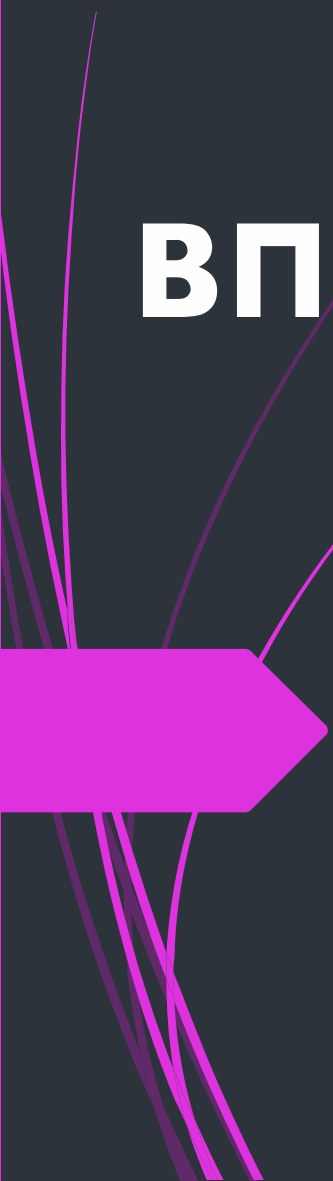




# Описані і вписані кола

Геометрія 7 клас



# Описанные и вписанные окружности.

Геометрия 7 класс



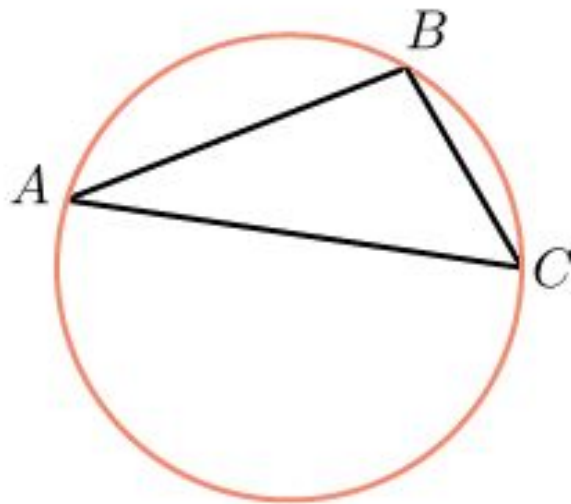
Окружность , описанная  
около треугольника.

• **КОЛО, ОПИСАНЕ НАВКОЛО  
ТРИКУТНИКА**

**Окружность называют описанной около треугольника, если она проходит через все вершины треугольника**



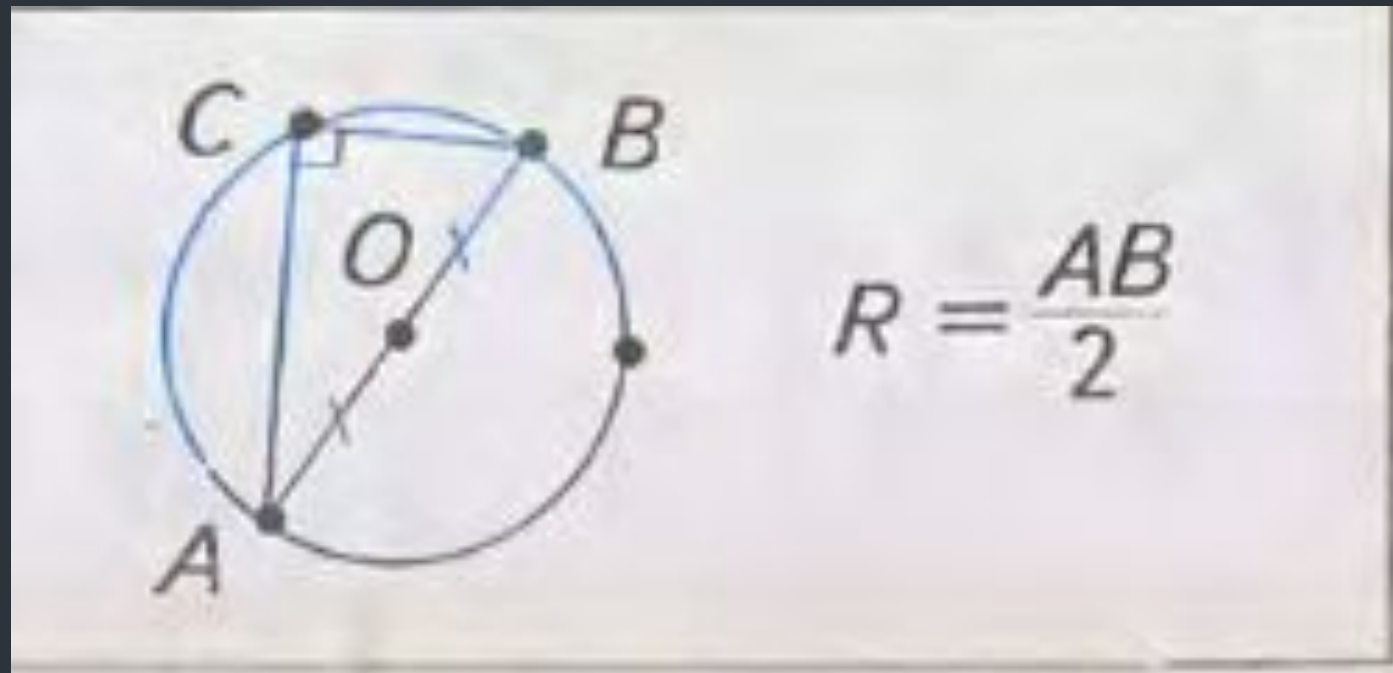
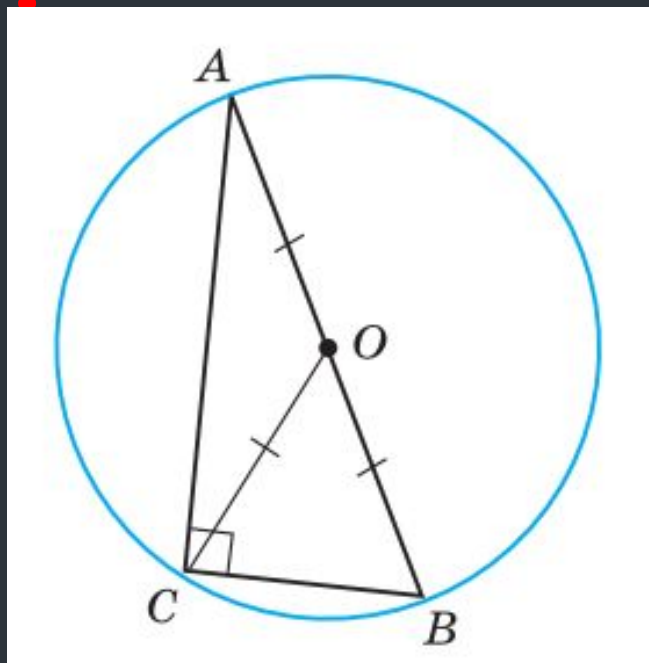
*Коло називають описаним навколо трикутника, якщо воно проходить через усі вершини трикутника.*



