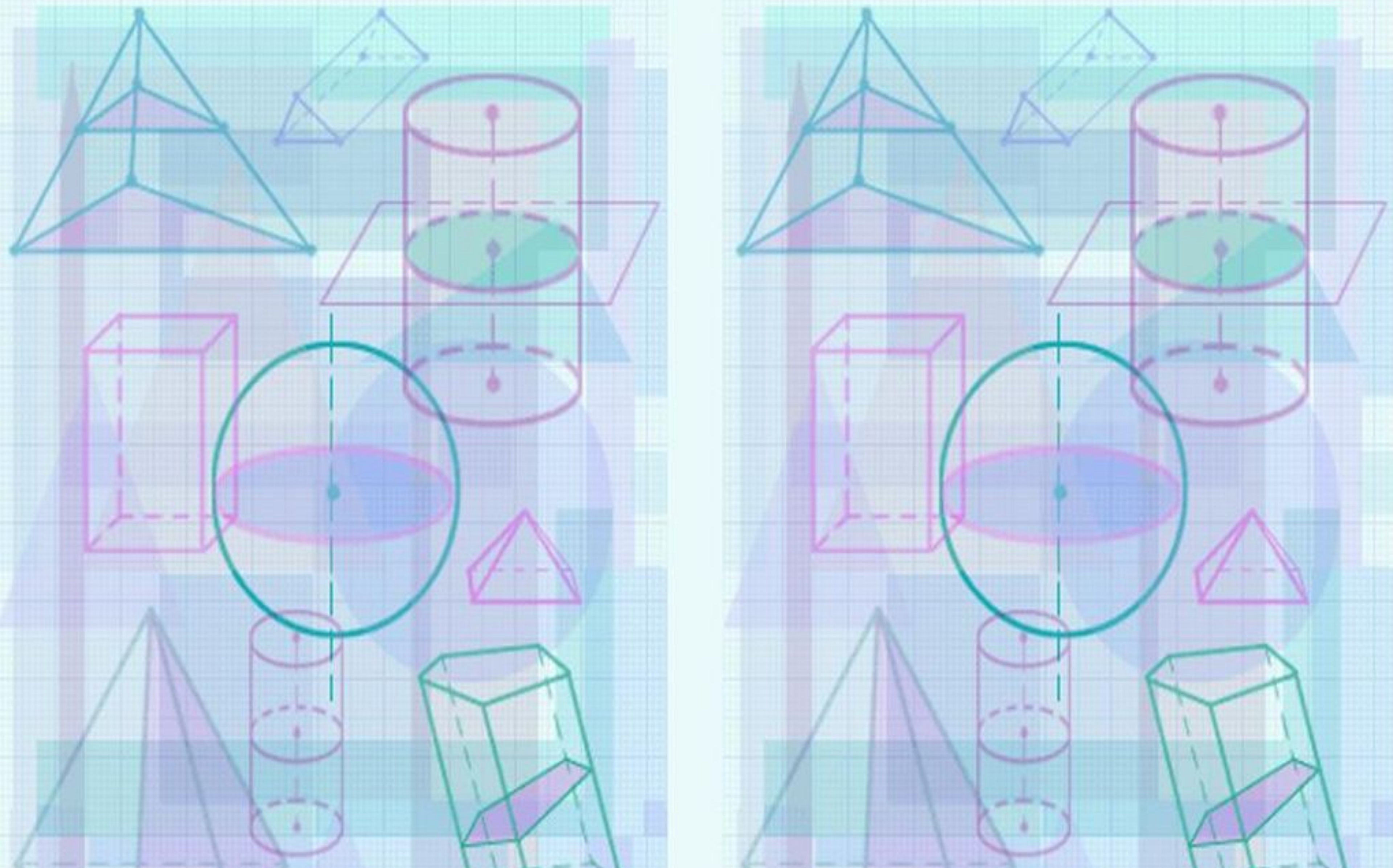
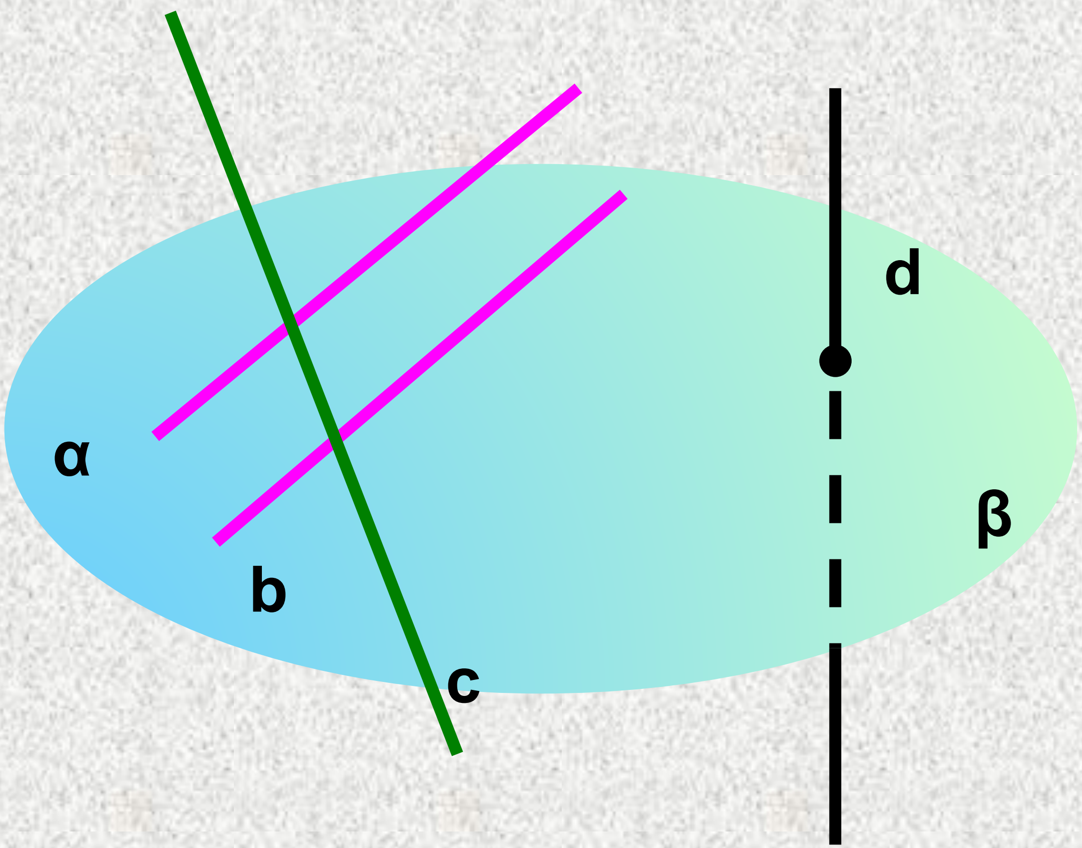


