Урок геометрии в 8 классе с углубленным изучением математики

Автор разработки:

учитель математики МБОУ СШ № 10 г. Павлово

Леонтьева Светлана Ивановна

Чему бы ты ни учился, ты учишься для себя.

(Петроний- сатирик Древней Греции)

Урок №58

02.02.2017 г.

Приветствую вас на уроке геометрии в 8 классе

Интересные

мысли и высказывания

Геометрия

приближает разум к истине

Платон

Успешного усвоения материала

02.02.2017г.

Контрольная работа №3
по теме
«Подобные треугольники»

Уровень ______ , вариант №_____

Цели урока:

-Проверить уровень знаний по теме «Подобные треугольники»

-Выявить пробелы по теме

КР№4 – 16 февраля. ***<u>ДР №38</u> на 06<u>.02.17</u>***

<u>Теория:</u>

Стр.160-161, вопросы 1-14

Разобрать задачу № 584.

Решить №585

КР №4

I уровень

I вариант

1. Рис. 856.

Дано: $\angle A = \angle B$, $CO = 4$, $DO = 6$, $AO = 5$.

Найти: а) OB; б) $AC : BD$; в) $S_{AOC} : S_{BOD}$.

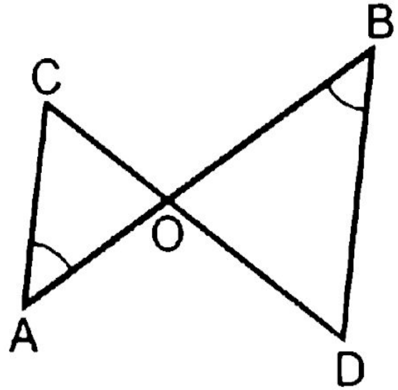

Рис. 856

2. В треугольнике ABC $AB = 4$ см, $BC = 7$ см, $AC = 6$ см, а в треугольнике MNK $MK = 8$ см, $MN = 12$ см, $KN = 14$ см. Найдите углы треугольника MNK, если $\angle A = 80°$, $\angle B = 60°$.

3. Прямая пересекает стороны треугольника ABC в точках M и K соответственно так, что $MK \parallel AC$, $BM : AM = 1 : 4$. Найдите периметр треугольника BMK, если периметр треугольника ABC равен 25 см.

4*. В трапеции $ABCD$ (AD и BC основание) диагонали пересекаются в точке O, $AD = 12$ см, $BC = 4$ см. Найдите площадь треугольника BOC, если площадь треугольника AOD равна 45 см^2.

КР №4

1 уровень

II вариант

1. Рис. 857.
Дано: $PE \parallel NK$, $MP = 8$, $MN = 12$, $ME = 6$.
Найти: а) MK; б) $PE : NK$; в) $S_{MEP} : S_{MKN}$.

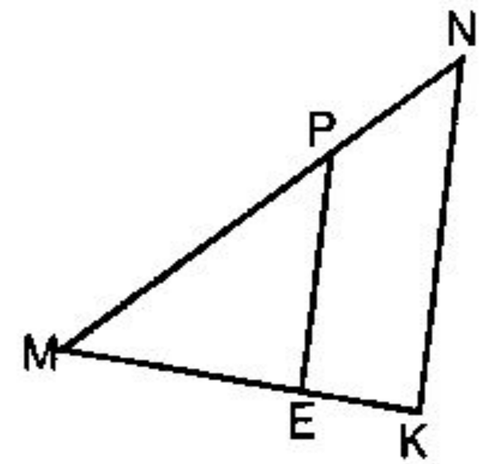

Рис. 857

2. В ΔABC $AB = 12$ см, $BC = 18$ см, $\angle B = 70°$, а в ΔMNK $MN = 6$ см, $NK = 9$ см, $\angle N = 70°$. Найдите сторону AC и угол C треугольника ABC, если $MK = 7$ см, $\angle K = 60°$.

