

ПИРАМИДА

Геометрия
10 класс

Многогранник,
составленный из
 n -угольника $A_1A_2\dots A_n$
 n треугольников,
называется пирамидой.

n -угольная пирамида.

Многоугольник
 $A_1A_2\dots A_n$ – **основание**
пирамиды

Треугольники A_1A_2P , A_2A_3P
и т.д.

боковые грани пирамиды

Отрезки A_1P , A_2P , A_3P и т.д.
боковые ребра

Вершина

P

H

A_n

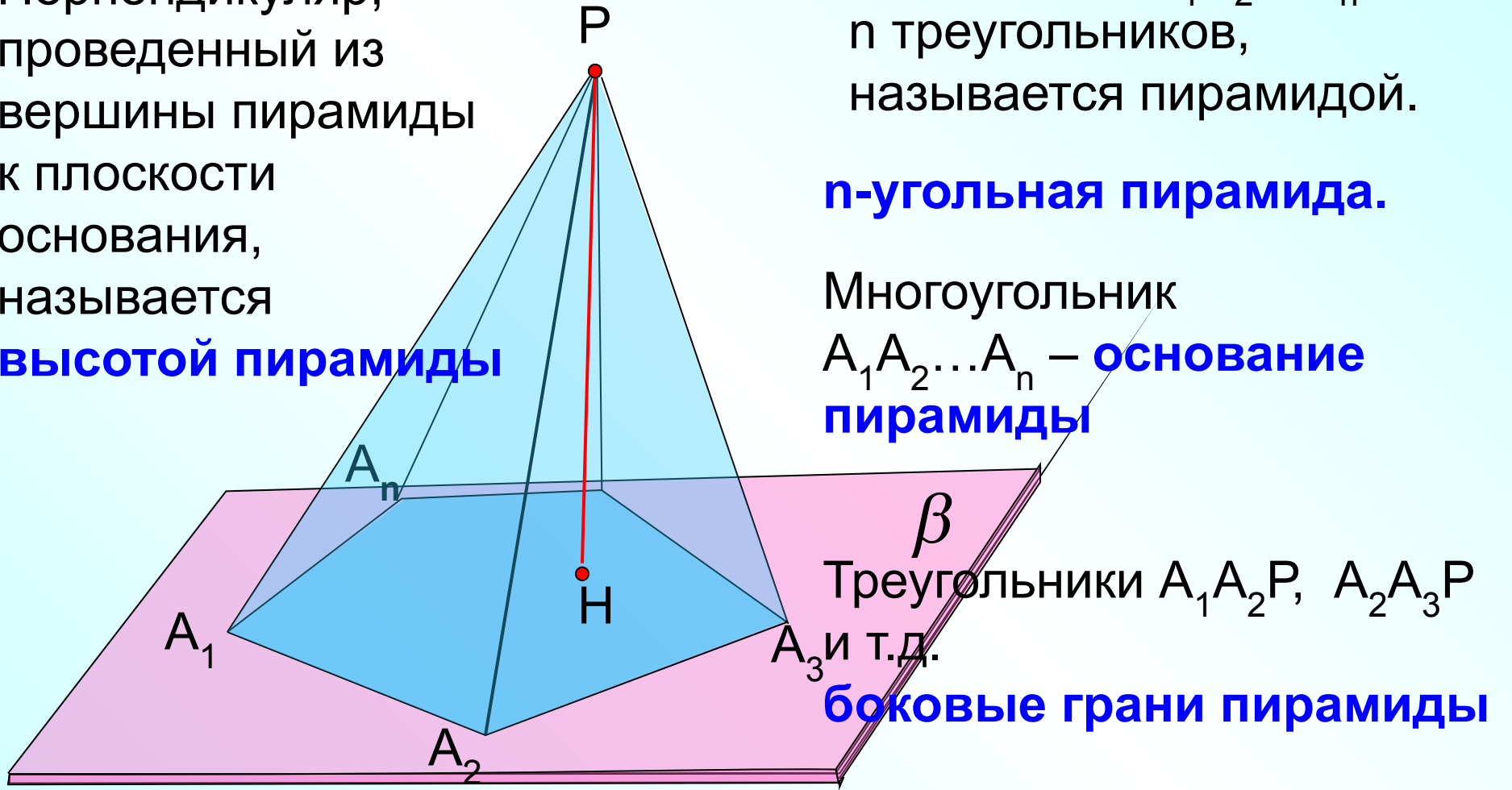
A_1

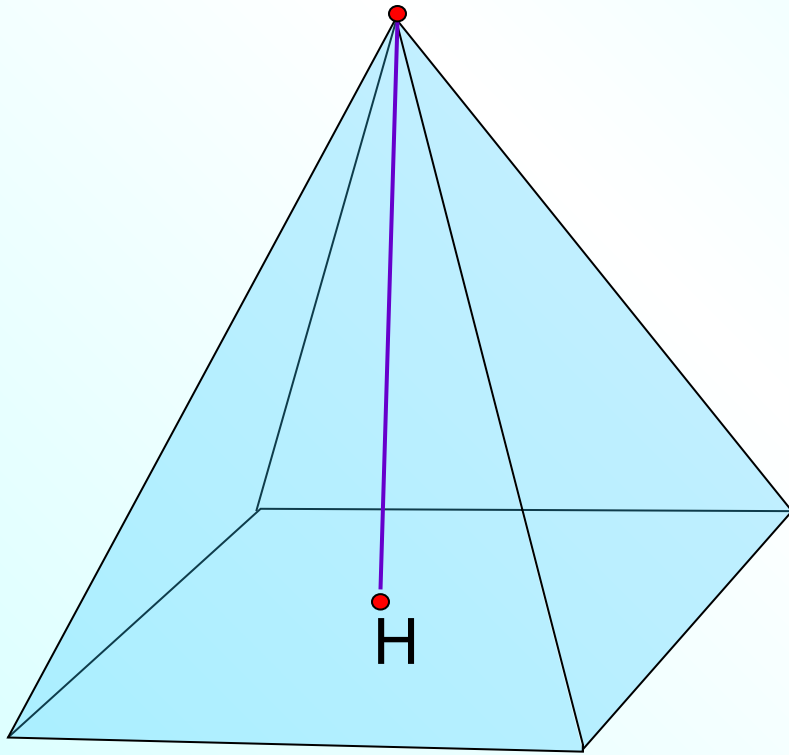
A_2

A_3

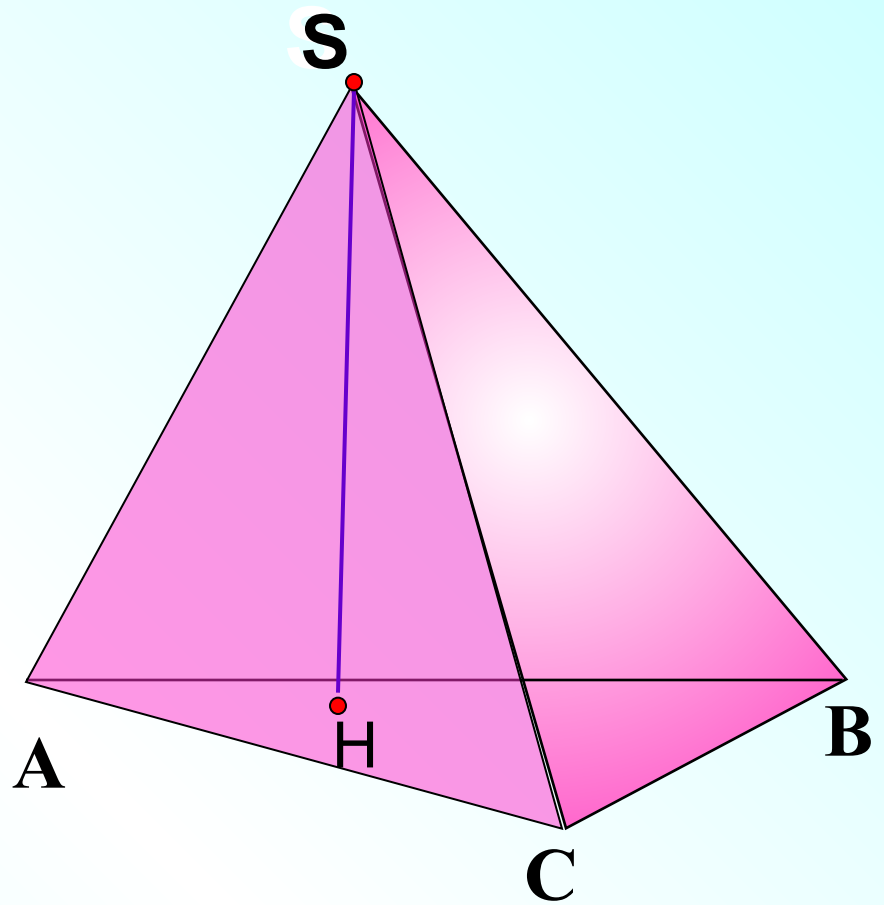
β

Перпендикуляр,
проведенный из
вершины пирамиды
к плоскости
основания,
называется
высотой пирамиды