Мельникова Н.Н., учитель математики,
МОУ ЧСОШ №2 р.п. Чистоозёрное, Новосибирской обл.

Две прямые в пространстве называются параллельными если они лежат в одной плоскости и не пересекаются



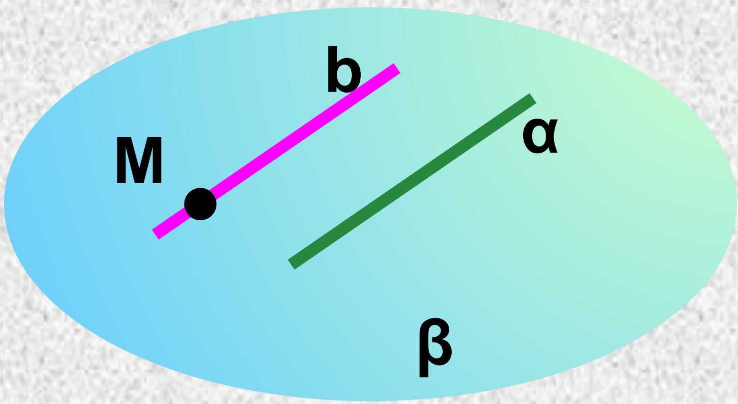
$\alpha \parallel b;$

$\alpha \nparallel c$

$b \nparallel c$

Теорема 3

Через любую точку пространства, не лежащую на данной прямой, проходит прямая, параллельная данной, и притом только одна!



Дано:

α – прямая;

M ∉ α

Доказать:

Ч/з точку M проходит единственная прямая b, b // α

Доказательство

1) По Т-1: ч/з прямую a и точку М проходит единственная плоскость

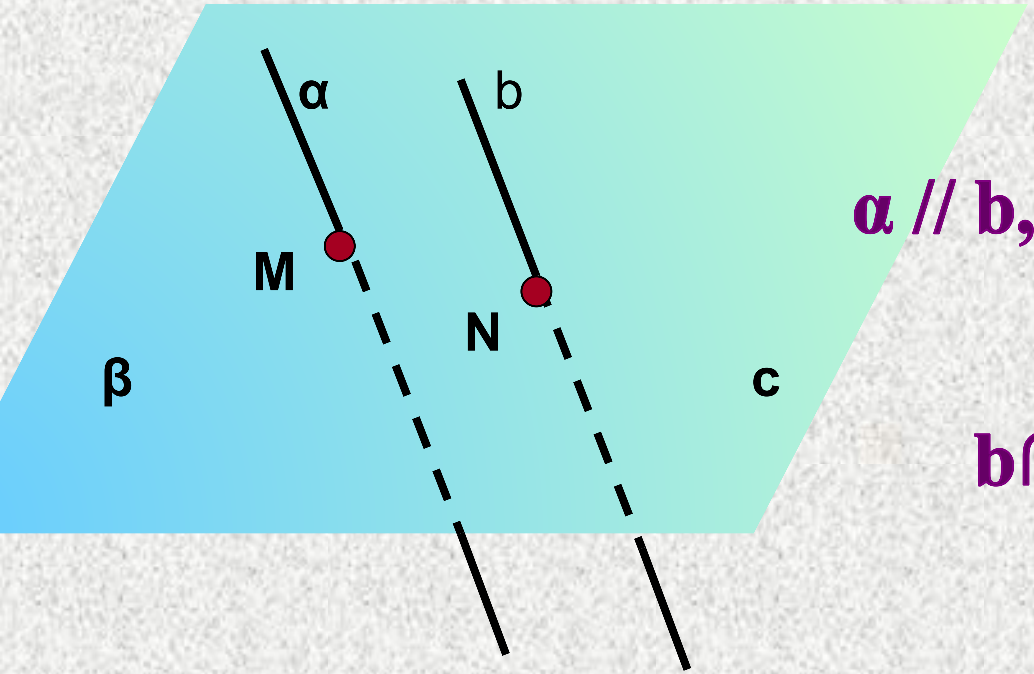
2) По опред. прямая b, проходящая ч/з точку М, параллельная a, должна лежать в одной плоскости с точкой М и прямой a.

3) Из планиметрии: ч/з точку М в плоскости β проходит единственная прямая, параллельная a.

4) Вывод: b – единственная прямая, проходящая ч/з точку М, параллельно a!