3. Отрезки AB и CD пересекаются в т. O так, что $\angle ACO = \angle BDO$, $AO : OB = 2 : 3$. Найдите периметр треугольника ACO, если периметр треугольника BOD равен 21 см.

4*. В трапеции $ABCD$ (AD и BC основания) диагонали пересекаются в точке O, $S_{AOD} = 32$ см^2, $S_{BOC} = 8$ см^2. Найдите меньшее основание трапеции, если большее из них равно 10 см.

КР №4

II уровень

I вариант

1. Рис. 858.

Дано: $AO = 6{,}8$ см; $CO = 8{,}4$ см, $OB = 5{,}1$ см; $OD = 6{,}3$ см.

Доказать: $AC \parallel BD$.

Найти: а) $DB : AC$; б) $P_{AOC} : P_{DBO}$; в) $S_{DBO} : S_{AOC}$.

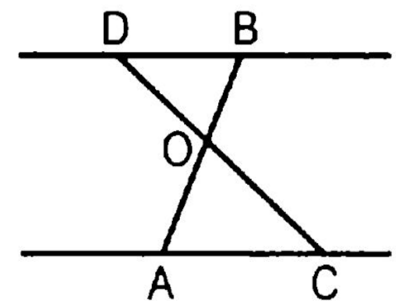

Рис. 858

2. Диагонали ромба $ABCD$ пересекаются в точке O, $BD = 16$ см. На стороне AB взята точка K так, что $OK \perp AB$ и $OK = 4\sqrt{3}$ см. Найдите сторону ромба и вторую диагональ.

3. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ $AB = 9$ см, $BC = 8$ см, $CD = 16$ см, $AD = 6$ см, $BD = 12$ см. Докажите, что $ABCD$ – трапеция.

4*. В равнобедренном треугольнике MNK с основанием MK, равным 10 см, $MN = NK = 20$ см. На стороне NK лежит точка A так, что $AK : AN = 1 : 3$. Найдите AM.

КР №4

2 ировень

II вариант

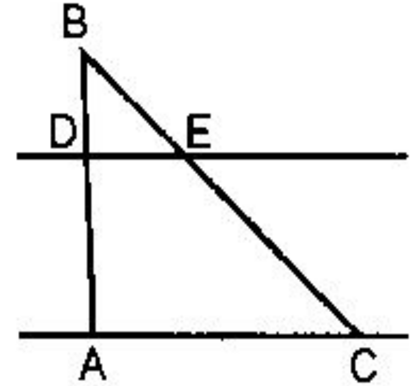

Рис. 859

1. Рис. 859.
Дано: $BD = 3{,}1$ см, $BE = 4{,}2$ см, $BA = 9{,}3$ см, $BC = 12{,}6$ см.
Доказать: $DE \parallel AC$.
Найти: а) $DE : AC$; б) $P_{ABC} : P_{DBE}$; в) $S_{DBE} : S_{ABC}$.

2. Диагонали ромба $ABCD$ пересекаются в точке O. На стороне AB взята точка K так, что $OK \perp AB$, $AK = 2$ см, $BK = 8$ см. Найдите диагонали ромба.

3. $ABCD$ – выпуклый четырехугольник, $AB = 6$ см, $BC = 9$ см, $CD = 10$см, $DA = 25$ см, $AC = 15$ см. Докажите, что $ABCD$ – трагеция.

4*. В равнобедренном треугольнике ABC $AB = BC = 40$ см, $AC = 20$ см. На стороне BC отмечена то·ка H так, что $BH : HC = 3 : 1$. Найдите AH.

КР №4

III уровень

I вариант

1. К диагонали AC прямоугольника $ABCD$ проведен перпендикуляр DE так, что $AE = 8$ см, $CE = 4$ см.

Найти: а) $AB : BC$; б) P_{ABCD}; в) S_{ABCD}.

