

# ПИРАМИДА

*Геометрия*  
*10 класс*

Многогранник,  
составленный из  
 $n$ -угольника  $A_1A_2\dots A_n$   
 $n$  треугольников,  
называется пирамидой.

**$n$ -угольная пирамида.**

Многоугольник  
 $A_1A_2\dots A_n$  – **основание**  
**пирамиды**

Треугольники  $A_1A_2P$ ,  $A_2A_3P$   
и т.д.

**боковые грани пирамиды**

Отрезки  $A_1P$ ,  $A_2P$ ,  $A_3P$  и т.д.  
**боковые ребра**

Вершина

$P$

$H$

$A_n$

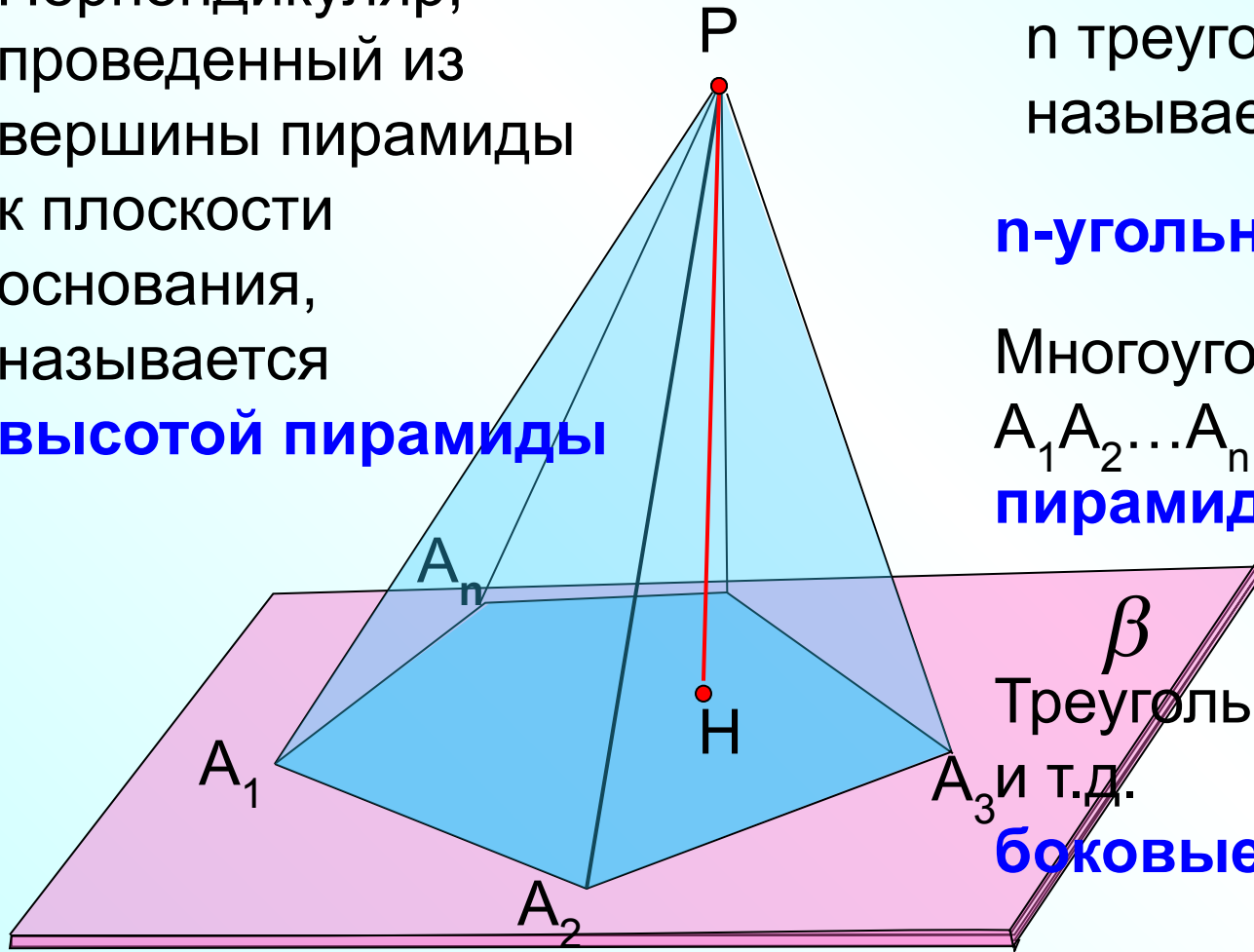
$A_1$

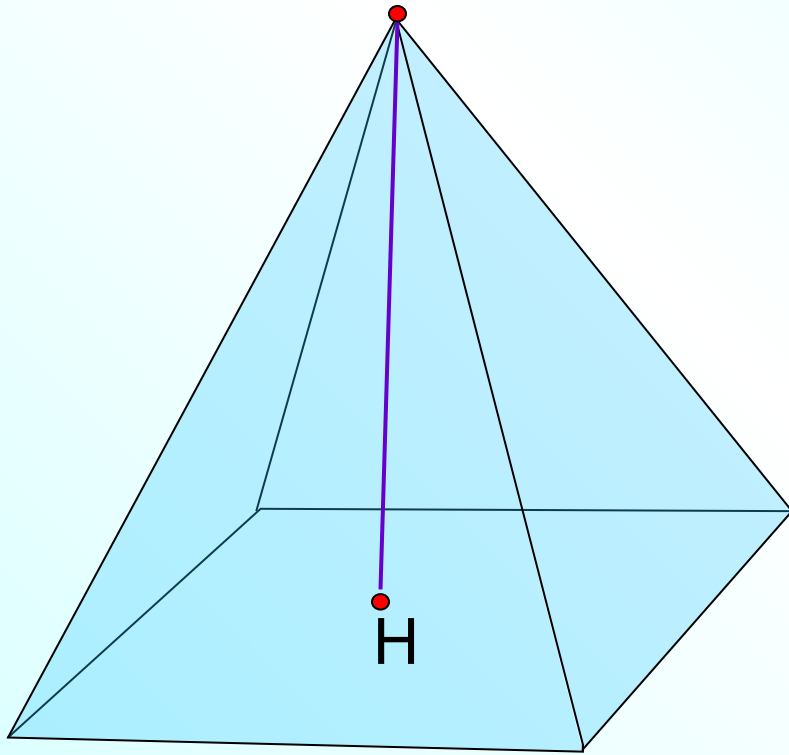
$A_2$

$A_3$

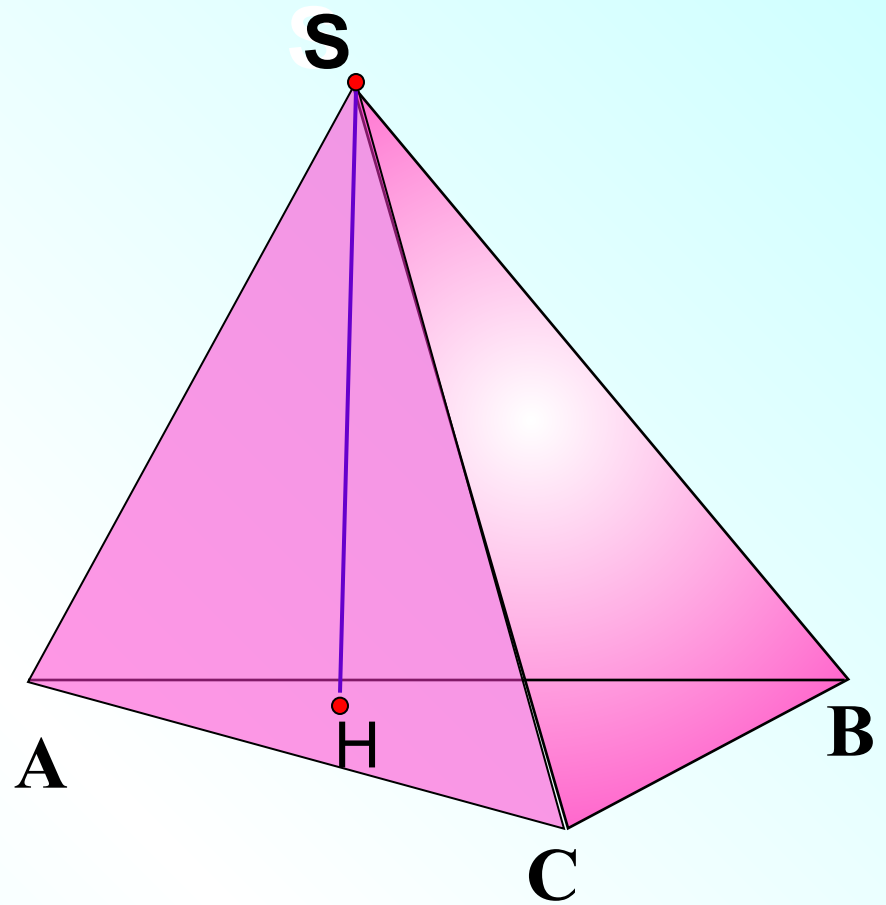
$\beta$

Перпендикуляр,  
проведенный из  
вершины пирамиды  
к плоскости  
основания,  
называется  
**высотой пирамиды**



