

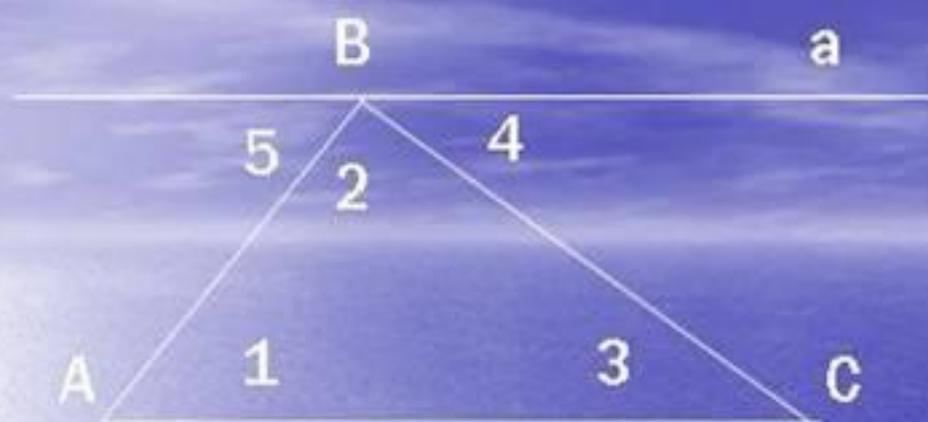


# Соотношения между углами и сторонами треугольника

Презентацию подготовили:

- Галкина Лиза
- Григорова Катя
- Гусаков Егор
- Еланская Женья
- Пугачева Настя
- Тарасикова Лера
- Утопова Даша

## Теорема: Сумма углов треугольника равна $180^\circ$



Дано:

ABC треугольник  
угол1, угол2, угол3

Доказать:

$$\text{Угол1} + \text{угол2} + \text{угол3} = 180^\circ$$

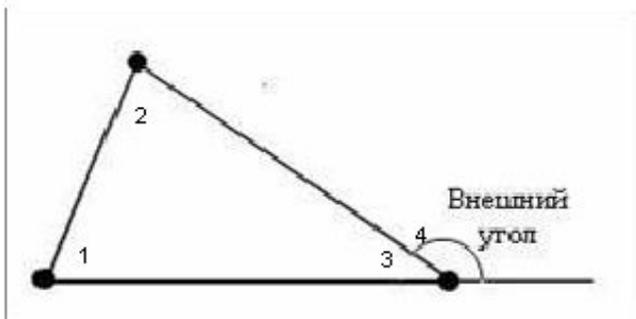
Доказательство:

1. Проведем через точку В прямую а параллельно АС. Отметим на чертеже углы 4 и 5.
2.  $\text{угол5} + \text{угол2} + \text{угол4} = 180^\circ$  (как развернутый угол)
3.  $\text{угол4} = \text{углу3}$  (как внутренние накрестлежащие при параллельных а и АС и секущей ВС)  
 $\text{угол5} = \text{углу1}$  (как внутренние накрестлежащие при параллельных а и АВ и секущей АВ)
4.  $\text{угол1} + \text{угол2} + \text{угол3} = 180^\circ$  что и требовалось доказать.

# Внешний угол треугольника



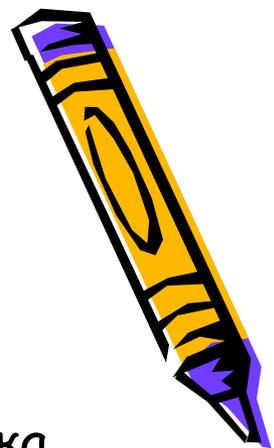
**Внешний угол** -  
угол, смежный с  
каким - либо  
углом этого  
треугольника.