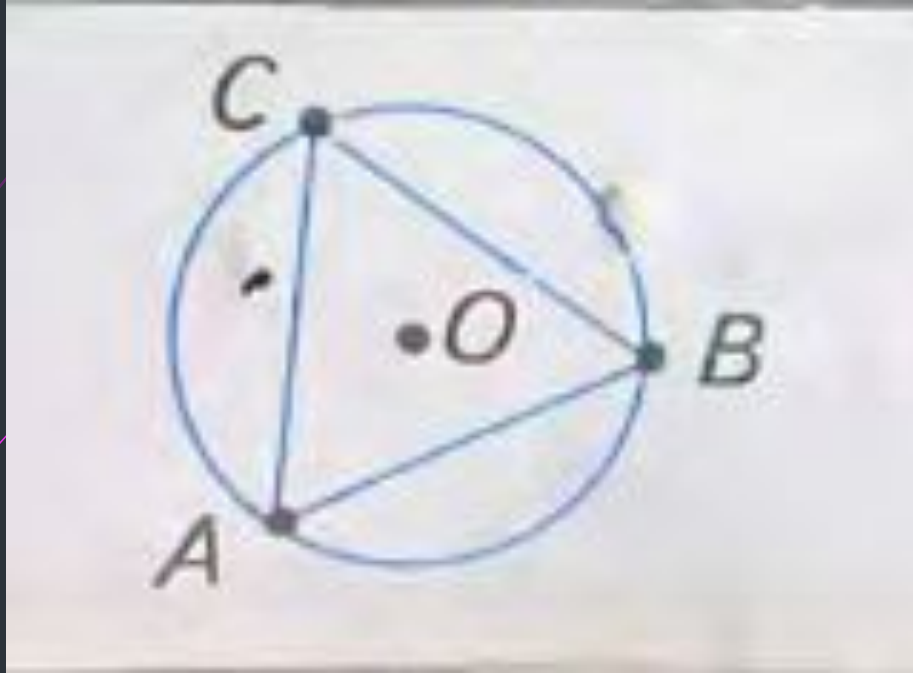
# Размещение центра описанной окружности относительно сторон треугольника.

(R- радиус описанной окружности)

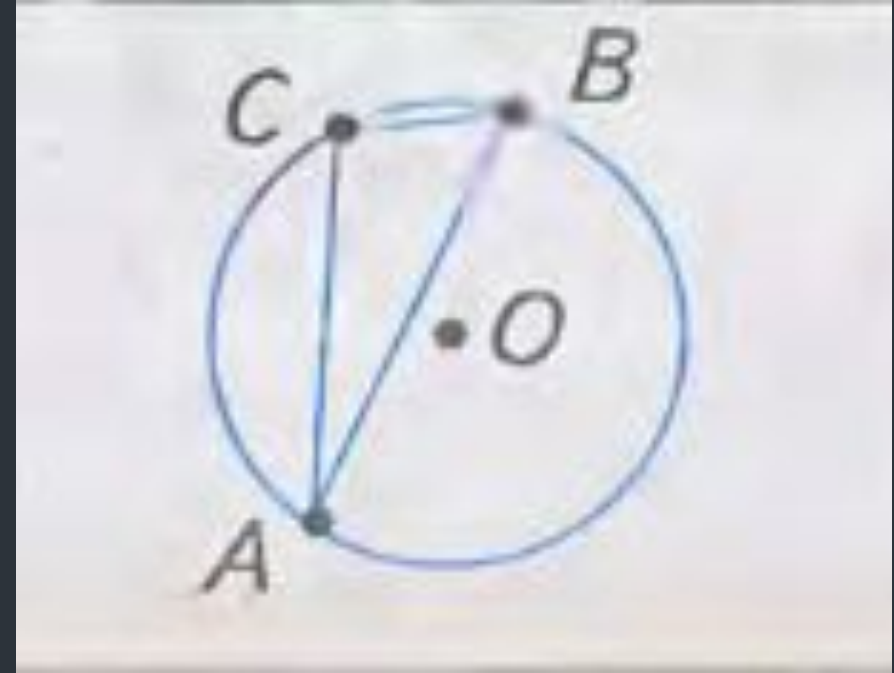
1.