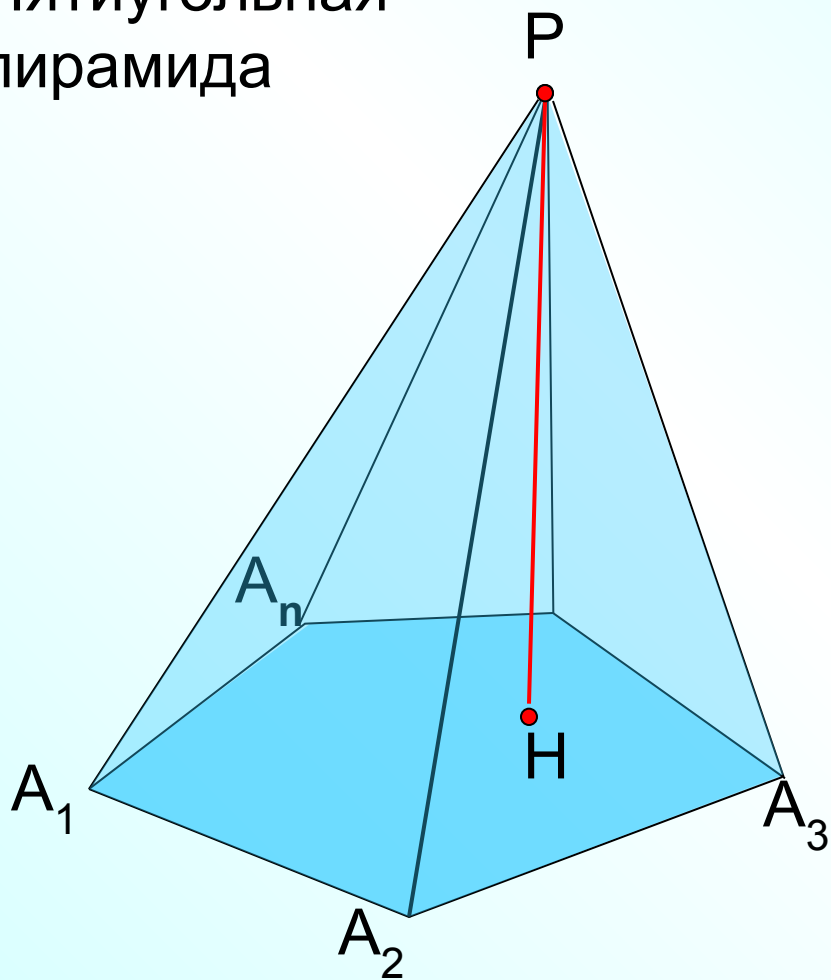


Четырехугольная пирамида

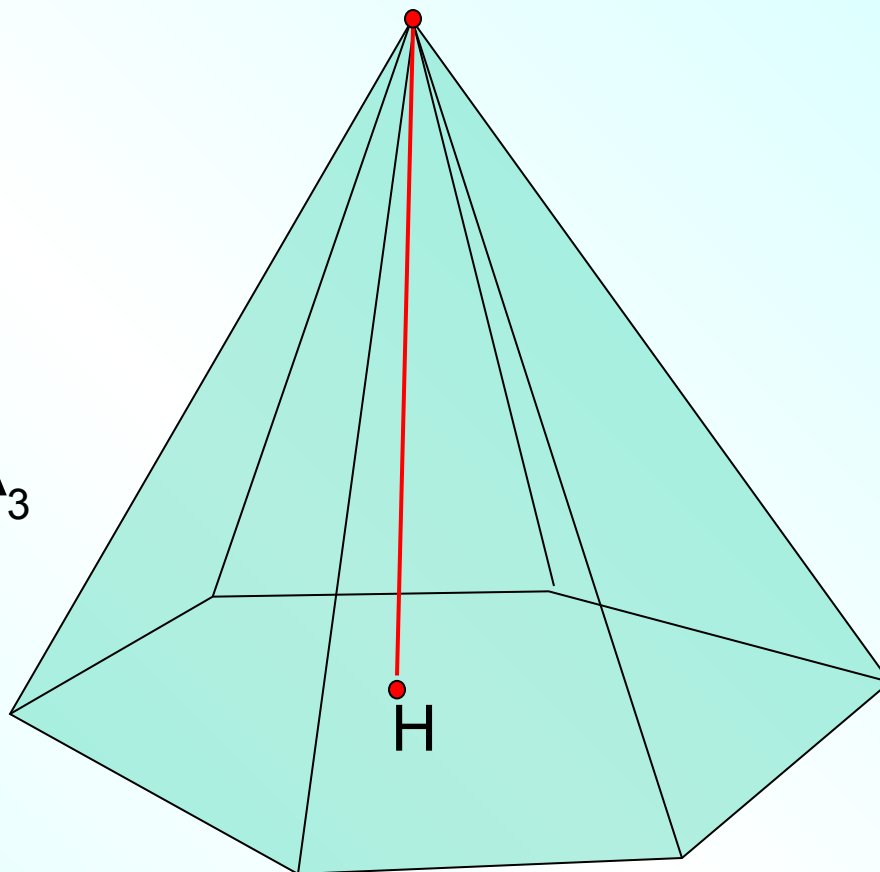


Треугольная пирамида – это **тетраэдр**

Пятиугольная пирамида



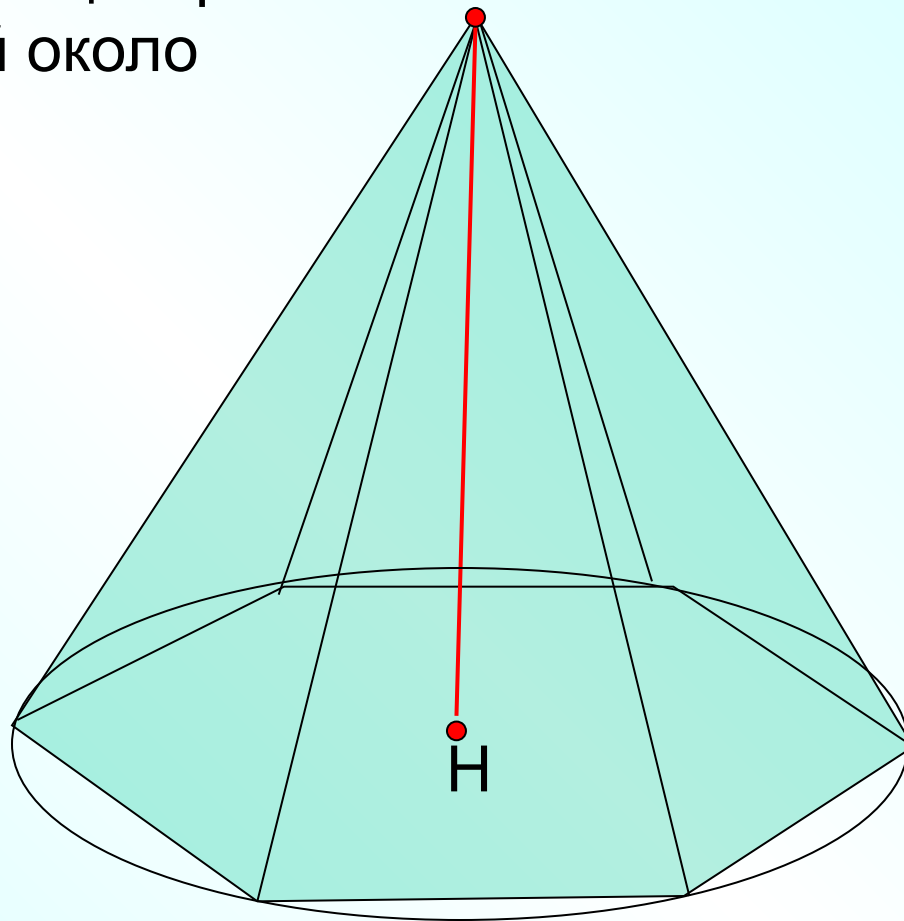
Шестиугольная пирамида



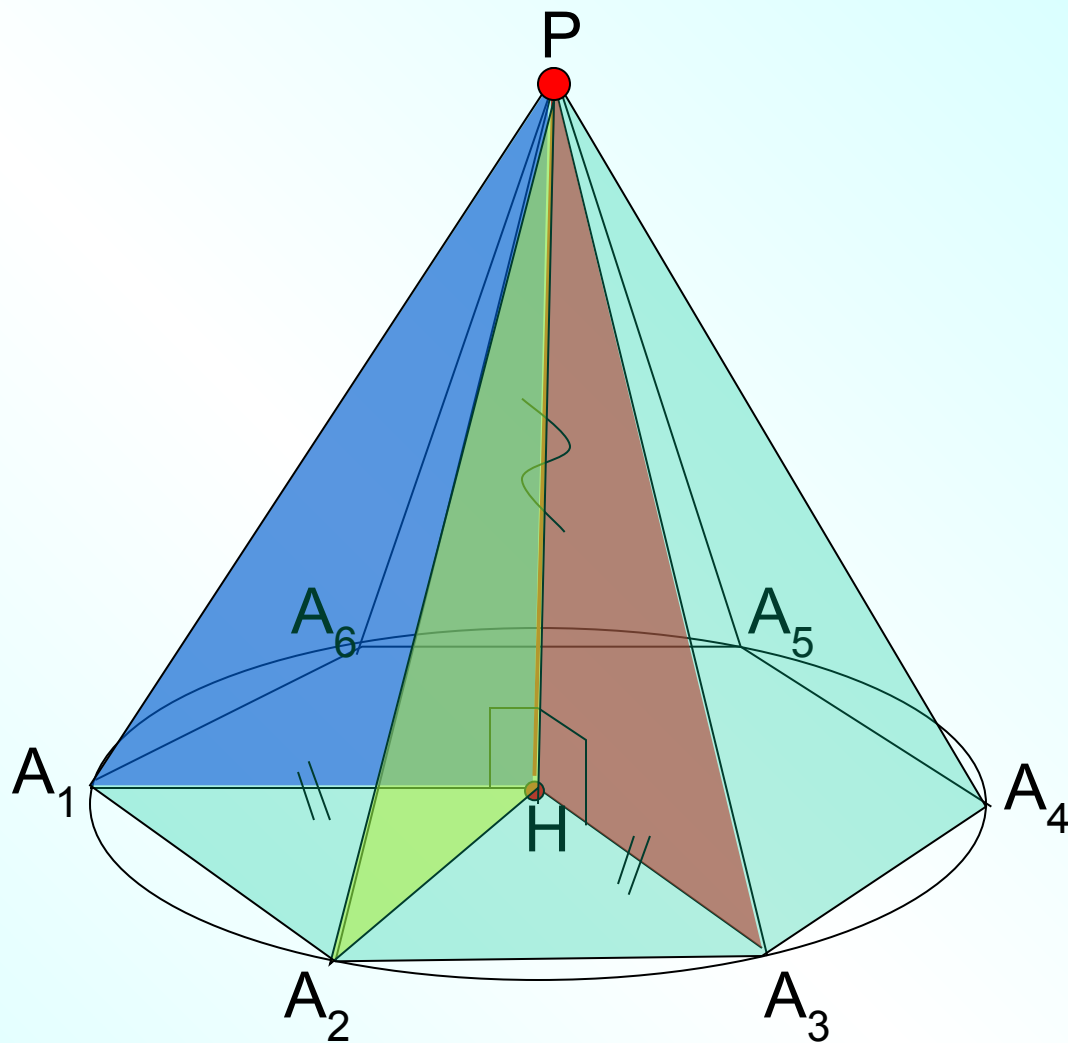
$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}}$$

Пирамида называется **правильной**, если ее основание-правильный многоугольник, а отрезок, соединяющий вершину с центром основания, является ее высотой.

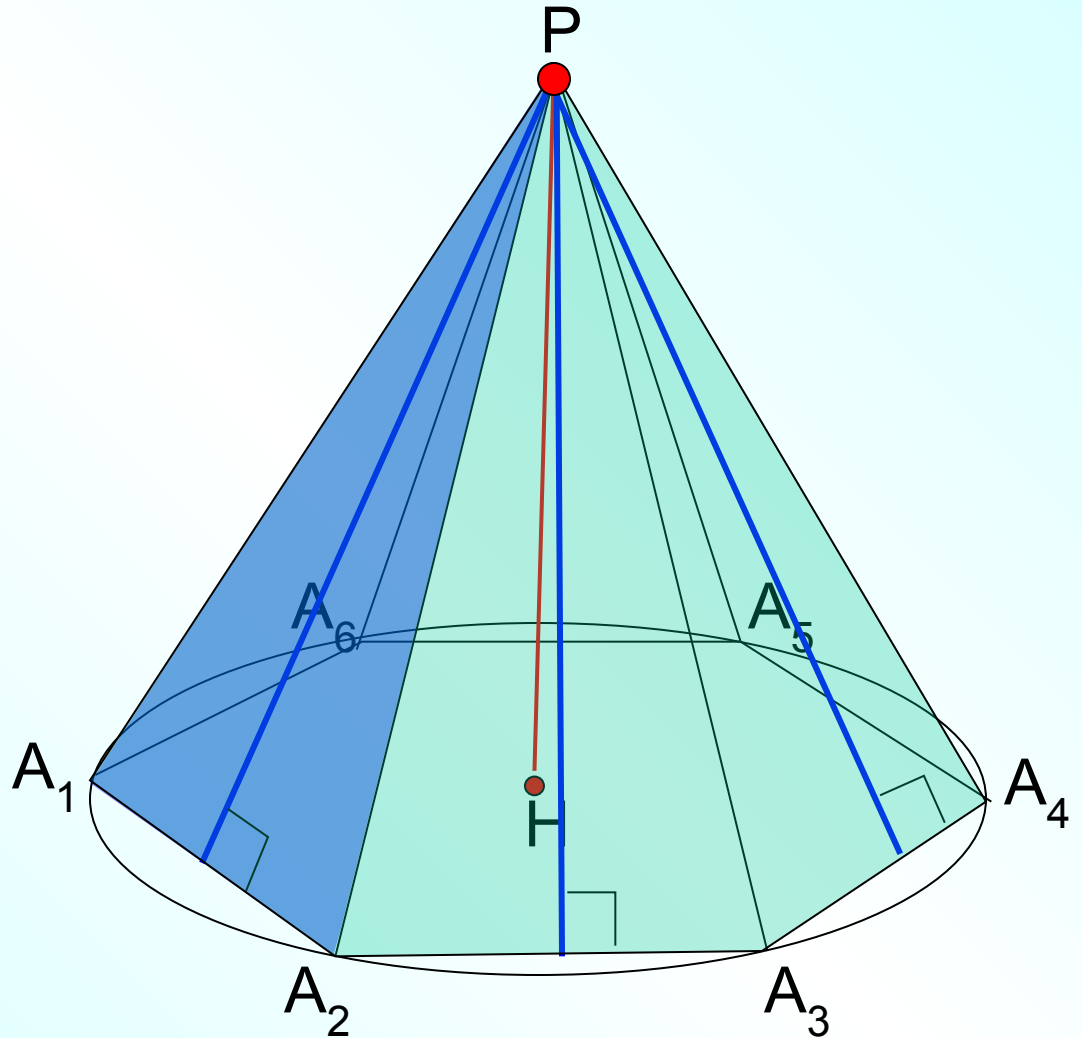
Центром правильного многоугольника называется центр вписанной (или описанной около него окружности).