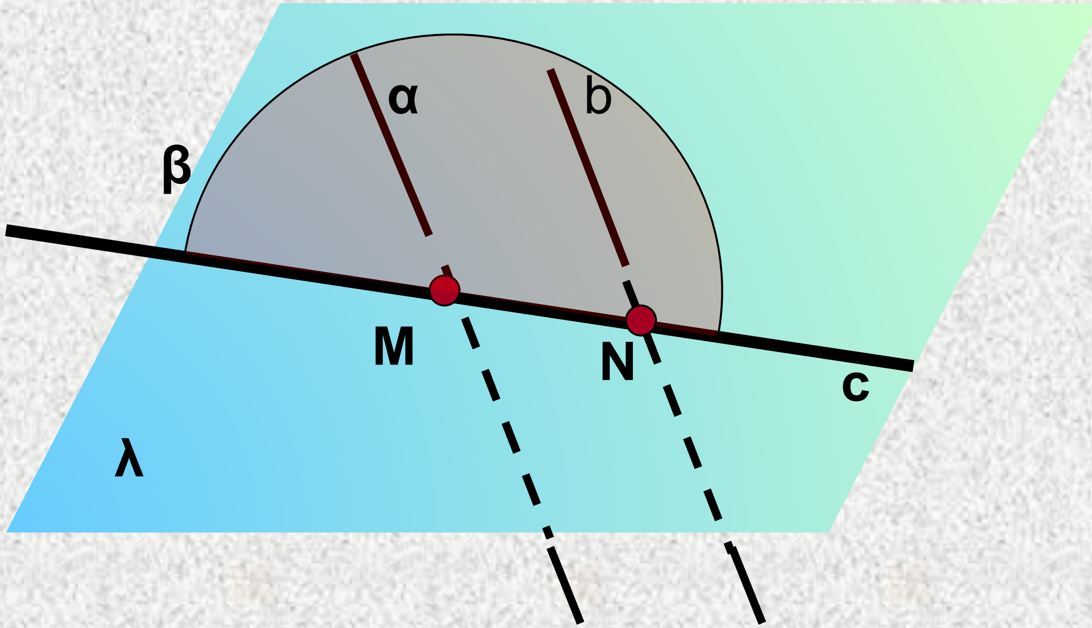
Лемма:

Если одна из двух параллельных прямых пересекает данную плоскость, то и другая прямая пересекает эту плоскость



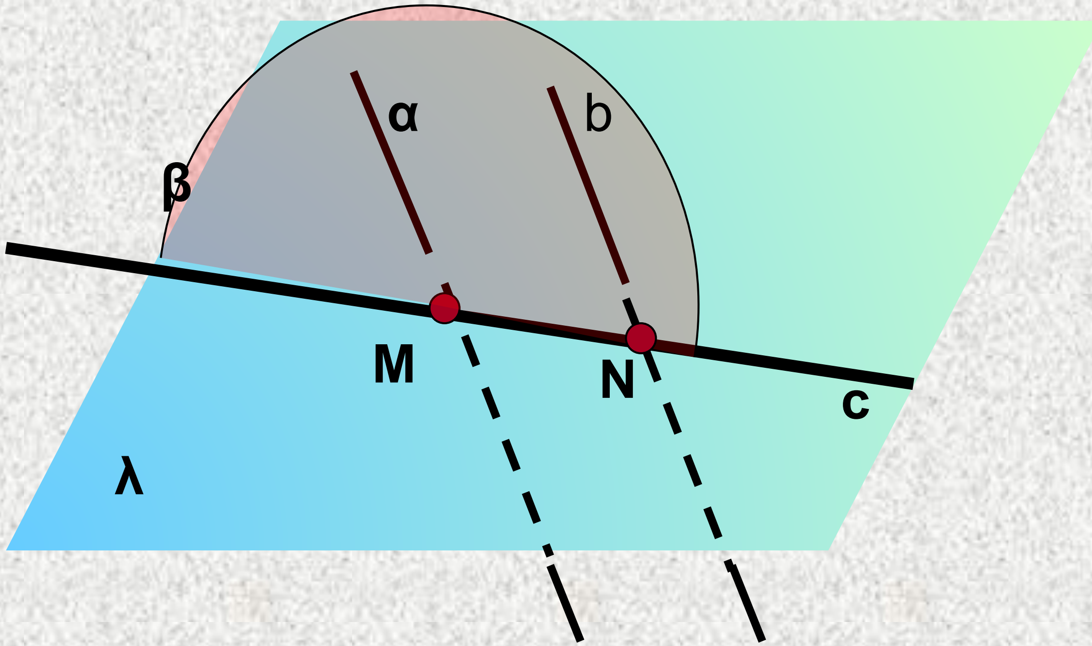
Дано:
α // b, α⋂λ в точке M

Доказать:
b⋂λ в точке N



1) **По определению параллельных прямых α и b лежат в какой то плоскости β.**

2) **Т.к. α∩λ в точке М, то плоскости λ и β имеют общую точку М, значит по A_3 они пересекаются по какой то прямой c.**