2. $ABCD$ – прямоугольная трапеция ($\angle A = 90°$). Точка E лежит на основании AD так, что CE перпендикулярен AD и $AE = DE$. Точка O – середина диагонали AC.

Докажите, что $BO : BC = CD : AD$.

Найдите площадь пятиугольника $ABOCD$, если площадь треугольника ACD равна 20 см^2.

3. Диагональ BD трапеции $ABCD$ делит ее на два подобных треугольника. Найдите BD, если основания BC и AD равны 8 см и 12,5 см соответственно.

4*. На сторонах MN и NK треугольника MNK взяты точки A и B соответственно так, что $\angle ABN = \angle M$. Отрезок NE является биссектрисой угла ANB, $AE : EB = 2 : 3$. Найдите отношение NK к MN.

КР №4

3 уровень

II вариант

1. К диагонали BD прямоугольника $ABCD$ проведен перпендикуляр AK так, что $BK = 5$ см, $DK = 15$ см.

Найти: а) $BC : CD$; б) P_{BCD}; в) S_{BCD}.

2. В прямоугольной трапеции $ABCD$ $\angle D = 90°$. Точка K лежит на основании AD так, что $AK = KD$ и BK перпендикулярно BC. Точка O – середина диагонали BD.

Докажите, что $AB : AD = BO : BC$.

Найдите площадь треугольника ABD, если площадь пятиугольника $ABOCD$ равна 30 см^2.

3. Диагональ AC трапеции $ABCD$ равна 8 см и делит ее на два подобных треугольника. Найдите основание BC, если AD равно 16 см.

4*. На сторонах PO и PS треугольника OPS взяты точки A и B соответственно так, что $\angle PAB = \angle S$. Биссектриса PC треугольника OPS делит сторону OS на два отрезка так, что $OC : CS = 4 : 3$. Найдите отношение PB к PA.

КР №4.

Ответы и указания к задачам контрольной работы

I уровень

I вариант

1. $\Delta AOC \sim \Delta BOD$ по двум углам.
$AO : BO = CO : DO \Rightarrow OB = 7{,}5$.
$AC : BD = 2 : 3$.
$S_{AOC} : S_{BOD} = 4 : 9$.
Ответ: а) 7,5; б) 2 : 3; в) 4 : 9.

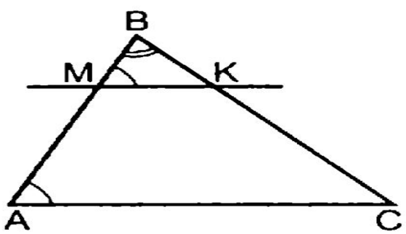

Рис. 491

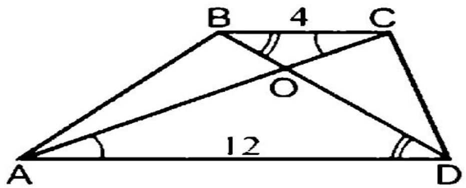

Рис. 492

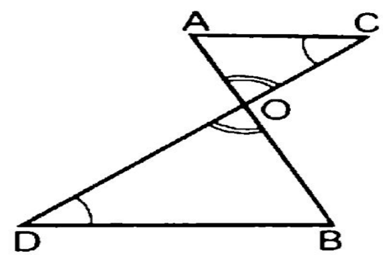

Рис. 493

2. $AB : MK = 1 : 2$, $BC : KN = 1 : 2$, $AC : MN = 1 : 2$.
$\Delta ABC \sim \Delta MKN$.
$\angle M = \angle A = 80°$, $\angle K = \angle B = 60°$. $\angle N = 180° - (\angle M + \angle K) = 40°$.
Ответ: 80°, 60°, 40°.

