Площадь параллелограмма, треугольника, трапеции

Материал к уроку геометрии в 8 «А» классе
2015- 2016 учебный год

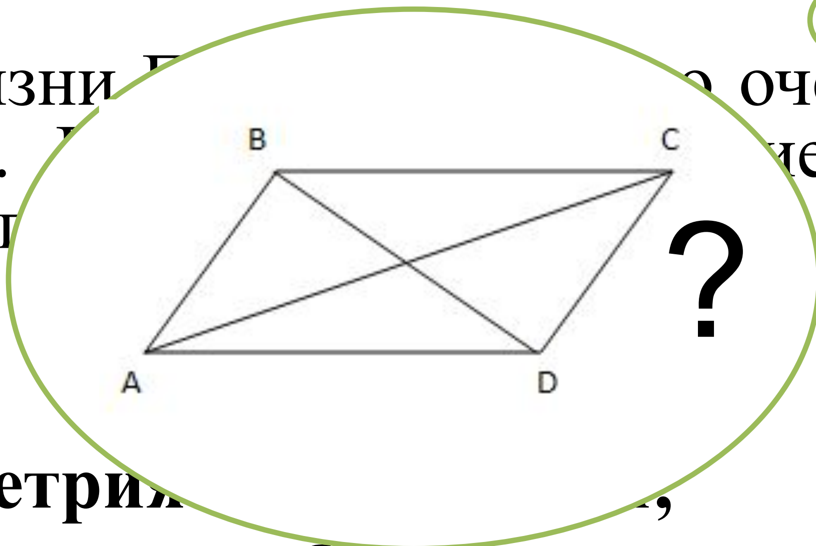
Учитель математики МБОУ СОШ №49,г . Чебоксары
Григорьева Н.Г.

Для того чтобы усовершенствовать свой ум, надо больше рассуждать, чем заучивать.

Р. Декарт.

ИСТОРИЧЕСКАЯ СПРАВКА

О жизни … о очень мало. … ие – труд …



- геометрия …,
- учение о подобии;
- арифметику;
- квадратные уравнения;
- стереометрию;
- площади кругов и квадратов;
- правильные многогранники.

ЕВКЛИД

365 - 300 ЛЕТ ДО Н. Э.

СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

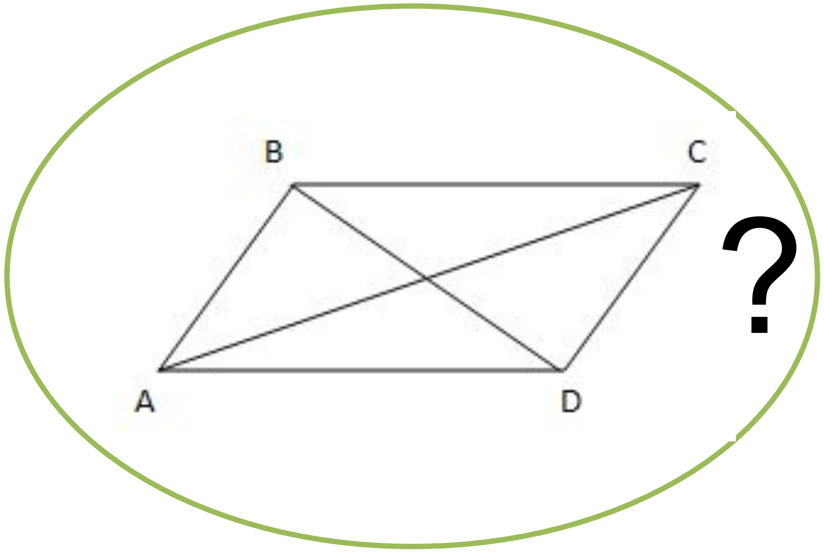
$$1. AB \parallel BD, BC \parallel AD$$

$$AB = BD, BC = AD$$

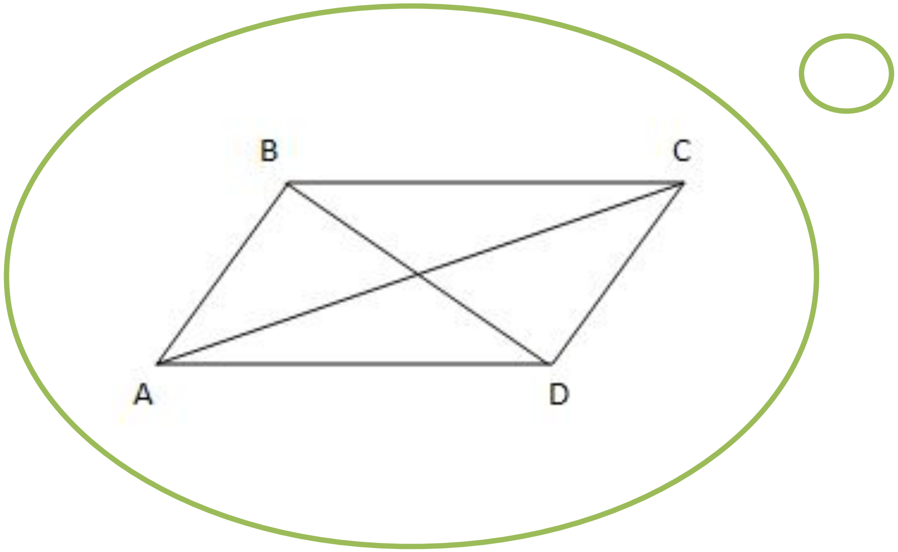
$$2. \angle A = \angle C, \angle B = \angle D$$