Докажем, что **все боковые ребра правильной пирамиды равны**, а боковые грани являются **равными равнобедренными треугольниками**.

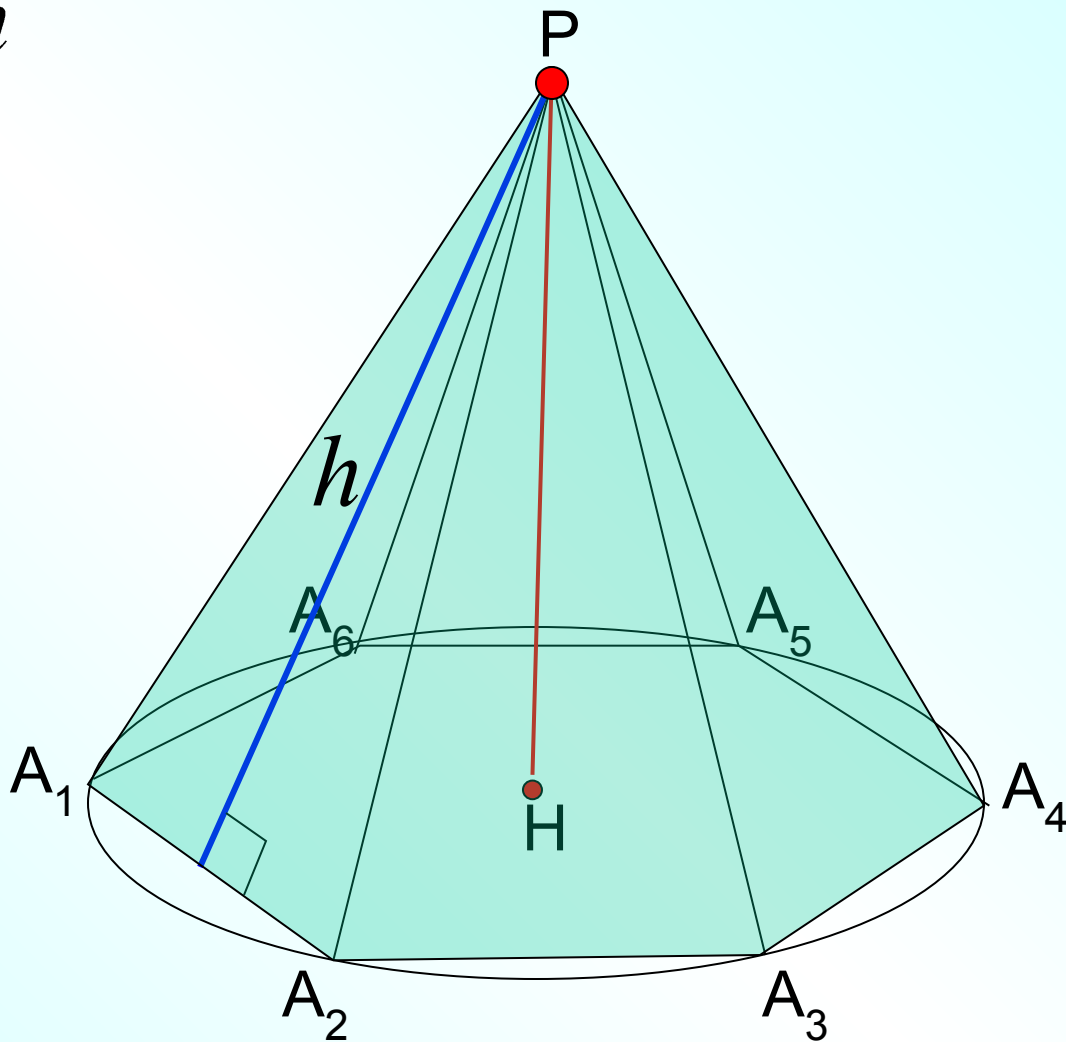


Высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины, называется **апофемой**.



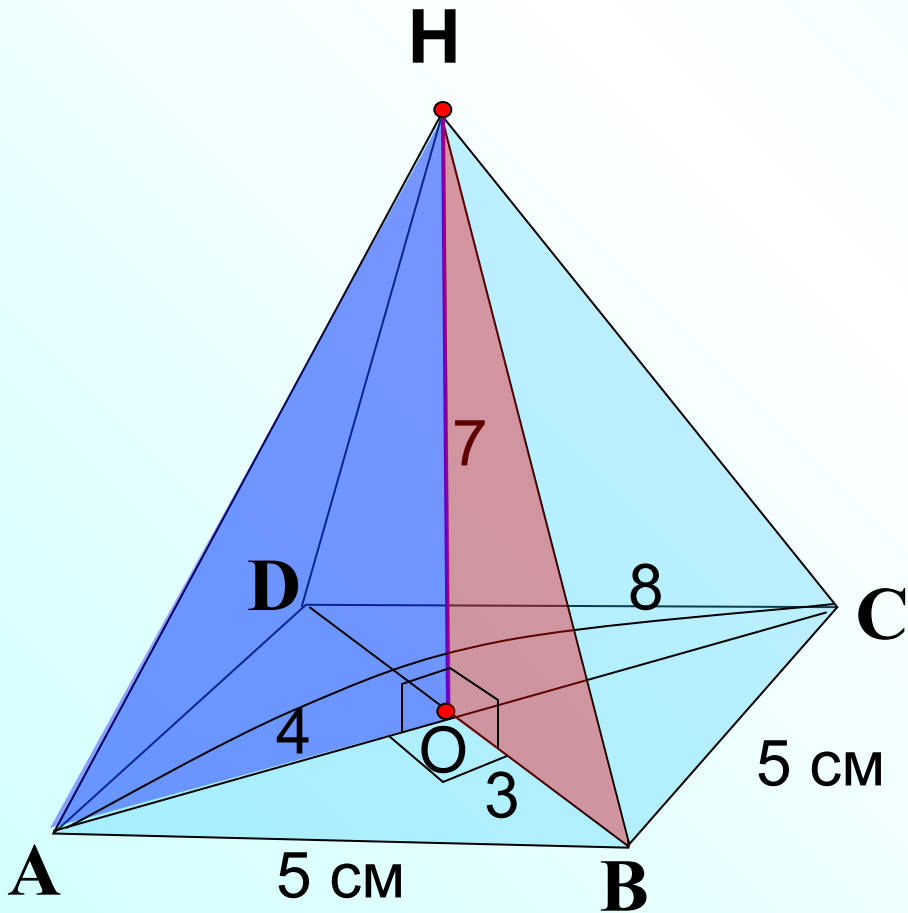
Площадь боковой поверхности правильной пирамиды  
равна половине произведения периметра основания на  
апофему.