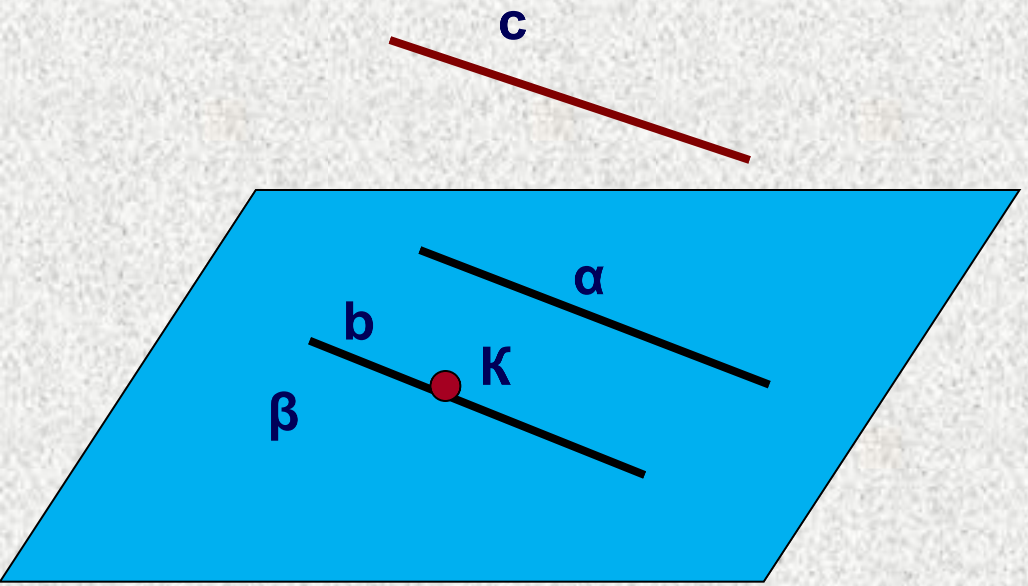


3) Из планиметрии в плоскости β имеем: если прямая с пересекает одну из параллельных прямых α, то она пересекает и вторую прямую b в некоторой точке N.

4) Т.к. прямая с лежит и в λ, то точка N є λ, значит N – общая точка прямой b и плоскости λ.

Теорема 4:

Если две прямые параллельны третьей прямой,   то они параллельны.



Дано:

c // α, c // b.

Доказать:

α // b.

<u>I. Докажем, что α и b лежат в одной плоскости.</u>

1) Пусть точка Кєb, тогда ч/з т.К и прямую α проходит пл. β.

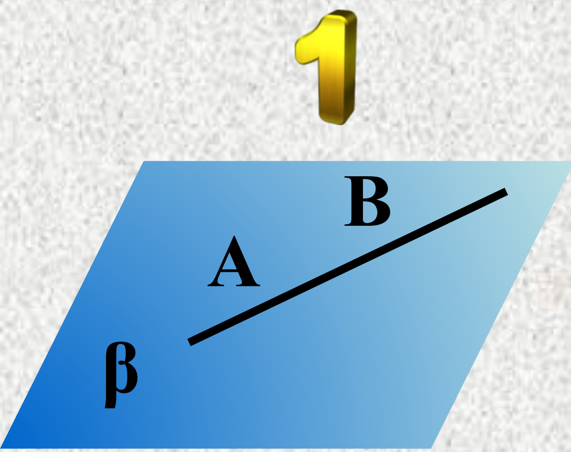
2) Предположим, что b пересекает β в точке К, тогда по лемме (т.к. с // b) и прямая с будет пересекать β.

3) Но по условию с // α, и тогда по лемме прямая α пересекает β, что невозможно, т. к. αєβ.

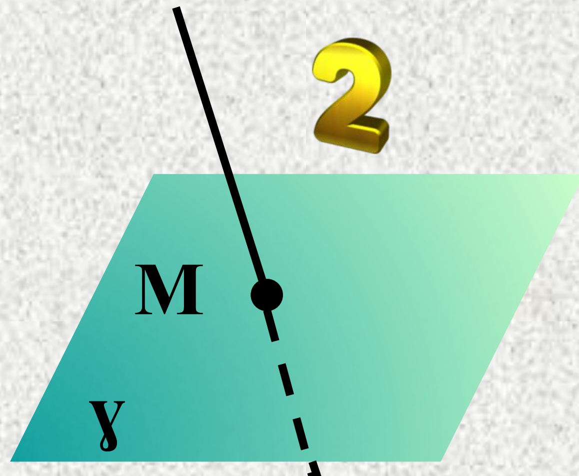
4) Значит наше предположение, что b пересекает β неверно. Значит bєβ.

<u>II. Докажем, что прямые α и b не пересекаются</u>

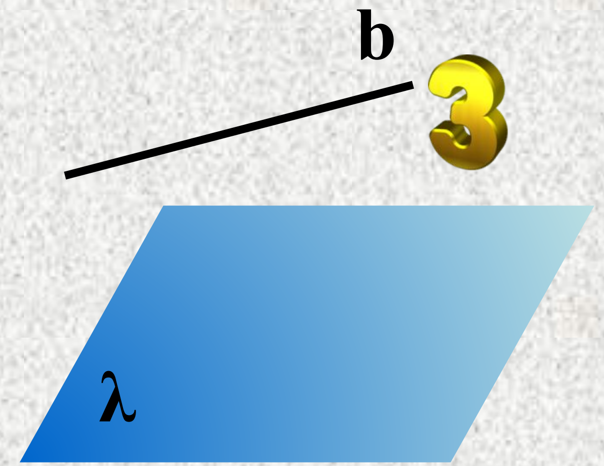
Возможны три случая взаимного раположения прямой и плоскости в пространстве