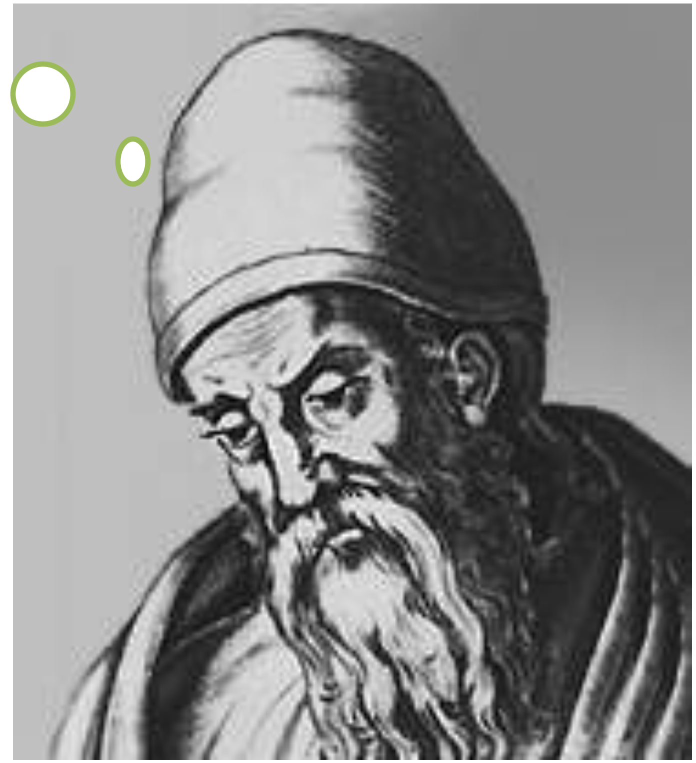
$$3. AC \cap BD = O,$$

$$AO = OC, BO = OD$$



ИСТОРИЧЕСКАЯ СПРАВКА





365 - 300 ЛЕТ ДО Н. Э.

Термин **«ПАРАЛЛЕЛОГРАММ»** греческого происхождения и был введён Евклидом. В «Началах» Евклида доказаны не все свойства параллелограмма, а только первые два.

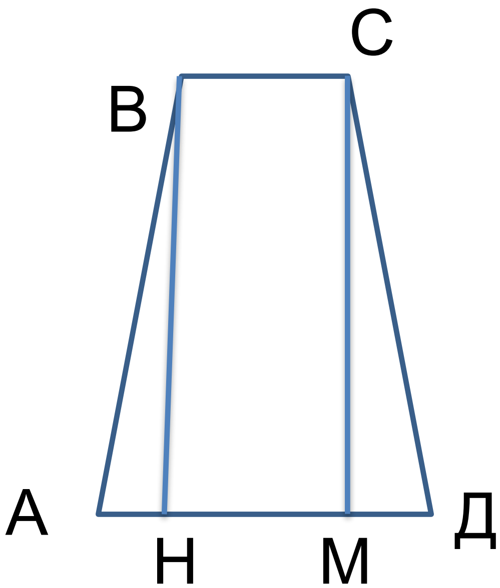
Вопросы для повторения:

Основные свойства площади?

1. Равные фигуры имеют одинаковую площадь.

2. Если многоугольник составлен из нескольких многоугольников, то его площадь равна сумме площадей этих многоугольников.

3. Площадь квадрата равна квадрату его стороны.



Дано:
АВСД – равнобедренная трапеция
ВН, СМ – высоты трапеции
S (АВН) = 5, S (НВСМ) = 15
Найти: S (АВСД)

Решение:

1. АВСД- равнобедренная трапеция, следовательно, △АВН = △ДСМ, а значит, по свойству 1 имеем :

S (АВН) = S (ДСМ)

2. По свойству 2 : S (АВСД) = S (АВН) + S (НВСМ) + S (МСД)

3. S (АВСД) = 5 + 15 + 5 = 25

2. Площадь прямоугольника АВСД равна 26 . Найдите площадь треугольника АВД.

Решение:

1. Проведём диагональ ВД

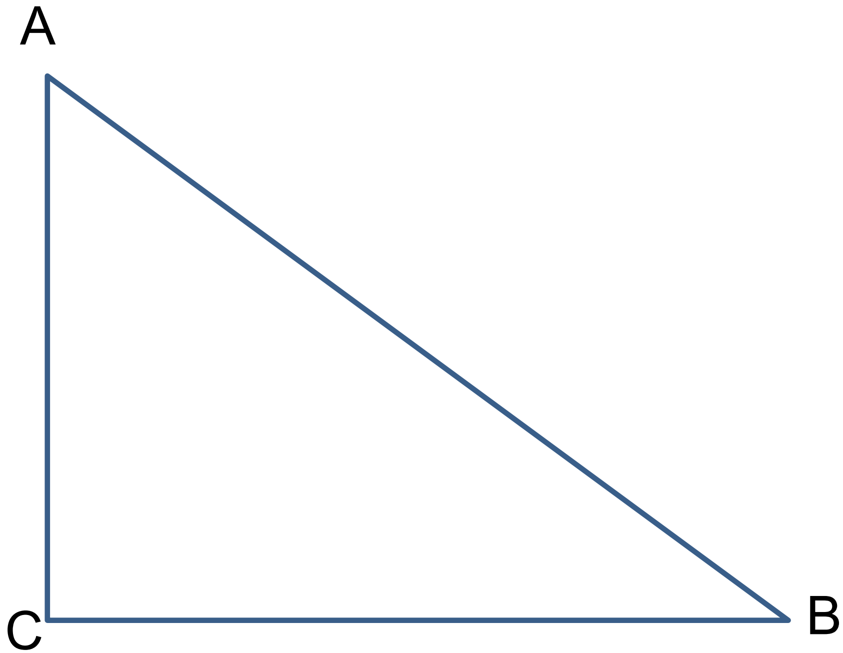
2. Δ АВД = Δ СДВ, **сл- но,**

S (Δ АВД) = S (Δ ДСВ), а значит, S (АВСД) = 2S (Δ АВД)

3. S (ΔАВД) = 26 : 2 = 13

Какой вывод вы можете сделать о нахождении площади прямоугольного треугольника?

Площадь прямоугольного треугольника

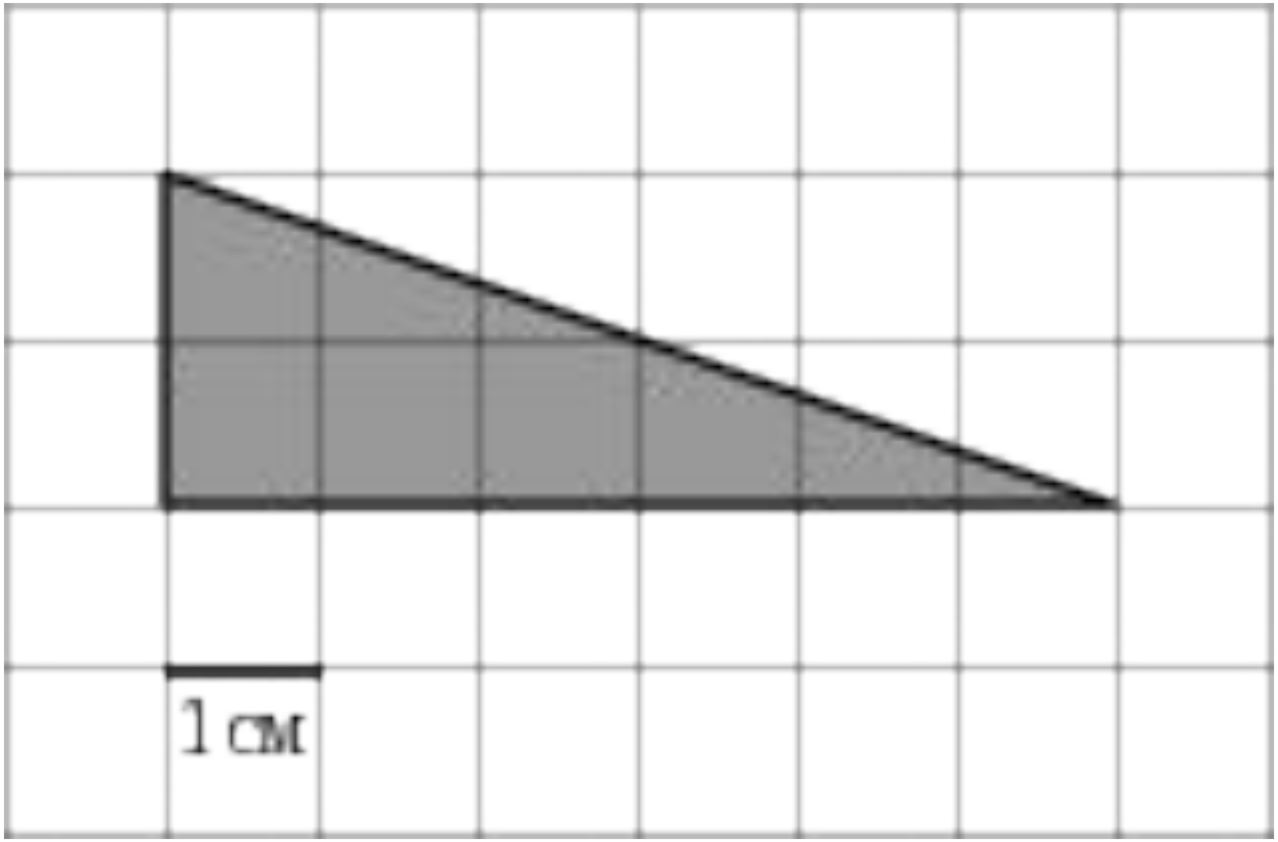


1. Дано:

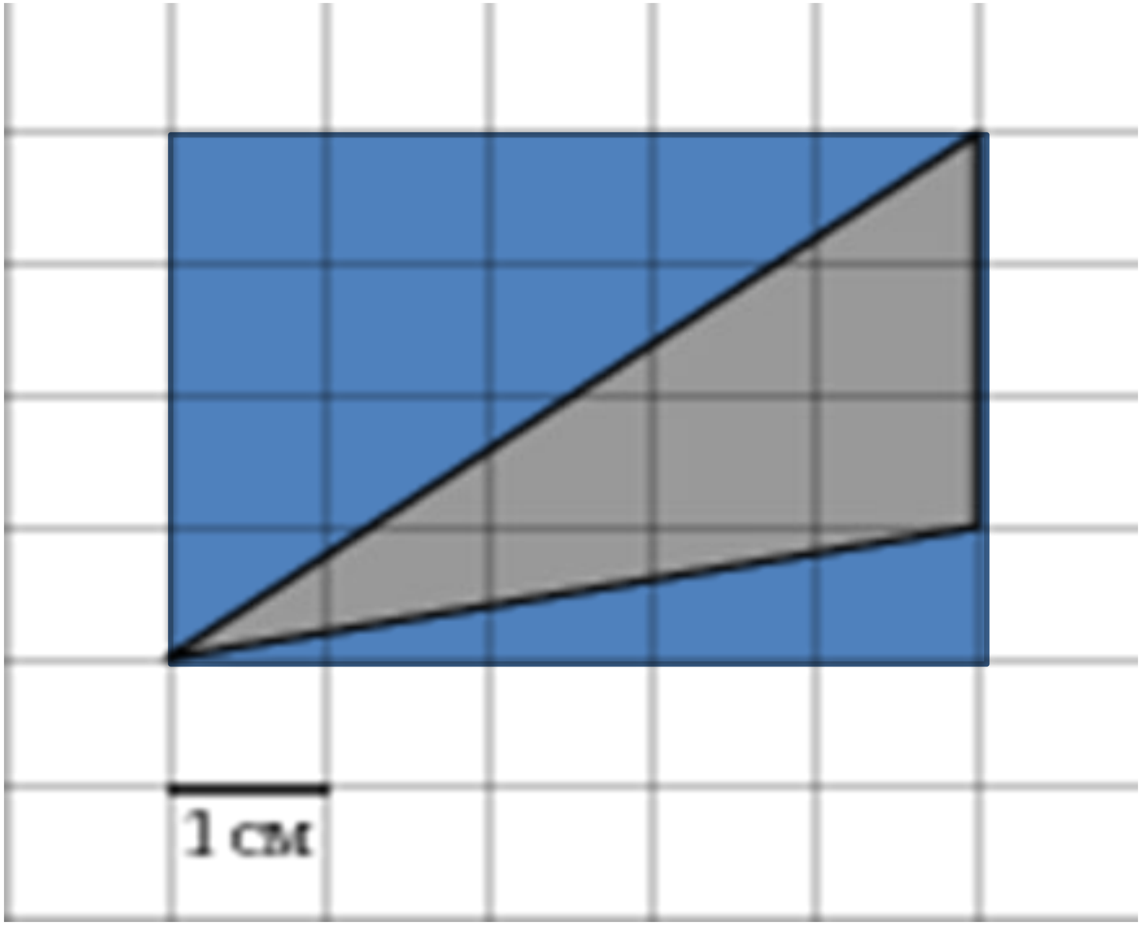
∆ ABC – прямоугольный треугольник; AC = 5; S (ABC) = 30

Найти: BC

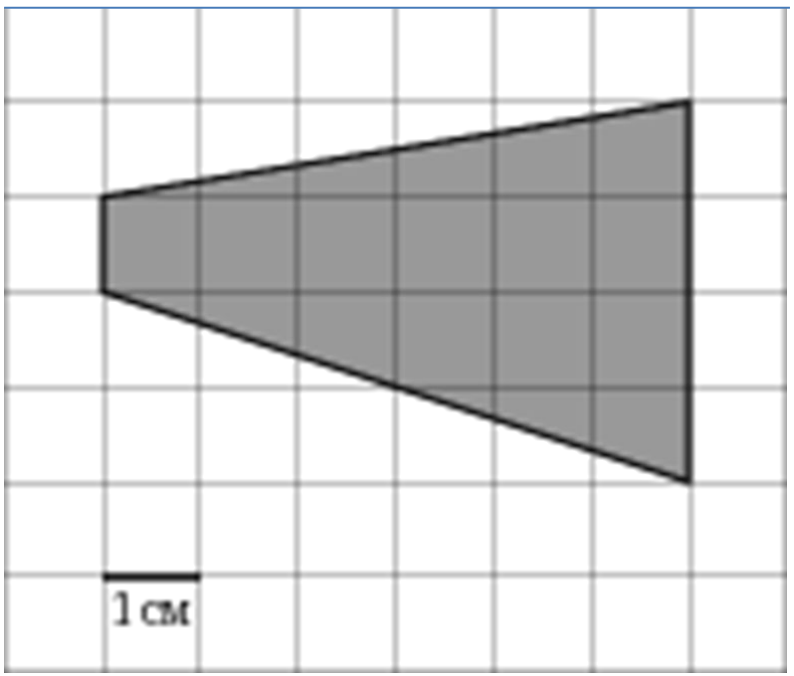
Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см . Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