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} P_{\text{осн}} \cdot h$$

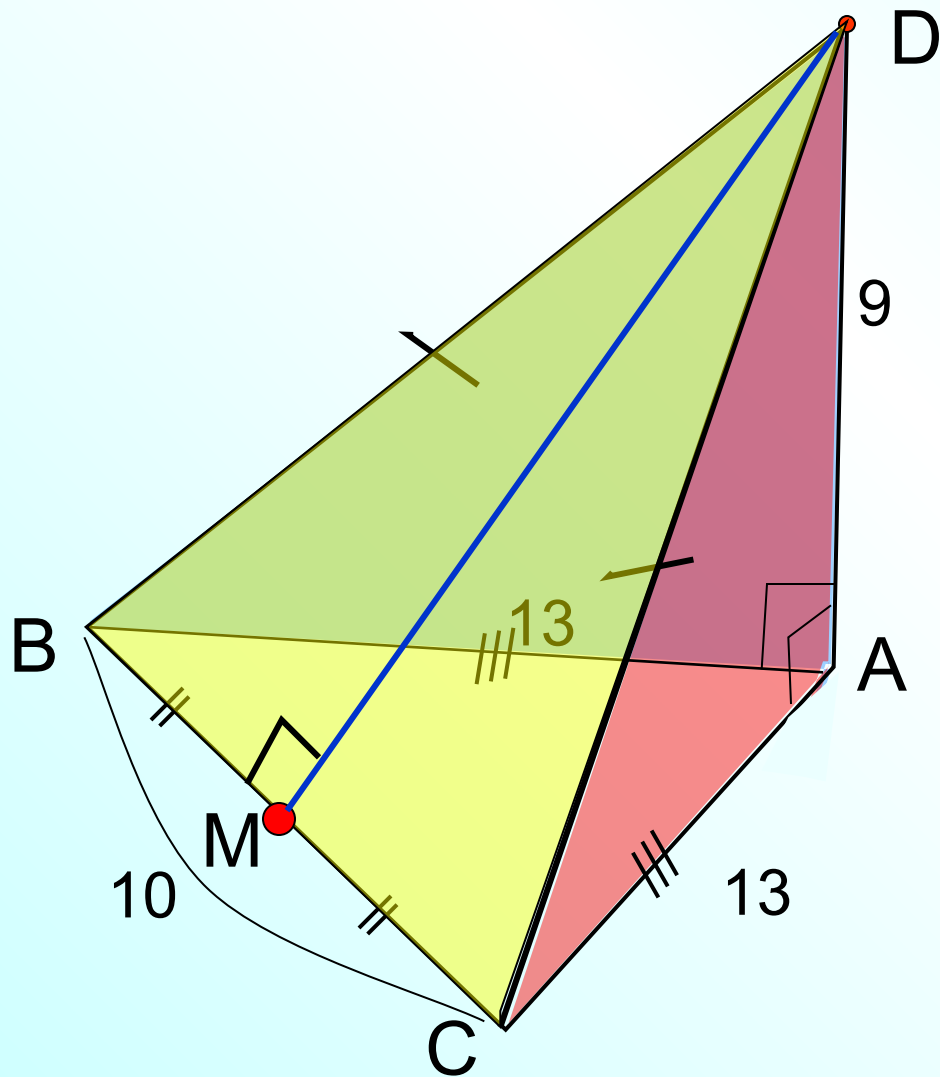




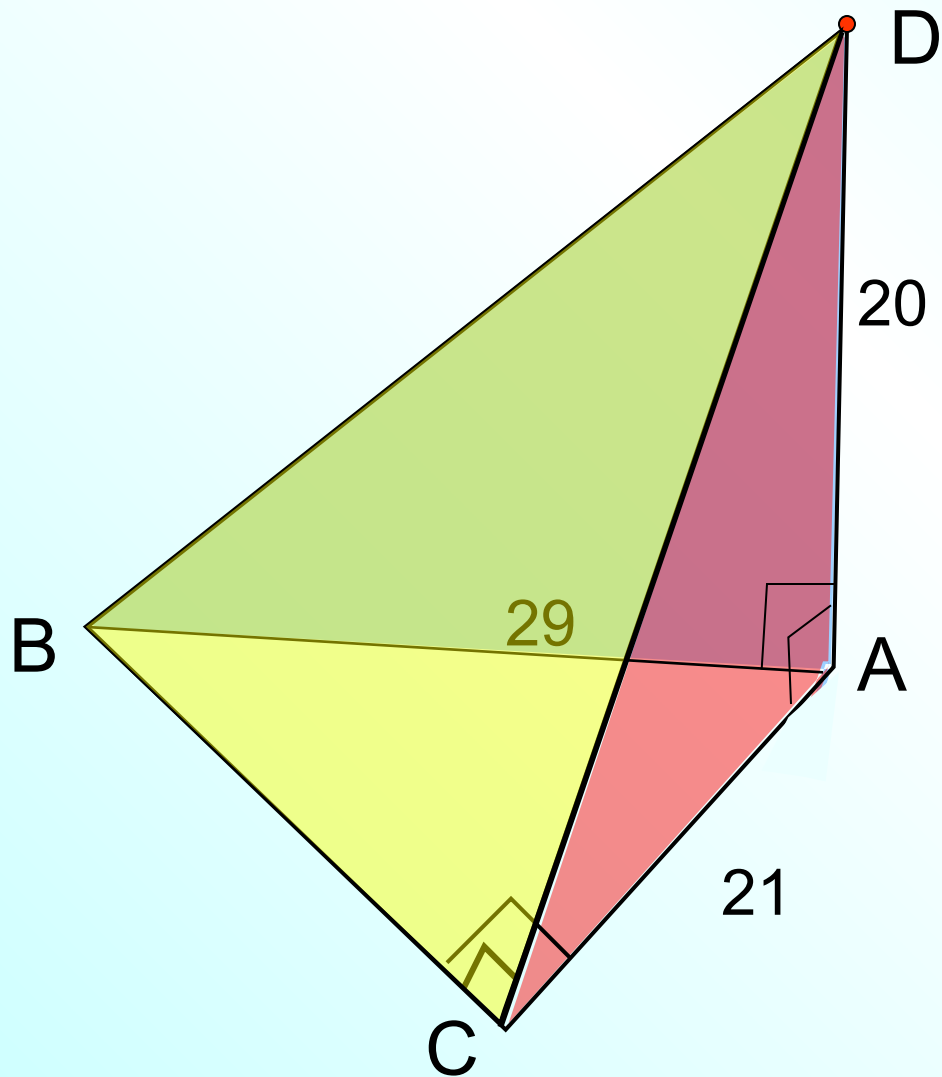
**№ 239.** Основанием пирамиды является ромб, сторона которого равна 5 см, а одна из диагоналей 8 см. Найдите боковые ребра пирамиды, если ее высота проходит через точку пересечения диагоналей основания и равна 7 см.



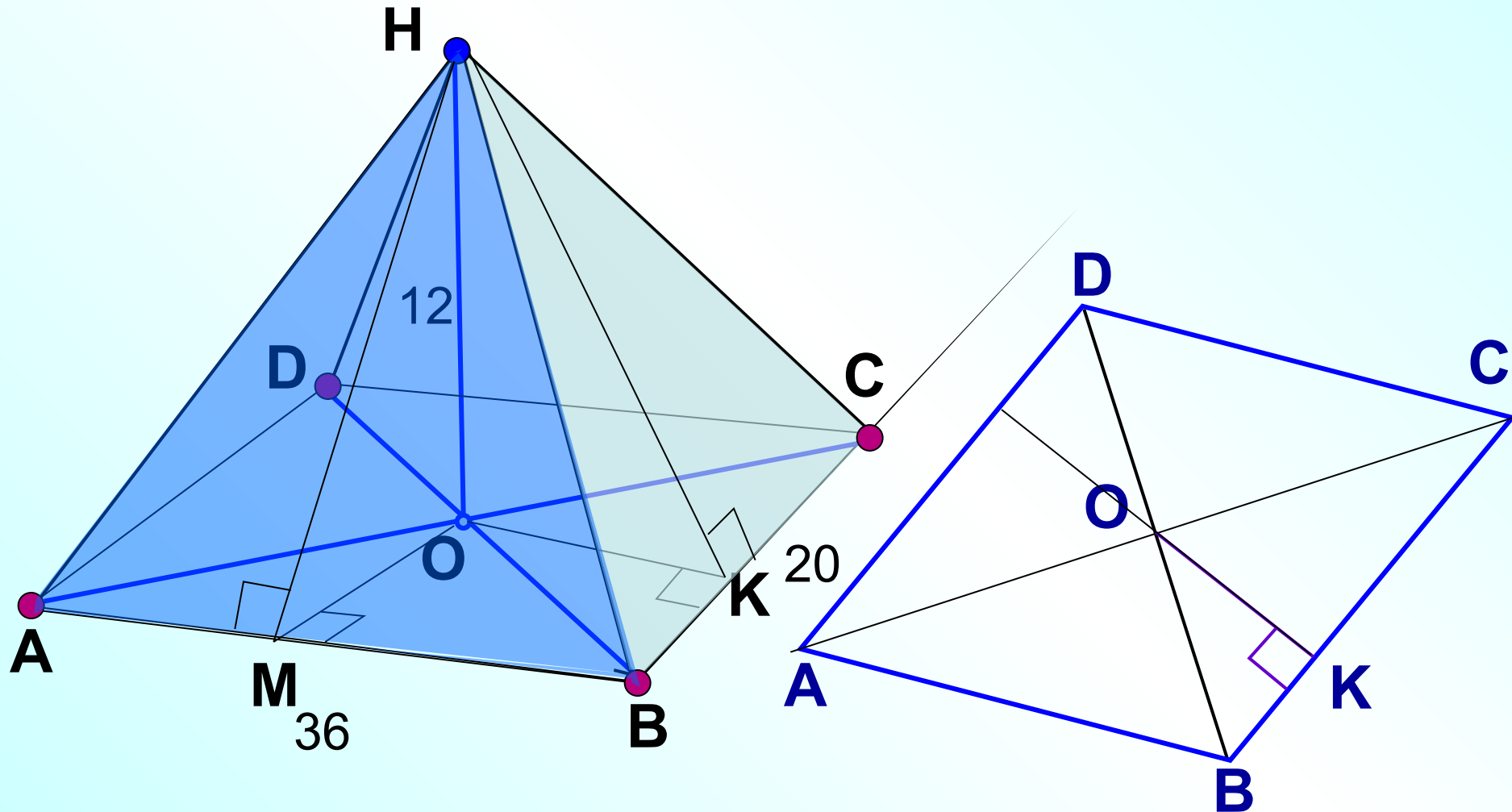
**№ 243.** Основанием пирамиды  $DABC$  является треугольник  $ABC$ , у которого  $AB = AC = 13$  см,  $BC = 10$  см; ребро  $AD$  перпендикулярно к плоскости основания и равно 9 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.



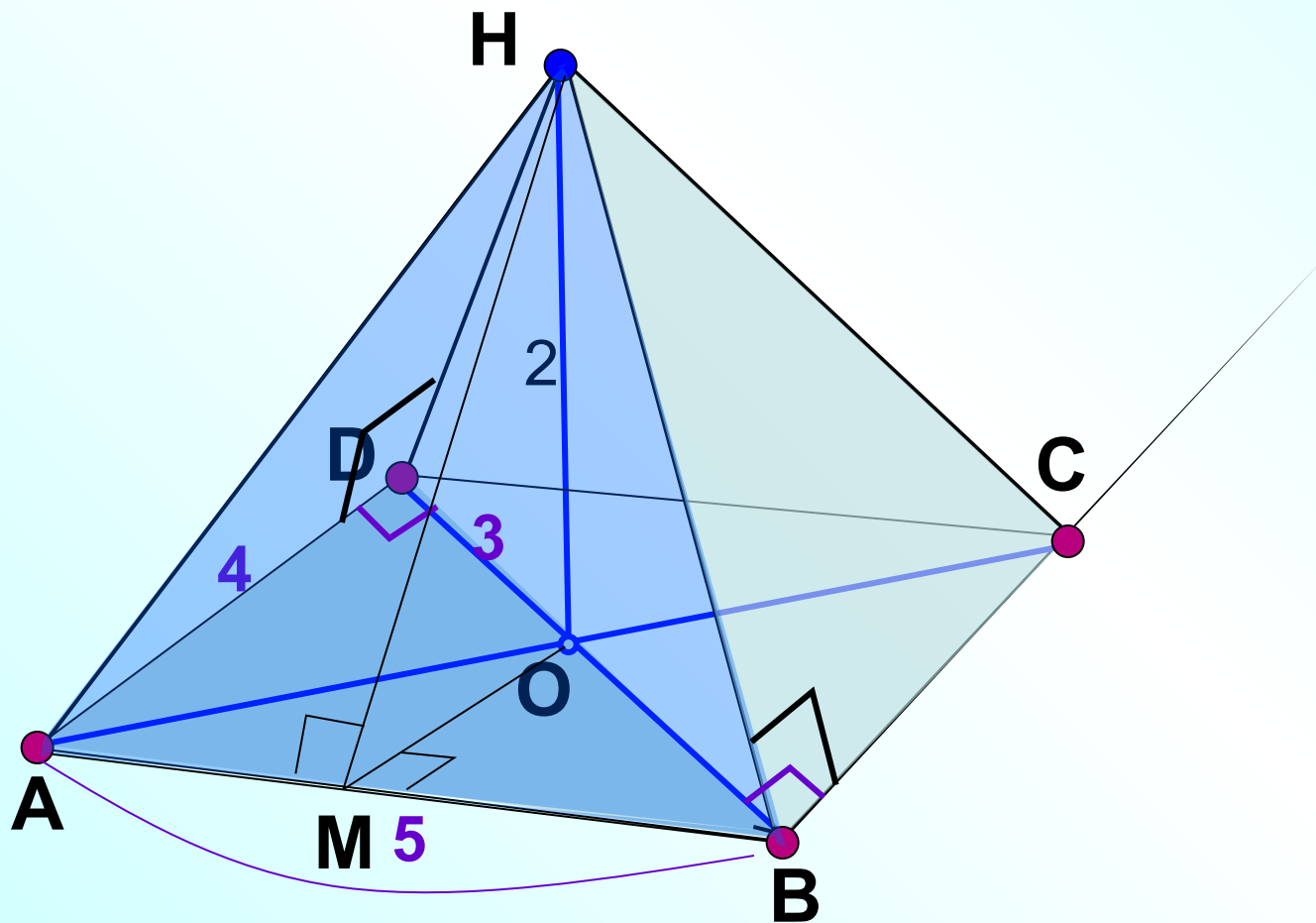
**№ 244.** Основанием пирамиды  $DABC$  является прямоугольный треугольник  $ABC$ , у которого гипотенуза  $AB = 29$  см, катет  $AC = 21$  см. Ребро  $AD$  перпендикулярно к плоскости основания и равно 20 см. Найдите  $S_{\text{бок.}}$



**№240.** Основанием пирамиды является параллелограмм, стороны которого равны 20 см и 36 см, а площадь равна  $360 \text{ см}^2$ . Высота пирамиды проходит через точку пересечения диагоналей основания и равна 12 см. Найти  $S_{\text{пп}}$ .

