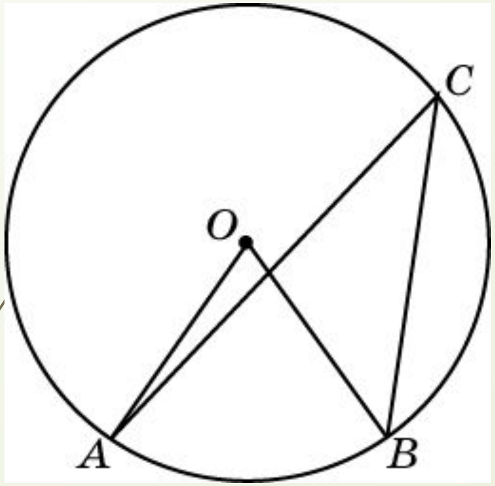
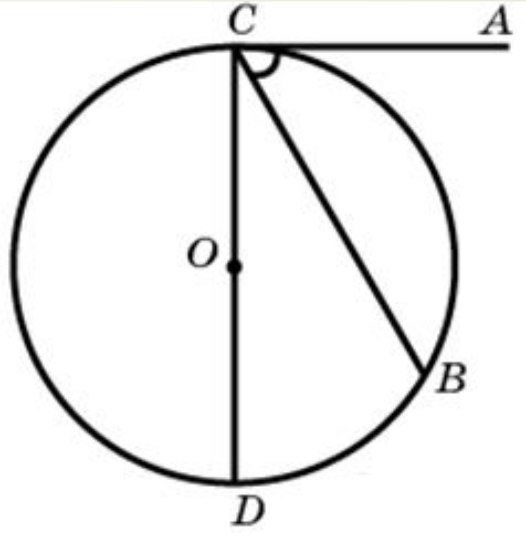
Углы и отрезки, связанные с окружностью

I. Углы, связанные с окружностью

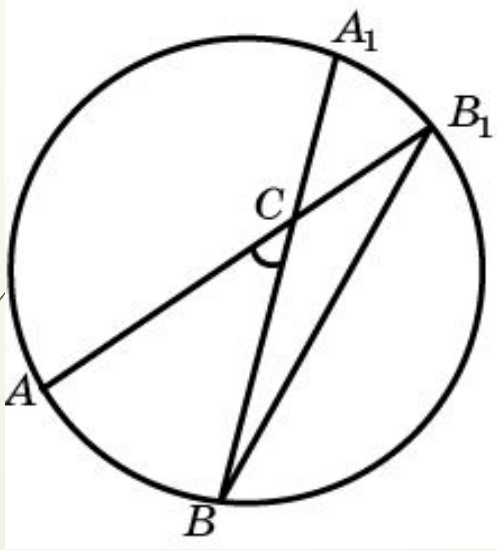
Теорема 1. Вписанный угол равен половине центрального угла, опирающегося на ту же дугу окружности.

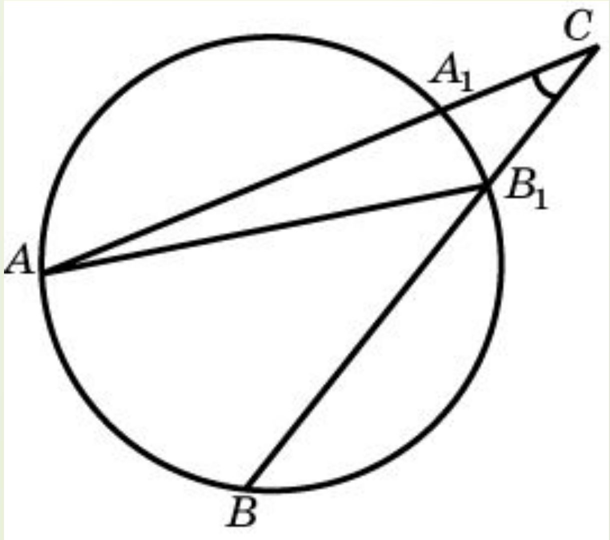




Теорема 2. Угол между касательной к окружности и хордой, проведенной через точку касания, измеряется половиной дуги окружности, заключенной внутри этого угла.

Теорема 3. Угол с вершиной внутри круга измеряется полусуммой дуг, на которые опираются данный угол и вертикальный с ним угол.