**Теорема о внешнем угле**  
**треугольника:**

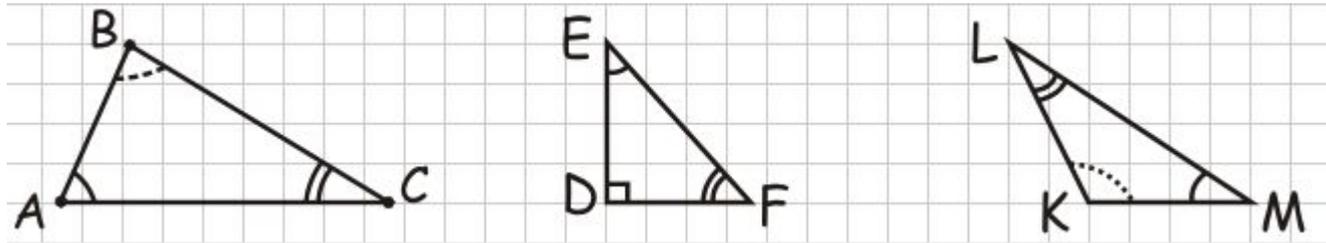
Внешний угол треугольника  
равен сумме двух углов не  
смежных с ним.

**Доказательство:** угол 4 -  
внешний угол, смежный с  
углом 3 данного  
треугольника. Так как угол 4  
+ угол 3 =  $180^\circ$ , а по теореме  
о сумме углов треугольника (   
угол 1 + угол 2) + угол 3 =  
 $180^\circ$ , то угол 4 = угол 1 +  
угол 2, Ч.Т.Д.





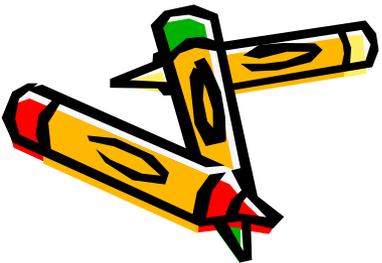
# Виды треугольников



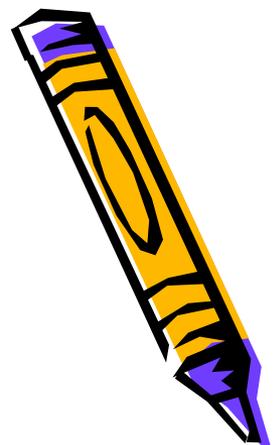
**Остроугольный** -  
Треугольник, у  
которого все 3  
угла острые.

**Прямоугольный** -  
треугольник, у которого  
1 угол прямой.

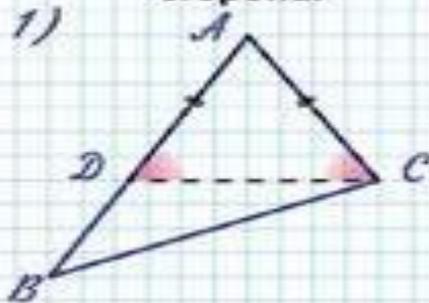
**Тупоугольный** -  
треугольник, у  
которого 1 угол  
тупой.



# Теорема о соотношении между сторонами и углами треугольника. Теорема о неравенстве треугольника.



**ТЕОРЕМА.** В треугольнике: 1) против большей стороны лежит больший угол;  
2) против большего угла лежит большая сторона.



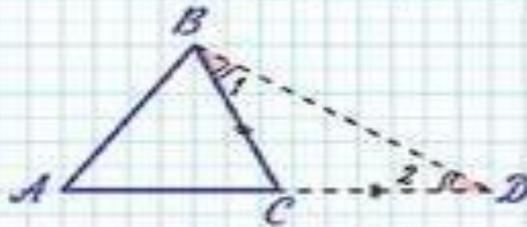
*Дано:*  
 $\triangle ABC, AB > AC$

*Доказать:*  
 $\angle C > \angle B$

**СЛЕДСТВИЕ 1.** В прямоугольном треугольнике гипотенуза больше катета.

**СЛЕДСТВИЕ 2.** Если два угла треугольника равны, то треугольник равнобедренный.

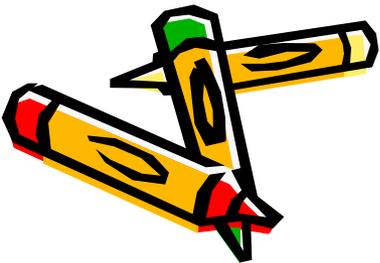
**ТЕОРЕМА.** Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон.