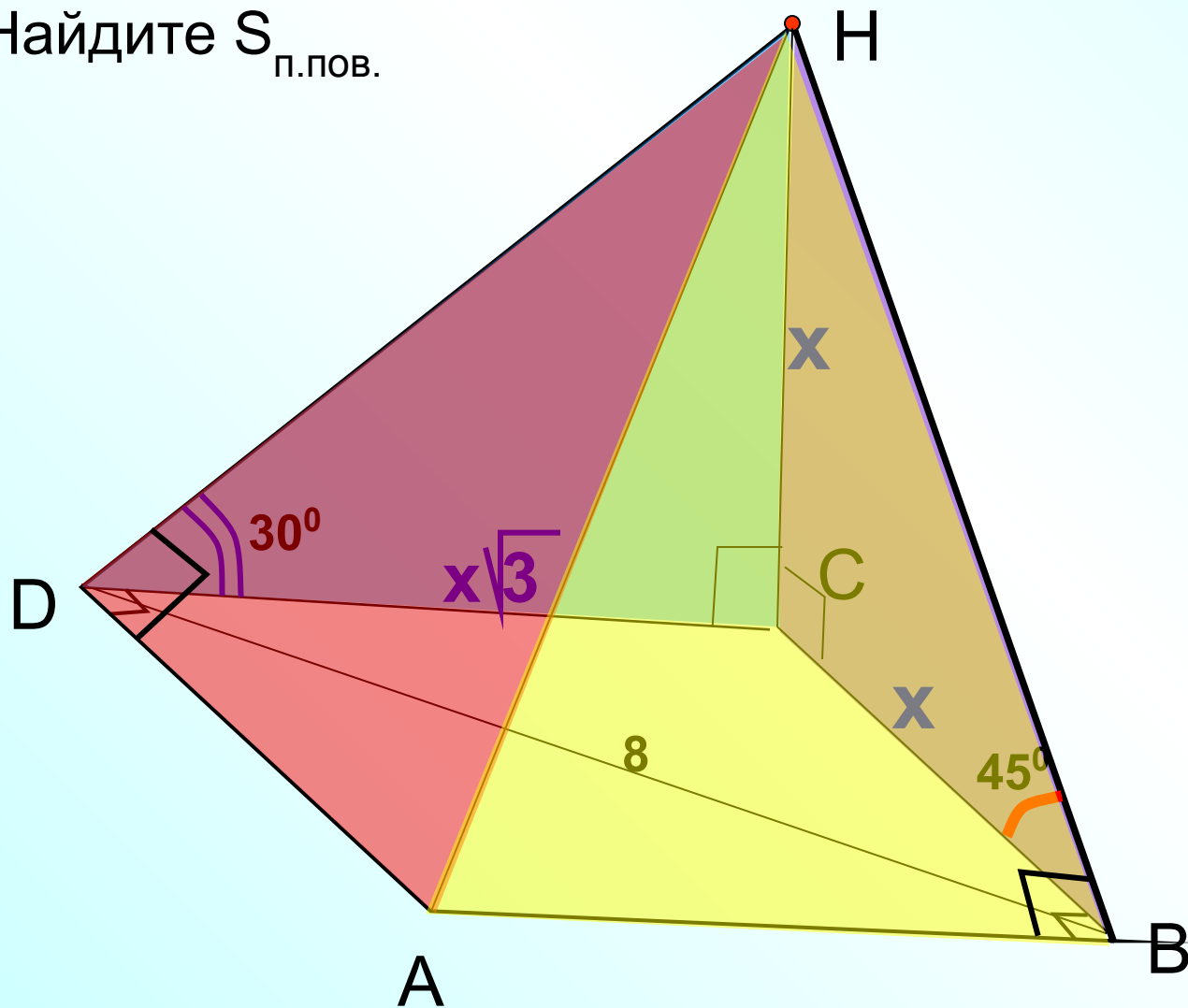


**№241.** Основанием пирамиды является параллелограмм, стороны которого равны 4 см и 5 см и меньшей диагональю 3 см. Высота пирамиды проходит через точку пересечения диагоналей основания и равна 2 см. Найти  $S_{\text{пп}}$ .



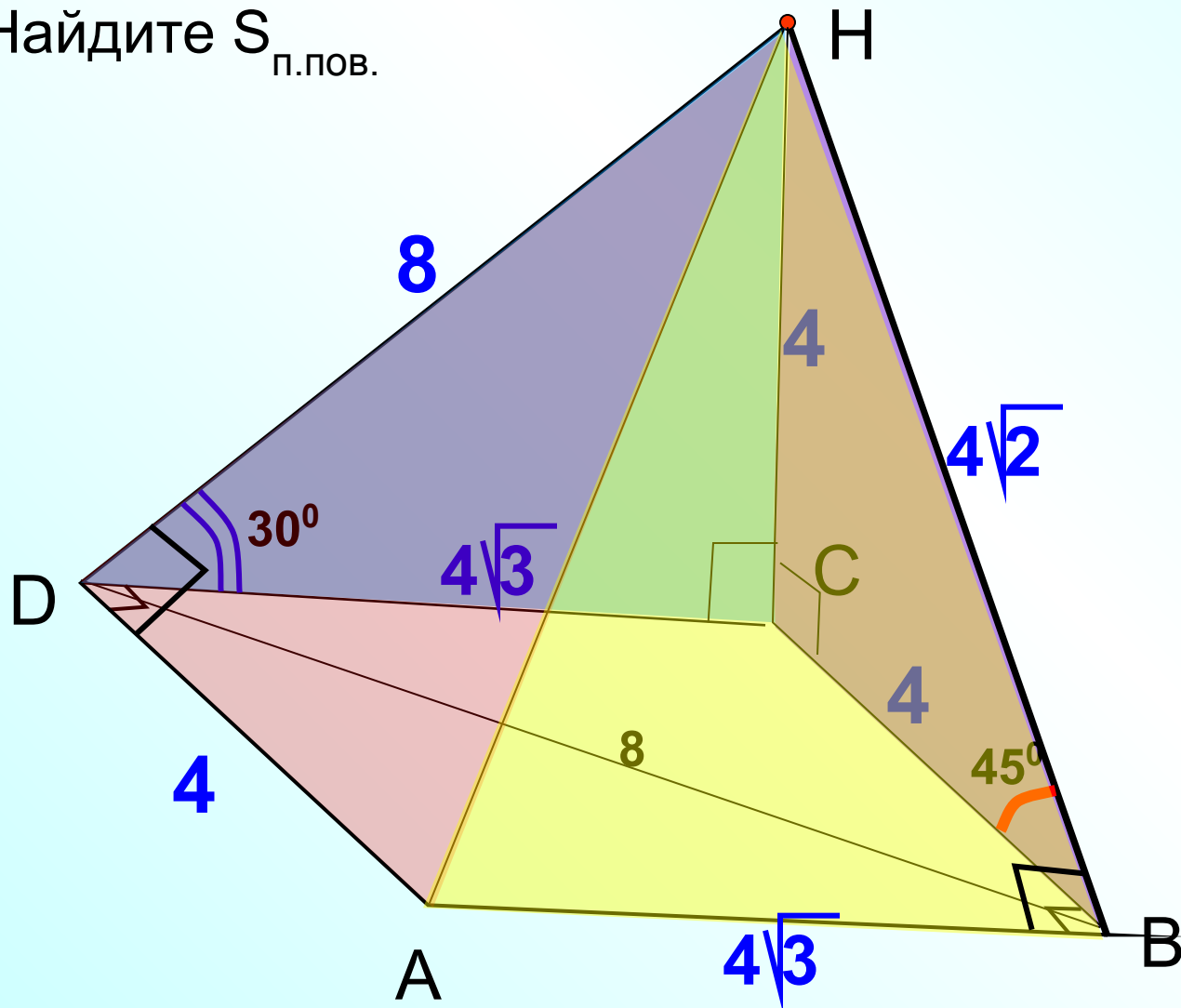
**№ 245.** Основанием пирамиды является прямоугольник, диагональ которого равна 8 см. Плоскости двух боковых граней перпендикулярны к плоскости основания, а две другие боковые грани образуют с основанием углы в  $30^\circ$  и  $45^\circ$ .

Найдите  $S_{\text{п.пов.}}$



**№ 245.** Основанием пирамиды является прямоугольник, диагональ которого равна 8 см. Плоскости двух боковых граней перпендикулярны к плоскости основания, а две другие боковые грани образуют с основанием углы в  $30^\circ$  и  $45^\circ$ .

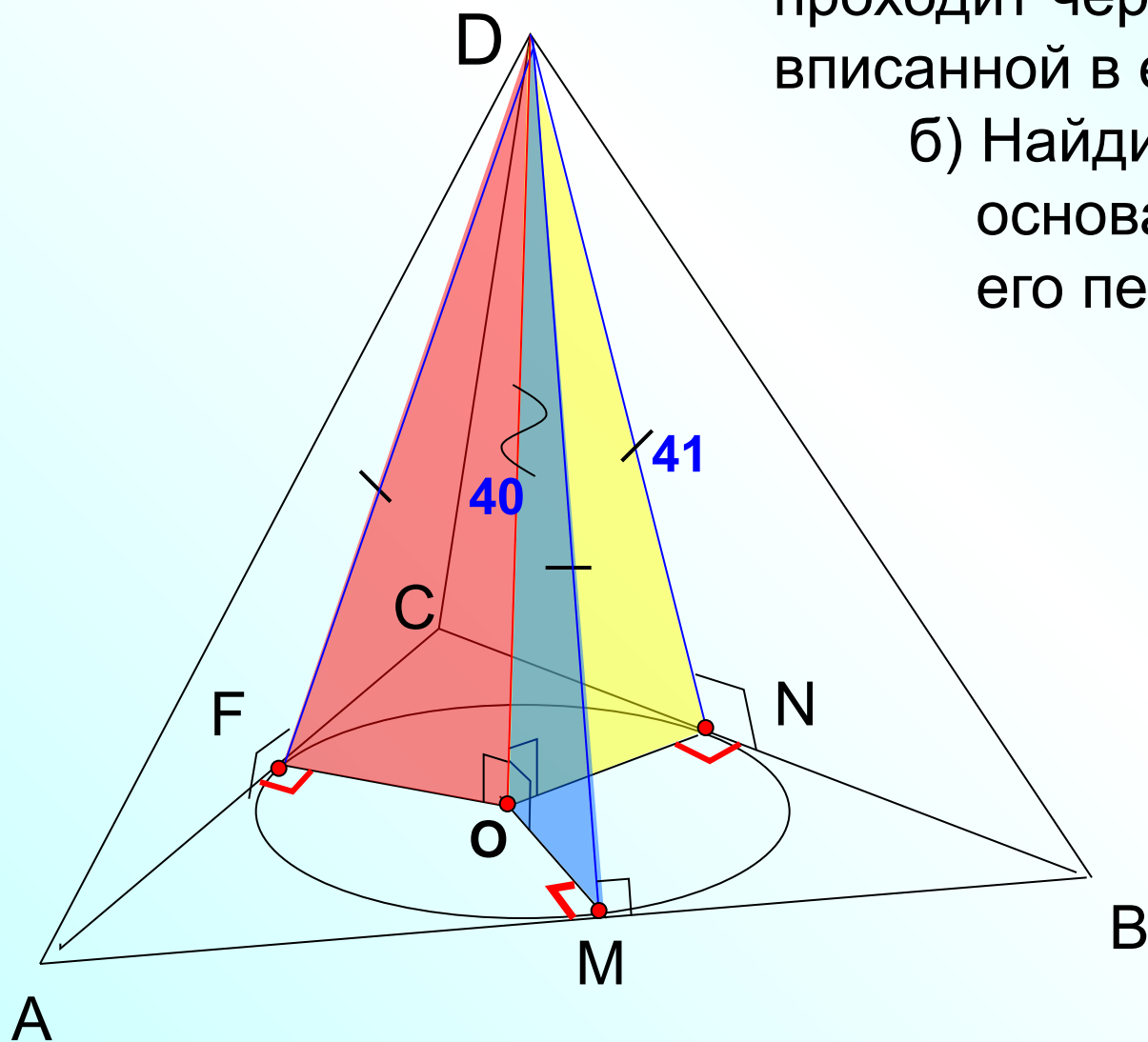
Найдите  $S_{\text{п.пов.}}$



Повторим

**№ 246.** Высота треугольной пирамиды равна 40 см, а высота каждой боковой грани, проведенная из вершины пирамиды, равна 41 см. а) Докажите, что высота пирамиды проходит через центр окружности, вписанной в ее основание.