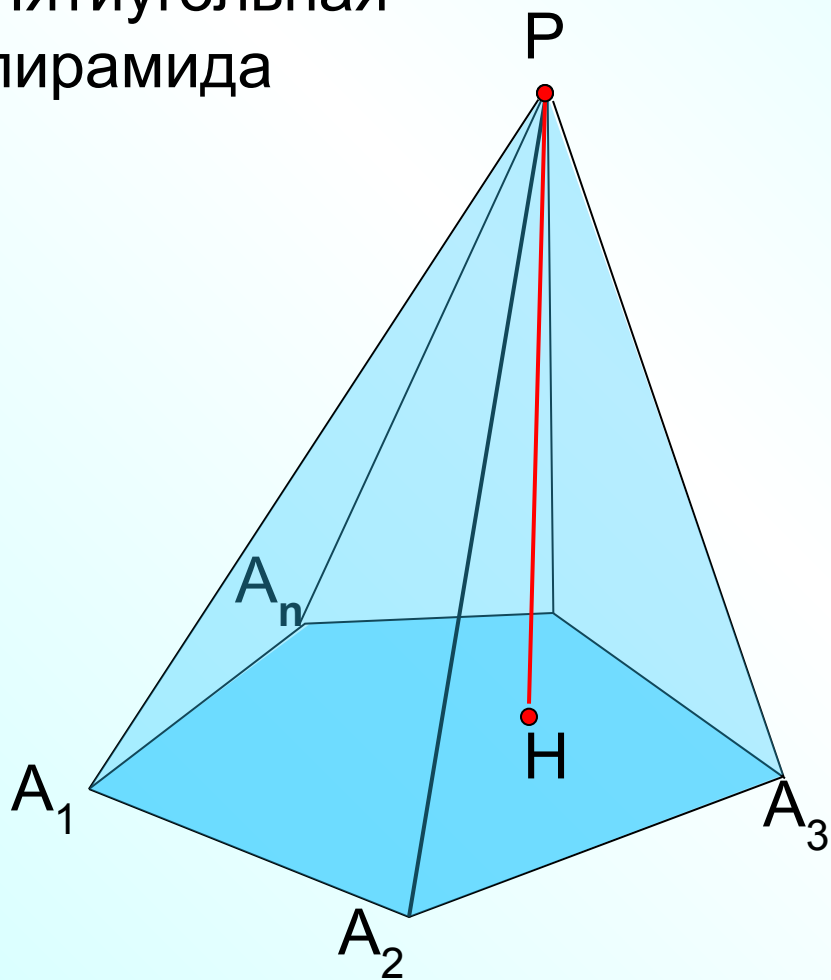


Четырехугольная пирамида

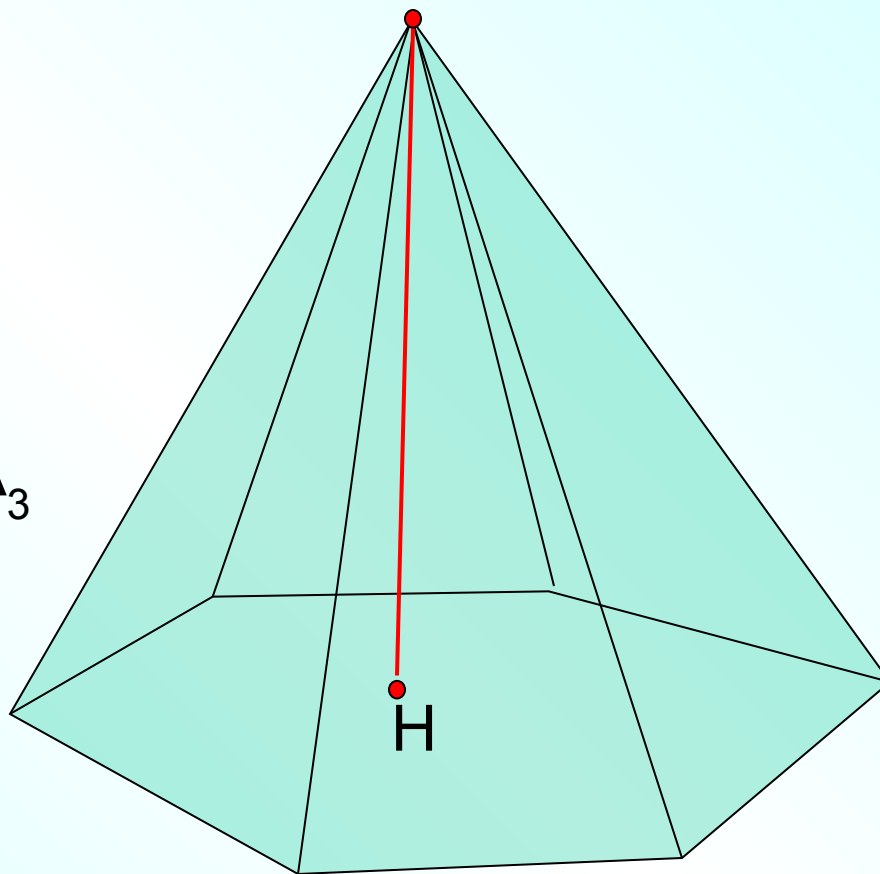


Треугольная пирамида – это **тетраэдр**

Пятиугольная пирамида



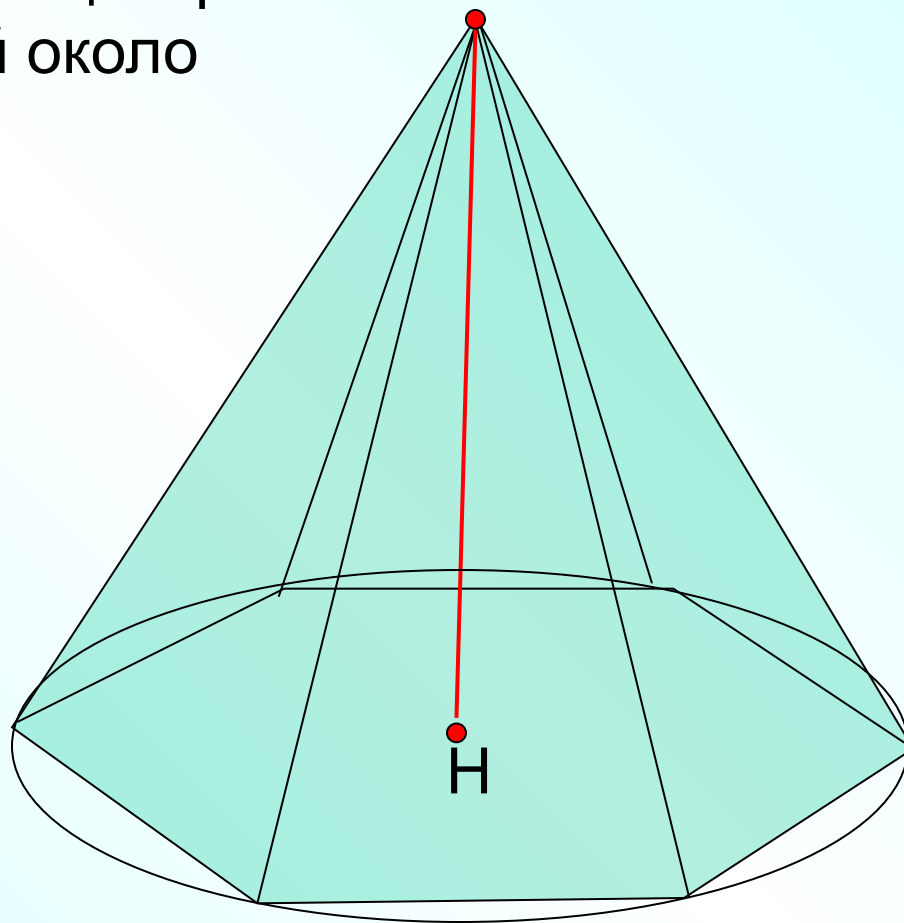
Шестиугольная пирамида



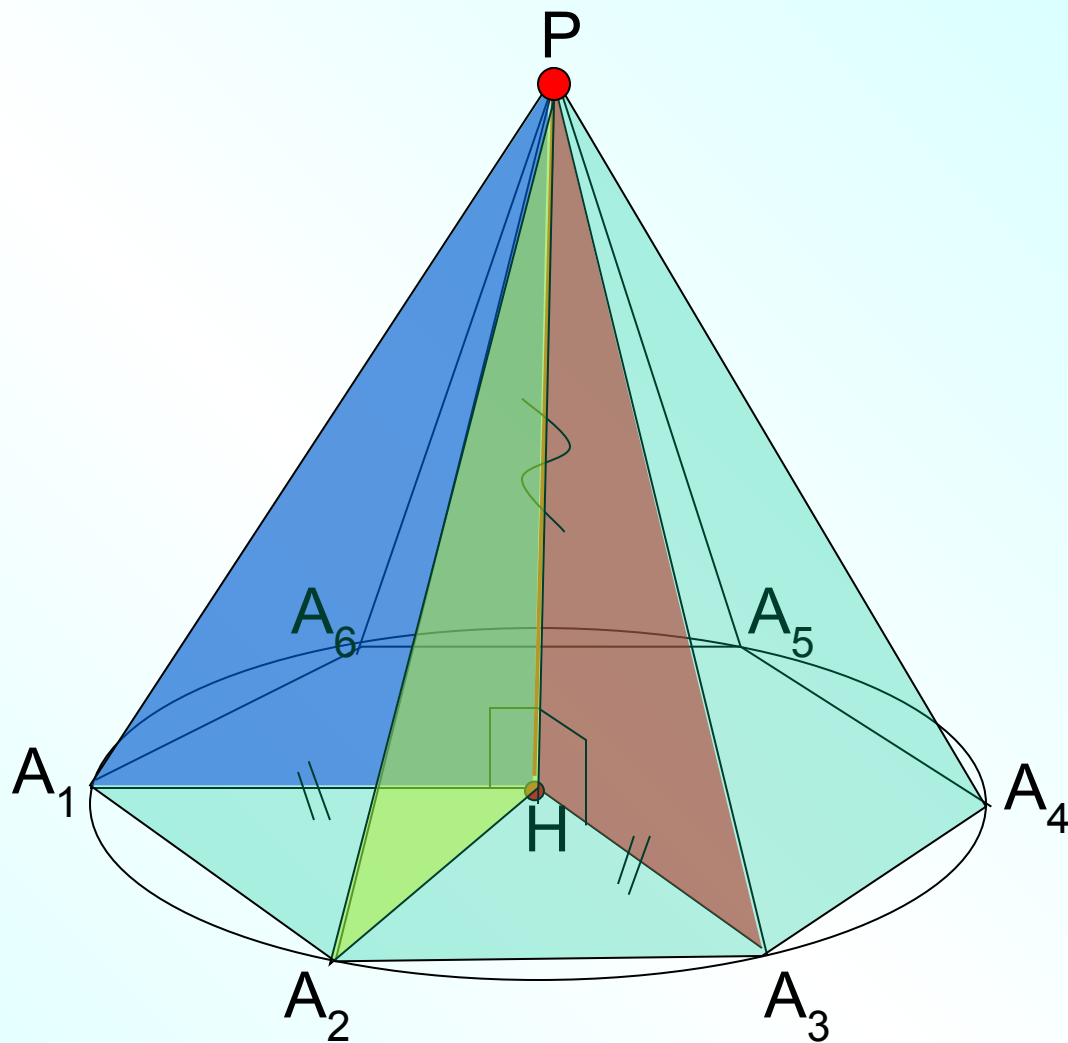
$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}}$$

Пирамида называется **правильной**, если ее основание-правильный многоугольник, а отрезок, соединяющий вершину с центром основания, является ее высотой.

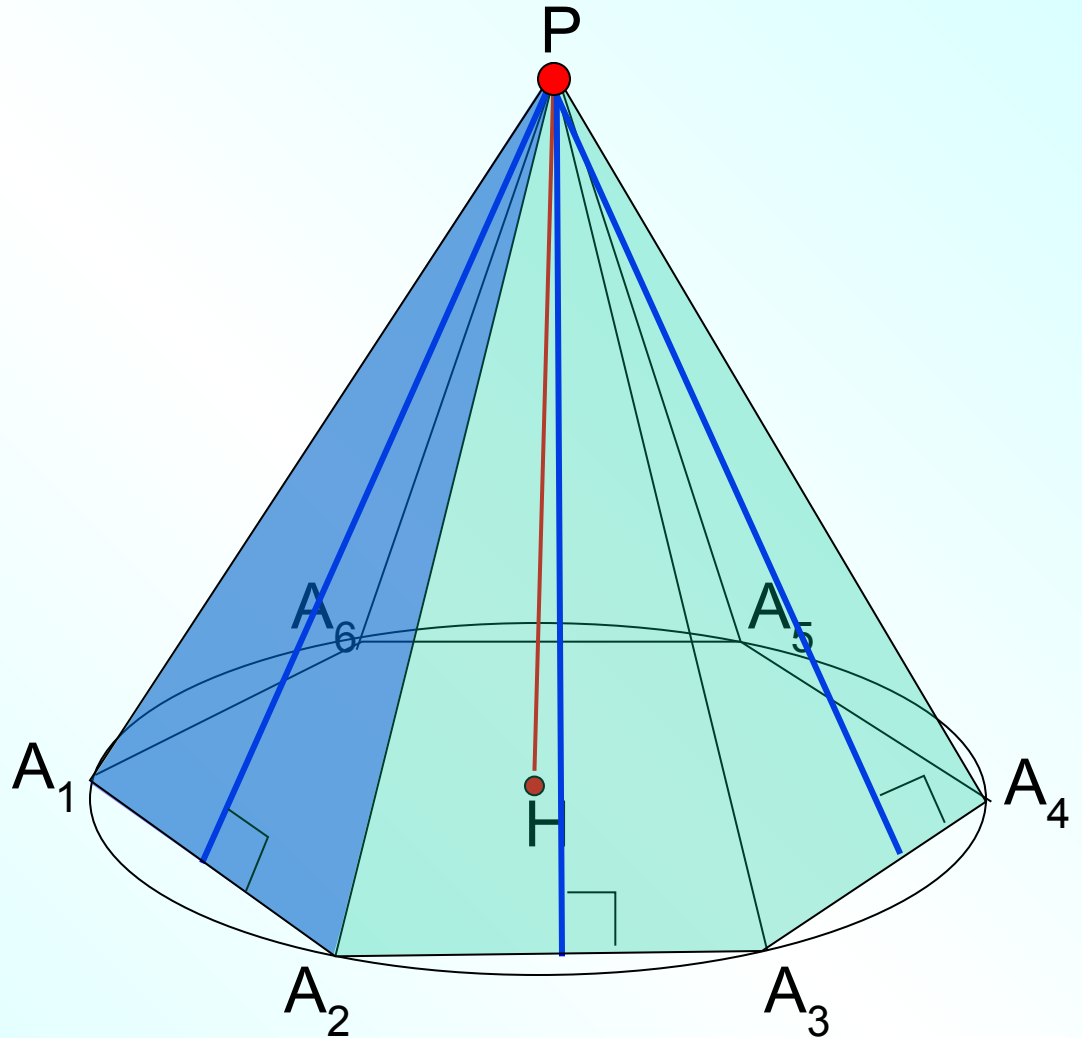
Центром правильного многоугольника называется центр вписанной (или описанной около него окружности).