Теорема 4. Угол с вершиной вне круга, стороны которого пересекают окружность, измеряется полуразностью дуг окружности, заключенных внутри этого угла.

Упражнения

1. Чему равен вписанный угол, опирающийся на диаметр окружности?

2. Чему равен острый вписанный угол, опирающийся на хорду, равную радиусу окружности?

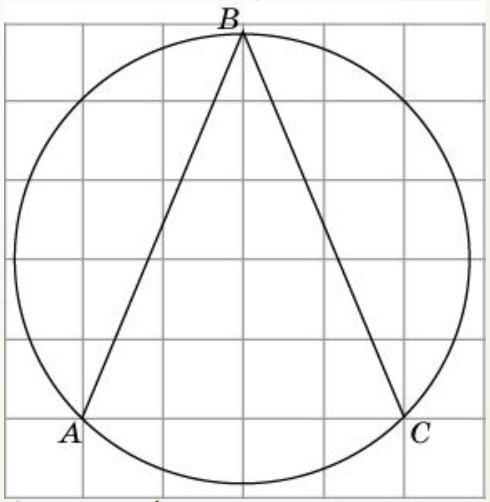
3. Чему равен тупой вписанный угол, опирающийся на хорду, равную радиусу окружности?

4. Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, которая составляет 20% окружности.

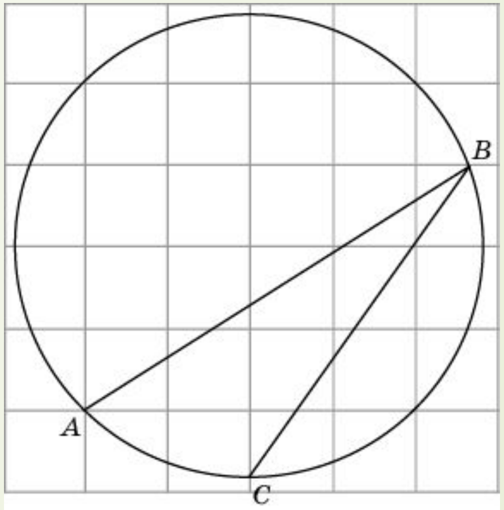
5. Через концы A, B дуги окружности в 62° проведены касательные AC и BC. Найдите угол ACB.

6. Найдите угол ACB, если его стороны CA и CB касаются окружности, а дуга $\overset{\frown}{AB}$ окружности, заключенная внутри этого угла, равна 132°.