б) Найдите площадь основания пирамиды, если его периметр равен 42 см.

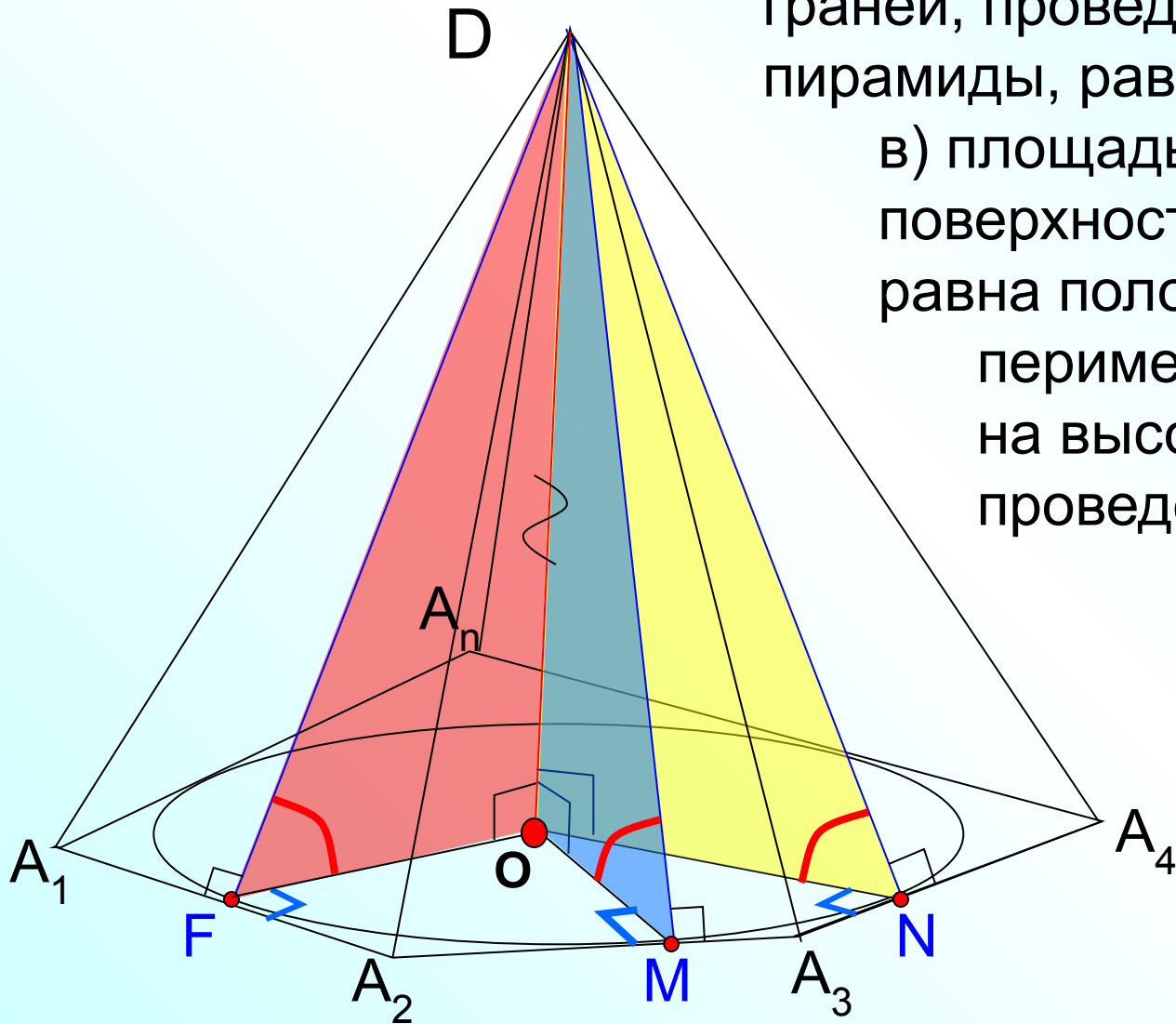




**№ 247.** Двугранные углы при основании пирамиды равны.

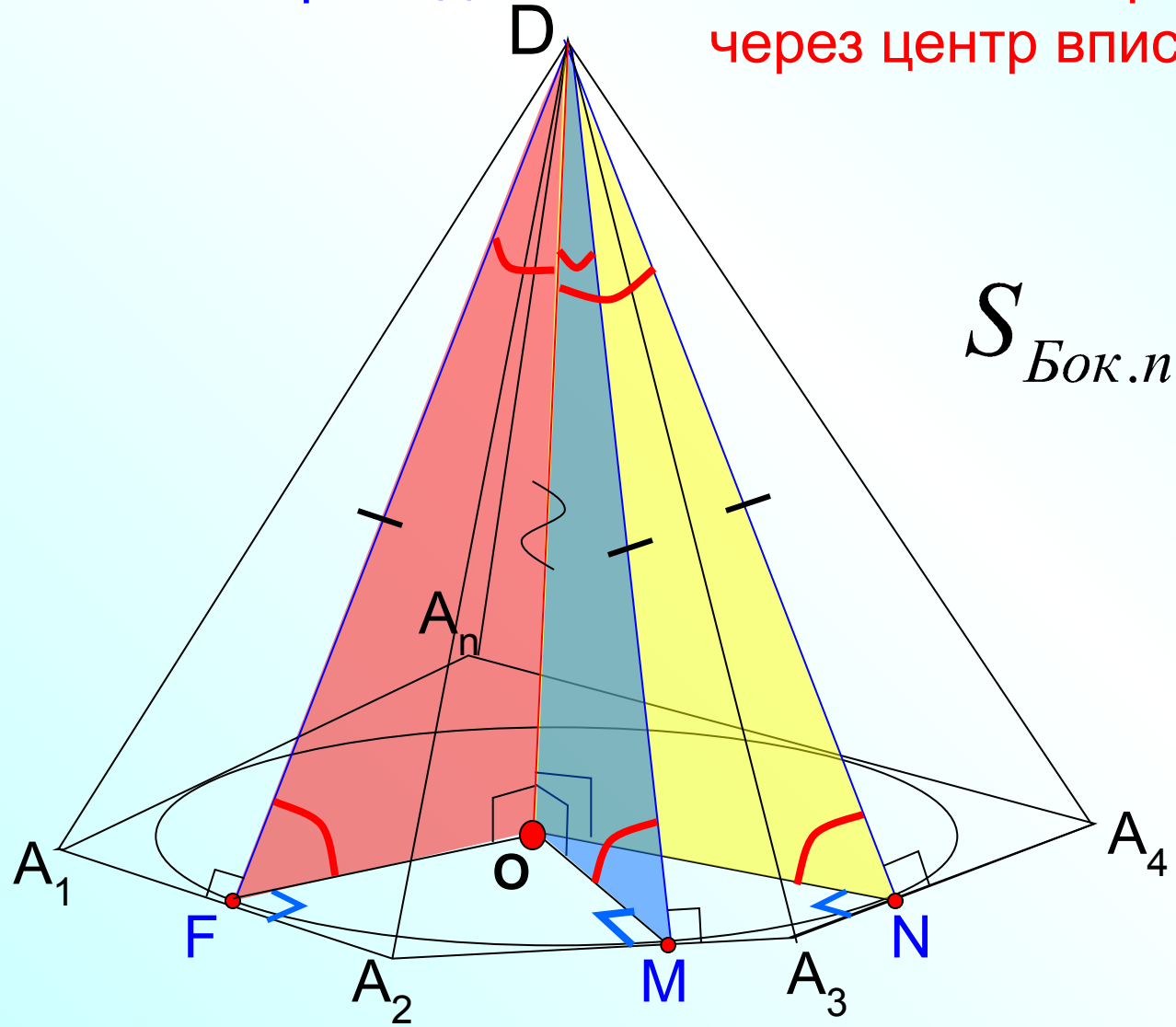
Докажите, что: а) высота пирамиды проходит через центр окружности, вписанной в основание; б) высоты всех боковых граней, проведенные из вершины пирамиды, равны;

в) площадь боковой поверхности пирамиды равна половине произведения периметра основания на высоту боковой грани, проведенную из вершины.



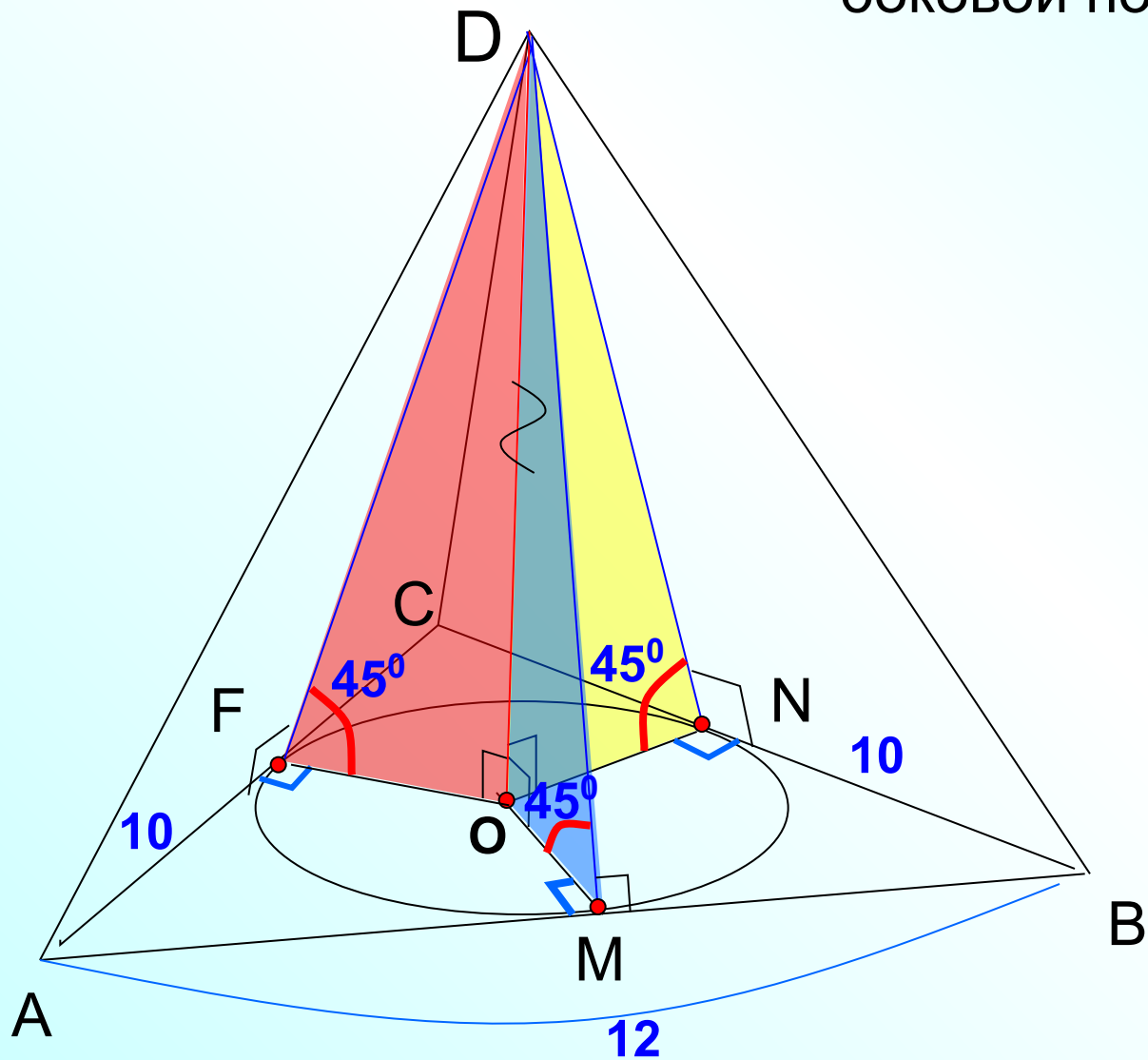
- Если двугранные углы при основании пирамиды равны.
- Если высоты боковых граней равны
- Если высоты боковых граней составляют равные углы с высотой пирамиды.