Докажем, что **все боковые ребра правильной пирамиды равны, а боковые грани являются равными равнобедренными треугольниками.**

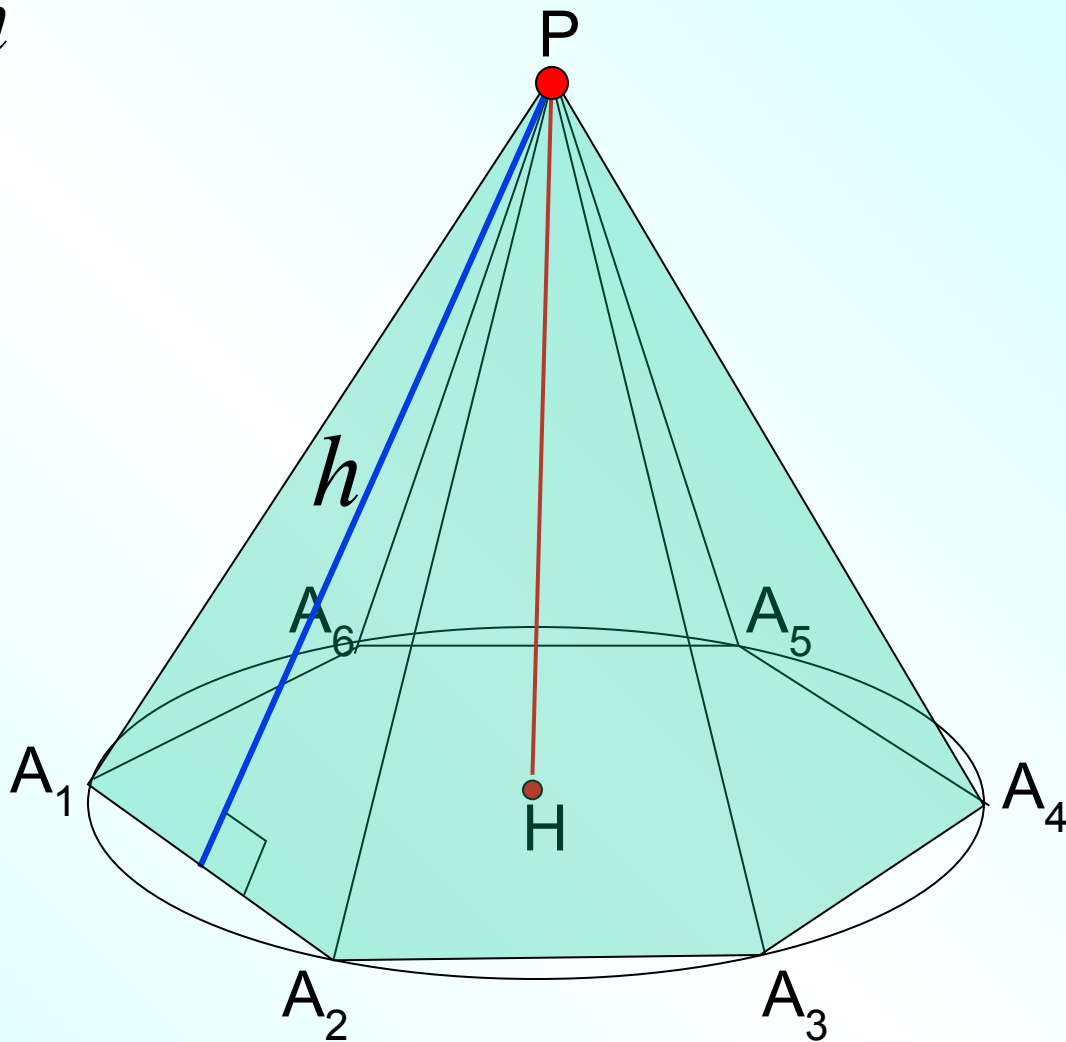


Высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины, называется **апофемой**.

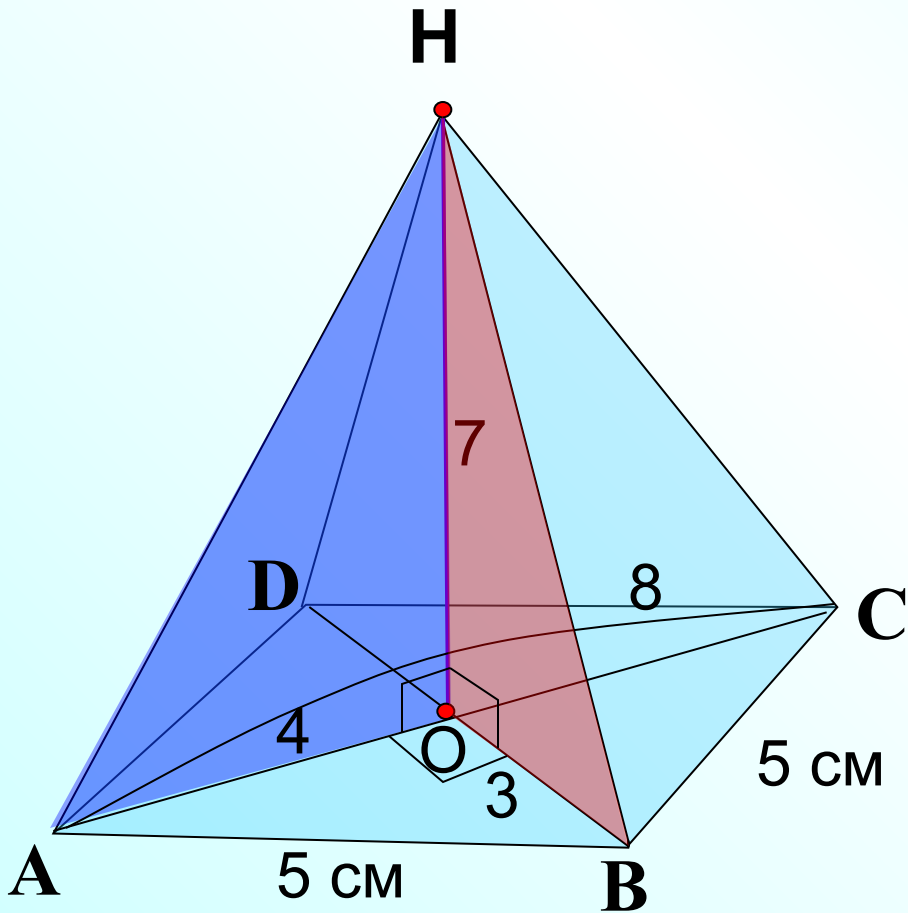


Площадь боковой поверхности правильной пирамиды
равна половине произведения периметра основания на
апофему.

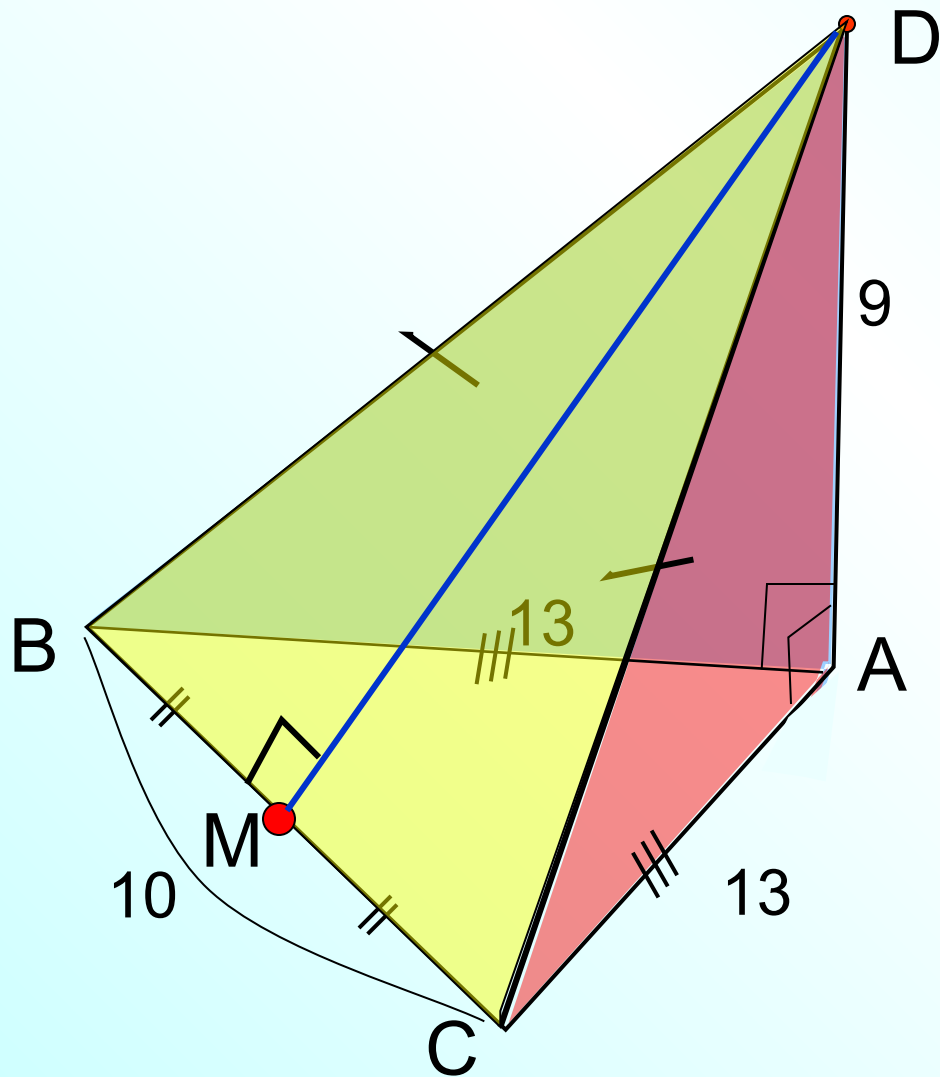
$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} P_{\text{осн}} \cdot h$$