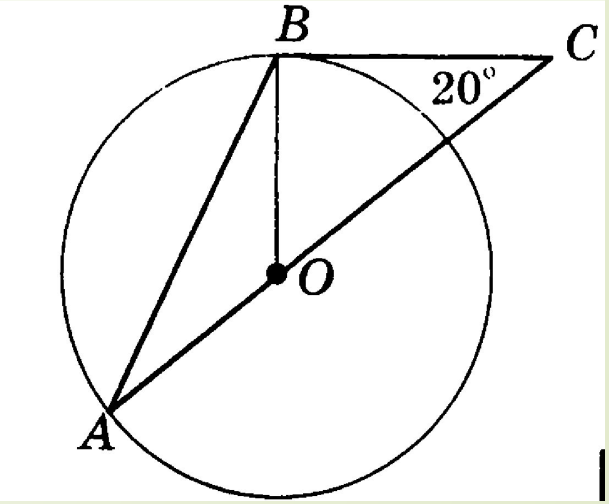
Найдите величину угла ABC



Ответ: 45°

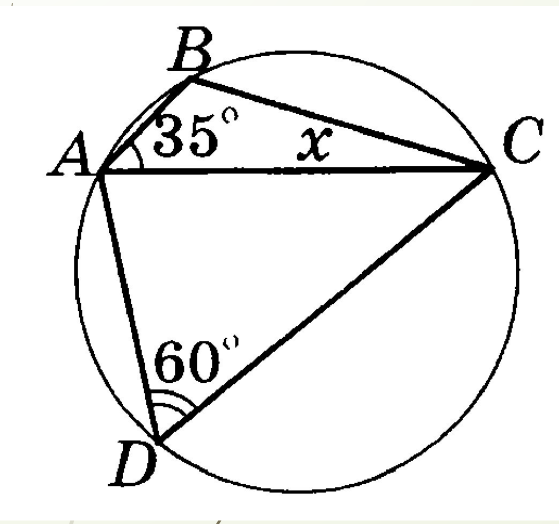


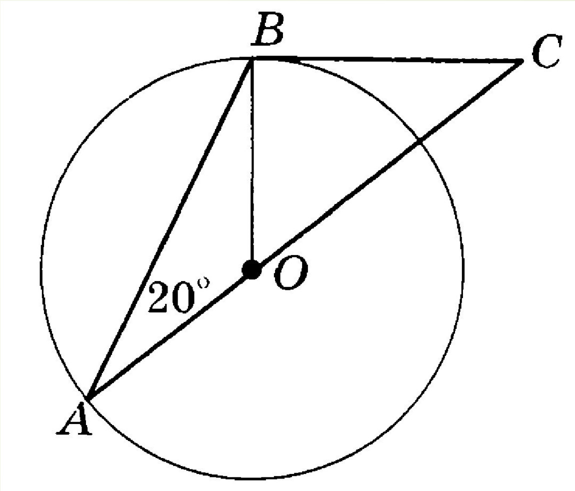
Ответ: 22,5°

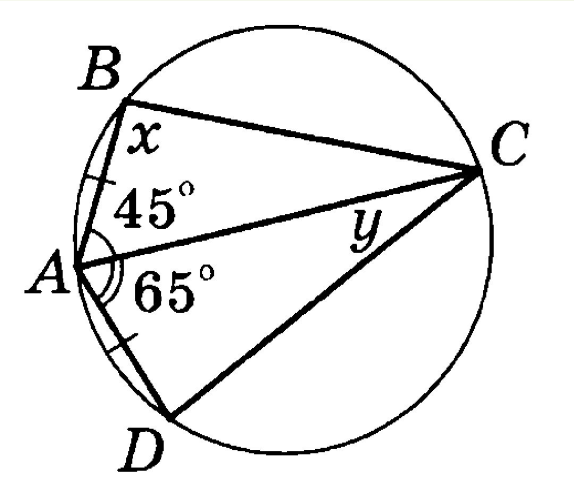


Ответ: 125°

Найдите величину угла АСВ







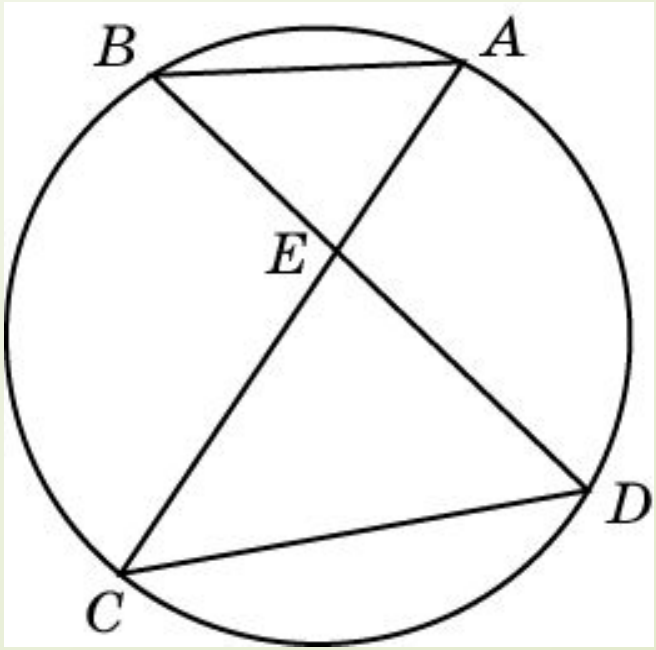
Ответ: 25°

Ответ: 50°

Ответ: 35°

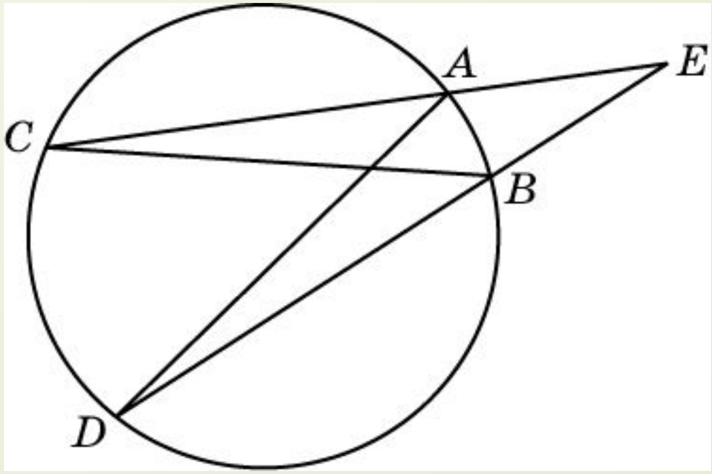
II. Отрезки, связанные с окружностью

Теорема 1. Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды. $AE \cdot EC = BE \cdot ED.$