2.

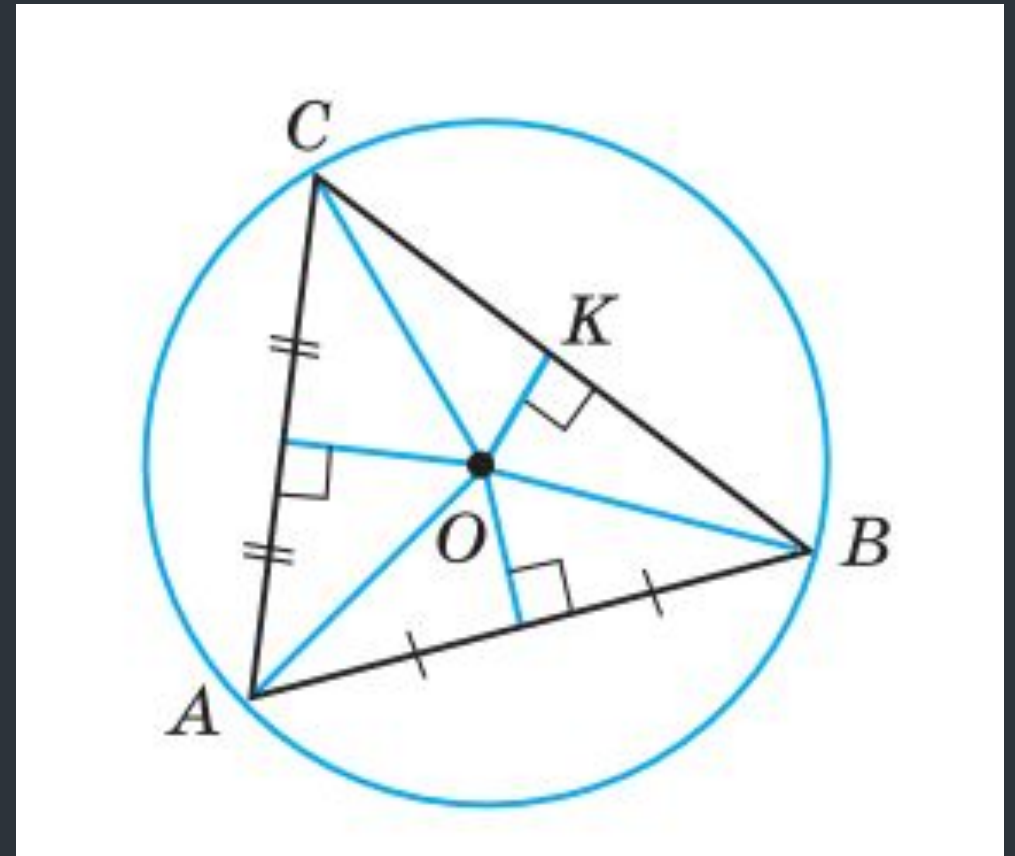


3.



## Теорема №1.

Вокруг любого треугольника  
МОЖНО ОПИСАТЬ ОКРУЖНОСТЬ И  
ТОЛЬКО ОДНУ.



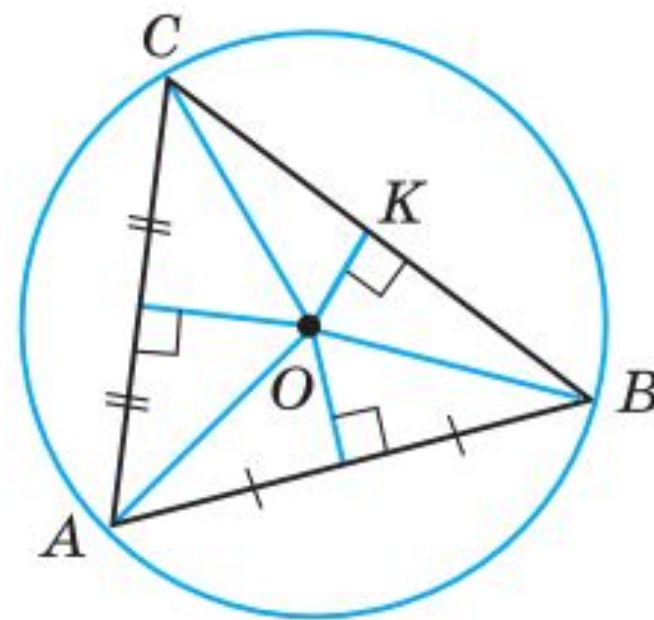
**Н а с л і д о к 1.** Серединні перпендикуляри до сторін трикутника перетинаються в одній точці.