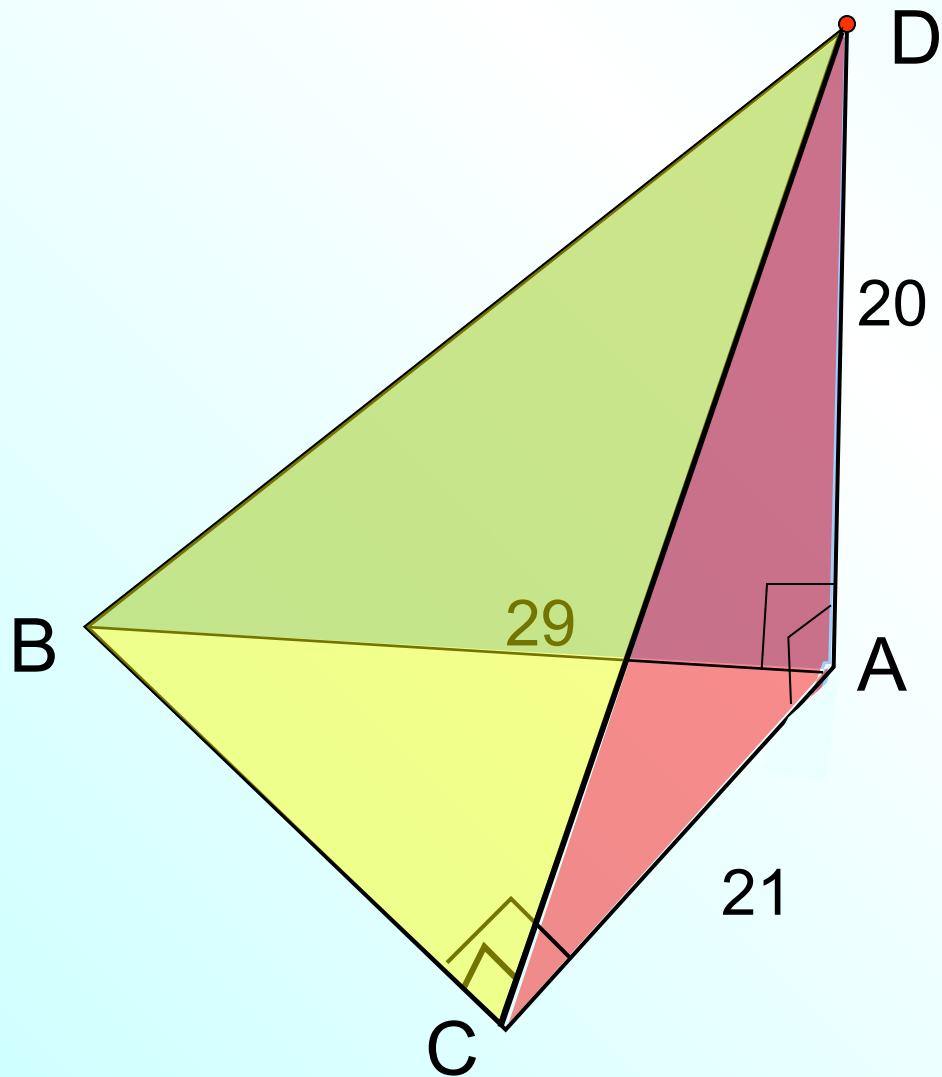
№ 239. Основанием пирамиды является ромб, сторона которого равна 5 см, а одна из диагоналей 8 см. Найдите боковые ребра пирамиды, если ее высота проходит через точку пересечения диагоналей основания и равна 7 см.



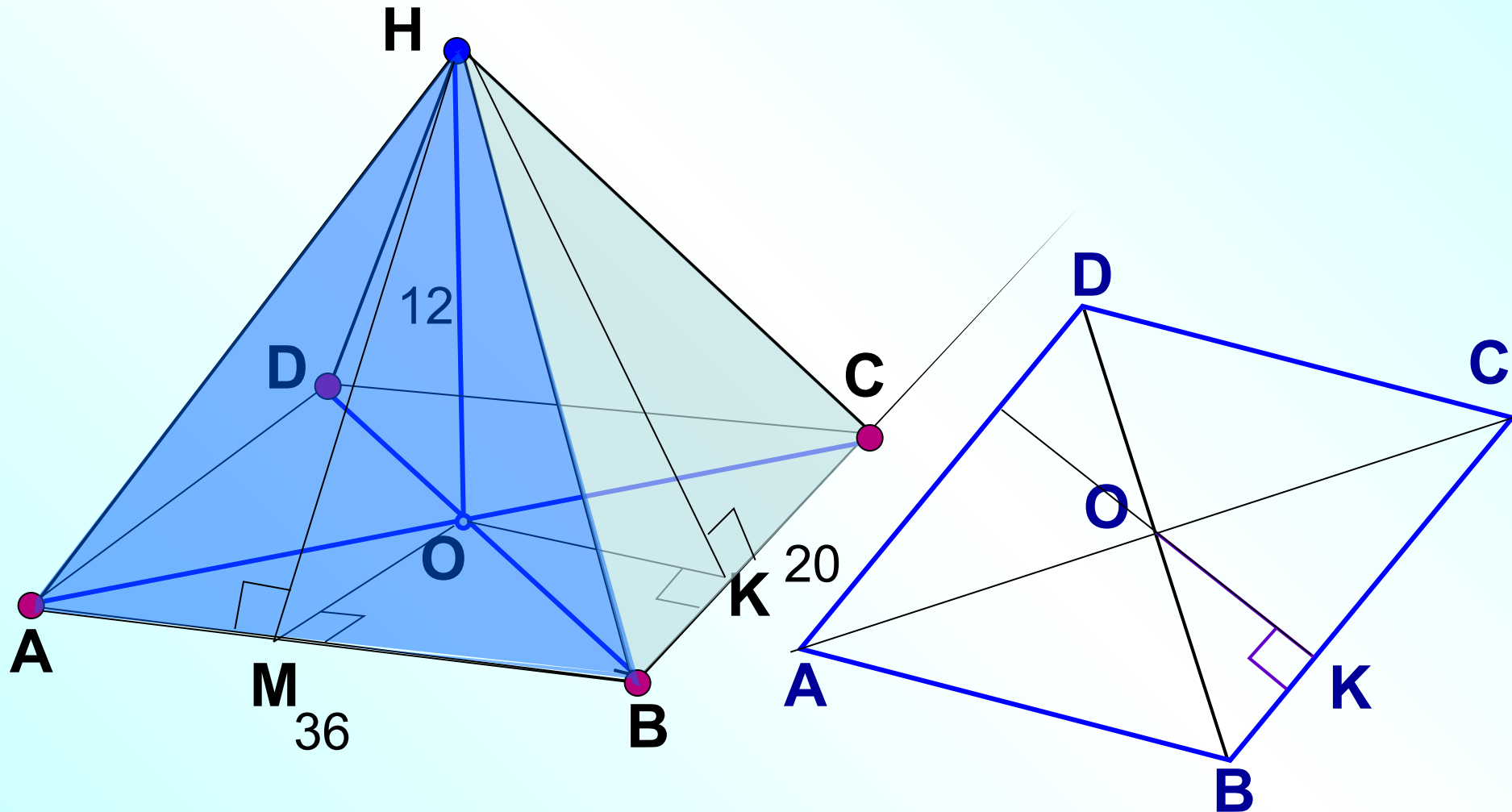
№ 243. Основанием пирамиды $DABC$ является треугольник ABC , у которого $AB = AC = 13$ см, $BC = 10$ см; ребро AD перпендикулярно к плоскости основания и равно 9 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.



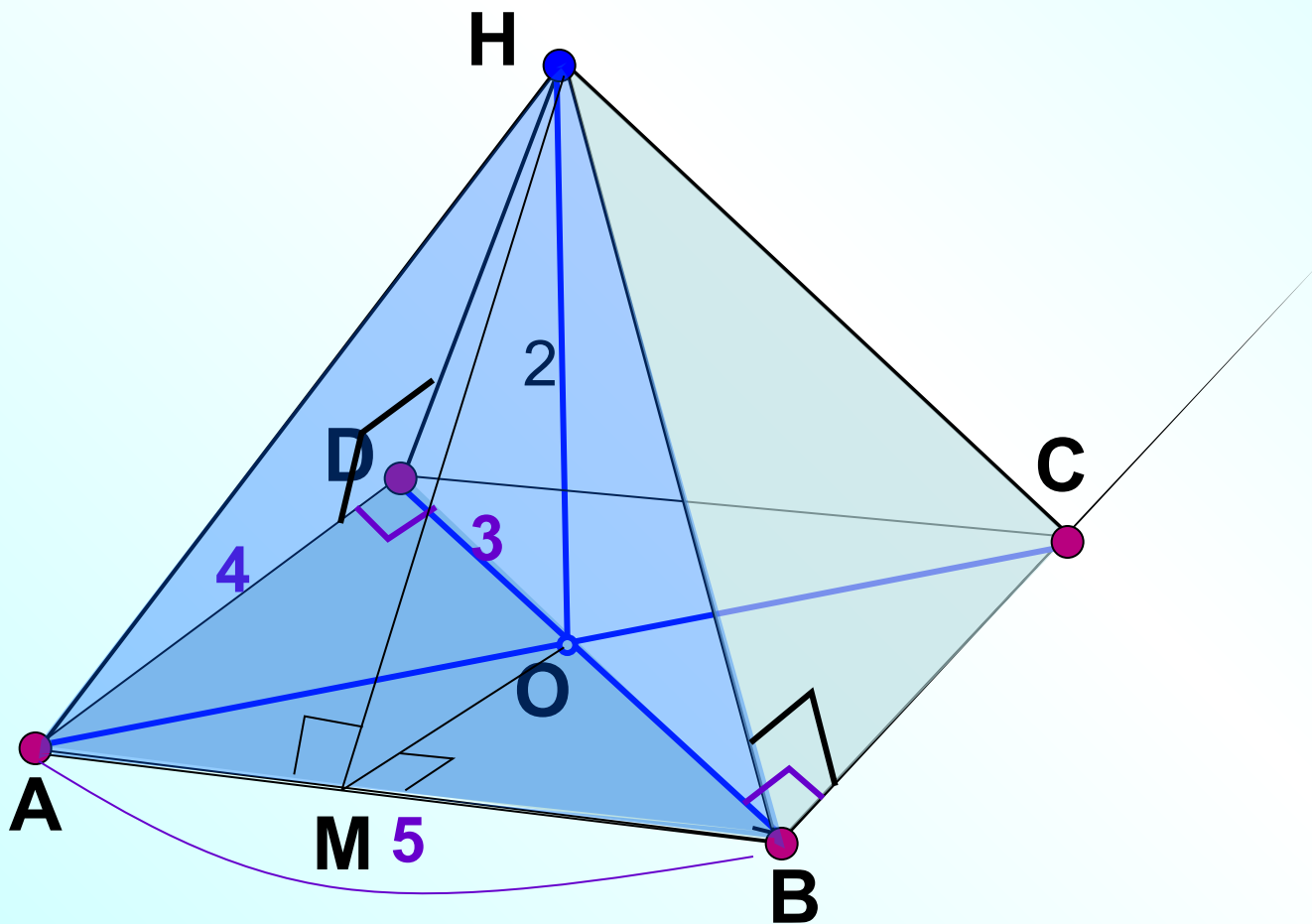
№ 244. Основанием пирамиды $DABC$ является прямоугольный треугольник ABC , у которого гипотенуза $AB = 29$ см, катет $AC = 21$ см. Ребро AD перпендикулярно к плоскости основания и равно 20 см. Найдите $S_{\text{бок.}}$



№240. Основанием пирамиды является параллелограмм, стороны которого равны 20 см и 36 см, а площадь равна 360 см^2 . Высота пирамиды проходит через точку пересечения диагоналей основания и равна 12 см. Найти $S_{\text{пп}}$.