3. Рис. 491.
а) $\Delta BMK \sim \Delta BAC$ по двум углам $\Rightarrow \dfrac{BM}{BA} = \dfrac{MK}{AC} = \dfrac{BK}{BC} = \dfrac{1}{5}$.
б) $P_{BMK} : P_{ABC} = 1 : 5 \Rightarrow P_{BMK} = 5$ см.
Ответ: 5 см.

4*. Рис. 492.
а) $\Delta BOC \sim \Delta DOA$.
б) $\dfrac{BO}{DO} = \dfrac{OC}{OA} = \dfrac{BC}{DA} = \dfrac{4}{12} = \dfrac{1}{3} = k$.
в) $\dfrac{S_{BOC}}{S_{DOA}} = k^2 = \dfrac{1}{9} \Rightarrow S_{BOC} = 5\text{ см}^2$.

1 уровень **КР №4.**

II вариант

1. $\Delta MPE \sim \Delta MNK$ по двум углам.
$MP : MN = ME : MK \Rightarrow MK = 9$.
$PE : NK = 2 : 3$.
$S_{MPE} : S_{MKN} = 4 : 9$.
Ответ: а) 9; б) 2 : 3; в) 4 : 9.

2. $AB : MN = 2$, $BC : NK = 2$, $\angle B = \angle N \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta MNK$.
$AC : MK = 2 \Rightarrow AC = 14$ см, $\angle C = \angle K = 60°$.
Ответ: $AC = 14$ см, $\angle C = 60°$.

3. Рис. 493.
а) $\Delta ACO \sim \Delta BDO$ по двум углам $\Rightarrow \dfrac{AC}{BD} = \dfrac{CO}{DO} = \dfrac{AO}{BO} = \dfrac{2}{3}$.
б) $P_{ACO} : P_{BDO} = 2 : 3 \Rightarrow P_{ACO} = 14$ см.
Ответ: 14 см.

4*. Рис. 494.
а) $\Delta BOC \sim \Delta DOA$.

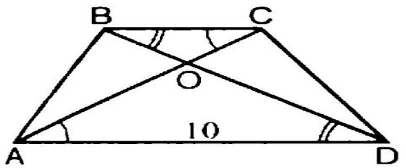

Рис. 494

б) $\dfrac{S_{BOC}}{S_{DOA}} = \dfrac{8}{32} = \dfrac{1}{4} = k^2 \Rightarrow k = 0{,}5$.
в) $BC : AD = k = 0{,}5 \Rightarrow BC = 5$ см.
Ответ: 5 см.

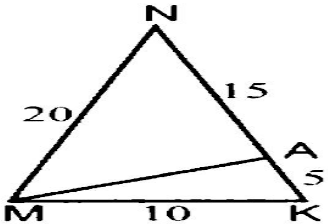

Рис. 497

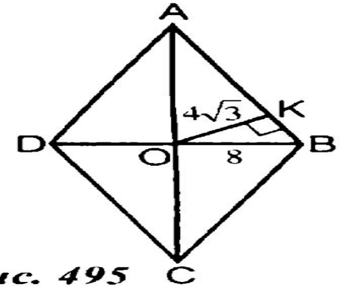

Рис. 495

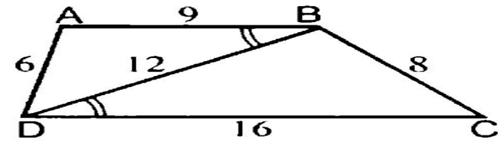

Рис. 496

II уровень

I вариант

1. $AO : OB = CO : DO = 4 : 3$, $\angle AOC = \angle BOD$, отсюда $\Delta AOC \sim \Delta BOD$ и $\angle OBD = \angle OAC \Rightarrow AC \parallel BD$.
$DB : AC = BO : AO = 3 : 4$. $P_{AOC} : P_{BOD} = 4 : 3$.

$$\frac{S_{DBO}}{S_{AOC}} = \left(\frac{BO}{AO}\right)^2 = \frac{9}{16}.$$

Ответ: а) 3 : 4; б) 4 : 3; в) 9 : 16.