**Н а с л і д о к 2.** Центром кола, описаного навколо трикутника, є точка перетину серединних перпендикулярів до його сторін.

Центр  $O$  кола — точка перетину

серединних  
перпендикулярів

$$AO = BO = CO.$$

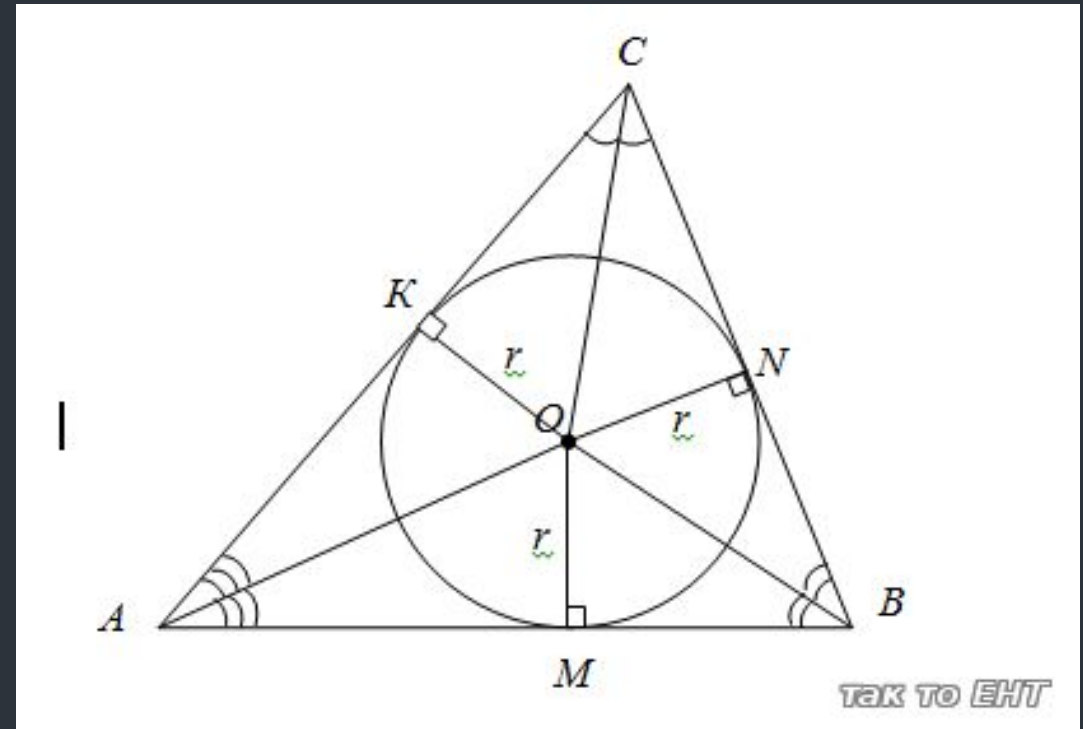




Чтобы найти центр описанной окружности около треугольника, надо построить серединные перпендикуляры к сторонам треугольника.

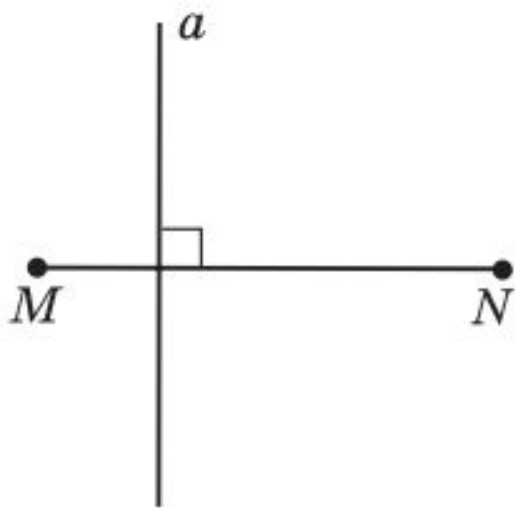
Точка пересечения серединных перпендикуляров и является центром описанной окружности.