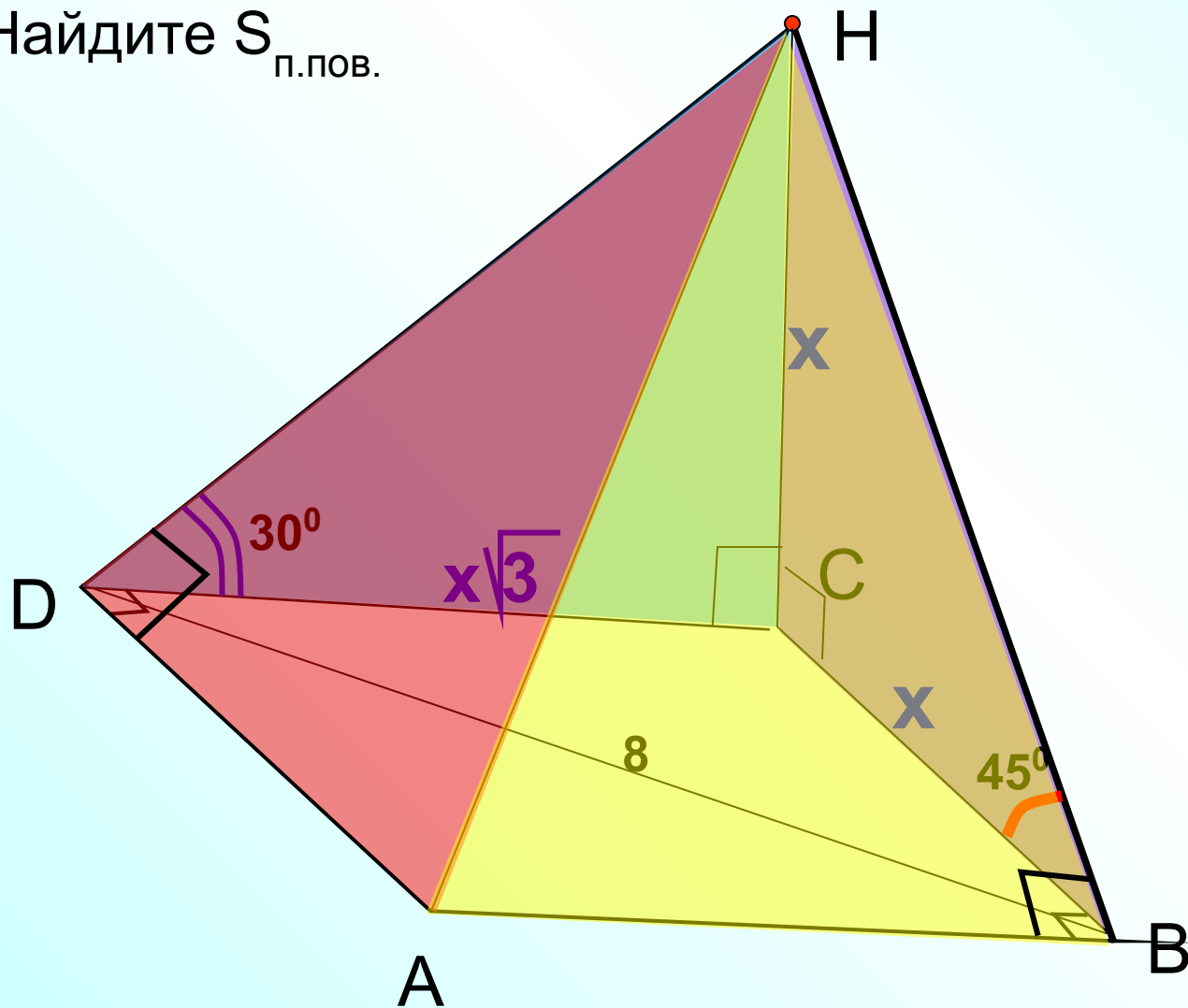


№241. Основанием пирамиды является параллелограмм, стороны которого равны 4 см и 5 см и меньшей диагональю 3 см. Высота пирамиды проходит через точку пересечения диагоналей основания и равна 2 см. Найти $S_{\text{пп}}$.



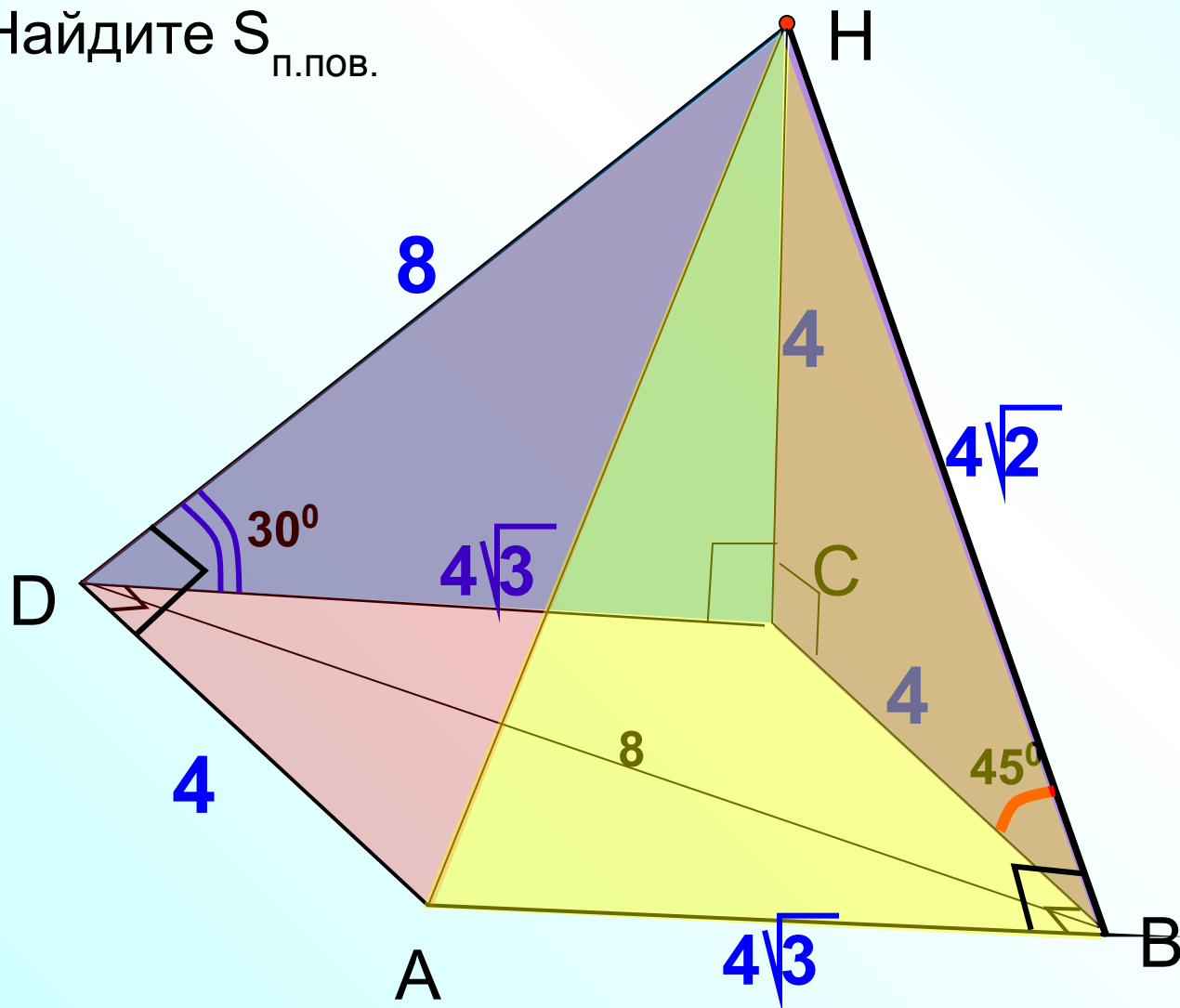
№ 245. Основанием пирамиды является прямоугольник, диагональ которого равна 8 см. Плоскости двух боковых граней перпендикулярны к плоскости основания, а две другие боковые грани образуют с основанием углы в 30° и 45° .

Найдите $S_{\text{п.пов.}}$



№ 245. Основанием пирамиды является прямоугольник, диагональ которого равна 8 см. Плоскости двух боковых граней перпендикулярны к плоскости основания, а две другие боковые грани образуют с основанием углы в 30° и 45° .

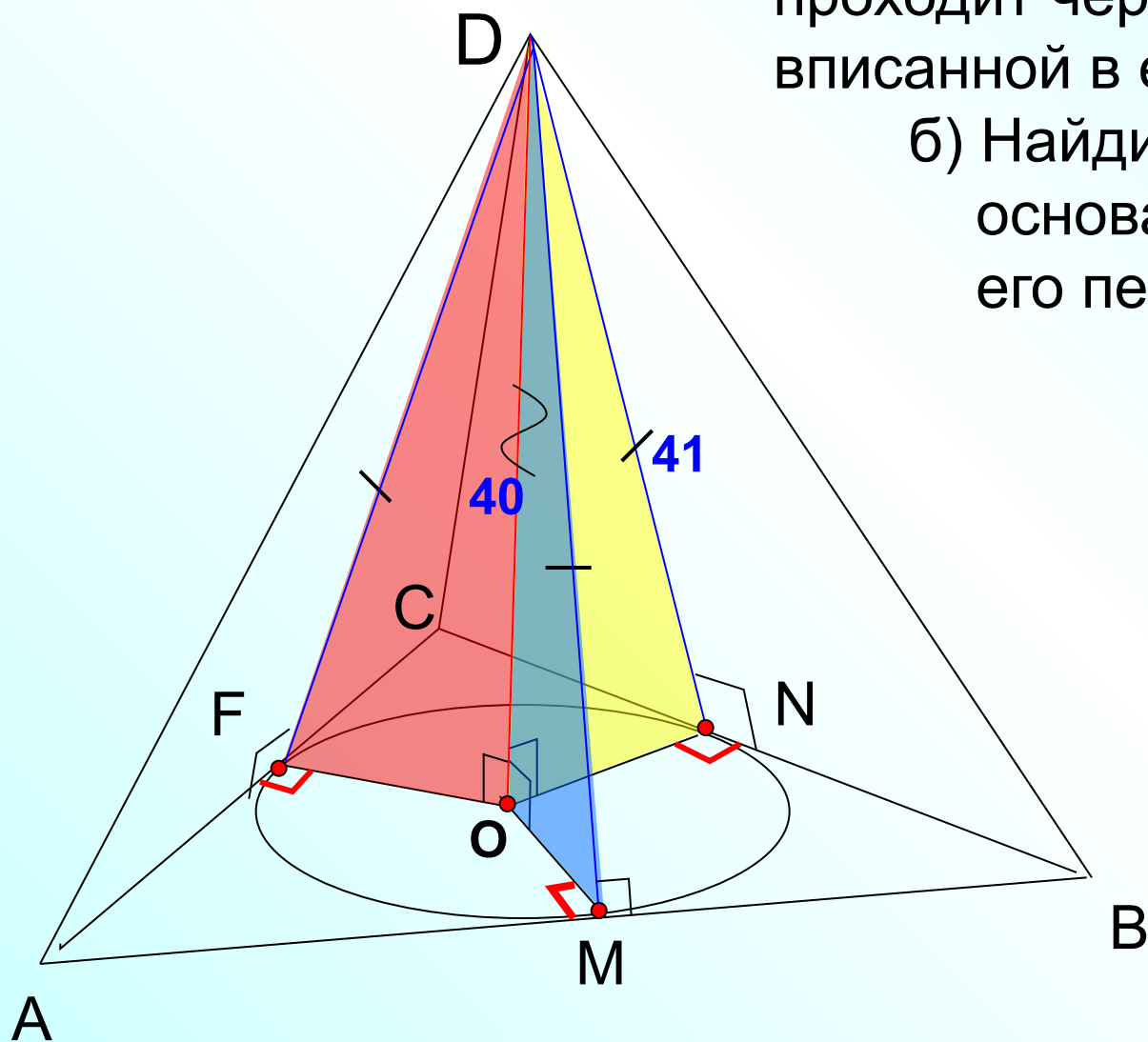
Найдите $S_{\text{п.пов.}}$



Повторим

№ 246. Высота треугольной пирамиды равна 40 см, а высота каждой боковой грани, проведенная из вершины пирамиды, равна 41 см. а) Докажите, что высота пирамиды проходит через центр окружности, вписанной в ее основание.

