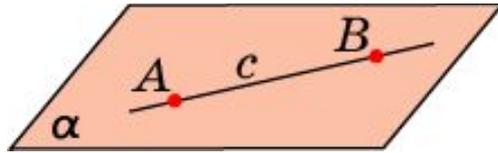


# Аксиомы стереометрии

10 класс

## Следствие 1

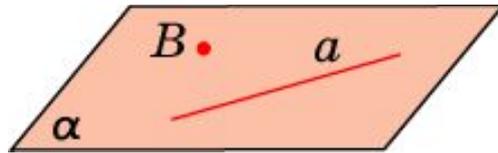
Если прямая имеет с плоскостью две общие точки, то она лежит в этой плоскости.



**Доказательство.** Пусть прямая  $c$  имеет с плоскостью  $\alpha$  две общие точки  $A$  и  $B$ . Так как на плоскости выполняются аксиомы планиметрии, то через точки  $A$  и  $B$  плоскости  $\alpha$  проходит прямая, лежащая в этой плоскости. Так как через две точки пространства проходит единственная прямая, то она будет совпадать с прямой  $c$ . Следовательно, прямая  $c$  лежит в плоскости  $\alpha$ .

## Следствие 2

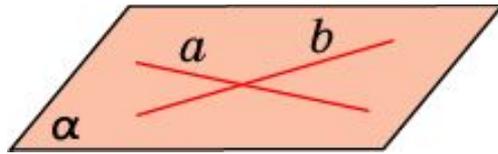
Через прямую и не принадлежащую ей точку проходит единственная плоскость.



**Доказательство.** Пусть точка  $B$  не принадлежит прямой  $a$ . Выберем две точки на прямой  $a$ . Через эти точки и точку  $B$  проходит единственная плоскость  $\alpha$ . По Свойству 1, прямая  $a$  лежит в плоскости  $\alpha$ . Значит, плоскость  $\alpha$  проходит через прямую  $a$  и точку  $A$ .

## Следствие 3

Через две пересекающиеся прямые проходит единственная плоскость.



**Доказательство.** Пусть  $a$  и  $b$  – две пересекающиеся прямые,  $C$  – точка пересечения. Выберем на этих прямых соответственно точки  $A$  и  $B$ . Через точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  проходит единственная плоскость  $\alpha$ . По Свойству 1, прямые  $a$  и  $b$  лежат в плоскости  $\alpha$ . Значит, плоскость  $\alpha$  проходит через прямые  $a$  и  $b$ .

## Упражнение 1

Четыре точки не принадлежат одной плоскости.  
Могут ли три из них принадлежать одной прямой?

Ответ: Нет.

## Упражнение 2

Могут ли две плоскости иметь две общие прямые?

Ответ: Нет.

## Упражнение 3

Три вершины параллелограмма принадлежат некоторой плоскости. Верно ли утверждение о том, что и четвёртая вершина этого параллелограмма принадлежит той же плоскости?

Ответ: Да.

## Упражнение 4

Две вершины и точка пересечения диагоналей параллелограмма принадлежат одной плоскости. Верно ли утверждение о том, что и две другие вершины параллелограмма принадлежат этой плоскости?

**Ответ:** Нет.

## Упражнение 5

Верно ли, что любая прямая, пересекающая каждую из двух данных пересекающихся прямых, лежит в плоскости этих прямых?

Ответ: Нет.

## Упражнение 6

Могут ли вершины замкнутой ломаной, состоящей из трёх звеньев, не принадлежать одной плоскости?

Ответ: Нет.

## Упражнение 7

Могут ли вершины замкнутой ломаной, состоящей из четырёх звеньев, не принадлежать одной плоскости?

Ответ: Да.

## Упражнение 8

Прямые  $a$ ,  $b$ ,  $c$  попарно пересекаются. Верно ли, что они лежат в одной плоскости?

Ответ: Нет.

## Упражнение 9

Прямые  $a$  и  $b$  пересекаются в точке  $C$ . Через прямую  $a$  проходит плоскость  $\alpha$ , через прямую  $b$  – плоскость  $\beta$ , отличная от  $\alpha$ . Как проходит линия пересечения этих плоскостей?

**Ответ:** Через точку  $C$ .

## Упражнение 10

Какое наибольшее число прямых можно провести через различные пары из: а) трех точек; б) четырех точек; в)\*  $n$  точек?

Ответ: а) 3; б) 6; в)\*  $\frac{n(n-1)}{2}$ .

## Упражнение 11

Какое наибольшее число плоскостей можно провести через различные тройки из: а) четырех точек; б) пяти точек; в)\*  $n$  точек?

**Ответ:** а) 4; б) 10; в)\*  $\frac{n(n-1)(n-2)}{6}$ .

## Упражнение 12

На какое наибольшее число частей могут делить пространство; а) одна плоскость; б) две плоскости; в) три плоскости; г) четыре плоскости?

**Ответ:** а) 2; б) 4; в) 8; г) 15.