$$OA = OB = OC = R.$$

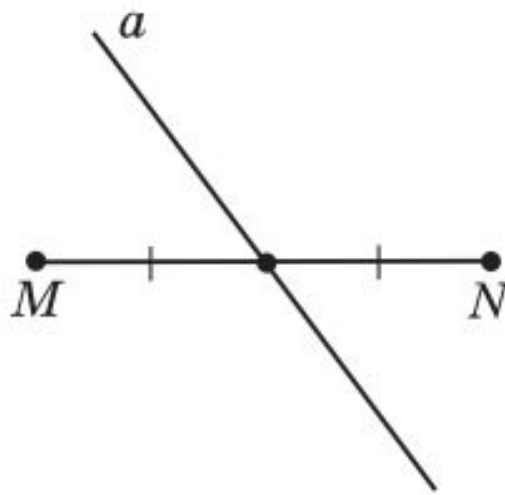


# Решаем вместе:

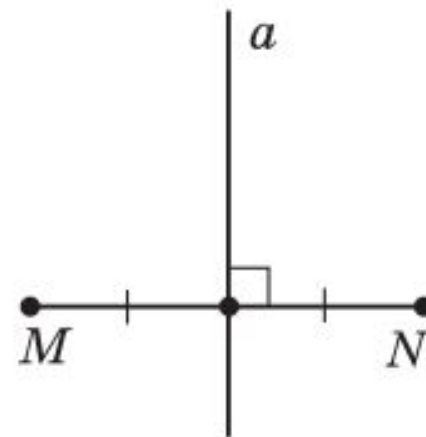
576<sup>①</sup>. (Усно.) На якому з малюнків 358—360 пряма  $a$  є серединним перпендикуляром до відрізка  $MN$ ?



Мал. 358



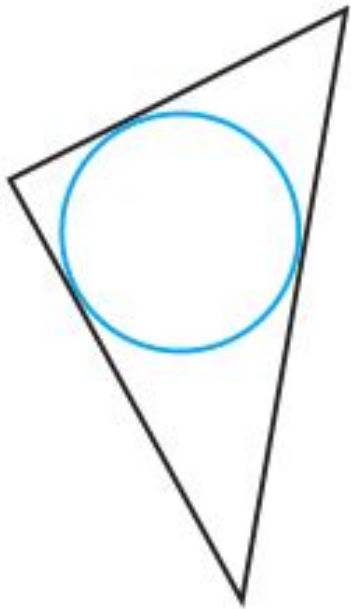
Мал. 359



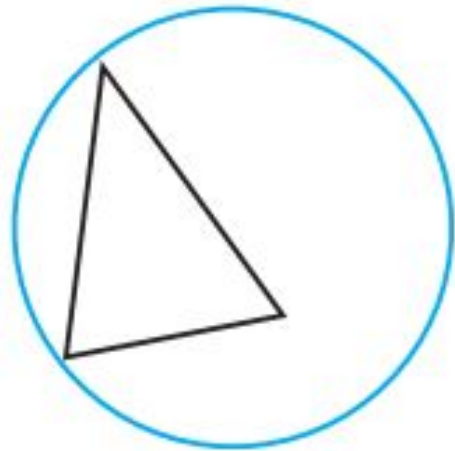
Мал. 360

## Задача №2 ( усно):

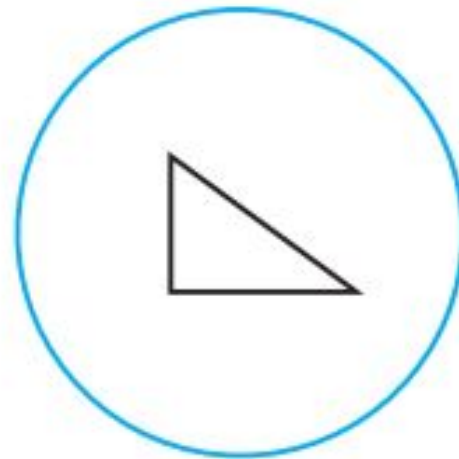
**577<sup>①</sup>.** На якому з малюнків 361—364 зображено коло, описане навколо трикутника?



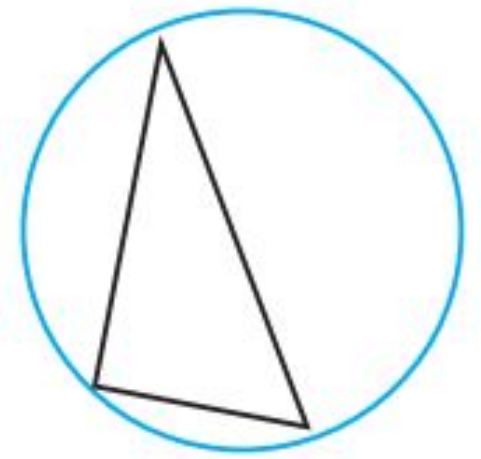
Мал. 361



Мал. 362



Мал. 363



Мал. 364

# Задача №3.

582<sup>③</sup>. Накресліть трикутник, два кути якого дорівнюють  $60^\circ$  і  $70^\circ$ . За допомогою креслярських інструментів опишіть навколо нього коло.



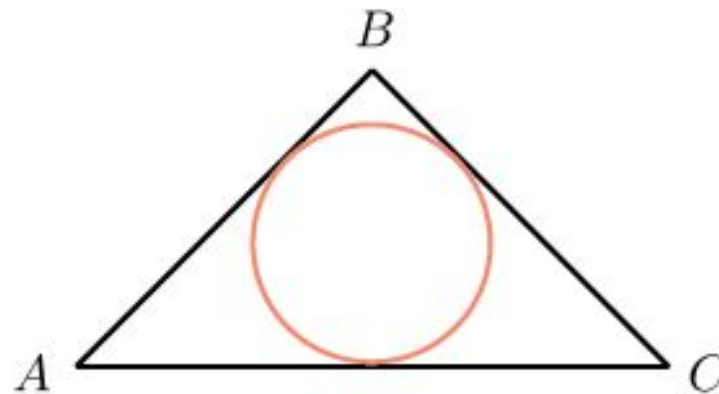
**ОКРУЖНОСТЬ , ВПИСАННАЯ В  
ТРЕУГОЛЬНИК.**