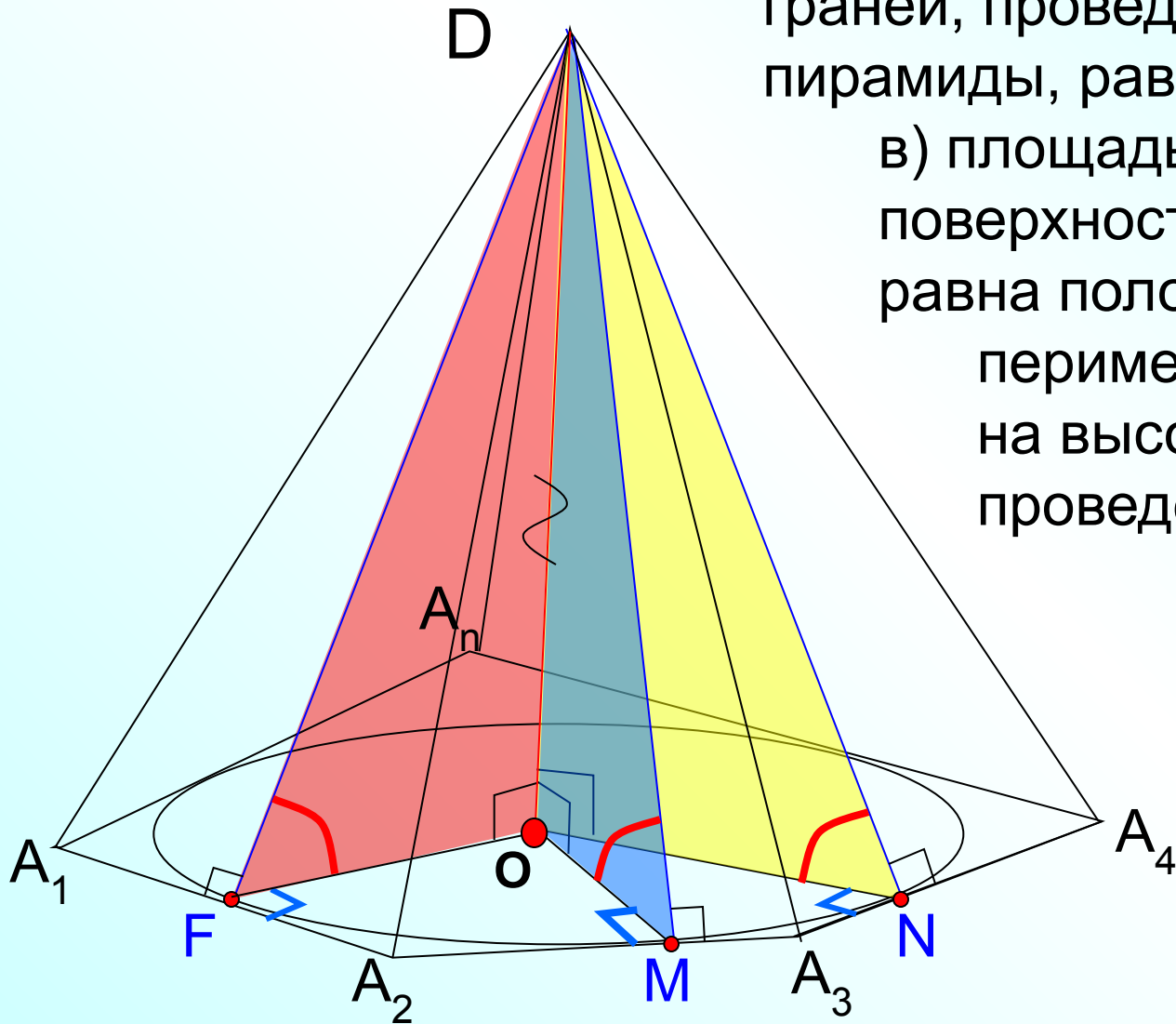
б) Найдите площадь основания пирамиды, если его периметр равен 42 см.



№ 247. Двугранные углы при основании пирамиды равны.

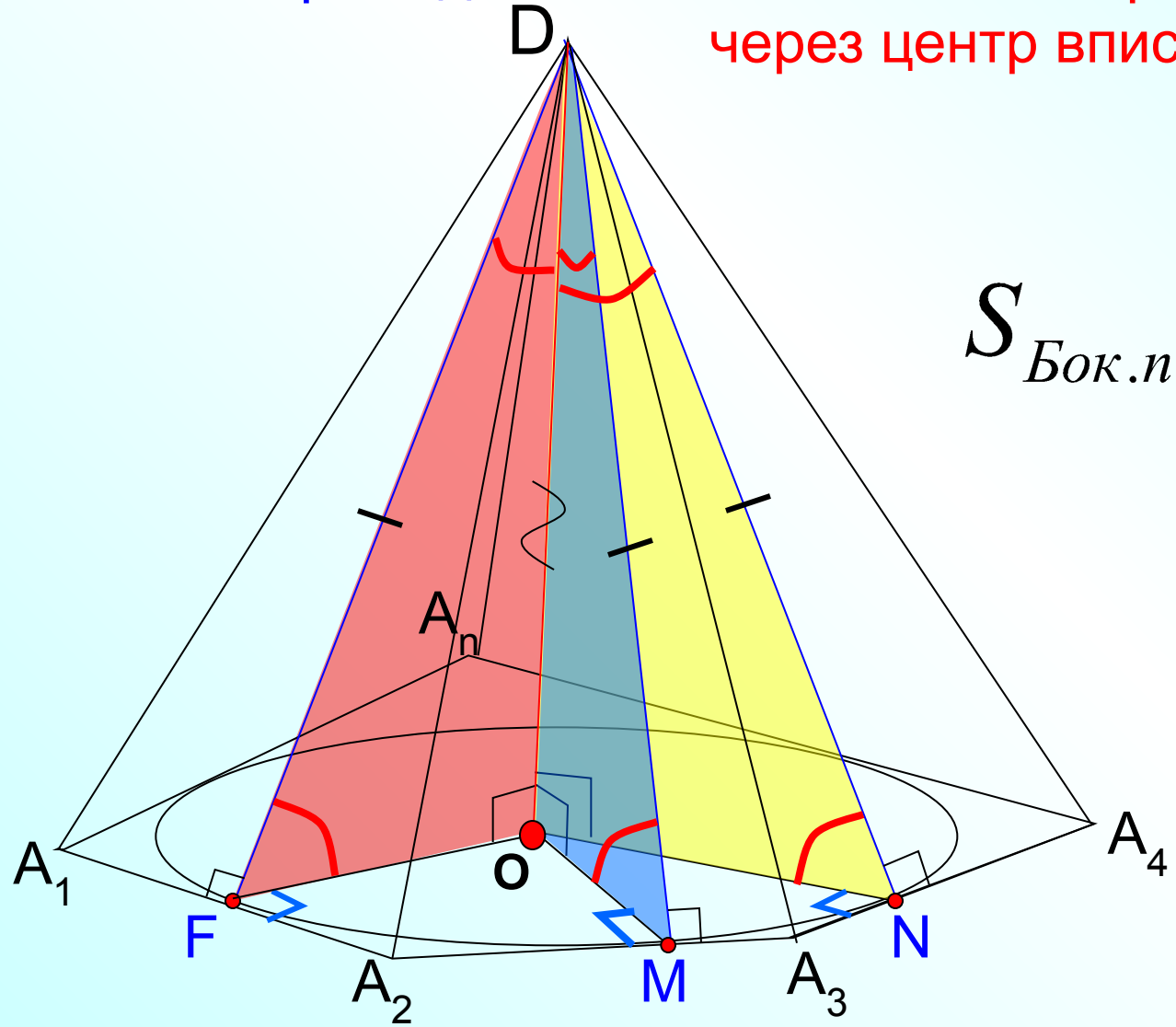
Докажите, что: а) высота пирамиды проходит через центр окружности, вписанной в основание; б) высоты всех боковых граней, проведенные из вершины пирамиды, равны;

в) площадь боковой поверхности пирамиды равна половине произведения периметра основания на высоту боковой грани, проведенную из вершины.



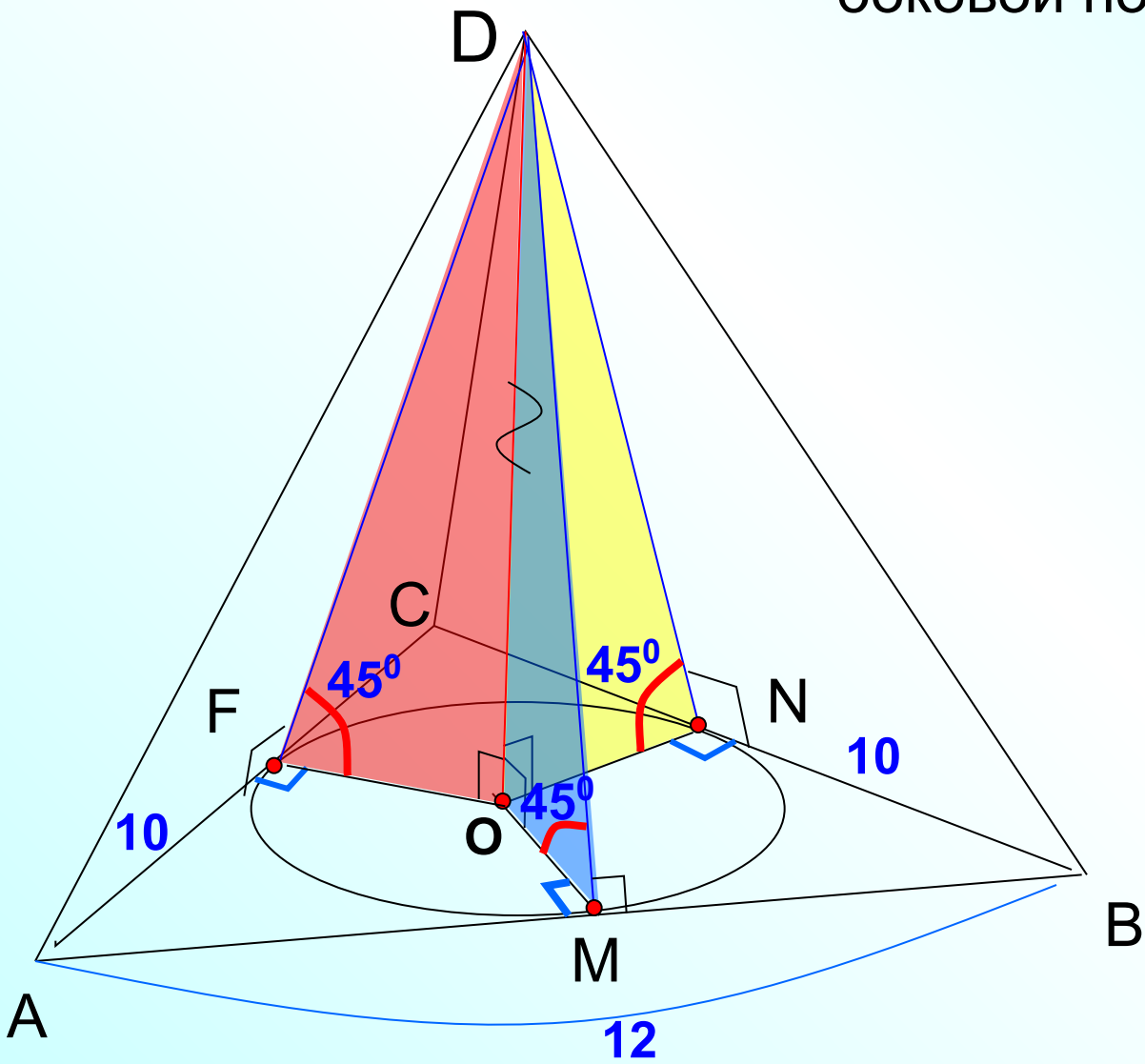
- Если двугранные углы при основании пирамиды равны.
- Если высоты боковых граней равны
- Если высоты боковых граней составляют равные углы с высотой пирамиды.

Высота пирамиды проходит через центр вписанной окружности.

