

Урок геометрии в 8 классе с углубленным изучением математики

Автор разработки:

**учитель математики МБОУ СШ № 10 г. Павлово
Леонтьева Светлана Ивановна**



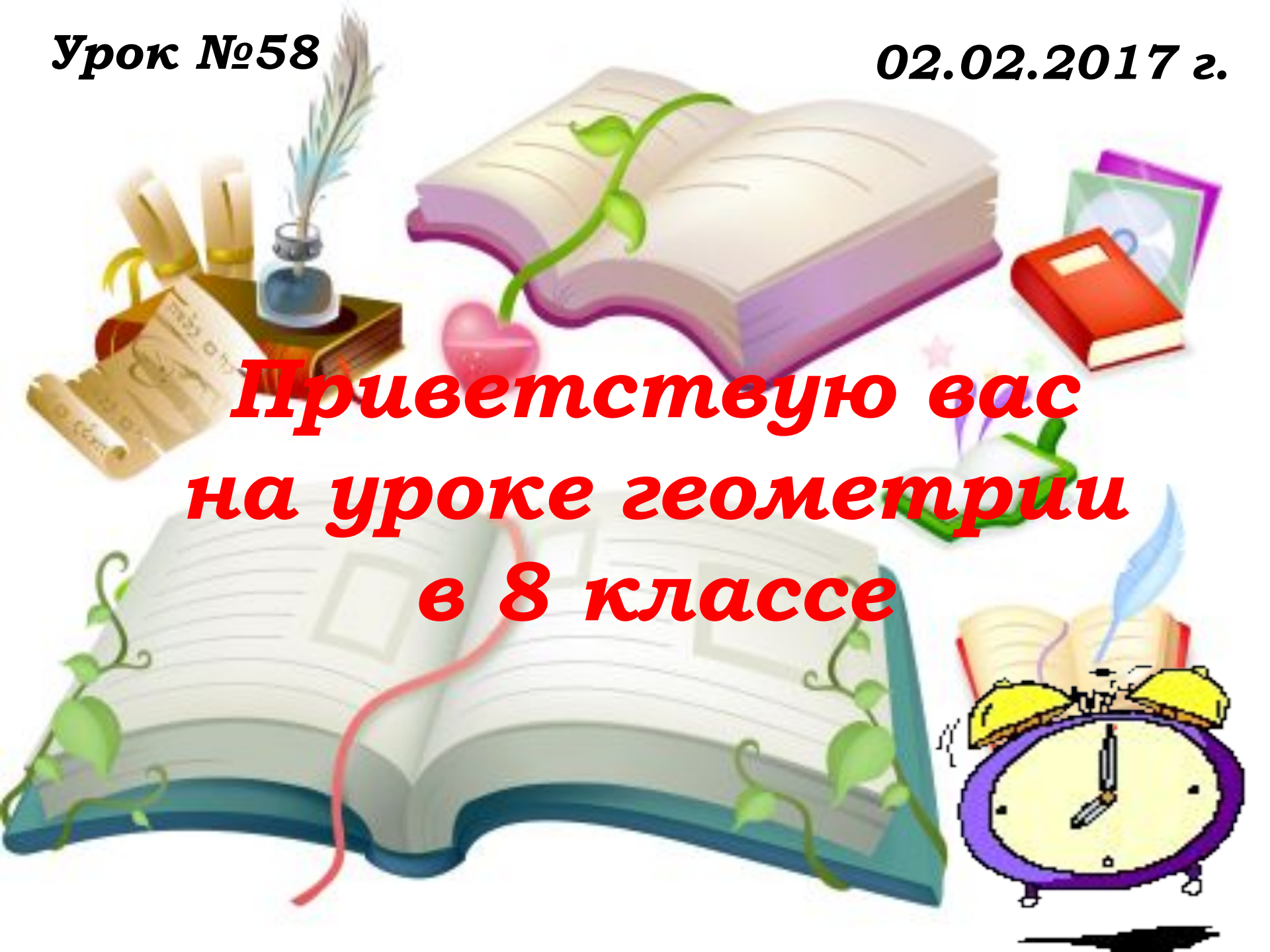
Чему бы ты ни учился, ты учишься для себя.