Высота пирамиды проходит через центр вписанной окружности.

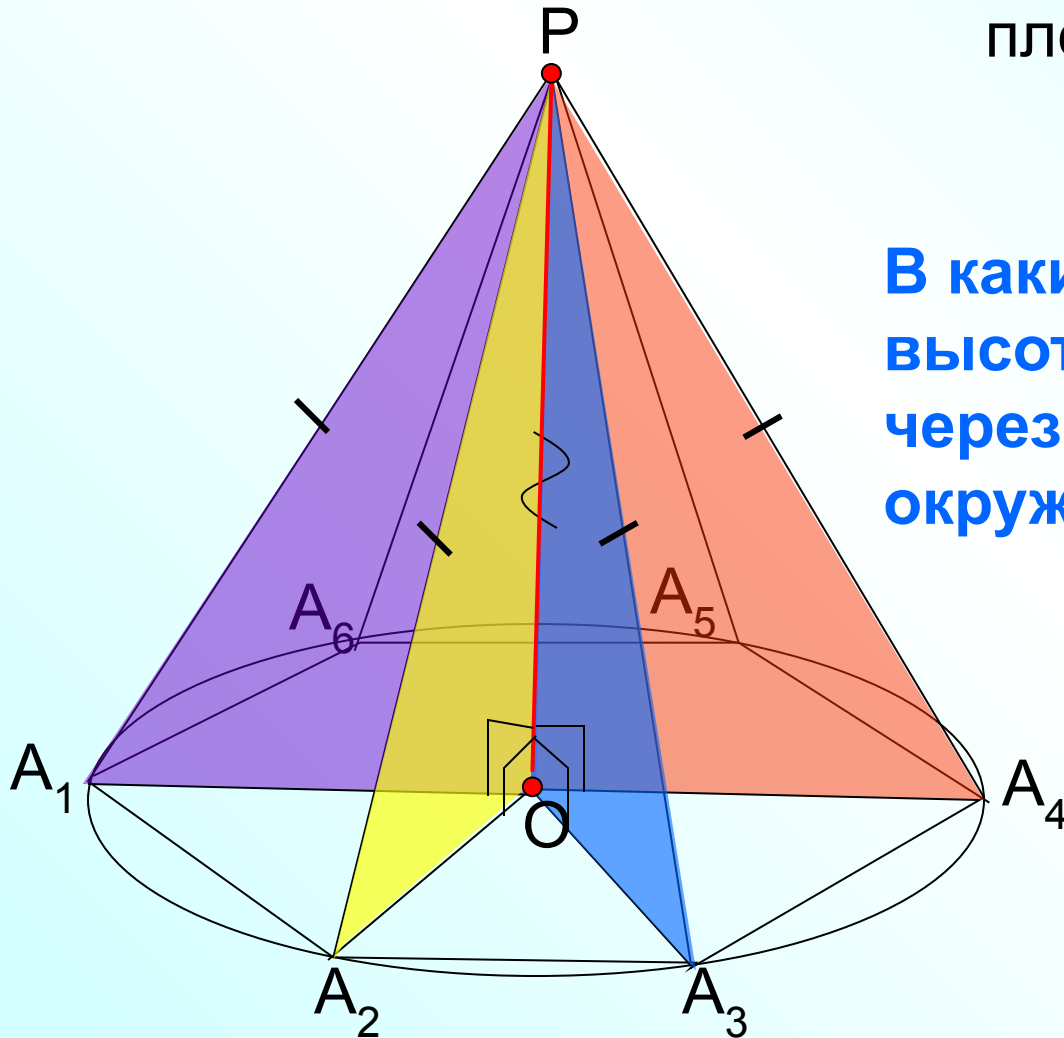


$$S_{\text{Бок.п.}} = \frac{1}{2} P_{\text{осн.}} h$$

**№ 248.** Основанием пирамиды является треугольник с сторонами 12 см, 10 см и 10 см. Каждая боковая грань наклонена к основанию под углом  $45^\circ$ . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.



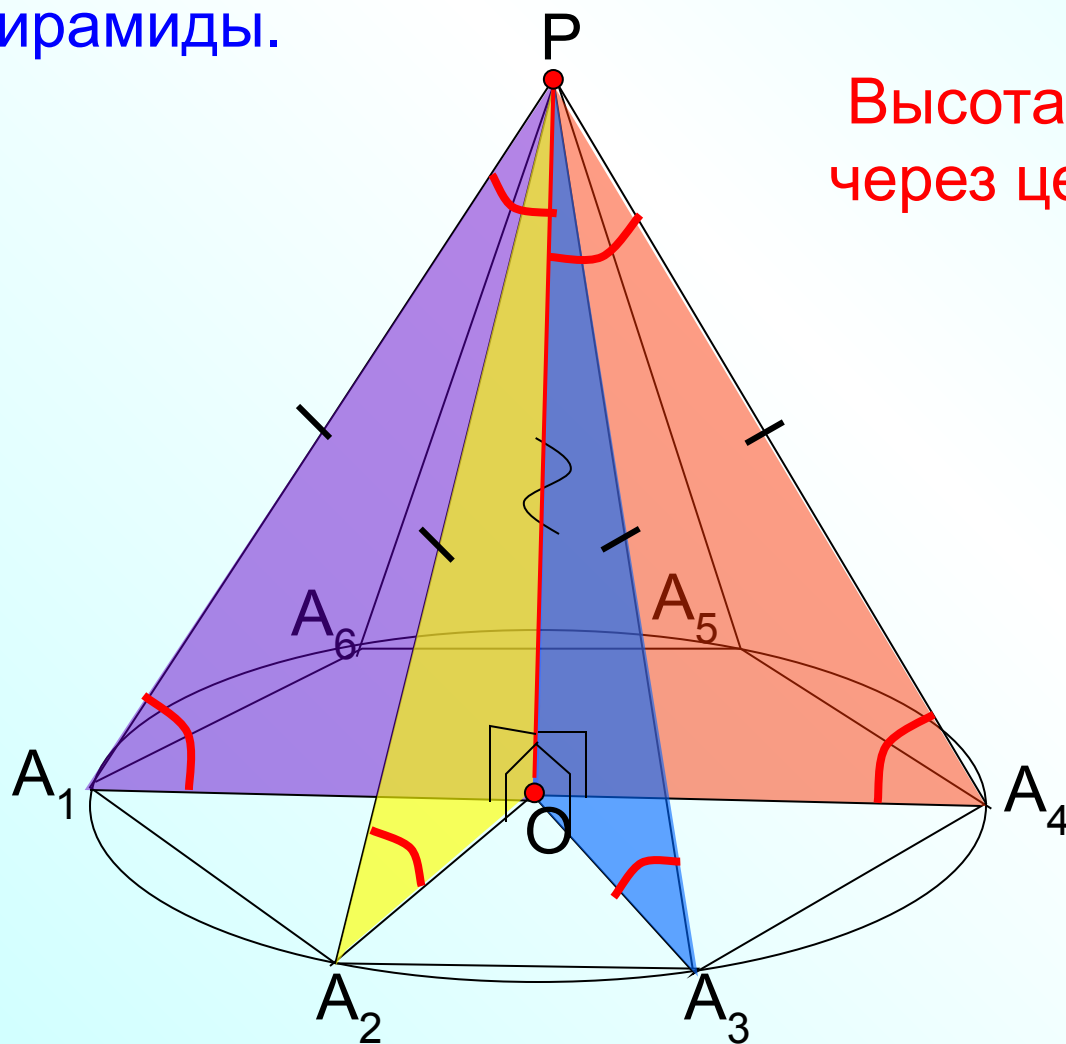
**№ 249.** В пирамиде все боковые ребра равны между собой. Докажите, что: а) высота пирамиды проходит через центр окружности, описанной около основания; б) все боковые ребра составляют равные углы с плоскостью основания.



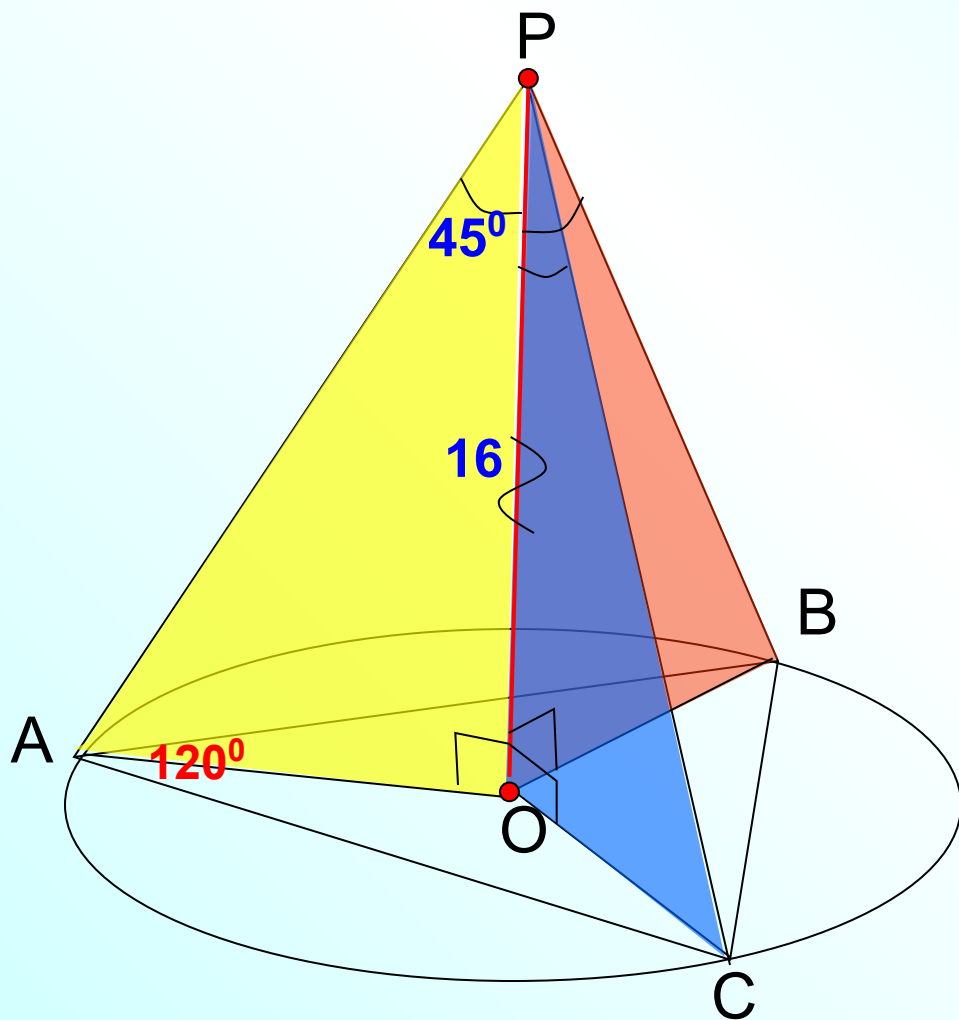
**В каких еще случаях высота пирамиды пройдет через центр описанной окружности?**

- Если боковые ребра равны.
- Если все боковые ребра составляют равные углы с плоскостью основания.
- Если все боковые ребра составляют равные углы с высотой пирамиды.