**КОЛО, ВПИСАНЕ В ТРИКУТНИК**

**Окружность, касающаяся всех сторон треугольника, называется вписанной окружностью.**



*Коло називають вписаним у трикутник, якщо воно дотикається до всіх його сторін.*



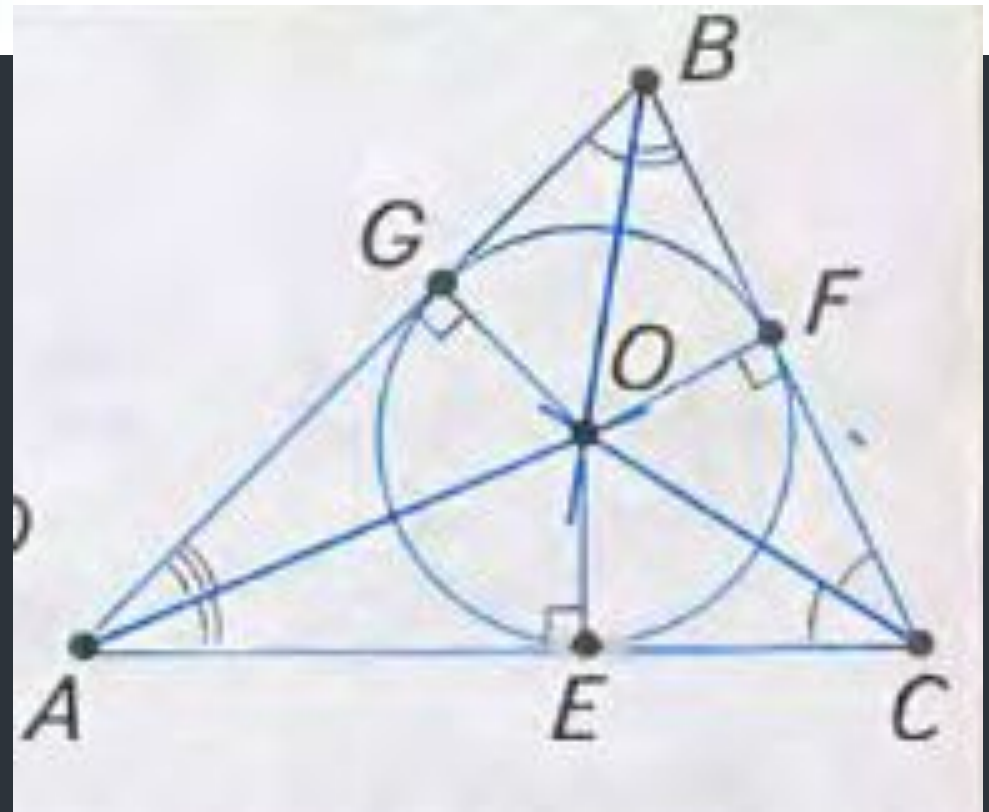
**Т е о р е м а 2** (про коло, вписане у трикутник). *У будь-який трикутник можна вписати коло.*

**Н а с л і д о к 1.** *Бісектриси трикутника перетинаються в одній точці.*

Центр  $O$  кола — точка перетину

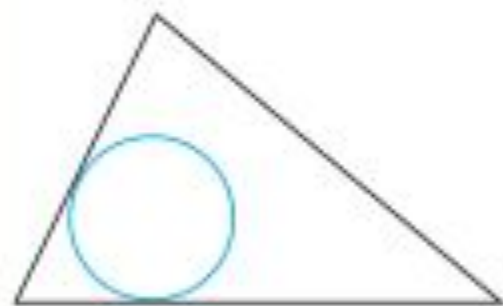
*бісектрис кутів*

$$r = OE = OF = OD$$

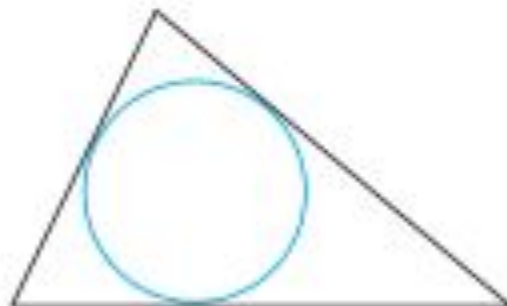


## Решаем вместе:

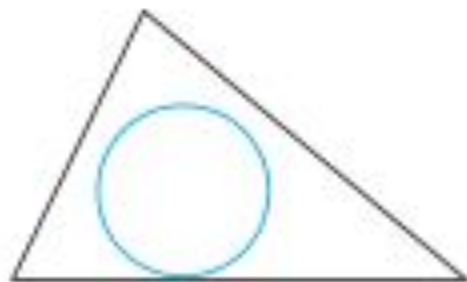
**561**<sup>Ⓢ</sup>. (Усно.) На якому з малюнків 351—354 зображено коло, вписане у трикутник?