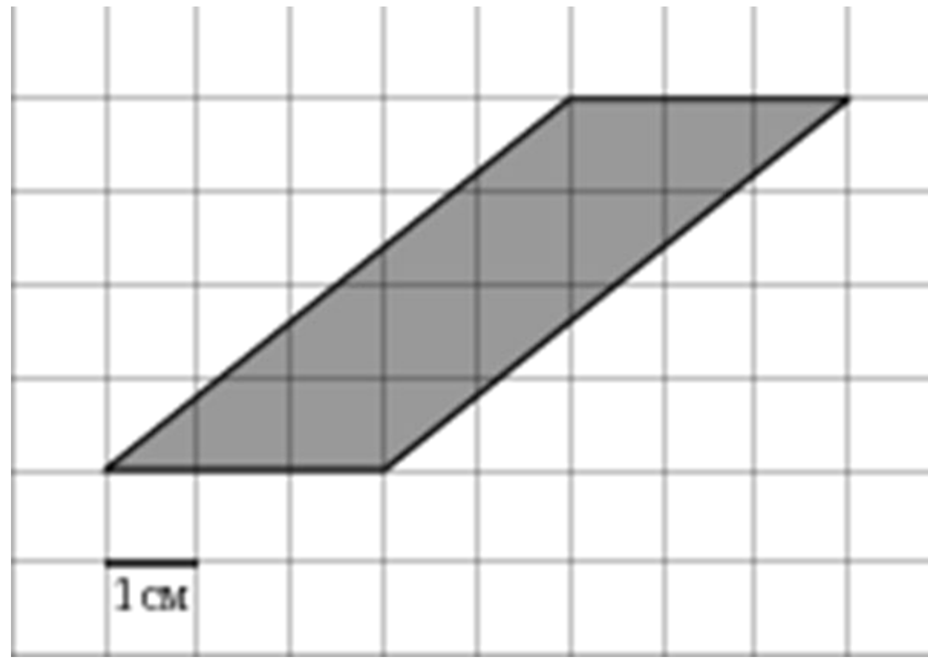


Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

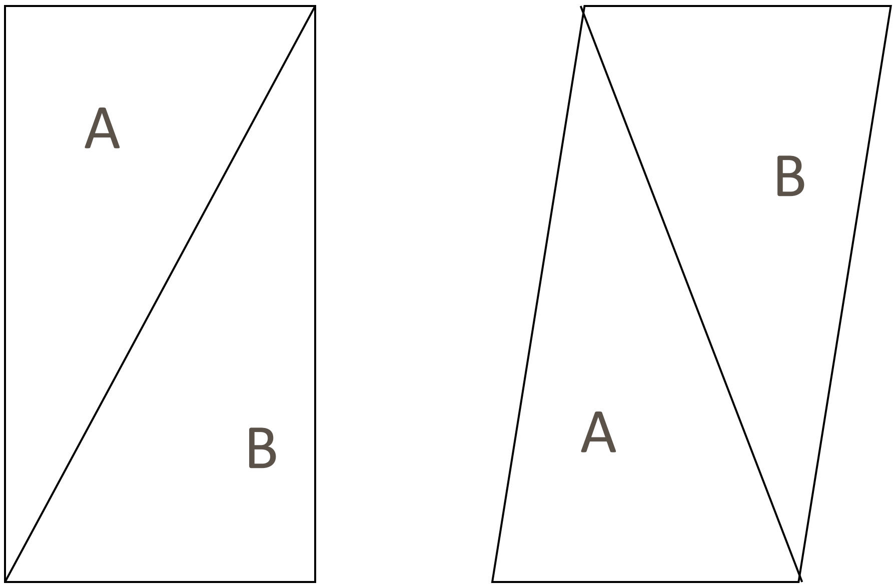




Тема урока:

« Площадь параллелограмма».

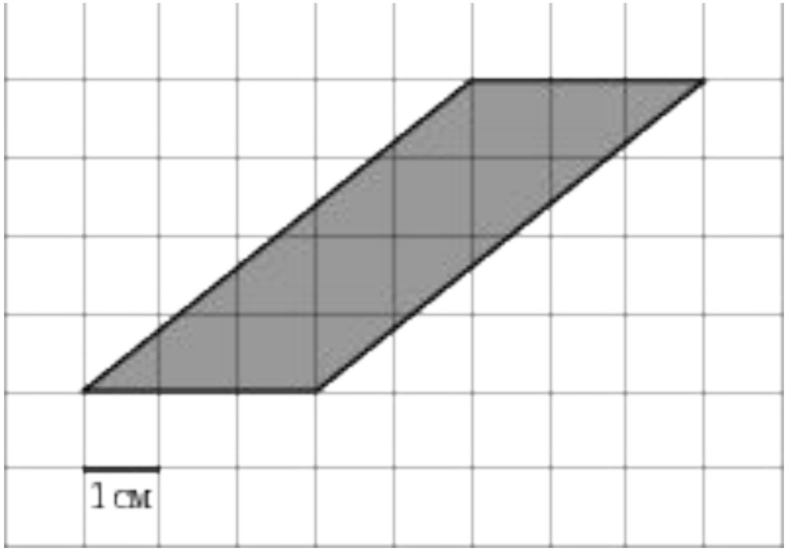
Перекраивание прямоугольника в равнобедренный треугольник.