Высота пирамиды проходит через центр опис. окружности.

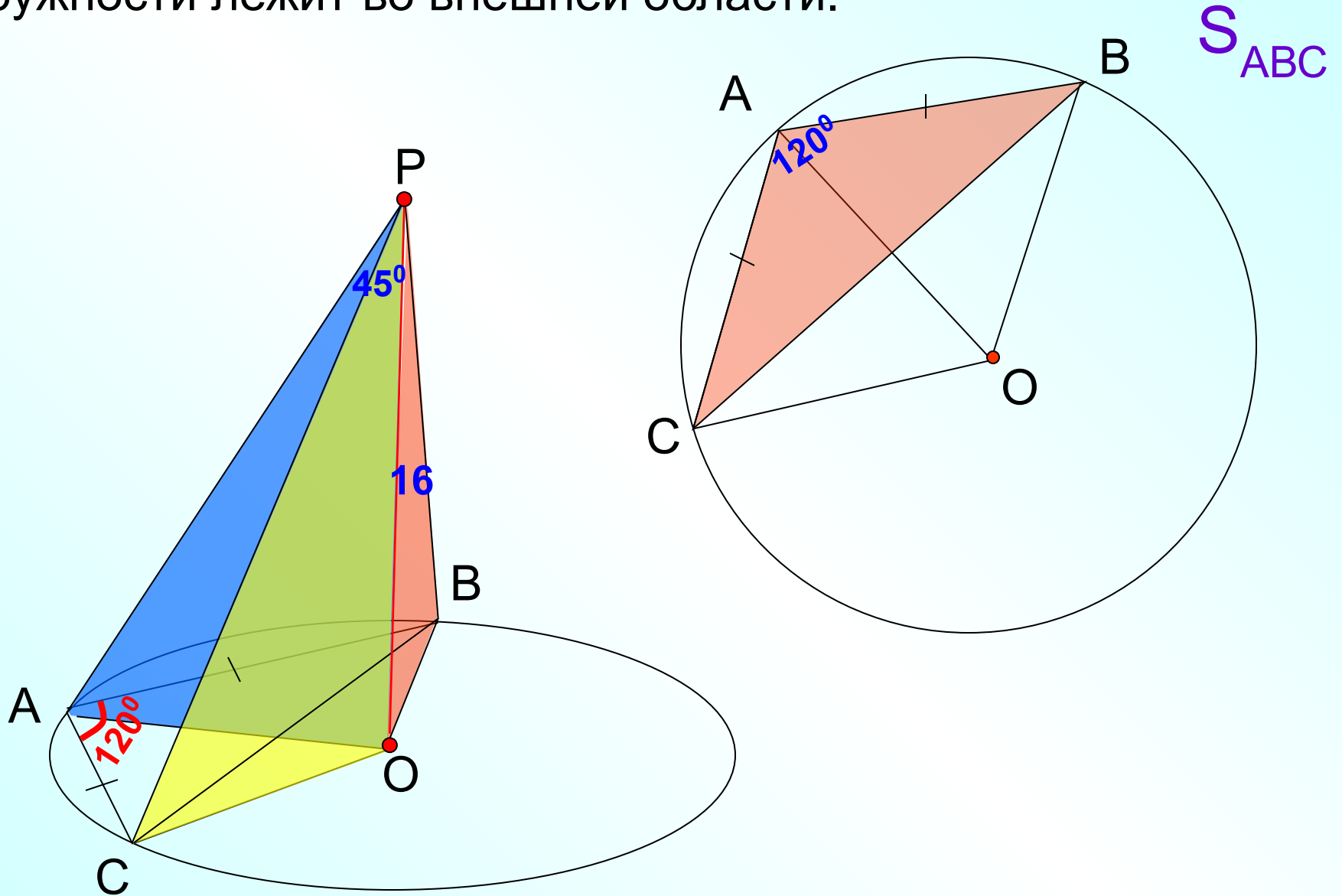


**№ 250.** Основанием пирамиды является равнобедренный треугольник с углом  $120^\circ$ . Боковые ребра образуют с ее высотой, равной 16 см, углы в  $45^\circ$ . Найдите площадь основания пирамиды.

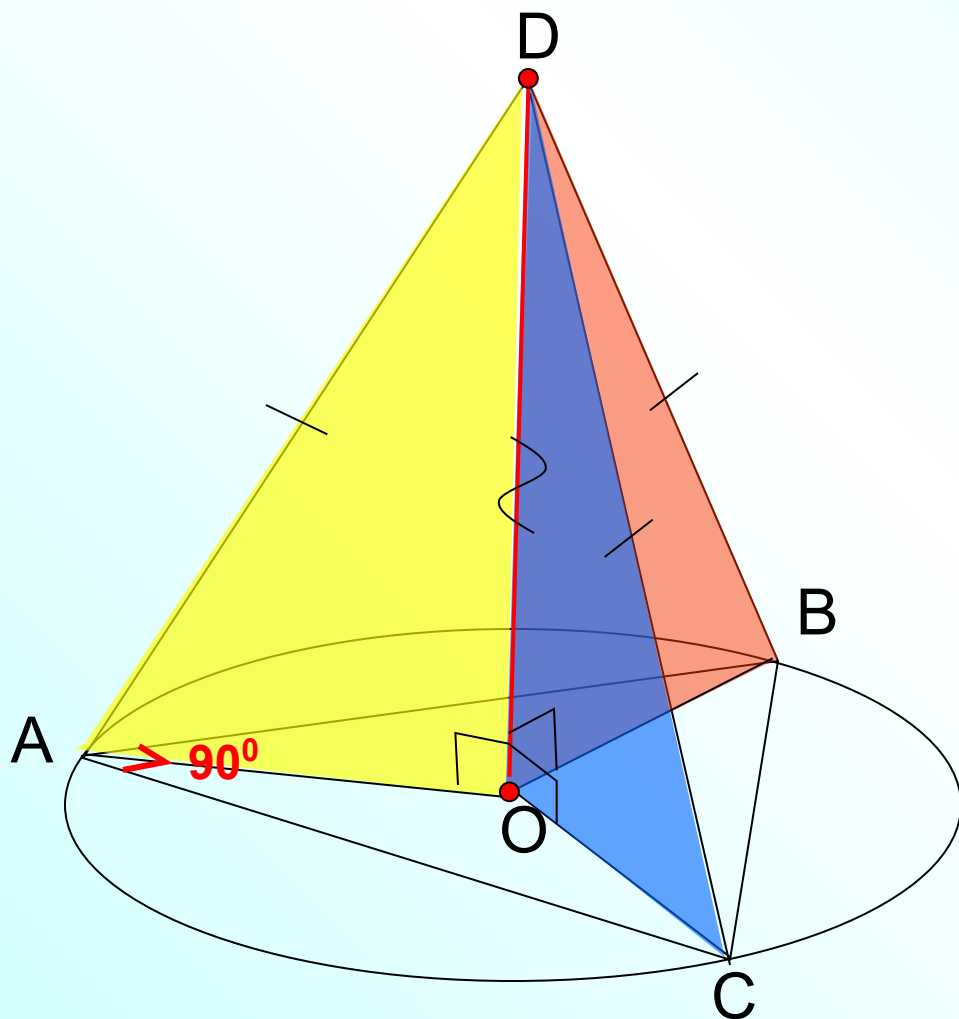


**На чертеже ошибка!**

**№ 250.** Для тупоугольного треугольника центр описанной окружности лежит во внешней области.



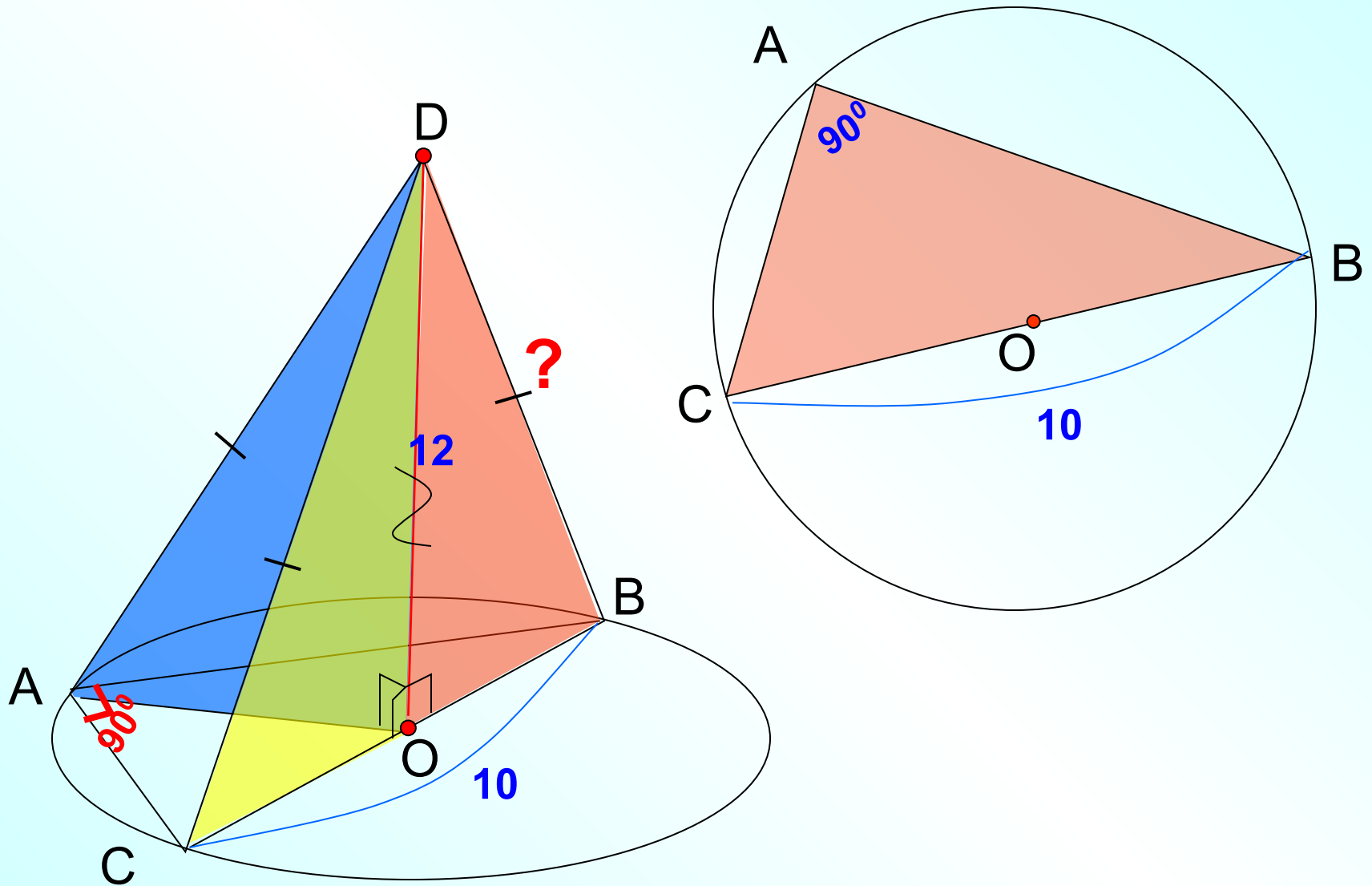
**№ 251.** Основанием пирамиды  $DABC$  является прямоугольный треугольник с гипотенузой  $BC$ . Боковые ребра пирамиды равны друг другу, а ее высота равна 12 см. Найдите боковое ребро пирамиды, если  $BC = 10$  см.



**На чертеже ошибка!**



**№ 251.** Для прямоугольного треугольника центр описанной окружности – середина гипотенузы.



# Усеченная пирамида