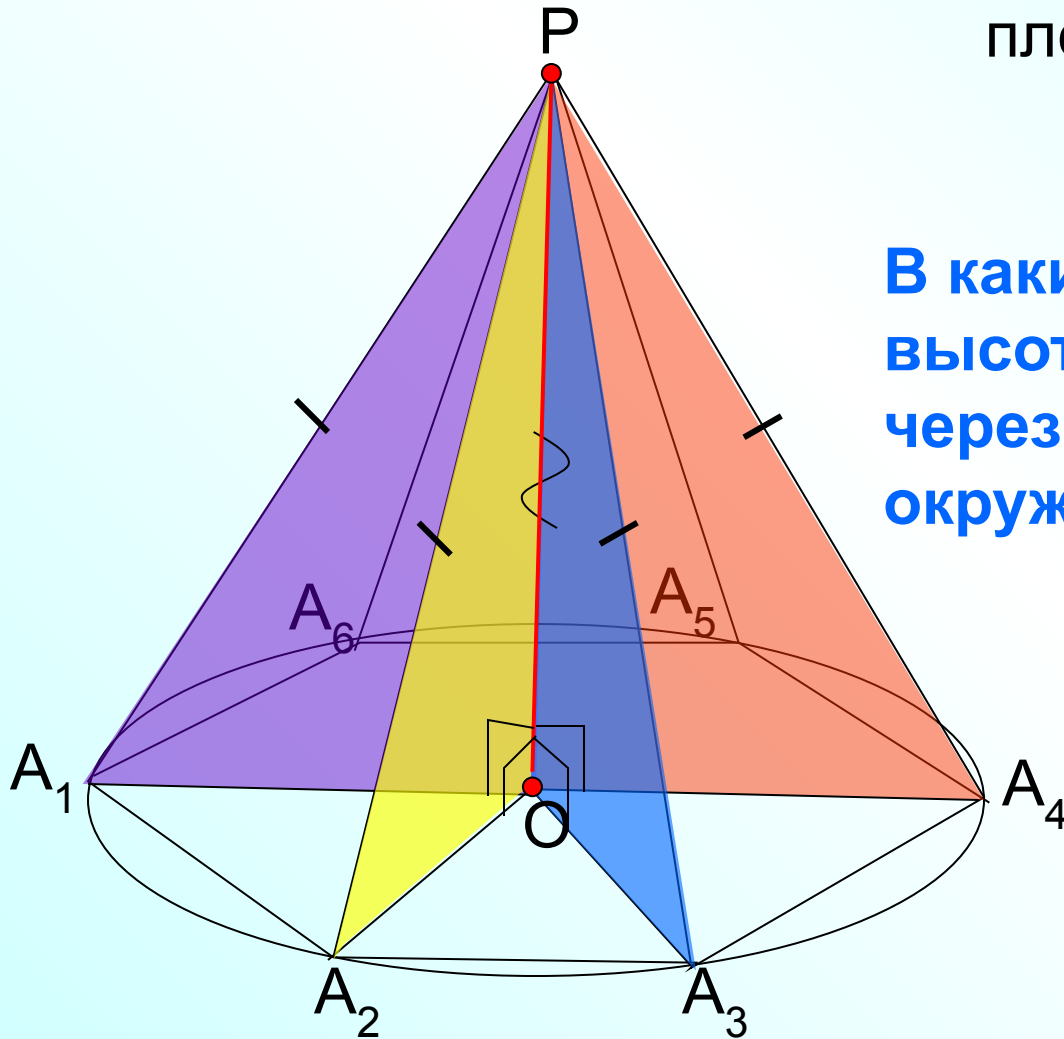


$$S_{\text{Бок.п.}} = \frac{1}{2} P_{\text{осн.}} h$$

№ 248. Основанием пирамиды является треугольник с сторонами 12 см, 10 см и 10 см. Каждая боковая грань наклонена к основанию под углом 45° . Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.



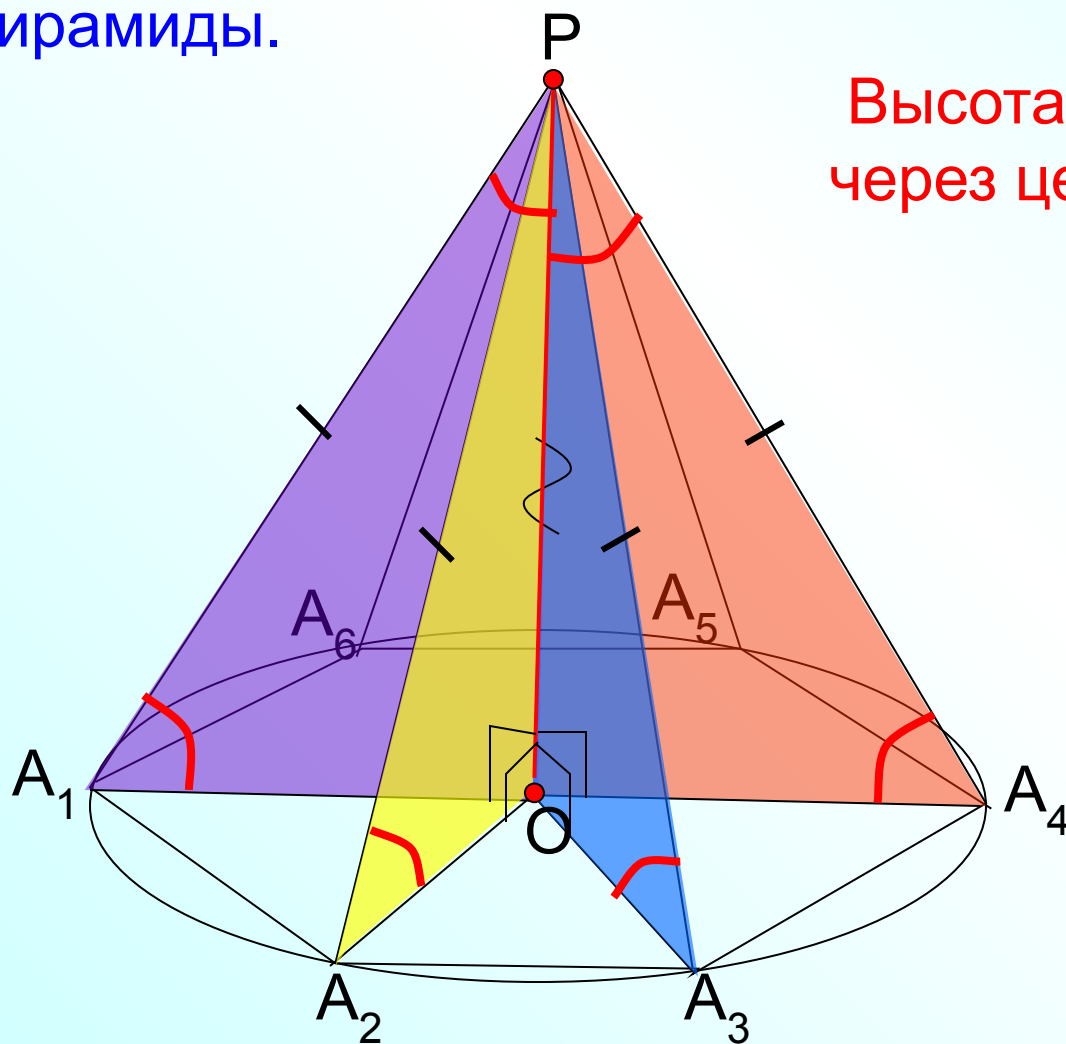
№ 249. В пирамиде все боковые ребра равны между собой. Докажите, что: а) высота пирамиды проходит через центр окружности, описанной около основания; б) все боковые ребра составляют равные углы с плоскостью основания.



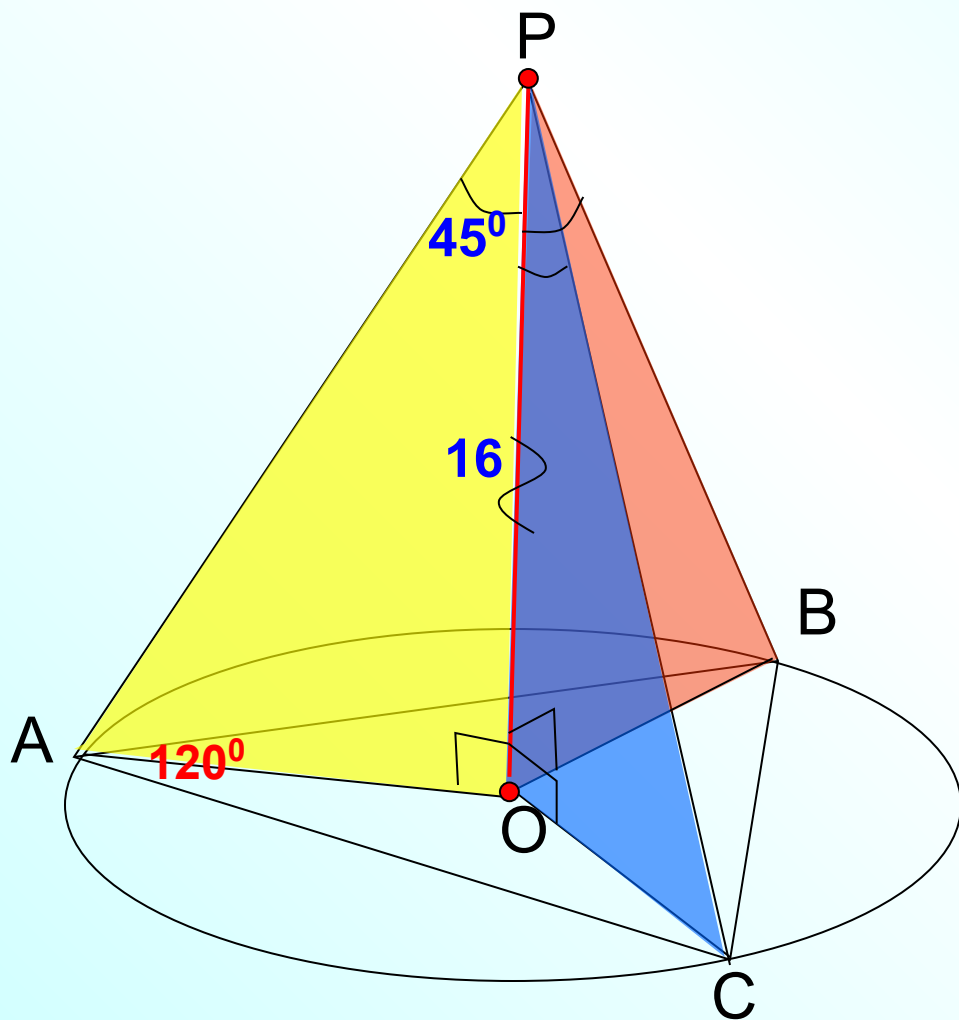
В каких еще случаях высота пирамиды пройдет через центр описанной окружности?

- Если боковые ребра равны.
- Если все боковые ребра составляют равные углы с плоскостью основания.
- Если все боковые ребра составляют равные углы с высотой пирамиды.

Высота пирамиды проходит через центр опис. окружности.