Прямая АВ
лежит
в плоскости β

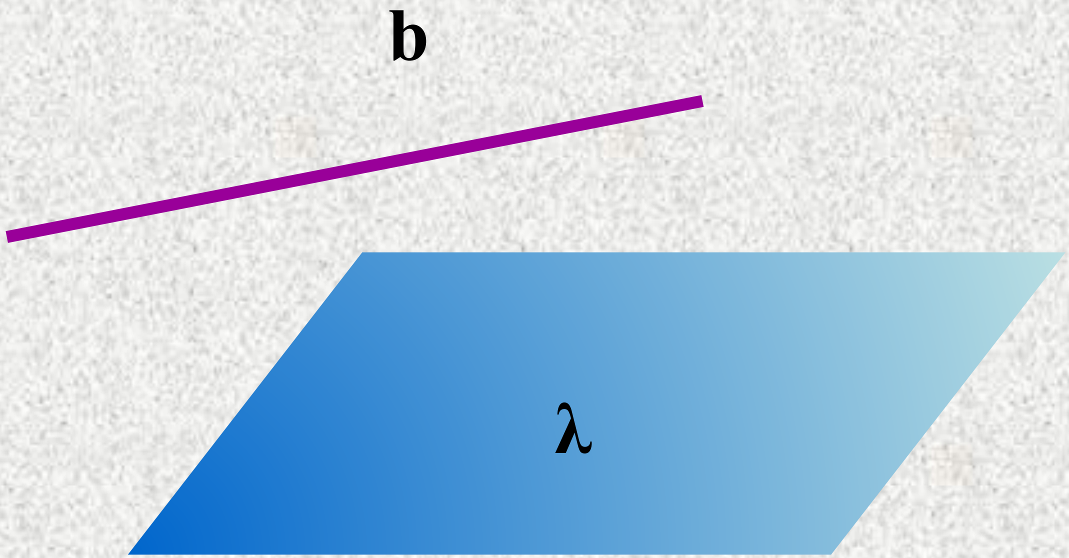


Прямая α
и
плоскость ɣ
имеют только
одну общую
точку



Прямая α
и
плоскость
не имеют ни
одной общей
точки

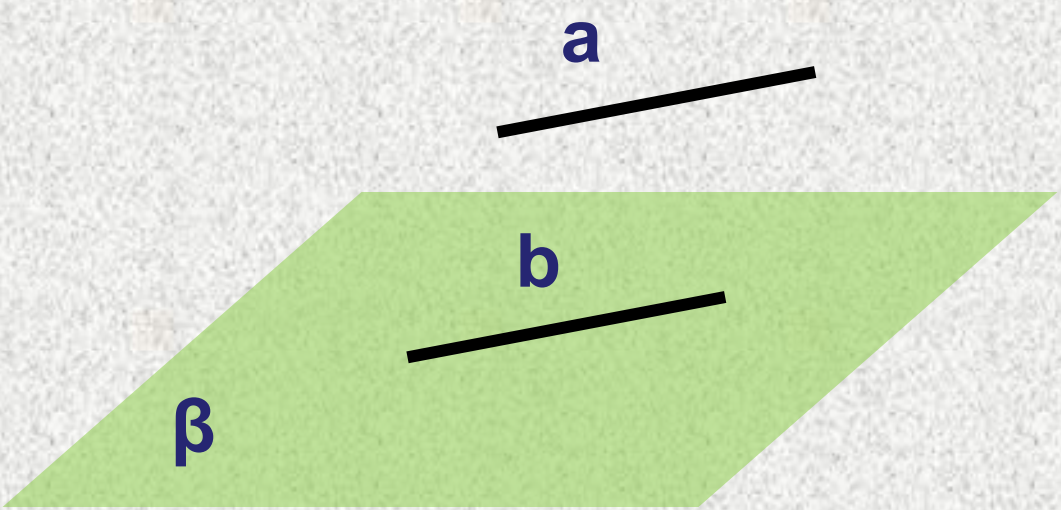
Прямая и плоскость называются параллельными, если они не имеют общих точек!



b // λ

<u>Теорема 5:</u>

Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна данной плоскости.



Дано:

$a \parallel b,\ a \notin \beta,\ b \in \beta$

Доказать:

$a \parallel \beta$

Доказательство

1) Допустим противное, что $a \not\parallel \beta$, тогда a пересекает β.

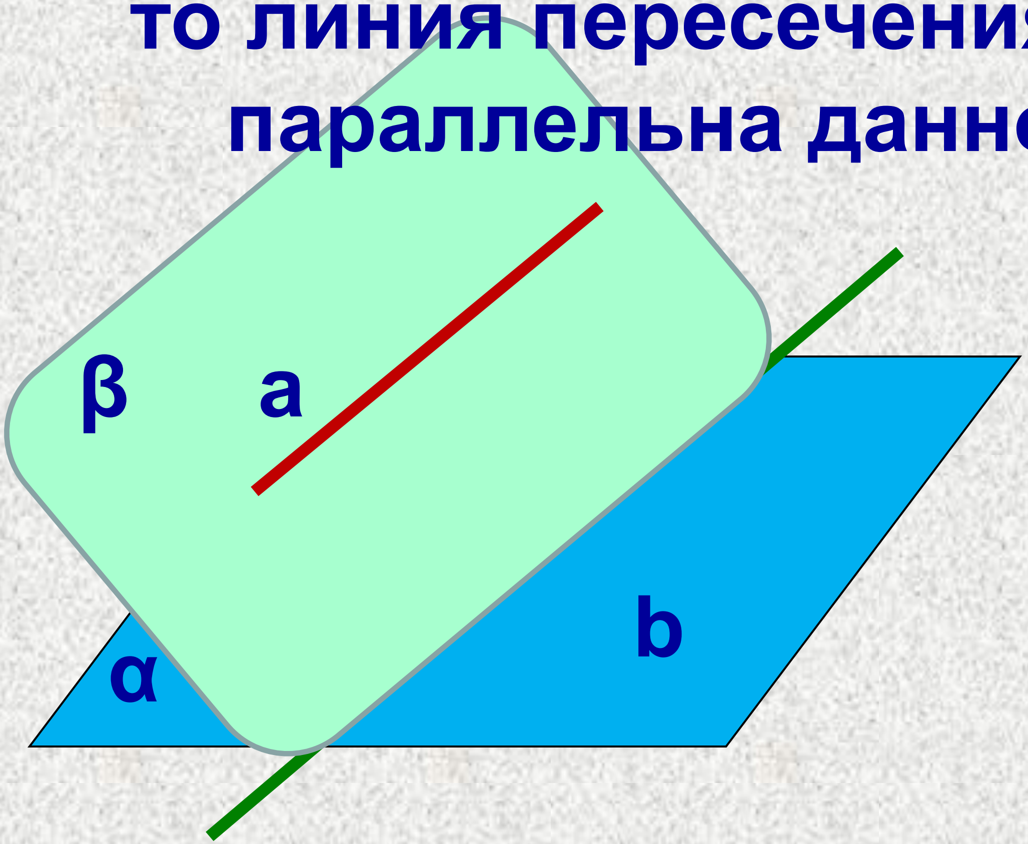
2) Т.к. $a \parallel b$ по условию, тогда по лемме и b пересекает β.