(Петроний- сатирик Древней Греции)

Урок №58

02.02.2017 г.

**Приветствую вас
на уроке геометрии
в 8 классе**



***Геометрия
приближает разум к истине***

Платон

Успешного усвоения материала



02.02.2017г.



**Контрольная работа №3
по теме**

«Подобные треугольники»

Уровень _____ , вариант №_____

-Проверить уровень знаний по теме «Подобные треугольники»

-Выявить пробелы по теме

КР№4 – 16 февраля.

ДР №38 на 06.02.17

Теория:

Стр.160-161, вопросы 1-14

Разобрать задачу № 584.

Решить №585

КР №4

I уровень

I вариант

1. Рис. 856.

Дано: $\angle A = \angle B$, $CO = 4$, $DO = 6$, $AO = 5$.

Найти: а) OB ; б) $AC : BD$; в) $S_{AOC} : S_{BOD}$.

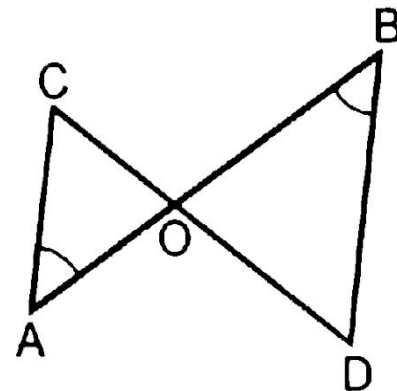


Рис. 856

2. В треугольнике ABC $AB = 4$ см, $BC = 7$ см, $AC = 6$ см, а в треугольнике MNK $MK = 8$ см, $MN = 12$ см, $KN = 14$ см. Найдите углы треугольника MNK , если $\angle A = 80^\circ$, $\angle B = 60^\circ$.

3. Прямая пересекает стороны треугольника ABC в точках M и K соответственно так, что $MK \parallel AC$, $BM : AM = 1 : 4$. Найдите периметр треугольника BMK , если периметр треугольника ABC равен 25 см.

4*. В трапеции $ABCD$ (AD и BC основание) диагонали пересекаются в точке O , $AD = 12$ см, $BC = 4$ см. Найдите площадь треугольника BOC , если площадь треугольника AOD равна 45 см^2 .

КР №4

1 уровень

II вариант

1. Рис. 857.

Дано: $PE \parallel NK$, $MP = 8$, $MN = 12$, $ME = 6$.

Найти: а) MK ; б) $PE : NK$; в) $S_{MEP} : S_{MKN}$.

2. В $\triangle ABC$ $AB = 12$ см, $BC = 18$ см, $\angle B = 70^\circ$,
а в $\triangle MNK$ $MN = 6$ см, $NK = 9$ см, $\angle N = 70^\circ$.
Найдите сторону AC и угол C треугольника
 ABC , если $MK = 7$ см, $\angle K = 60^\circ$.

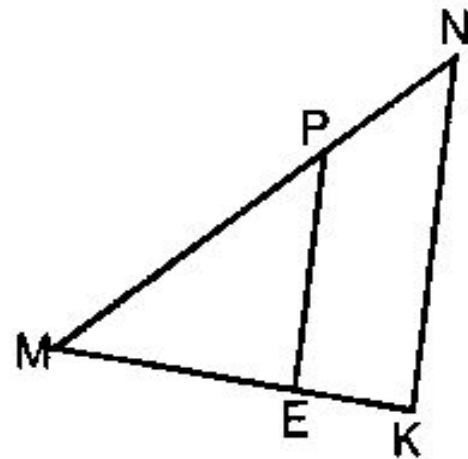


Рис. 857

3. Отрезки AB и CD пересекаются в т. O так,
что $\angle ACO = \angle BDO$, $AO : OB = 2 : 3$. Найдите периметр треугольника
 ACO , если периметр треугольника BOD равен 21 см.