Перекраивание прямоугольника в параллелограмм, отличенный от прямоугольника.

Перекраивание трапеции в параллелограмм.

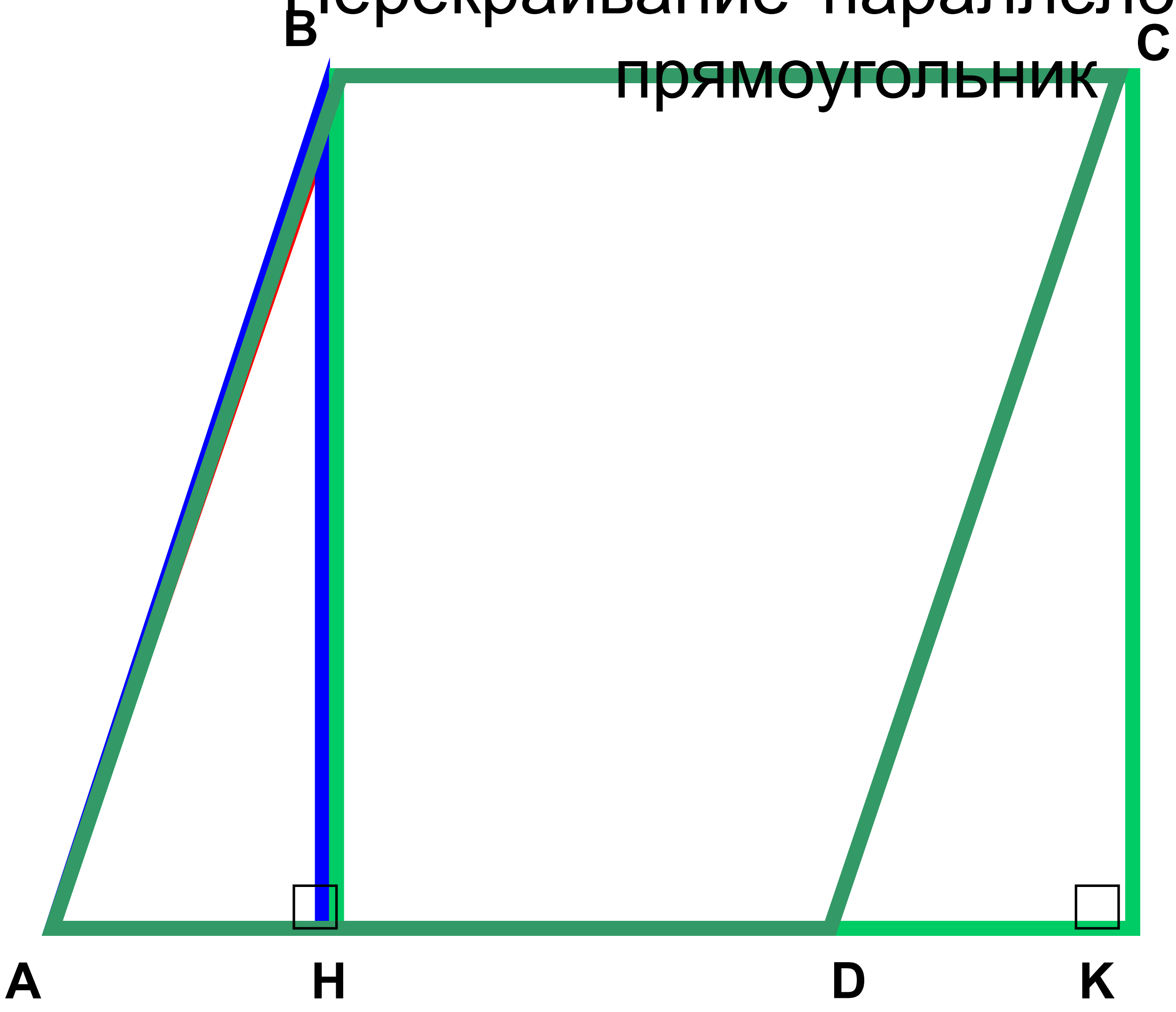
Площадь параллелограмма



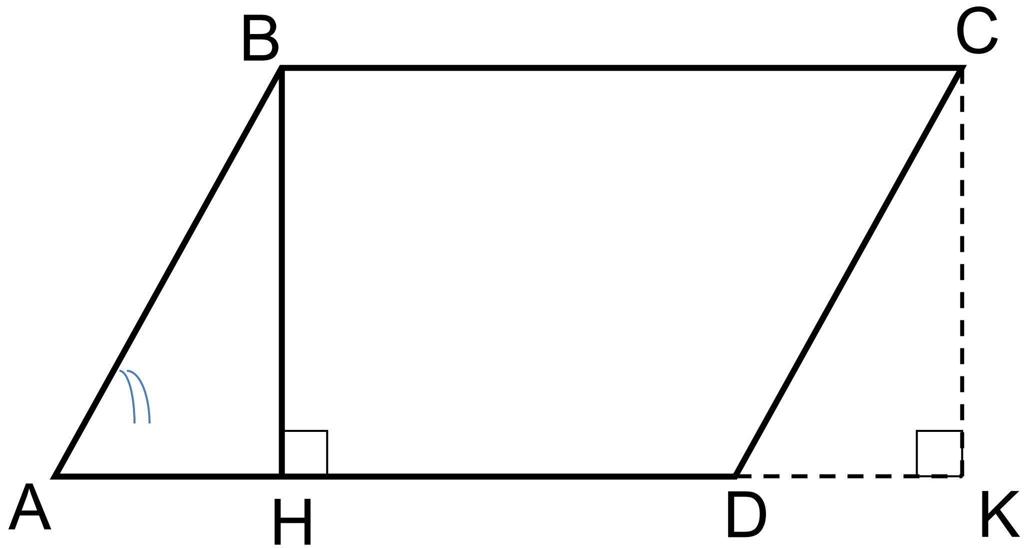
Как найти площадь параллелограмма , если он изображён на листе бумаги без клеточек?

