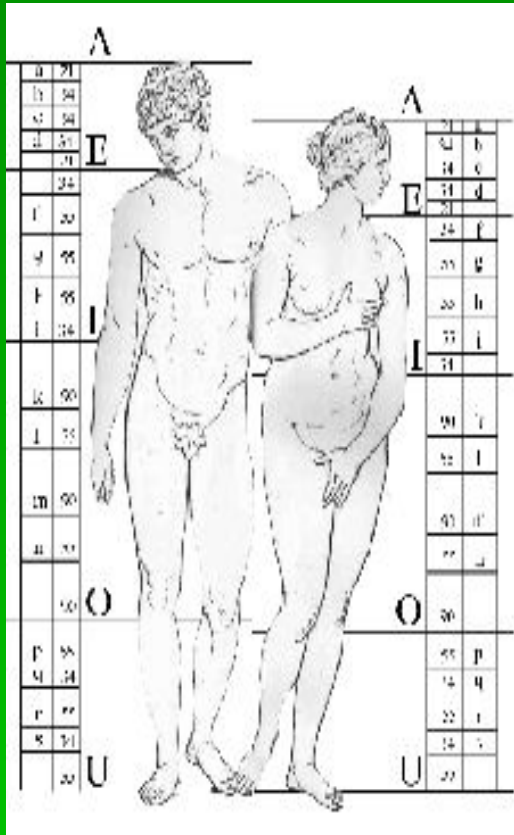
Леонардо да Винчи



Леонардо да Винчи  
считал, что идеальные  
пропорции  
человеческого тела  
связаны с числом  $\Phi$ .

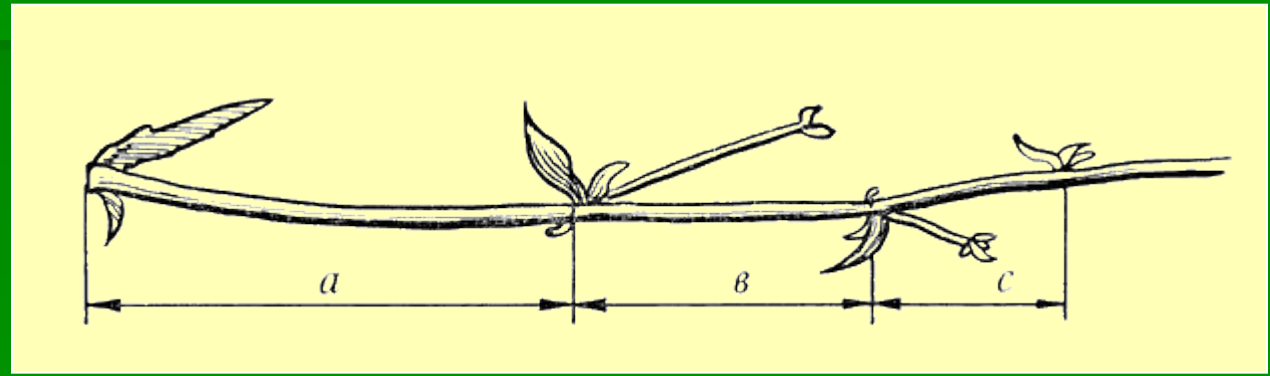
# Золотое сечение и человеческое тело

В знаменитом «Трактате о живописи» и других работах Леонардо да Винчи, много внимания уделено изучению человеческого тела: сведениям по анатомии, пропорциям, зависимости между



Пропорции  
человеческого  
тела

# Золотое сечение в природе



Расстояния между листьями растений часто подчиняются «золотому сечению». Если первый выброс у цикория принять за 100 единиц, то второй равен 62 единицам, третий - 38, четвертый - 24 и т.д. Длина лепестков многих растений подчинена золотой пропорции. В росте, завоевании пространства растение сохраняет определенные пропорции.

Золотое сечение

в природе

# *Таблица измерений между узлами растений*

Название	Расстояние от 1 до 2	Расстояние от 2 до 3	Отношение от 1 до 3	Расстояние от 3 до 4	Расстояние от 4 до 5	Отношение от 3 до 5
Толстянка	2,5	2,1	1,84	2,1	1,8	1,85
Бегония	7	2,8	1,4	2,2	0,9	1,40
Аспарагус	2,7	3,2	2,18	2,5	1,5	1,6
Оленьи рога	2,6	3	2,1	2,5	2,3	1,92
Золотой ус	2	3	2,5	3,8	2,8	1,73
Каланхое	2,8	1,4	1,5	2	2,6	2,3
Мирт	1,2	1,5	2,25	1,3	1	1,76
Бувардия	6,5	4,5	1,69	3,4	2	1,58
Восковидный плющ	2,5	4,5	2,8	4	6,5	2,62
Хризантема	8	7	1,87	4	4,5	2,12
Молочай	0,6	0,5	1,83	1	1,5	2,5
Бальзамин	1,2	0,5	1,41	0,5	0,7	2,4
Живое дерево	2	2,5	2,25	1,7	2,3	2,35