4*. В трапеции $ABCD$ (AD и BC основания) диагонали пересекаются в точке O , $S_{AOD} = 32$ см², $S_{BOC} = 8$ см². Найдите меньшее основание трапеции, если большее из них равно 10 см.

КР №4

II уровень

I вариант

1. Рис. 858.

Дано: $AO = 6,8$ см; $CO = 8,4$ см, $OB = 5,1$ см;
 $OD = 6,3$ см.

Доказать: $AC \parallel BD$.

Найти: а) $DB : AC$; б) $P_{AOC} : P_{DVO}$; в) $S_{DVO} : S_{AOC}$.

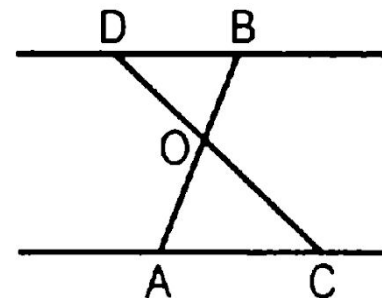


Рис. 858

2. Диагонали ромба $ABCD$ пересекаются в точке O , $BD = 16$ см. На стороне AB взята точка K так, что $OK \perp AB$ и $OK = 4\sqrt{3}$ см. Найдите сторону ромба и вторую диагональ.

3. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ $AB = 9$ см, $BC = 8$ см, $CD = 16$ см, $AD = 6$ см, $BD = 12$ см. Докажите, что $ABCD$ – трапеция.

4*. В равнобедренном треугольнике MNK с основанием MK , равным 10 см, $MN = NK = 20$ см. На стороне NK лежит точка A так, что $AK : AN = 1 : 3$. Найдите AM .

КР №4

2 уровень

II вариант

1. Рис. 859.

Дано: $BD = 3,1$ см, $BE = 4,2$ см, $BA = 9,3$ см,
 $BC = 12,6$ см.

Доказать: $DE \parallel AC$.

Найти: а) $DE : AC$; б) $P_{ABC} : P_{DBE}$; в) $S_{DBE} : S_{ABC}$.

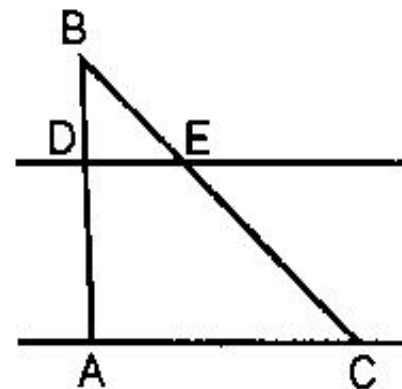


Рис. 859

2. Диагонали ромба $ABCD$ пересекаются в точке O . На стороне AB взята точка K так, что $OK \perp AB$, $AK = 2$ см, $BK = 8$ см. Найдите диагонали ромба.

3. $ABCD$ – выпуклый четырехугольник, $AB = 6$ см, $BC = 9$ см, $CD = 10$ см, $DA = 25$ см, $AC = 15$ см. Докажите, что $ABCD$ – трапеция.

4*. В равнобедренном треугольнике ABC $AB = BC = 40$ см, $AC = 20$ см. На стороне BC отмечена точка H так, что $BH : HC = 3 : 1$. Найдите AH .

КР №4

III уровень

I вариант

1. К диагонали AC прямоугольника $ABCD$ проведен перпендикуляр DE так, что $AE = 8$ см, $CE = 4$ см.

Найти: а) $AB : BC$; б) P_{ABCD} ; в) S_{ABCD} .

2. $ABCD$ – прямоугольная трапеция ($\angle A = 90^\circ$). Точка E лежит на основании AD так, что CE перпендикулярен AD и $AE = DE$. Точка O – середина диагонали AC .