Как , используя свойства площадей и решённые задачи, можно вывести формулу площади параллелограмма?

Перекраивание параллелограмм в прямоугольник

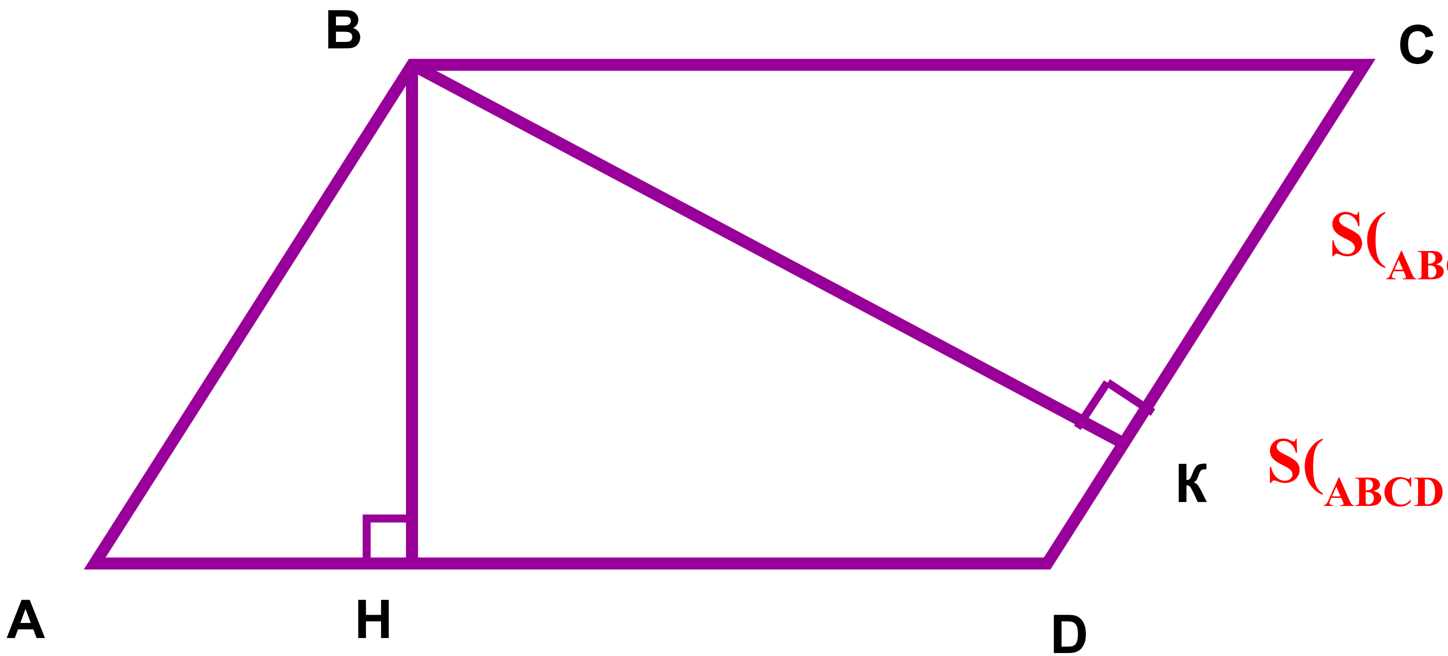


ПЛОЩАДЬ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА



$$S_{ABCD} = S_{HBCK} = BH \cdot AD$$

Итак, площадь параллелограмма…



$S_{(ABCD)} = AD \cdot BH$

$S_{(ABCD)} = CD \cdot BK$

AD – сторона параллелограмма (основание)

BH - высота

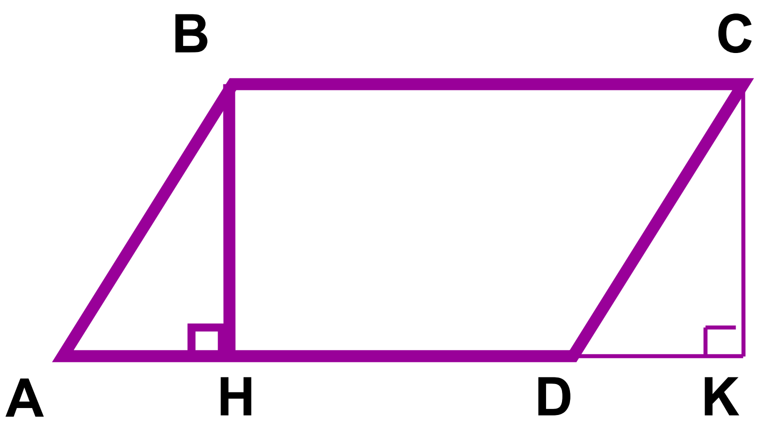
или CD –основание, ВК - высота

Площадь параллелограмма равна произведению длины его стороны на высоту, проведенную к этой стороне.