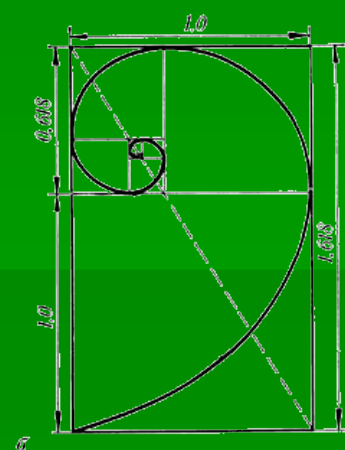
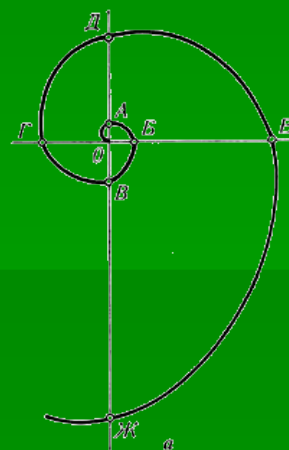
*Вывод: У данных растений отношение расстояний между узлами листочков отличается от числа  $\Phi$ .*





# Улитка

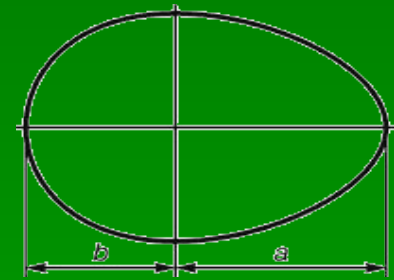
Раковина закручена по спирали. Если ее развернуть, то небольшая десятисантиметровая раковина имеет спираль длиной 35 см. Спирали очень распространены в природе. Спирали морских раковин и раковин улиток закручены по правилу «золотого треугольника».



Спирали



# Яйцо



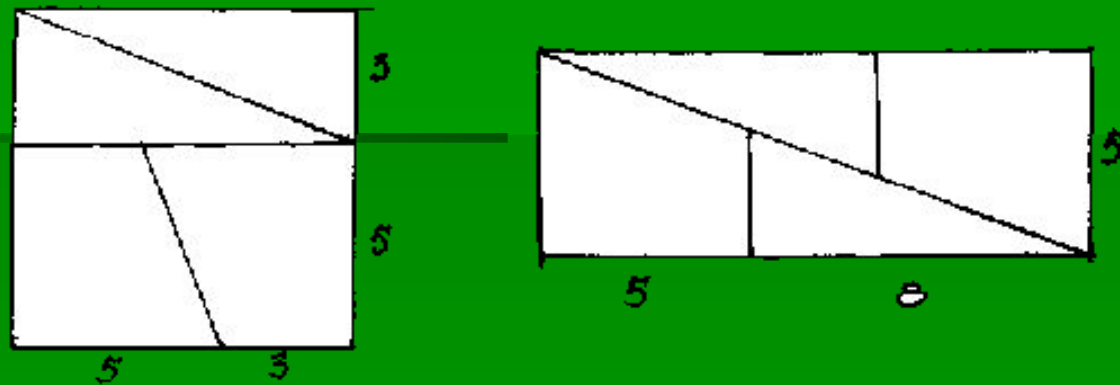
По утверждению Цейзинга «золотое сечение» проявляется в отношении длин яйца, т.е. в самом широком месте разрежем яйцо, получим короткую и длинную части, поделив длинную на короткую получаем «золотую пропорцию».

Номер	а	б	Отношение
1	3,5	3	1,16
2	3,5	2	1,75
3	3,5	3	1,16
4	3,5	3	1,16
5	4	3	1,33
6	3,5	3	1,16
7	3	2,5	1,2
8	3	2,5	1,2
9	4	3,5	1,14
10	3,5	2,5	1,4

*Проделав необходимые замеры, можно сделать вывод: у современных куриных яиц данное отношение, равное  $\phi$ , не соблюдается.*

# Геометрический парадокс

- Возьмём квадрат со стороной 8 см и разрежем его как показано на рисунке 1, а затем сложим из полученных частей прямоугольник. Получившийся прямоугольник имеет размеры 5 на 13. Сравним площади полученных фигур. Т.к. эти две фигуры составлены из одинаковых кусков, то и площади этих фигур должны быть равны.
- Давайте, сравним их: площади квадрата и прямоугольника соответственно равны:  $8 \cdot 8 = 64 \text{ см}^2$ ;  $5 \cdot 13 = 65 \text{ см}^2$  т.е.  $64 \neq 65$ .



Определите, откуда появилась лишняя единица?

# *Выводы*

- *В искусстве эстетично то, что пропорционально*
- *Человек часть природы, и его тело гармонично, когда оно пропорционально*
- *Человек, вмешиваясь в природу, пытаясь изменить ее, может нарушить ее гармонию*

# Используемая литература.

- 1. “Математика и искусство” А. В. Волошинов, Москва, “Просвещение”, 2000.
- 2. Эстетика урока математики. Пособие для учителей. И.Г.Зенкевич. Москва “Просвещение”, 1981.
- 3. Гуманитарная математика. В. И. Рыжик. Газета “Математика” № 41, 1997 г. Изд. дом “Первое сентября”.
- 4. Краткий очерк истории математики. Д. Я. Стройк, изд. “Наука”, Москва, 1969.
- 5. “За страницами учебника математики” Книга для учащихся 10 – 11 классов, Москва, “Просвещение” АО “Учебная литература”, 1996.
- 6. “Гипотеза об истоках золотого сечения” Н.Н.Нафиков. © “Школа-Пресс”. Ж. “Математика в школе” № 3, 1994.
- 7. “Математическое путешествие в мир гармонии” (устный журнал) Е.С.Смирнова, Н.А. Леонидова (Москва). © “Школа-Пресс”. Ж. “Математика в школе” № 3, 1993.