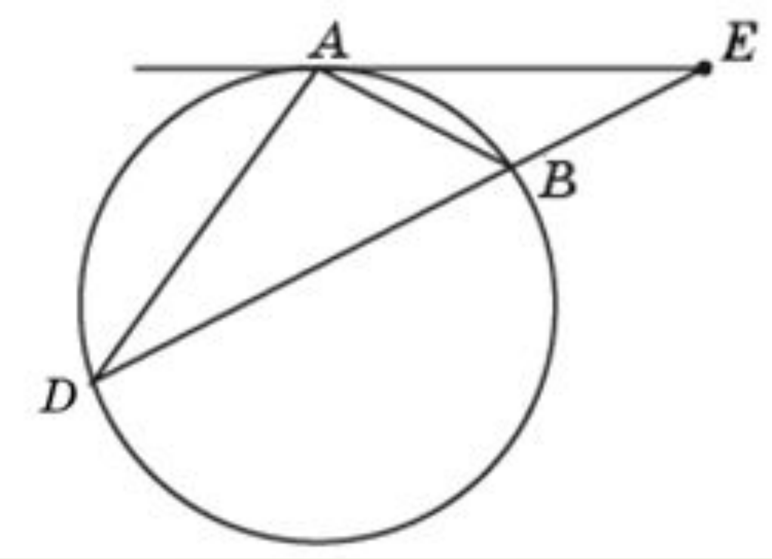
II. Отрезки, связанные с окружностью

Теорема 2. Если из точки, лежащей вне окружности, проведены две секущие,то произведение одной секущей на её внешнюю часть равно произведению другой секущей на её внешнюю часть. $\boldsymbol{EA \cdot EC = EB \cdot ED.}$



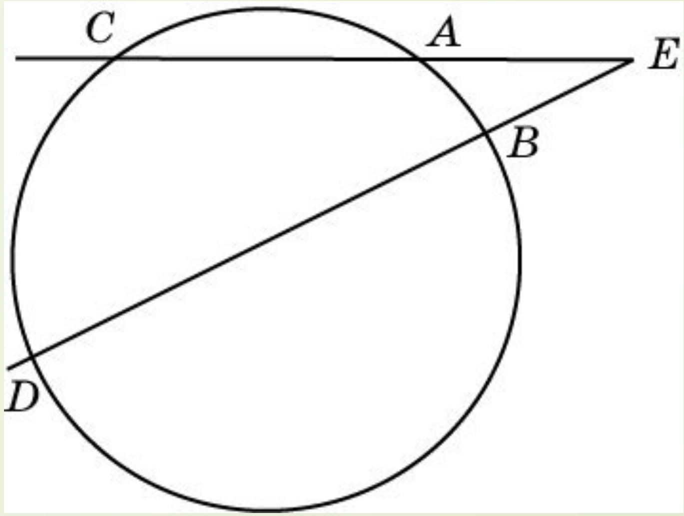
II. Отрезки, связанные с окружностью

Теорема 3. Если из точки, лежащей вне окружности, проведены касательнаяи секущая,то квадрат длины отрезка касательной равен произведению секущей на её внешнюю часть. $AE^2 = EB \cdot ED.$

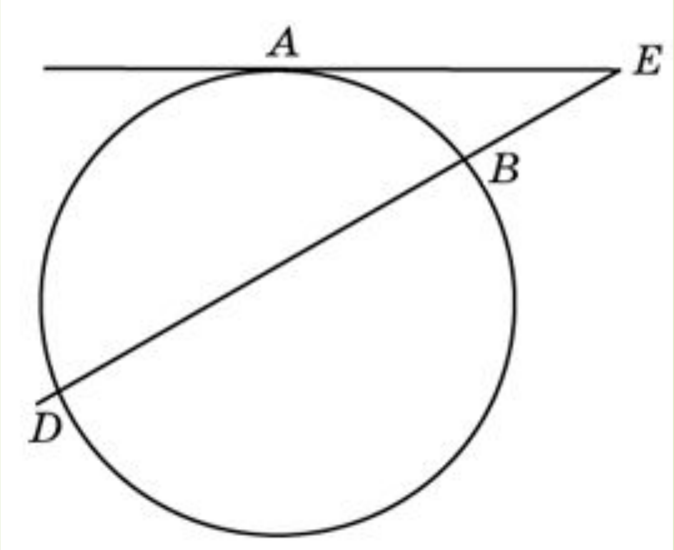


Упражнения

На рисунке $AE = 9$, $BE = 8$, $CE = 24$. Найдите DE.