*Дано:*  $\triangle ABC$

*Доказать:*  
 $AB < AC + CB$

**СЛЕДСТВИЕ.** Для любых трех точек  $A, B$  и  $C$ , не лежащих на одной прямой, верны неравенства:  $AB < AC + CB$ ;  
 $AC < AB + BC$ ;  $BC < BA + AC$ .

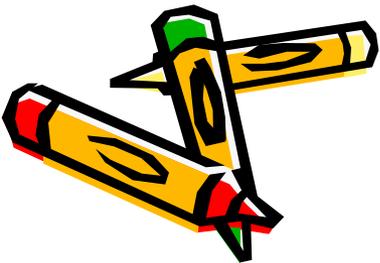
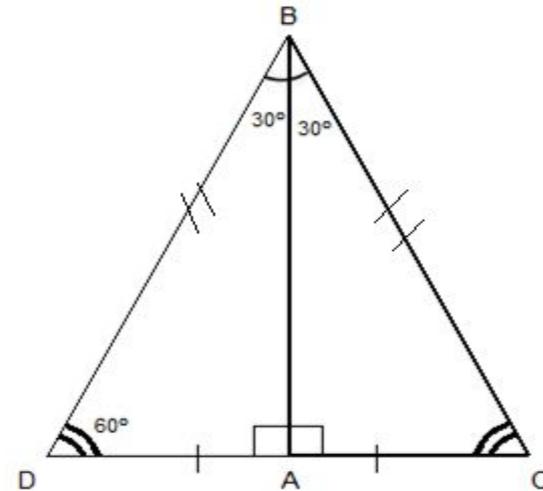
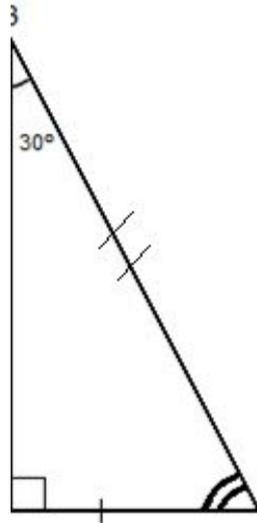




# Прямоугольные треугольники



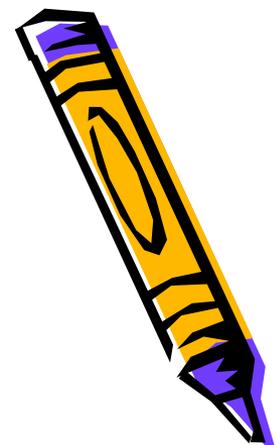
1. Сумма двух острых углов прямоугольного треугольника равна  $90^\circ$ ;
2. Катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в  $30^\circ$ , равен половине гипотенузы;
3. Если катет прямоугольного треугольника равен половине гипотенузы, то угол, лежащий против этого катета  $30^\circ$ .



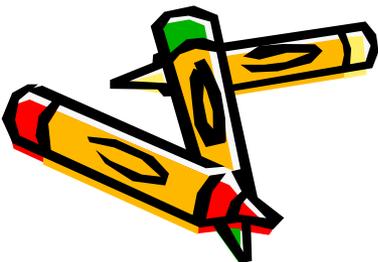
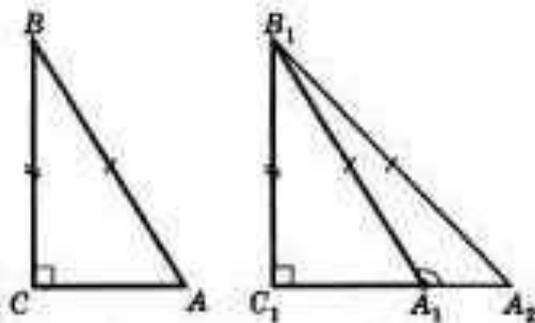