Докажите, что $BO : BC = CD : AD$.

Найдите площадь пятиугольника $ABOCD$, если площадь треугольника ACD равна 20 см².

3. Диагональ BD трапеции $ABCD$ делит ее на два подобных треугольника. Найдите BD , если основания BC и AD равны 8 см и $12,5$ см соответственно.

4*. На сторонах MN и NK треугольника MNK взяты точки A и B соответственно так, что $\angle ABN = \angle M$. Отрезок NE является биссектрисой угла ANB , $AE : EB = 2 : 3$. Найдите отношение NK к MN .

КР №4

3 уровень

II вариант

1. К диагонали BD прямоугольника $ABCD$ проведен перпендикуляр AK так, что $BK = 5$ см, $DK = 15$ см.

Найти: а) $BC : CD$; б) P_{BCD} ; в) S_{BCD} .

2. В прямоугольной трапеции $ABCD$ $\angle D = 90^\circ$. Точка K лежит на основании AD так, что $AK = KD$ и BK перпендикулярно BC . Точка O – середина диагонали BD .

Докажите, что $AB : AD = BO : BC$.

Найдите площадь треугольника ABD , если площадь пятиугольника $ABOCD$ равна 30 см².

3. Диагональ AC трапеции $ABCD$ равна 8 см и делит ее на два подобных треугольника. Найдите основание BC , если AD равно 16 см.

4*. На сторонах PO и PS треугольника OPS взяты точки A и B соответственно так, что $\angle PAB = \angle S$. Биссектриса PC треугольника OPS делит сторону OS на два отрезка так, что $OC : CS = 4 : 3$. Найдите отношение PB к PA .

КР №4.

Ответы и указания к задачам контрольной работы I уровень

I вариант

1. $\triangle AOC \sim \triangle BOD$ по двум углам.

$$AO : BO = CO : DO \Rightarrow OB = 7,5.$$

$$AC : BD = 2 : 3.$$

$$S_{AOC} : S_{BOD} = 4 : 9.$$

Ответ: а) 7,5; б) 2 : 3; в) 4 : 9.

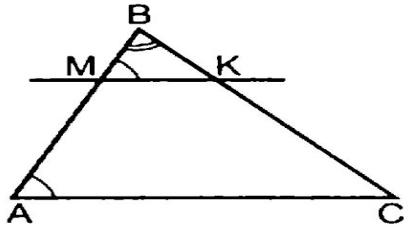


Рис. 491

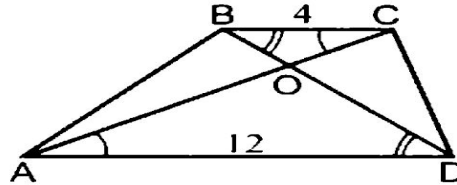


Рис. 492

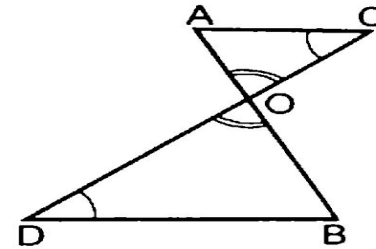


Рис. 493

2. $AB : MK = 1 : 2$, $BC : KN = 1 : 2$, $AC : MN = 1 : 2$.

$$\triangle ABC \sim \triangle MKN.$$

$$\angle M = \angle A = 80^\circ, \angle K = \angle B = 60^\circ. \angle N = 180^\circ - (\angle M + \angle K) = 40^\circ.$$

Ответ: $80^\circ, 60^\circ, 40^\circ$.

3. Рис. 491.

$$\text{а) } \triangle BMK \sim \triangle BAC \text{ по двум углам} \Rightarrow \frac{BM}{BA} = \frac{MK}{AC} = \frac{BK}{BC} = \frac{1}{5}.$$

$$\text{б) } P_{BMK} : P_{ABC} = 1 : 5 \Rightarrow P_{BMK} = 5 \text{ см.}$$

Ответ: 5 см.