«НЕ БОЙТЕСЬ ФОРМУЛ! УЧИТЕСЬ ВЛАДЕТЬ ЭТИМ ИНСТРУМЕНТОМ ЧЕЛОВЕЧЕСКОГО ГЕНИЯ! В ФОРМУЛАХ ЗАКЛЮЧЕНО ВЕЛИЧИЕ И МОГУЩЕСТВО РАЗУМА…»

Вывод формулы площади параллелограмма.

Теорема: *Площадь параллелограмма равна произведению длины стороны параллелограмма на высоту, проведенную к этой стороне.*



Дано: ABCD – параллелограмм, BH – высота

Доказать: $S(_{ABCD}) = AD \cdot BH$

Доказательство: проведем высоту параллелограмма – отрезок CK и рассмотрим треугольники ABH и DCK.

Они прямоугольные и равны по гипотенузе и острому углу (гипотенузы AB и CD равны как противоположные стороны параллелограмма, а углы BAH и CDK равны как соответственные углы при пересечении параллельных прямых AB CD секущей AD). Значит, площади треугольников равны.

$S(_{ABCD}) = S(_{ABH}) + S(_{HBCD})$

$S(_{HBCK}) = S(_{HBCD}) + S(_{DCK})$, $S(_{ABH}) = S(_{DCK})$ $\Rightarrow$ $S(_{ABCD}) = S(_{HBCK})$

$S(_{HBCK}) = HK \cdot BH$, так как HBCK – прямоугольник;
так как $AD = BC = HK$, то $S(_{ABCD}) = HK \cdot BH = AD \cdot BH$. Итак, $S(_{ABCD}) = AD \cdot BH$.
Теорема доказана.

Домашнее задание: п 52 теорема о площади параллелограмма.
Найти другие формулы, которые позволят также вычислить площадь параллелограмма.
Открытый банк задач   http://mathege.ru/or/ege/Main

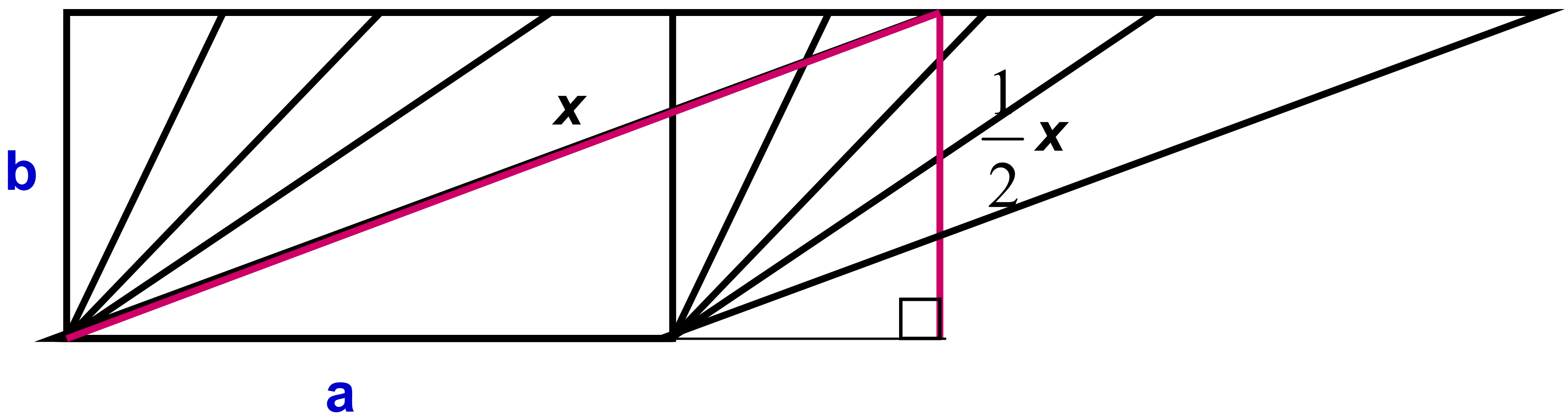
1). Стороны параллелограмма равны 9 и 15. Высота, опущенная на первую сторону, равна 10. Найдите высоту, опущенную на вторую сторону параллелограмма.

2). Площадь параллелограмма равна 40, две его стороны равны 5 и 10. Найдите большую высоту этого параллелограмма.

3) №459(б, г)

Интересная задача

Начинаем «сдвигать» верхнее основание прямоугольника относительно нижнего. Каким должен быть острый угол второго четырехугольника, чтобы его площадь была вдвое меньше площади прямоугольника ?



Основание не изменяется, изменяется длина смежной стороны и площадь. Какие отрезки надо рассмотреть и в каком соотношении они должны находится, чтобы выполнялось условие задачи?

Каким же должен быть острый угол?

30^0