# Признаки равенства

## прямоугольных треугольников



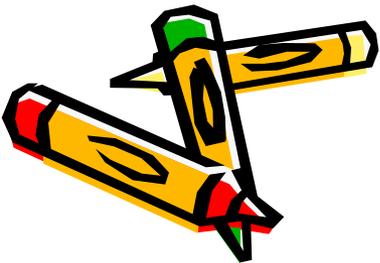
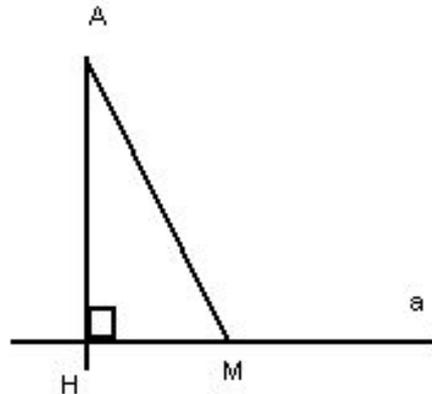
1. Если катеты одного прямоугольного треугольника соответственно равны катетам другого, то такие треугольники равны;
2. Если катет и гипотенуза одного треугольника соответственно равны катету и гипотенузе другого треугольника, то такие треугольники равны;
3. Если гипотенуза и острый угол одного треугольника соответственно равны гипотенузе и острому углу другого, то такие треугольники равны;
4. Если катет и прилежащий к нему острый угол одного треугольника соответственно равны катету и прилежащему к нему острому углу другого, то такие треугольники равны.



# Расстояние от точки до прямой



- Перпендикуляр, проведенный из точки к прямой, меньше любой наклонной, проведенной из той же точки к этой прямой;
- Длина перпендикуляра, проведенного из точки к прямой называется **расстоянием от этой точки до прямой**.
- Расстояние от произвольной точки одной из параллельных прямых до другой прямой называется **расстоянием между этими прямыми**.

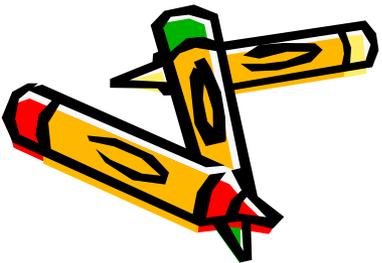
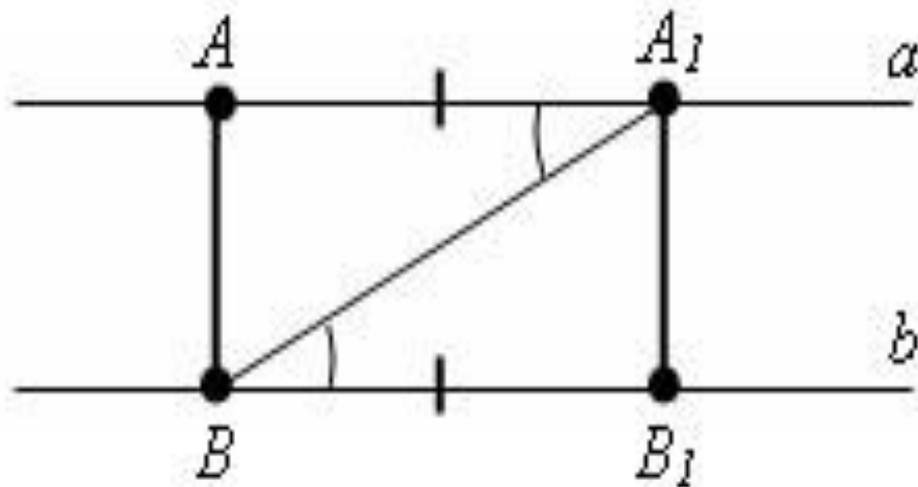




# Расстояние между параллельными прямыми

Теорема.

Все точки каждой из двух параллельных  
прямых равноудалены от другой прямой.



## Построение треугольника по трем сторонам

**Задача.** Построить треугольник по трем сторонам  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .

**Решение.** Проведем луч и на нем отложим отрезок  $BC$ , равный  $a$  (Рис. 73). Раствором циркуля, равным  $c$ , проведем дугу с центром в точке  $B$ . Далее раствором циркуля, равным  $b$ , проведем вторую дугу с центром в точке  $C$ . Эти дуги проведем в одной полуплоскости. Пусть  $A$  - точка пересечения этих дуг. Соединив точку  $A$  с точками  $B$  и  $C$  получим треугольник  $ABC$ . Это и есть искомый треугольник. Так как, стороны равны данным отрезкам:  $BC=a$ ,  $BA=c$ ,  $CA=b$ .