4*. Рис. 492.

а) $\triangle BOC \sim \triangle DOA$.

$$\text{б) } \frac{BO}{DO} = \frac{OC}{OA} = \frac{BC}{DA} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} = k.$$

$$\text{в) } \frac{S_{BOC}}{S_{DOA}} = k^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow S_{BOC} = 5 \text{ см}^2.$$

II вариант

1. $\triangle MPE \sim \triangle MNK$ по двум углам.

$$MP : MN = ME : MK \Rightarrow MK = 9.$$

$$PE : NK = 2 : 3.$$

$$S_{MPE} : S_{MKN} = 4 : 9.$$

Ответ: а) 9; б) 2 : 3; в) 4 : 9.

2. $AB : MN = 2, BC : NK = 2, \angle B = \angle N \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle MNK.$

$$AC : MK = 2 \Rightarrow AC = 14 \text{ см}, \angle C = \angle K = 60^\circ.$$

Ответ: $AC = 14 \text{ см}, \angle C = 60^\circ.$

3. Рис. 493.

а) $\triangle ACO \sim \triangle BDO$ по двум углам $\Rightarrow \frac{AC}{BD} = \frac{CO}{DO} = \frac{AO}{BO} = \frac{2}{3}.$

б) $P_{ACO} : P_{BDO} = 2 : 3 \Rightarrow P_{ACO} = 14 \text{ см}.$

Ответ: 14 см.

4*. Рис. 494.

а) $\triangle BOC \sim \triangle DOA.$

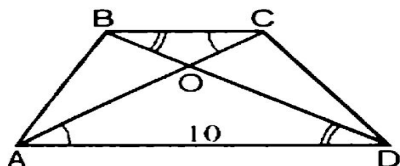


Рис. 494

б) $\frac{S_{BOC}}{S_{DOA}} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4} = k^2 \Rightarrow k = 0,5.$

в) $BC : AD = k = 0,5 \Rightarrow BC = 5 \text{ см}.$

Ответ: 5 см.

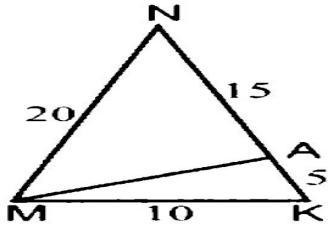


Рис. 497

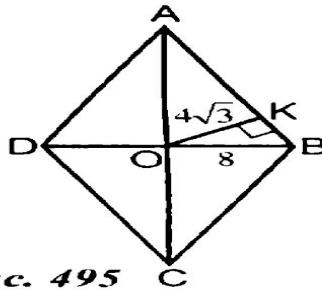


Рис. 495

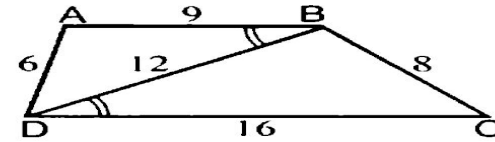


Рис. 496

II уровень

I вариант

1. $AO : OB = CO : DO = 4 : 3$, $\angle AOC = \angle BOD$, отсюда $\triangle AOC \sim \triangle BOD$ и $\angle OBD = \angle OAC \Rightarrow AC \parallel BD$.
 $DB : AC = BO : AO = 3 : 4$. $P_{AOC} : P_{BOD} = 4 : 3$.

$$\frac{S_{DBO}}{S_{AOC}} = \left(\frac{BO}{AO}\right)^2 = \frac{9}{16}.$$

Ответ: а) 3 : 4; б) 4 : 3; в) 9 : 16.