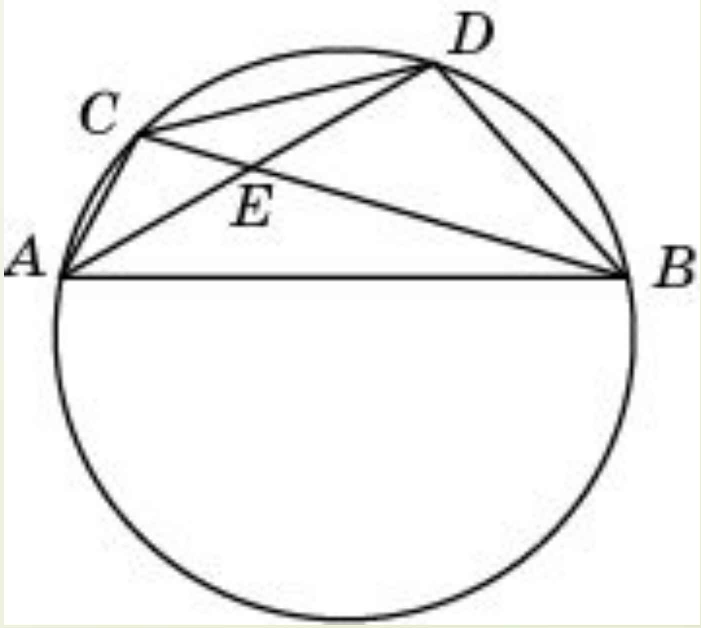


На рисунке $AE = 6$, $DE = 24$. Найдите BE.