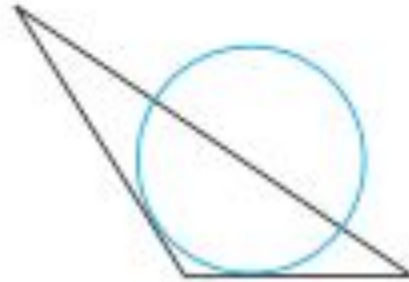
Мал. 351



Мал. 352



Мал. 353



Мал. 354



**567<sup>3</sup>**. Накресліть кут, міра якого  $70^\circ$ . За допомогою циркуля, кутника та транспортира впишіть в нього коло довільного радіуса.

## Учебник Бурда.

**9°**. Гіпотенуза прямокутного трикутника дорівнює  $a$ . Знайдіть радіус описаного кола, якщо:

1)  $a = 2$  см; 2)  $a = 36$  мм; 3)  $a = 9$  дм.

**11°**. Точка  $O$  — центр кола, вписаного у  $\triangle ABC$ . Знайдіть  $\angle ABO$ ,  $\angle CBO$ ,  $\angle CAO$ , якщо:

1)  $\angle A = 50^\circ$ ,  $\angle B = 70^\circ$ ; 2)  $\angle A = \angle B = 40^\circ$ ;  
3)  $\angle A = 30^\circ$ ,  $\angle B = 60^\circ$ ; 4)  $\angle A = 120^\circ$ ,  $\angle B = \angle C$ .

**12°**. У  $\triangle KLM$  вписано коло, з центром  $O$ . Знайдіть кути даного трикутника, якщо:

1)  $\angle OKL = 25^\circ$ ,  $\angle OLM = 30^\circ$ ; 2)  $\angle KMO = \angle MKO = 20^\circ$ ;  
3)  $\angle MLO = 2\angle OMK = 30^\circ$ ; 4)  $\angle OLK = \angle OKM = 15^\circ$ .

# Домашнее задание:

*7-А учебник Бурда*

Параграф 19 стр. 147 №9(3), №11(3), №12(3).

*7-Б учебник Бевз*

Параграф 19, №579,581,582



# Урок №2

Описані і вписані кола.

Описанные и вписанные  
окружности.

# Викторина:

## 1 команда

- 1. Яке коло наз. описаним?
- 2. Назвіть теорему про вписане коло.

## 2 команда

- 1. Яке коло наз. вписаним?
- 2. Назвіть теорему про описане коло.

# Повторение.

**9°.** Гіпотенуза прямокутного трикутника дорівнює  $a$ . Знайдіть радіус описаного кола, якщо:

1)  $a = 2$  см; 2)  $a = 36$  мм; 3)  $a = 9$  дм.

**11°.** Точка  $O$  — центр кола, вписаного у  $\triangle ABC$ . Знайдіть  $\angle ABO$ ,  $\angle CBO$ ,  $\angle CAO$ , якщо:

1)  $\angle A = 50^\circ$ ,  $\angle B = 70^\circ$ ; 2)  $\angle A = \angle B = 40^\circ$ ;

3)  $\angle A = 30^\circ$ ,  $\angle B = 60^\circ$ ; 4)  $\angle A = 120^\circ$ ,  $\angle B = \angle C$ .

**12°.** У  $\triangle KLM$  вписано коло, з центром  $O$ . Знайдіть кути даного трикутника, якщо:

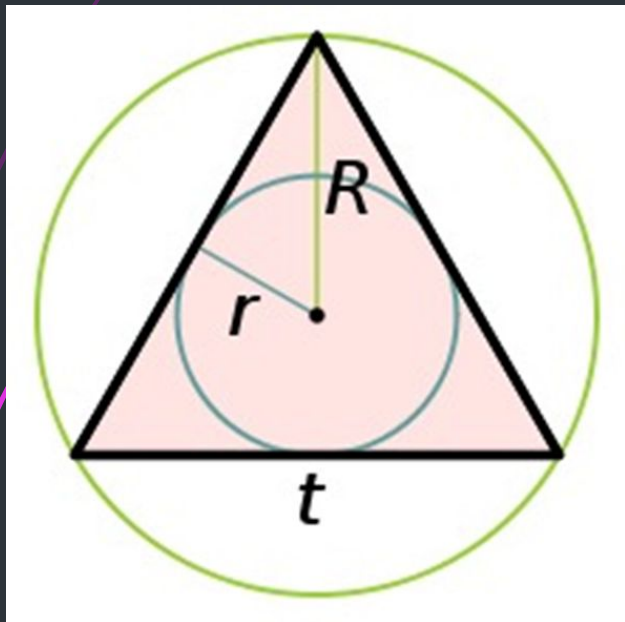
1)  $\angle OKL = 25^\circ$ ,  $\angle OLM = 30^\circ$ ; 2)  $\angle KMO = \angle MKO = 20^\circ$ ;

3)  $\angle MLO = 2\angle OMK = 30^\circ$ ; 4)  $\angle OLK = \angle OKM = 15^\circ$ .

# Усовершенствуем знания:

**Решаем вместе:** Читаем задачу №14. стр.148

Доведіть, що сума радіусів кіл, описаного навколо рівностороннього трикутника і вписаного в нього, дорівнює його висоті.