2. Рис. 495.

$$\triangle AOK \sim \triangle OBK \Rightarrow \frac{AO}{OB} = \frac{OK}{BK} = \frac{AK}{OK}, \text{ то есть } \frac{AO}{8} = \frac{4\sqrt{3}}{BK} = \frac{AK}{4\sqrt{3}}.$$

По теореме Пифагора $BK^2 = OB^2 - OK^2 = 16 \Rightarrow BK = 4 \text{ см} \Rightarrow$
 $\Rightarrow AO = 8\sqrt{3} \text{ см}, AC = 16\sqrt{3} \text{ см}, AB = 16 \text{ см}.$

Ответ: $AB = 16 \text{ см}, AC = 16\sqrt{3}.$

3. Рис. 496. $\frac{AD}{BC} = \frac{AB}{DB} = \frac{DB}{DC} = \frac{3}{4} \Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle BDC \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ABD = \angle BDC \Rightarrow AB \parallel DC.$

$\angle ADB \neq \angle DBC$, следовательно, AD не параллелен BC . Таким образом, $ABCD$ – трапеция с основаниями AB и DC .

4*. Рис. 497.

$KA : MK = KM : MN = 1 : 2$, $\angle K = \angle NMK \Rightarrow \triangle MNK \sim \triangle KMA$, тогда т. к. $\angle NMK = \angle NKM$, то $\angle MKA = \angle MAK$, т. е. $\triangle KMA$ – равнобедренный с основанием AK , следовательно, $AM = MK = 10 \text{ см}.$

Ответ: 10 см.

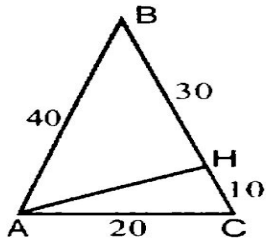


Рис. 500

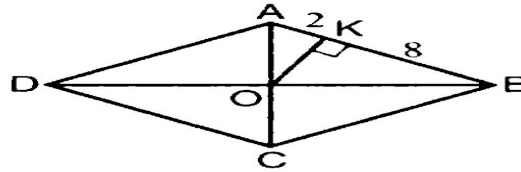


Рис. 498

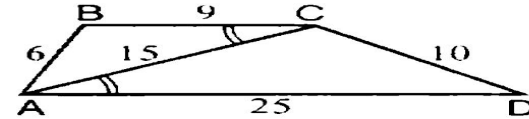


Рис. 499

II вариант

1. $\frac{BD}{BA} = \frac{BE}{BC} = \frac{1}{3}$, $\angle B$ – общий, отсюда $\triangle BDE \sim \triangle BAC \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle BDE = \angle BAC \Rightarrow DE \parallel AC$.

а) $DE : AC = BD : BA = 1 : 3$.

б) $P_{AOC} : P_{DBE} = 3$.

в) $\frac{S_{DBE}}{S_{ABC}} = \left(\frac{BD}{BA}\right)^2 = \frac{1}{9}$.

Ответ: а) 1 : 3; б) 3; в) 1 : 9.

2. Рис. 498. $\triangle AOK \sim \triangle OKB \Rightarrow \frac{AO}{OK} = \frac{OK}{BK} = \frac{AK}{OK} \Rightarrow$

$\Rightarrow OK^2 = AK \cdot BK = 16$, то есть $OK = 4$.

По теореме Пифагора $AO^2 = OK^2 + AK^2 = 20 \Rightarrow AO = 2\sqrt{5}$ см,
 $AC = 4\sqrt{5}$ см.

$OB^2 = OK^2 + KB^2 = 80 \Rightarrow OB = 4\sqrt{5}$ см. $BD = 8\sqrt{5}$.

Ответ: $AC = 4\sqrt{5}$, $BD = 8\sqrt{5}$.

3. Рис. 499.

$\frac{AB}{CD} = \frac{BC}{AC} = \frac{AC}{AD} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle DCA$,

отсюда $\angle ACB = \angle CAD \Rightarrow BC \parallel AD$.

$\angle BAC \neq \angle ACD \Rightarrow AB$ не параллелен $CD \Rightarrow ABCD$ – трапеция с основаниями BC и AD .

4*. Рис. 500.