3) Противоречие с условием: b лежит в β.

4) 4) Вывод: наше предположение что $a \not\parallel \beta$ неверно, значит $a \parallel \beta$.

Утверждение 1^0

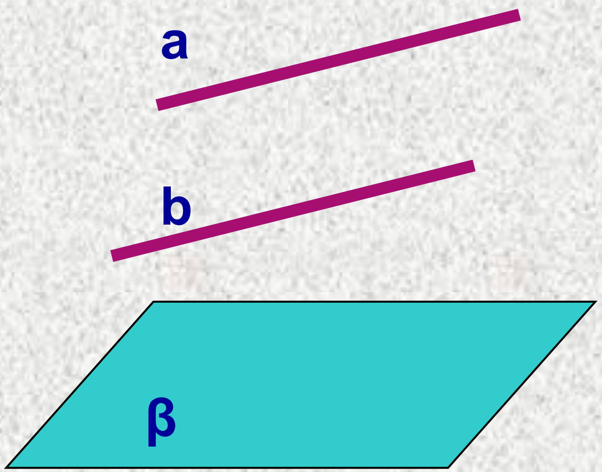
Если плоскость проходит через данную прямую, параллельную другой плоскости, и пересекает эту плоскость, то линия пересечения плоскостей параллельна данной прямой.



Дано:
a//α, aєβ,
β∩α по прям. b
Доказать:
b//a

Утверждение 2^0

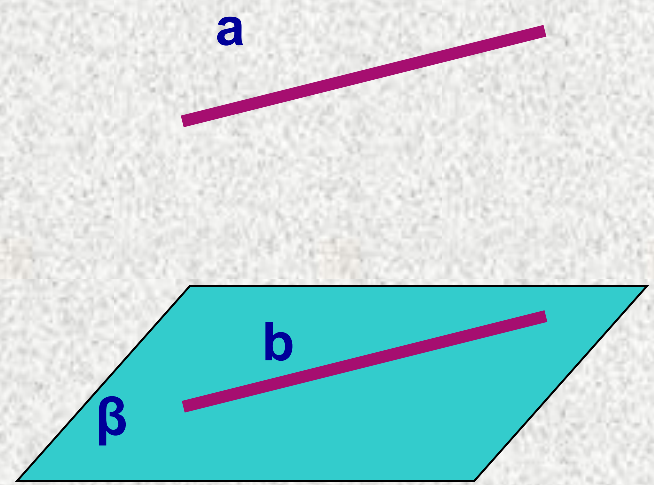
Если одна из двух параллельных прямых параллельна данной плоскости, то другая прямая либо также параллельна данной плоскости, либо лежит в этой плоскости



Дано:

a//b и a//β,

тогда либо
1) b//β; 2) bєβ



Решение задач

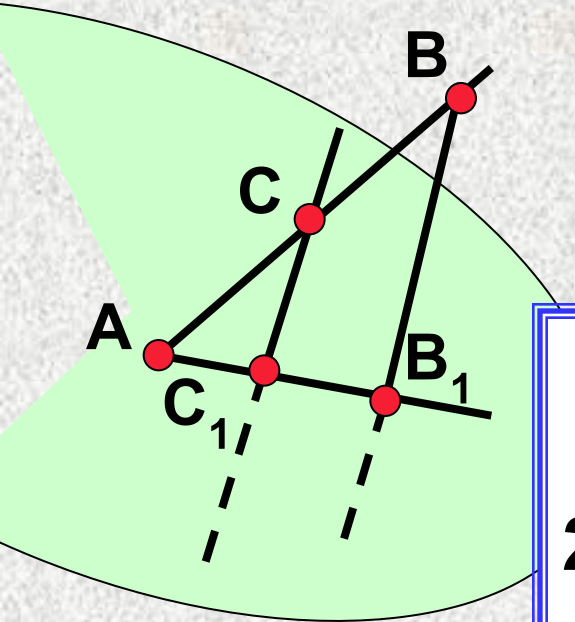
№ 18

а) Дано:

С – серед. отр. АВ, BB_1 = 7 см;

А∊β; $BB_1 \parallel CC_1$

Найти: CC_1



Решение

1) $BB_1 \parallel CC_1$, зн. по опред. они лежат в одной плоск. β;

2) С∊β и В∊β, значит по $А_2$ и СВ∊β;