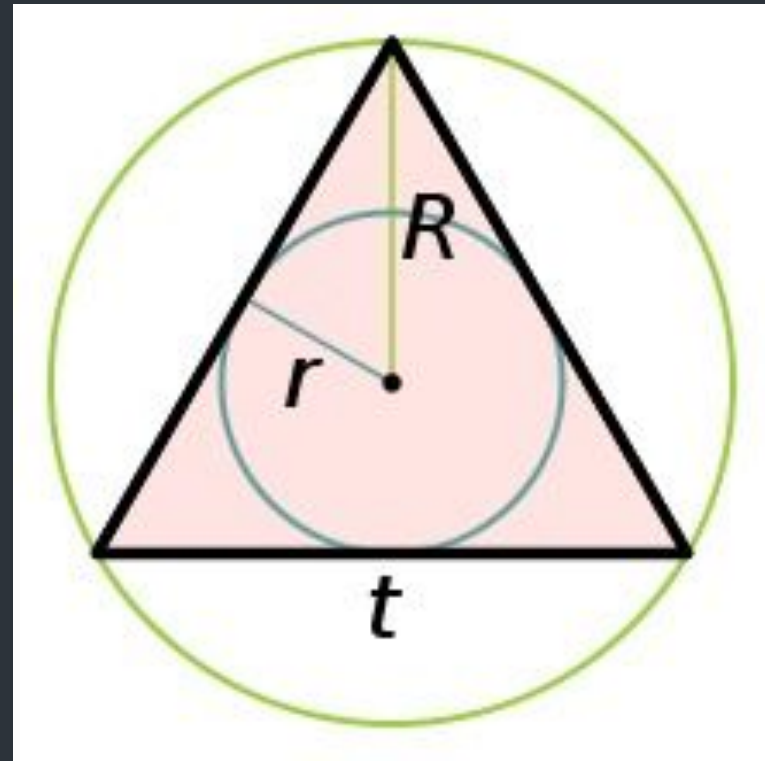


$$R + \frac{R}{2} = 1,5 R; \quad 1,5R = h$$

**15°.** Знайдіть радіус кола, описаного навколо рівностороннього трикутника, якщо висота трикутника дорівнює: 1) 12 см; 2) 24 см; 3) 36 см; 4)  $h$ .

$$2r+r=3r$$

$$h=3r$$



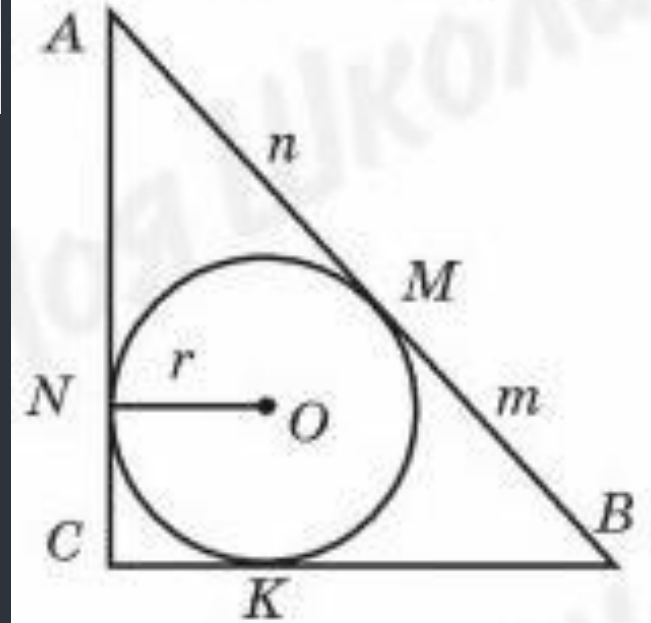
**16°.** Знайдіть радіус кола, вписаного в рівносторонній трикутник, якщо висота трикутника дорівнює: 1) 9 см; 2) 18 см; 3) 36 см; 4)  $h$ .

## Задачу №27

У прямокутний трикутник  $ABC$  з прямим кутом  $C$  вписане коло, яке дотикається до катетів у точках  $M$  і  $N$ . Доведіть, що відрізки  $CM$  і  $CN$  дорівнюють радіусу кола (мал. 377).

**28.** У прямокутному трикутнику гіпотенуза ділиться точкою дотику вписаного кола радіуса  $r$  на відрізки довжиною  $m$  і  $n$ . Знайдіть периметр трикутника, якщо:

- 1)  $m = 4$  см,  $n = 6$  см,  $r = 2$  см;
- 2)  $m = 3$  см,  $n = 10$  см,  $r = 2$  см;
- 3)  $m = 5$  см,  $n = 12$  см,  $r = 3$  см;
- 4)  $m = 4$  см,  $n = 21$  см,  $r = 3$  см.





## Читаем задачу №30

У прямокутний трикутник з катетами  $a$ ,  $b$  і гіпотенузою  $c$  вписано коло радіуса  $r$ . Доведіть, що  $r = \frac{a+b-c}{2}$ .

**31\***. Знайдіть радіус кола, вписаного в прямокутний трикутник з катетами  $m$  і  $n$  та гіпотенузою  $k$ , якщо:

1)  $m : n : k = 3 : 4 : 5$ ,  $P = 24$  см; 2)  $m : n : k = 8 : 15 : 17$ ,  $P = 12$  дм;

3)  $m : n : k = 5 : 12 : 13$ ,  $P = 0,6$  м,

де  $P$  – периметр даного трикутника.