$\frac{HC}{AC} = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{2}$, $\angle HCA = \angle BAC \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle CAH$.

Т. к. $\angle BAC = \angle BCA$, то $\angle ACH = \angle AHC$, т. е. $\triangle CAH$ – равнобедренный с основанием HC , следовательно, $AH = AC = 20$ см.

Ответ: 20 см.

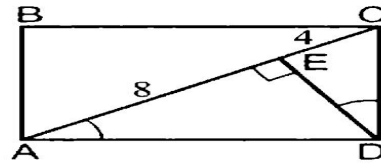


Рис. 501

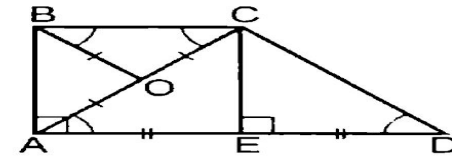


Рис. 502

III уровень

I вариант

1. Рис. 501.

$$\begin{aligned} \text{а) } \triangle AED \sim \triangle DEC &\Rightarrow AB : BC = CD : AD; \\ EC \quad DE = DE \quad AE &\Rightarrow DE = \sqrt{EC \cdot AE} = 4\sqrt{2} \text{ см} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{EC}{DE} = \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} &\Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{2}}{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } AD^2 = AE^2 + ED^2 &\Rightarrow AD = 4\sqrt{6} \text{ см.} \\ CD^2 = DE^2 + CE^2 &\Rightarrow CD = 4\sqrt{3} \text{ см.} \end{aligned}$$

$$P_{ABCD} = 8\sqrt{3}(\sqrt{2} + 1) \text{ см.}$$

$$\text{в) } S_{ABCD} = 48\sqrt{2} \text{ см}^2.$$

$$\text{Ответ: а) } \frac{\sqrt{2}}{2}; \text{ б) } 8\sqrt{3}(\sqrt{2} + 1) \text{ см; в) } 48\sqrt{2} \text{ см}^2.$$

2. Рис. 502.

а) $\triangle BOC$ и $\triangle ACD$ – равнобедренные, $\angle CAD = \angle BCO$, отсюда $\angle CDA = \angle CBO \Rightarrow \triangle BOC \sim \triangle DCA$, откуда $BO : CD = BC : AD$, то есть $BO : BC = CD : AD$.

б) O – точка пересечения диагоналей прямоугольника $ABCE$.

$$S_{ACD} = S_{ABCE} = 20 \text{ см}^2. \quad S_{BOA} = S_{ABCE} : 4 = 5 \text{ см}^2.$$

$$S_{ABOCD} = S_{ACD} + S_{BOA} = 25 \text{ см}^2.$$

$$\text{Ответ: } 25 \text{ см}^2.$$

3. Рис. 503.

$$\triangle BCD \sim \triangle DBA \Rightarrow BC : BD = BD : AD \Rightarrow BD = 10 \text{ см.}$$

$$\text{Ответ: } 10 \text{ см.}$$

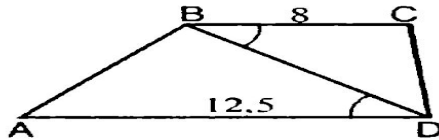


Рис. 503

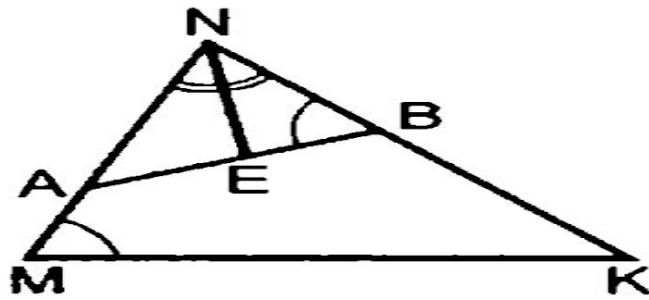


Рис. 504

4*. Рис. 504.