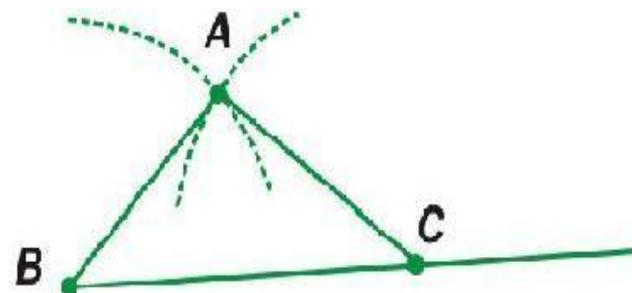
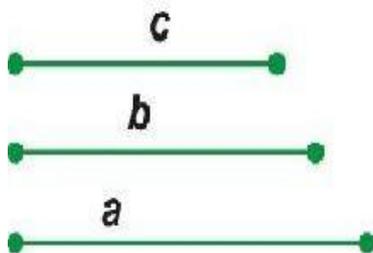
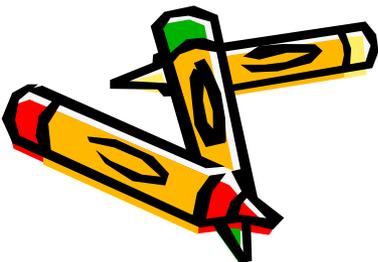
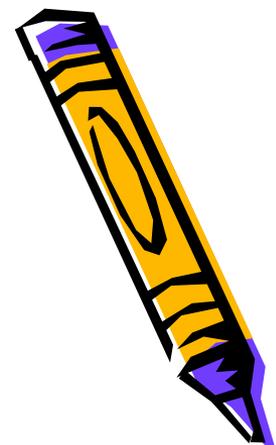


Рисунок 73



## Построение треугольника по двум сторонам и углу между ними

**Задача.** Построить треугольник по двум сторонам и углу между ними.

**Решение.** Пусть даны отрезки  $b$ ,  $c$  и угол  $E$  (Рис. 74). Построим угол  $A$ , равный углу  $E$ . С помощью циркуля на сторонах угла  $A$  отложим отрезок  $AC$ , равный  $b$ , и отрезок  $AB$ , равный  $c$ . Соединив точки  $B$ ,  $C$  получим искомый треугольник  $ABC$ .

Действительно, по построению  $AB=c$ ,  $AC=b$ ,  $\sphericalangle A=\sphericalangle E$ . Задача имеет единственное решение.

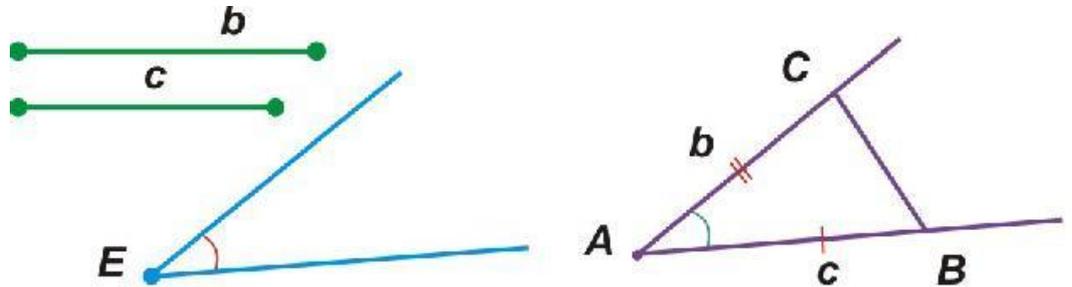
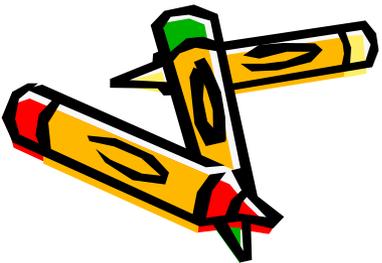