2. Рис. 495.

$\Delta AOK \sim \Delta OBK \Rightarrow \dfrac{AO}{OB} = \dfrac{OK}{BK} = \dfrac{AK}{OK}$, то есть $\dfrac{AO}{8} = \dfrac{4\sqrt{3}}{BK} = \dfrac{AK}{4\sqrt{3}}$.

По теореме Пифагора $BK^2 = OB^2 - OK^2 = 16 \Rightarrow BK = 4$ см $\Rightarrow$
$\Rightarrow AO = 8\sqrt{3}$ см, $AC = 16\sqrt{3}$ см, $AB = 16$ см.

Ответ: $AB = 16$ см, $AC = 16\sqrt{3}$.

3. Рис. 496. $\dfrac{AD}{BC} = \dfrac{AB}{DB} = \dfrac{DB}{DC} = \dfrac{3}{4} \Rightarrow \Delta ABD \sim \Delta BDC \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ABD = \angle BDC \Rightarrow AB \parallel DC$.
$\angle ADB \neq \angle DBC$, следовательно, AD не параллелен BC. Таким образом, $ABCD$ – трапеция с основаниями AB и DC.

4*. Рис. 497.
$KA : MK = KM : MN = 1 : 2$, $\angle K = \angle NMK \Rightarrow \Delta MNK \sim \Delta KMA$, тогда т. к. $\angle NMK = \angle NKM$, то $\angle MKA = \angle MAK$, т. е. ΔKMA – равнобедренный с основанием AK, следовательно, $AM = MK = 10$ см.

Ответ: 10 см.

2 уровень

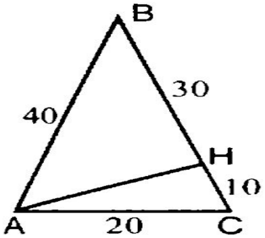

Рис. 500

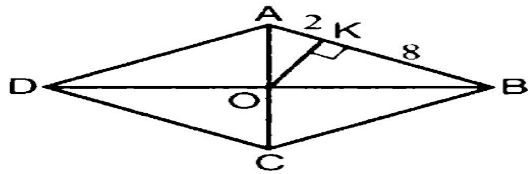

Рис. 498

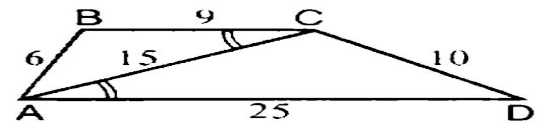

Рис. 499

II вариант

1. $\dfrac{BD}{BA} = \dfrac{BE}{BC} = \dfrac{1}{3}$, $\angle B$ – общий, отсюда $\Delta BDE \sim \Delta BAC \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle BDE = \angle BAC \Rightarrow DE \parallel AC$.
а) $DE : AC = BD : BA = 1 : 3$.
б) $P_{AOC} : P_{DBE} = 3$.
в) $\dfrac{S_{DBE}}{S_{ABC}} = \left(\dfrac{BD}{BA}\right)^2 = \dfrac{1}{9}$.

Ответ: а) 1 : 3; б) 3; в) 1 : 9.

2. Рис. 498. $\Delta AOK \sim \Delta OBK \Rightarrow \dfrac{AO}{OB} = \dfrac{OK}{BK} = \dfrac{AK}{OK} \Rightarrow$
$\Rightarrow OK^2 = AK \cdot BK = 16$, то есть $OK = 4$.
По теореме Пифагора $AO^2 = OK^2 + AK^2 = 20 \Rightarrow AO = 2\sqrt{5}$ см, $AC = 4\sqrt{5}$ см.
$OB^2 = OK^2 + KB^2 = 80 \Rightarrow OB = 4\sqrt{5}$ см. $BD = 8\sqrt{5}$.

Ответ: $AC = 4\sqrt{5}$, $BD = 8\sqrt{5}$.