а) NE – биссектриса $\triangle ANB \Rightarrow AN : AE = BN : EB \Rightarrow$
 $\Rightarrow AN : BN = AE : EB = 2 : 3.$

б) $\triangle NBA \sim \triangle NMK \Rightarrow NK : NA = NM : NB \Rightarrow$
 $\Rightarrow NK : NM = NA : NB = 2 : 3.$

Ответ: 2 : 3.

3 уровень

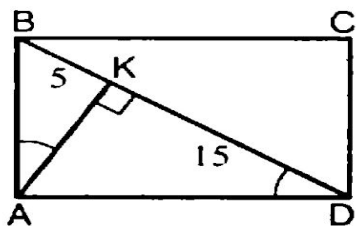


Рис. 505

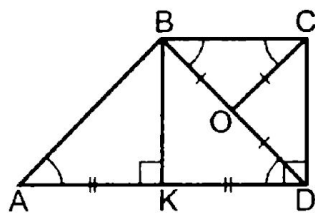


Рис. 506

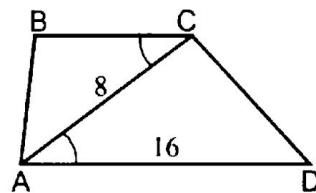


Рис. 507

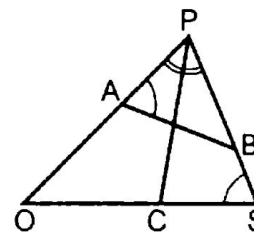


Рис. 508

II вариант

1. Рис. 505. а) $\triangle АКВ \sim \triangle ДКА \Rightarrow BK : AK = AK : KD$, откуда

$$AK = \sqrt{BK \cdot KD} = 5\sqrt{3} \text{ см} \Rightarrow \frac{BK}{AK} = \frac{5}{5\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\frac{BC}{CD} = \frac{AD}{AB} = \frac{AK}{BK} = \sqrt{3}.$$

б) $AB^2 = BK^2 + AK^2 \Rightarrow AB = 10 \text{ см.}$

$AD^2 = AK^2 + KD^2 \Rightarrow AD = 10\sqrt{3} \text{ см.}$ $P_{ABCD} = 20(\sqrt{3} + 1) \text{ см.}$

в) $S_{ABCD} = 100\sqrt{3} \text{ см}^2.$

Ответ: а) $\sqrt{3}$; б) $20(\sqrt{3} + 1) \text{ см}$; в) $100\sqrt{3} \text{ см}^2.$

2. Рис. 506.

а) $\triangle ABD$ и $\triangle COB$ – равнобедренные, $\angle BDA = \angle OBC \Rightarrow \Rightarrow \angle BAD = \angle OCB \Rightarrow \triangle COB \sim \triangle ABD$, откуда $BC : AD = BO : AB$, то есть $AB : AD = BO : BC$.

б) O – точка пересечения диагоналей прямоугольника $KBCD$.

$S_{ABOCD} = S_{ABD} + S_{OCD}$. $S_{OCD} = S_{KBOD} : 4$, $S_{ABD} = S_{KBOD}$.

$S_{ABOCD} = S_{KBOD} \cdot 5 : 4 \Rightarrow S_{KBOD} = 24 \text{ см}^2.$

Ответ: $24 \text{ см}^2.$

3. Рис. 507.

$\triangle ABC \sim \triangle DCA \Rightarrow BC : CA = CA : AD \Rightarrow BC = 4 \text{ см.}$

Ответ: 4 см.

4*. Рис. 508.

а) PC – биссектриса $\triangle OPS \Rightarrow PO : OC = SP : SC \Rightarrow \Rightarrow PO : SP = OC : SC = 4 : 3.$

б) $\triangle OPS \sim \triangle BPA \Rightarrow PB : OP = PA : PS \Rightarrow$

$\Rightarrow PB : PA = OP : PS = 4 : 3.$

Ответ: $4 : 3.$