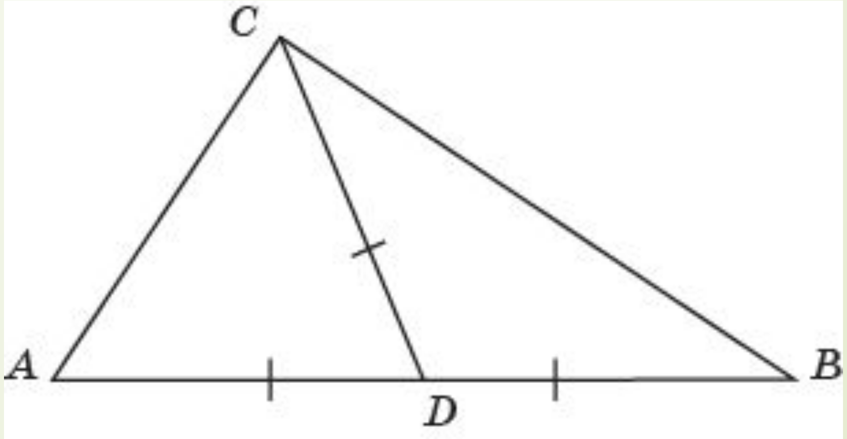


Упражнения

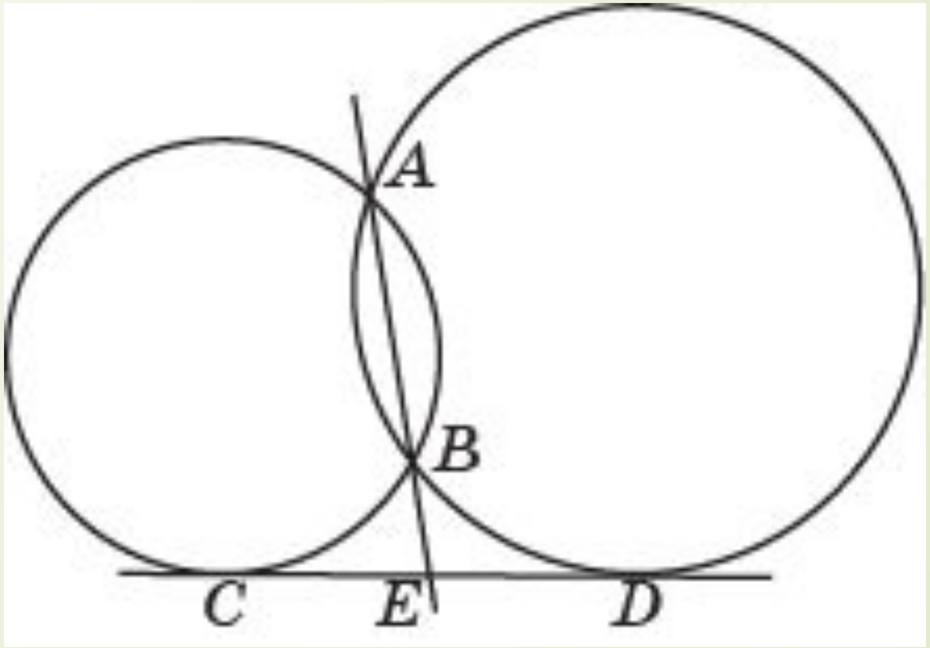
1. На рисунке $AE = 3$, $BE = 6$, $CE = 2$. Найдите DE.
2. На рисунке AB = 8, BE = 6, DE = 4. Найдите CD.



Докажите, что если медиана треугольника равна половине стороны, к которой она проведена, то этот треугольник прямоугольный.

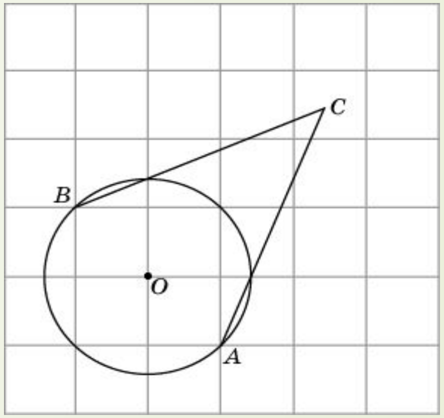


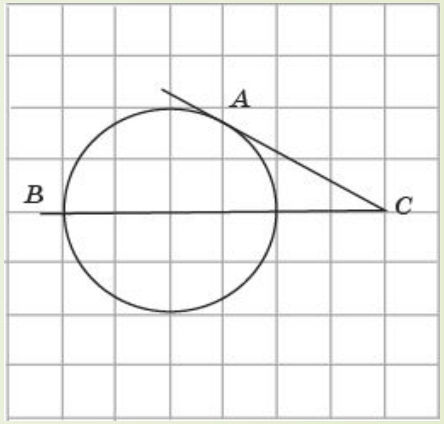
Докажите, что прямая, проходящая через точки A, B пересечения двух окружностей, делит пополам отрезок CD их общей касательной.



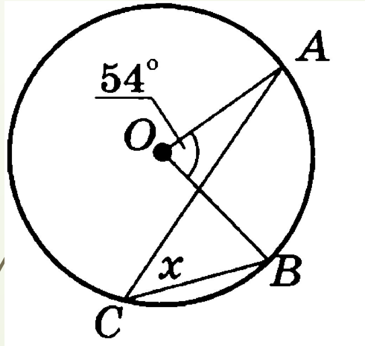
Домашнее задание

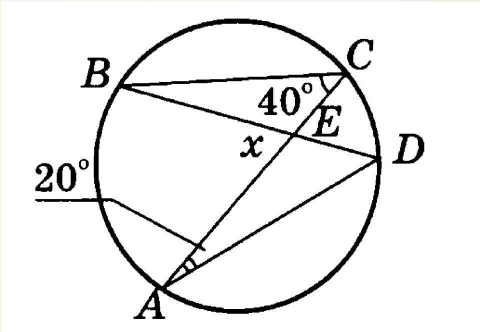
- 1-2. Найдите угол ACB





3-4. Найдите угол x





1.Через вершину *C* треугольника *ABC* проведена касательная к описанной окружности. Она пересекает прямую *AB* в точке *E*. *CD* биссектриса треугольника ABC. Докажите, что *EC = ED.*

2.Докажите, что прямая, проходящая через точки *A*, *B* пересечения двух окружностей, делит пополам отрезок *CD* их общей касательной.