3. Рис. 499.
$\dfrac{AB}{CD} = \dfrac{BC}{AC} = \dfrac{AC}{AD} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta DCA$,
отсюда $\angle ACB = \angle CAD \Rightarrow BC \parallel AD$.
$\angle BAC \neq \angle ACD \Rightarrow AB$ не параллелен $CD \Rightarrow ABCD$ – трапеция с основаниями BC и AD.

4*. Рис. 500.
$\dfrac{HC}{AC} = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{1}{2}$, $\angle HCA = \angle BAC \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta CAH$.
Т. к. $\angle BAC = \angle BCA$, то $\angle ACH = \angle AHC$, т. е. ΔCAH – равнобедренный с основанием HC, следовательно, $AH = AC = 20$ см.

Ответ: 20 см.

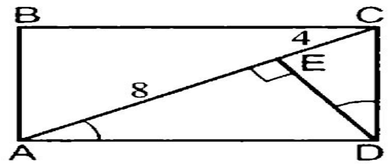

Рис. 501

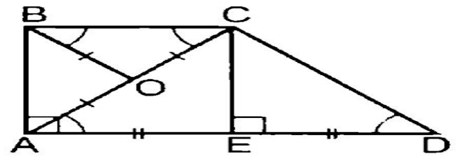

Рис. 502

III уровень

I вариант

1. Рис. 501.

а) $\Delta AED \sim \Delta DEC \Rightarrow AB : BC = CD : AD$;

$EC \qquad DE \;=\; DE \qquad AE \quad \Rightarrow \quad DE = \sqrt{EC \cdot AE} = 4\sqrt{2}$ см $\Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{EC}{DE} = \dfrac{4}{4\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

б) $AD^2 = AE^2 + ED^2 \Rightarrow AD = 4\sqrt{6}$ см.

$CD^2 = DE^2 + CE^2 \Rightarrow CD = 4\sqrt{3}$ см.

$P_{ABCD} = 8\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)$ см.

в) $S_{ABCD} = 48\sqrt{2}$ см^2.

Ответ: а) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$; б) $8\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)$ см; в) $48\sqrt{2}$ см^2.

2. Рис. 502.

а) ΔBOC и ΔACD – равнобедренные, $\angle CAD = \angle BCO$, отсюда $\angle CDA = \angle CBO \Rightarrow \Delta BOC \sim \Delta DCA$, откуда $BO : CD = BC : AD$, то есть $BO : BC = CD : AD$.

б) O – точка пересечения диагоналей прямоугольника $ABCE$.

$S_{ACD} = S_{ABCE} = 20$ см^2. $S_{BOA} = S_{ABCE} : 4 = 5$ см^2.

$S_{ABOCD} = S_{ACD} + S_{BOA} = 25$ см^2.

Ответ: 25 см^2.

3. Рис. 503.

$\Delta BCD \sim \Delta DBA \Rightarrow BC : BD = BD : AD \Rightarrow BD = 10$ см.

Ответ: 10 см.

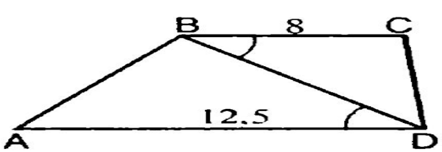

Рис. 503

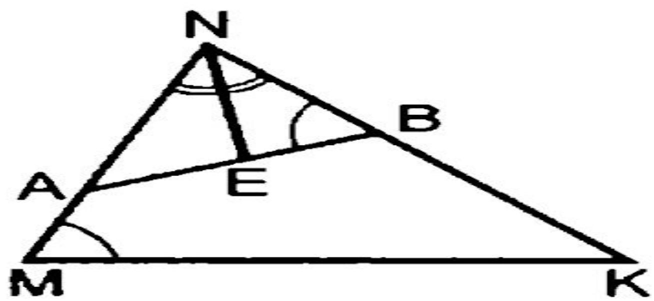

Рис. 504

4*. Рис. 504.