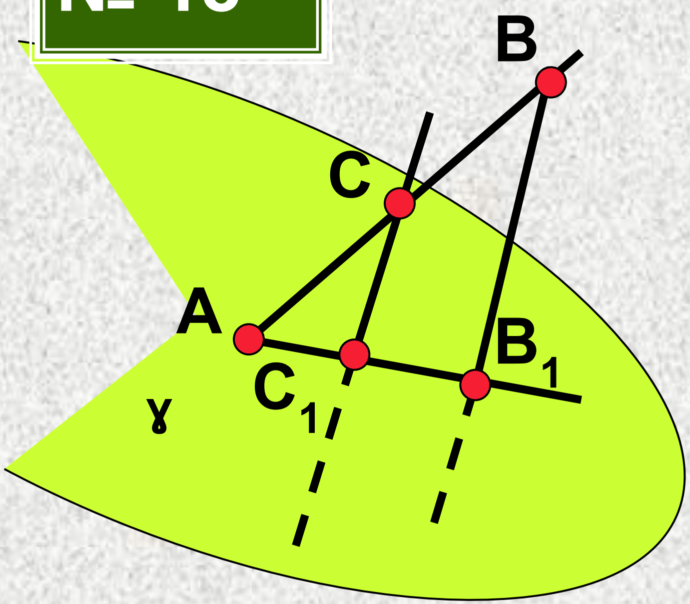
3) Тогда все три прямые BB_1, CC_1 и СВ лежать в одной плоскости.

ΔCAC_1 подобен ΔBAB_1 (по 2-м углам);

$CC_1 : BB_1 = AC : AB$;

$CC_1 : 7 = 0{,}5AB : AB$; $CC_1 = 3{,}5$ (см)

№ 18



б) Дано: A∈ɣ; BB_1 // CC_1, AC:CB=3:2, BB_1 = 20 см

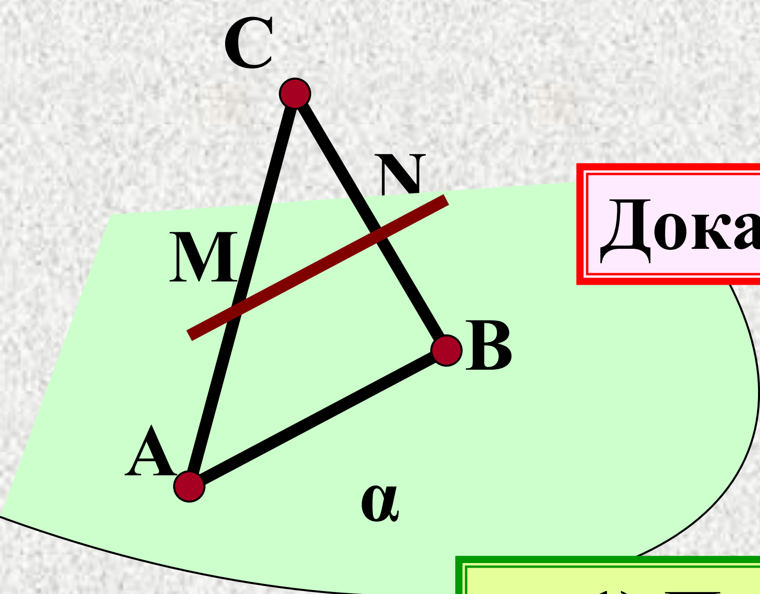
Найти: CC_1

Решение

1) BB_1 // CC_1, зн. по опред. они лежат в одной плоск. β; C∈β и B∈β, значит по A_2 и CB∈β, тогда все три прямые BB_1, CC_1 и CB лежать в одной плоскости.

2) ΔCAC_1 подобен ΔBAB_1 (по 2-м углам);
$CC_1 : BB_1 = AC : AB$;
$CC_1 : 20 = 3 : (3+2)$; $CC_1 = 20 \cdot 3 : 5 = 12$ (см)

№ 22



Дано:
Aєα, Bєα, Cєα, M- середина AC, N- середина CB
Доказать: MN//α

Доказательство

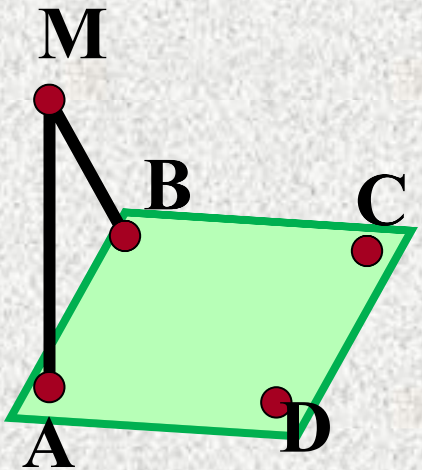
1) Проведём отр. AB;

2) По A_2: AB є α;

3) MN – средняя лин. ΔABC;

4) MN // AB, и по Т-5: MN//α.

№ 23



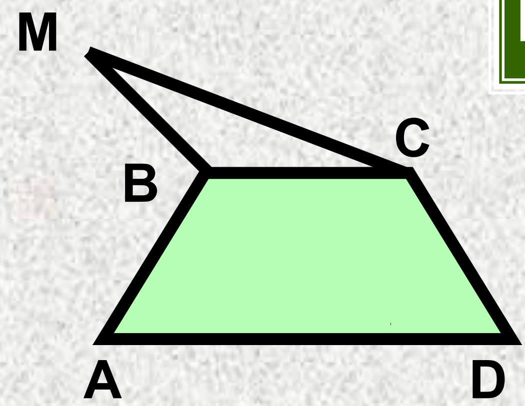
Дано:
ABCD- прямоуг.
M $\notin$ пл.ABCD
Доказать:
CD//пл.AMB

Доказательство

1) AB // CD (по условию);

2) AB є пл. ABM;