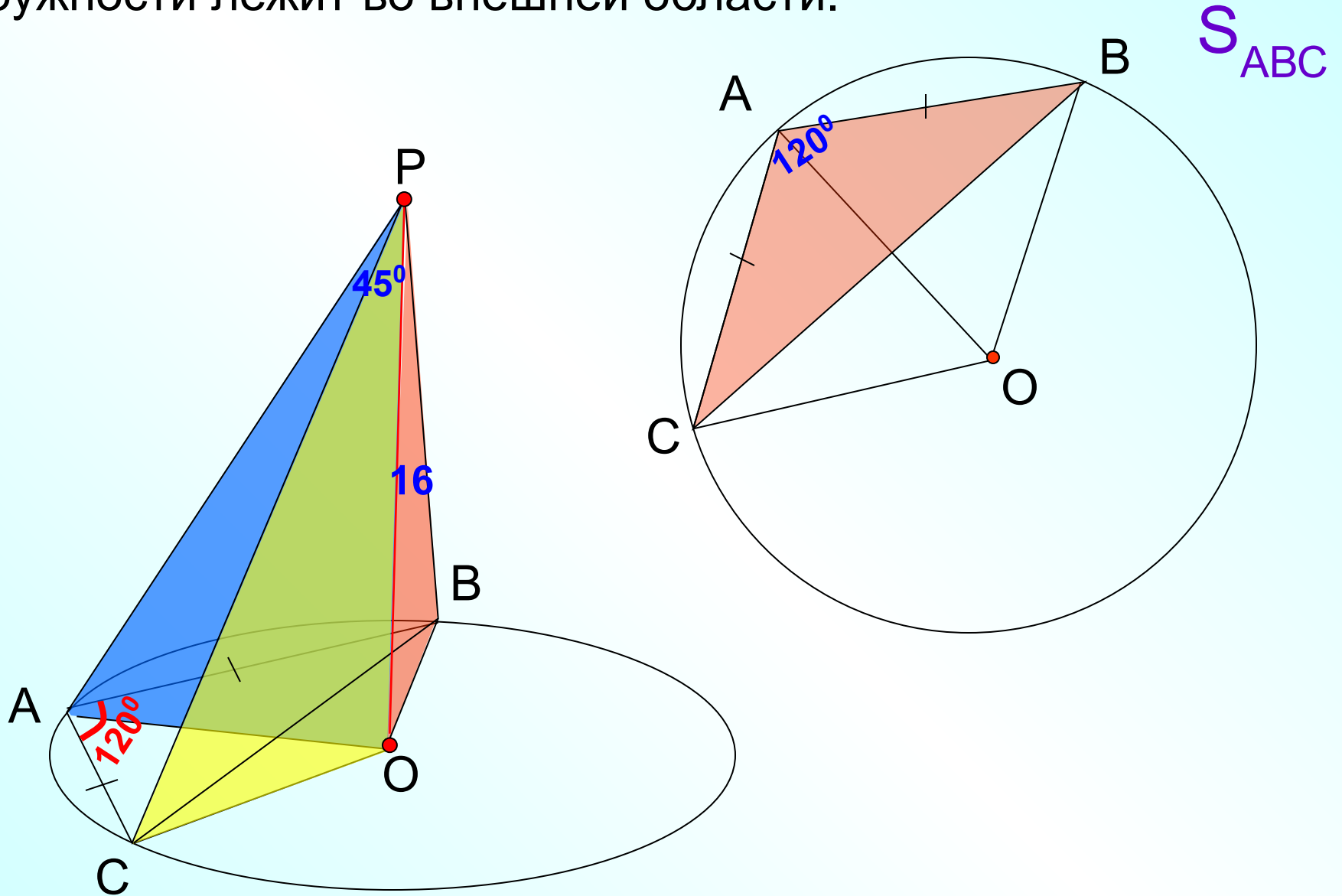


№ 250. Основанием пирамиды является равнобедренный треугольник с углом 120° . Боковые ребра образуют с ее высотой, равной 16 см, углы в 45° . Найдите площадь основания пирамиды.

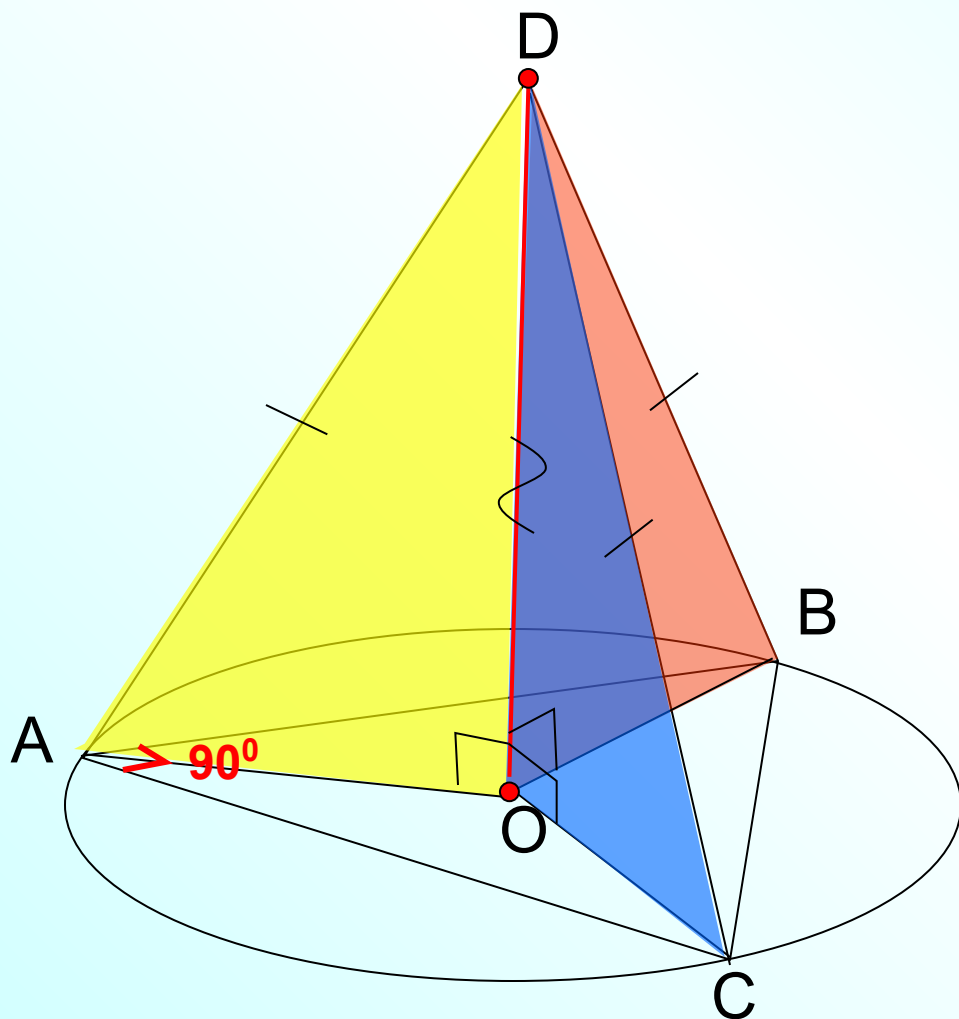


На чертеже ошибка!

№ 250. Для тупоугольного треугольника центр описанной окружности лежит во внешней области.

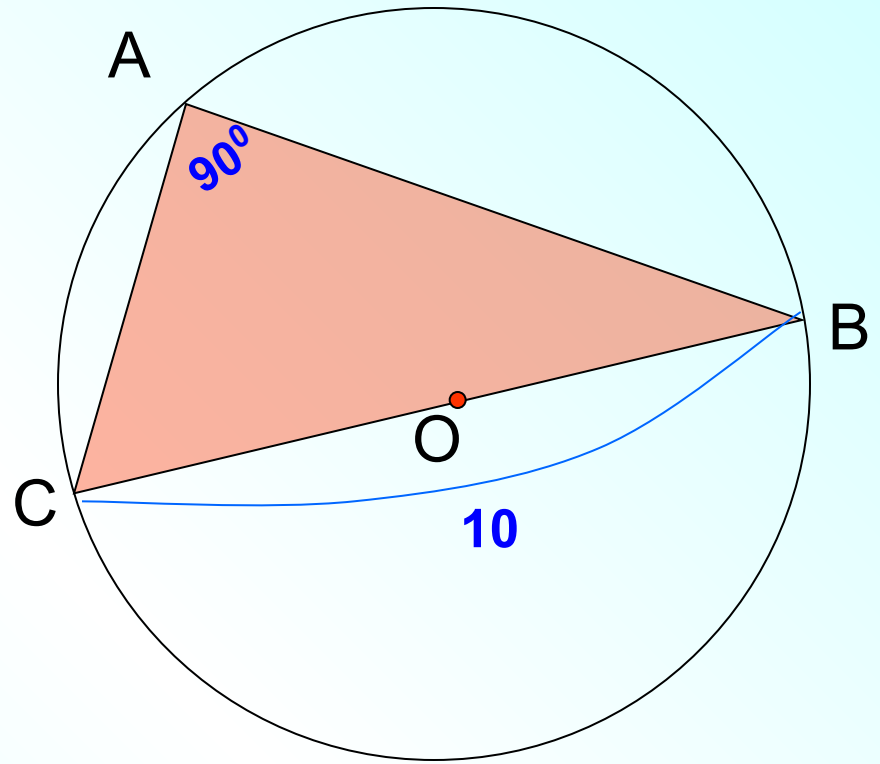
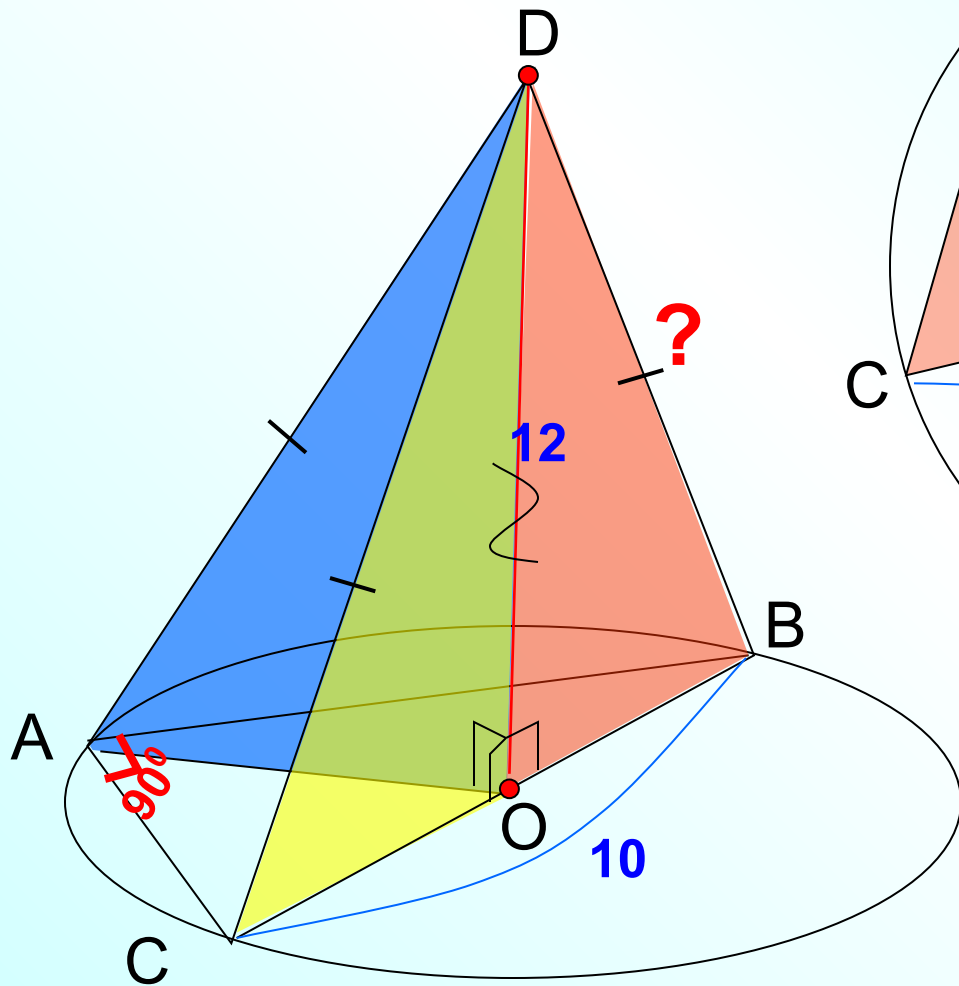


№ 251. Основанием пирамиды $DABC$ является прямоугольный треугольник с гипотенузой BC . Боковые ребра пирамиды равны друг другу, а ее высота равна 12 см. Найдите боковое ребро пирамиды, если $BC = 10$ см.



На чертеже ошибка!

№ 251. Для прямоугольного треугольника центр описанной окружности – середина гипотенузы.



Усеченная пирамида