а) NE – биссектриса $\Delta ANB \Rightarrow AN : AE = BN : EB \Rightarrow$
$\Rightarrow AN : BN = AE : EB = 2 : 3.$

б) $\Delta NBA \sim \Delta NMK \Rightarrow NK : NA = NM : NB \Rightarrow$
$\Rightarrow NK : NM = NA : NB = 2 : 3.$

Ответ: 2 : 3.

3 уровень

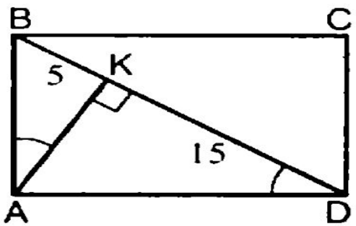

Рис. 505

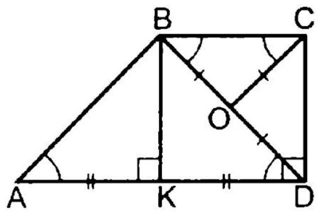

Рис. 506

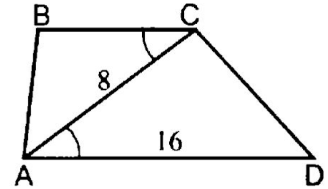

Рис. 507

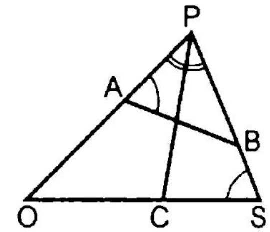

Рис. 508

II вариант

1. Рис. 505. а) $\Delta AKB \sim \Delta DKA \Rightarrow BK : AK = AK : KD$, откуда

$AK = \sqrt{BK \cdot KD} = 5\sqrt{3}$ см $\Rightarrow \dfrac{BK}{AK} = \dfrac{5}{5\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

$\dfrac{BC}{CD} = \dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AK}{BK} = \sqrt{3}$.

б) $AB^2 = BK^2 + AK^2 \Rightarrow AB = 10$ см.

$AD^2 = AK^2 + KD^2 \Rightarrow AD = 10\sqrt{3}$ см. $P_{ABCD} = 20(\sqrt{3} + 1)$ см.

в) $S_{ABCD} = 100\sqrt{3}$ см^2.

Ответ: а) $\sqrt{3}$; б) $20(\sqrt{3} + 1)$ см; в) $100\sqrt{3}$ см^2.

2. Рис. 506.

а) ΔABD и ΔCOB – равнобедренные, $\angle BDA = \angle OBC \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BAD = \angle OCB \Rightarrow \Delta COB \sim \Delta ABD$, откуда $BC : AD = BO : AB$, то есть $AB : AD = BO : BC$.

б) O – точка пересечения диагоналей прямоугольника $KBCD$.

$S_{ABOCD} = S_{ABD} + S_{OCD}$. $S_{OCD} = S_{KBCD} : 4$, $S_{ABD} = S_{KBCD}$.

$S_{ABOCD} = S_{KBCD} \cdot 5 : 4 \Rightarrow S_{KBCD} = 24$ см^2.

Ответ: 24 см^2.

3. Рис. 507.

$\Delta ABC \sim \Delta DCA \Rightarrow BC : CA = CA : AD \Rightarrow BC = 4$ см.

Ответ: 4 см.

4*. Рис. 508.

а) PC – биссектриса $\Delta OPS \Rightarrow PO : OC = SP : SC \Rightarrow$

$\Rightarrow PO : SP = OC : SC = 4 : 3$.

б) $\Delta OPS \sim \Delta BPA \Rightarrow PB : OP = PA : PS \Rightarrow$

$\Rightarrow PB : PA = OP : PS = 4 : 3$.

Ответ: 4 : 3.