3) По Т-5: CD // пл.ABM



№ 24

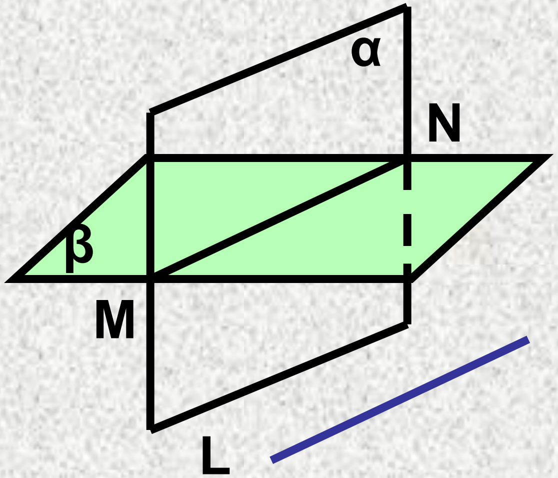
Дано: M $\notin$ пл.ABCD;
ABCD - трапец.
AD – основан.
Доказать:
AD//пл.BCM

Доказательство

1) AD//BC, т.к. ABCD – трапец.

2) BC є пл.BMC,

3) По Т-5: AD // пл.BCM



№ 25

Дано:

$\alpha \cap \beta = MN$;

$L \parallel MN$;

$L \notin \alpha$, $L \notin \beta$;

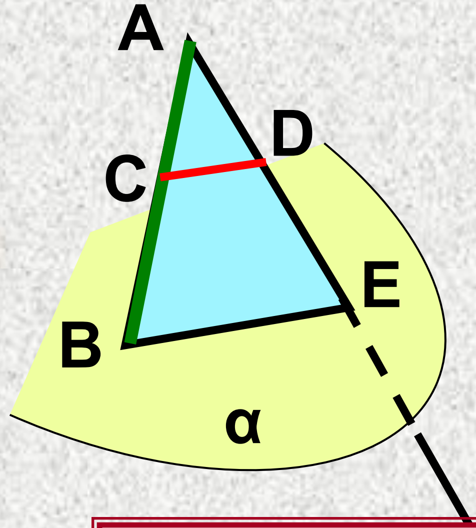
Доказать:

$L \parallel \alpha$ и $L \parallel \beta$

Доказательство

1) $L \parallel MN$, $MN \in \alpha$, зн. по Т-5 $L \parallel \alpha$;

2) $L \parallel MN$, $MN \in \beta$, зн. по Т-5 $L \parallel \beta$



№ 27

Дано:

AB – отрезок, C∈AB,

AB:BC = 4:3,

B∈α, CD//α,

CD=12см

Доказать, что прям. AD∩α в т.E, BE-?

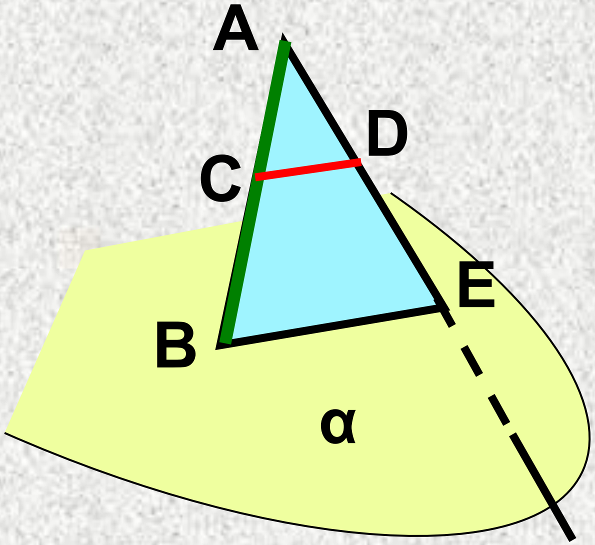
Доказательство

1) пл.ABE∩α по прям. BE (по A_3, B-общ. точка);

2) CD//BE по утв. 1^0;

3) ∟C=∟B и ∟D=∟E как соответств., зн.

ΔBAE подобен ΔCAD по двум углам.



$$\frac{AC}{AB} = \frac{CD}{BE}$$

$$\frac{AB - BC}{AB} = \frac{CD}{BE}$$

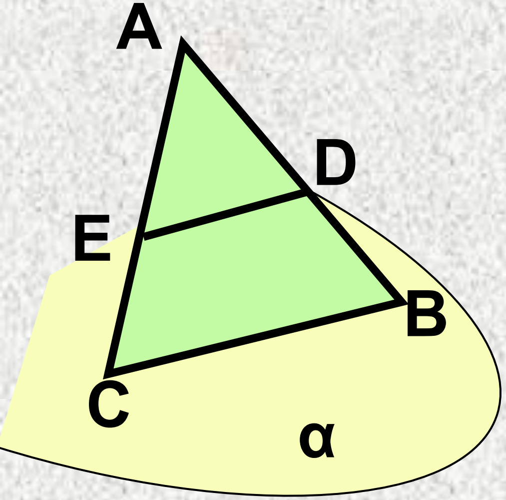
$$1 - \frac{BC}{AB} = \frac{CD}{BE}$$

$$1 - \frac{3}{4} = \frac{12}{BE} \qquad \frac{1}{4} = \frac{12}{BE} \qquad BE = 48см$$

Д/р: №25, 26,27

Решение задач

№ 28



Дано: ∆ABC; E є AC; D є AB; DE=5 см; BD:DA=2:3; B є α; C є α; α//DE

Найти: BC

?

Решение

1) DE // α; DE є пл.ABC, зн. DE // BC;
2) ∆BAC подобен ∆DAE; AB=2ч+3ч=5ч
3) BC:DE=AB:AD; BC:5=5:3; BC=25/3


1 2 3
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0