Рисунок 74



## Построение треугольника по стороне и двум прилежащим к ней углам

**Задача.** Построить треугольник по стороне и двум прилежащим углам.

**Решение.** Пусть даны два угла с вершинами  $E, F$  и отрезок  $a$  (Рис. 75). Проведем прямую  $l$  и на ней отложим отрезок  $BC$ , равный отрезку  $a$ . На одной из полуплоскостей построим два угла. Один из этих углов равен углу  $E$  и сторона угла сонаправлена с лучом  $BC$ , и соответственно второй угол равен углу  $F$  и сторона угла сонаправлена с лучом  $CB$ . Вторые стороны этих углов пересекаются в точке  $A$ . Полученный треугольник  $ABC$  - искомый треугольник. Действительно, по построению  $\sphericalangle B = \sphericalangle E$ ,  $\sphericalangle C = \sphericalangle F$  и  $BC = a$ . У треугольника не могут быть два угла тупыми. Поэтому, чтобы данная задача имела решение, она должна удовлетворять следующему условию  $\sphericalangle E + \sphericalangle F < 180^\circ$ .

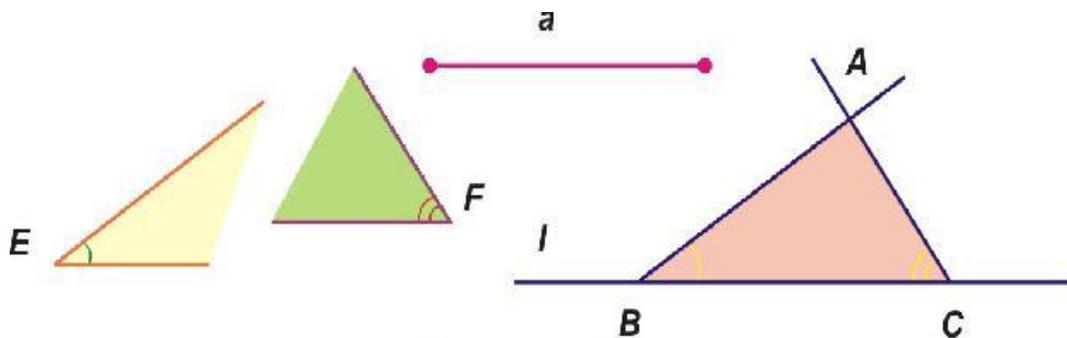
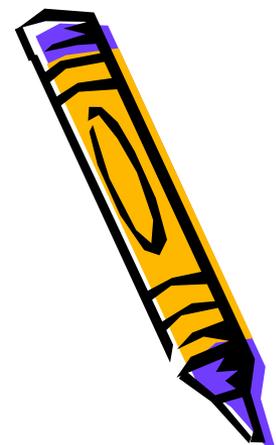
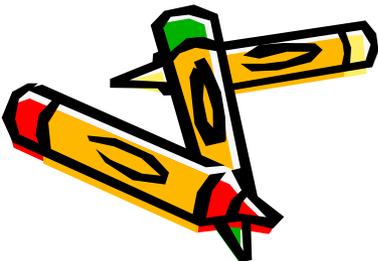
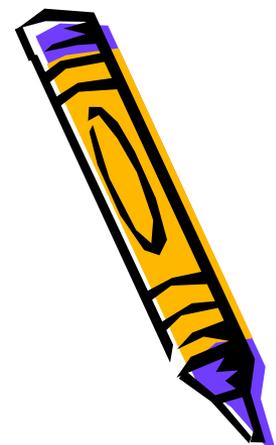


Рисунок 75





# вопросы



- Сформулируйте теорему о сумме углов треугольника.
- Какой угол называют внешним углом треугольника? Сформулируйте теорему о нём.
- Какой треугольник называют тупоугольным, остроугольным?
- Какой треугольник называется прямоугольным? Как называются его стороны?
- Сформулируйте теорему о неравенстве сторон треугольника.
- Сформулируйте теорему о соотношении между сторонами и углами треугольника.
- Назовите свойства прямоугольных треугольников.
- Назовите признаки равенства прямоугольных треугольников.
- Что называют расстоянием от точки до прямой; расстоянием между параллельными прямыми?
- Сформулируйте теорему о расстоянии между параллельными прямыми.

