# Сечения многогранников и тел вращения

Выход из презентации

# Главное меню

- Практическое применение сечений
- Определение сечения
- Основные математические понятия и аксиомы геометрии
- Сечения многогранников
- Тела вращения и их сечения
- Об авторе
- Список используемой и рекомендуемой литературы

## Практическое применение графических методов начертательной геометрии при решении математических и технических задач.

“Раньше говорили: язык инженера – чертеж. Язык нынешнего инженера – сочетание математики и чертежа. Для него чертеж – способ перехода от теоретических выводов к схемам и конструкциям. А источник теоретических выводов – исследование физики явлений и рабочих процессов аналитическими, математическими или графоаналитическими методами в сочетании с экспериментами и исследованиями”[1].

При решении всякой технической задачи приходиться производить различного рода расчеты. Они обычно заключаются в целом ряде сложных и утомительных математических выкладок и вычислений.

Так как основная задача техники – добиваться наивыгоднейшего результата с наименьшей затратой труда, времени и средств, то, естественно, техника выработала особые приемы и способы так называемых “технических графических вычислений”, облегчающих и ускоряющих эти расчеты, иногда в ущерб их математической точности.

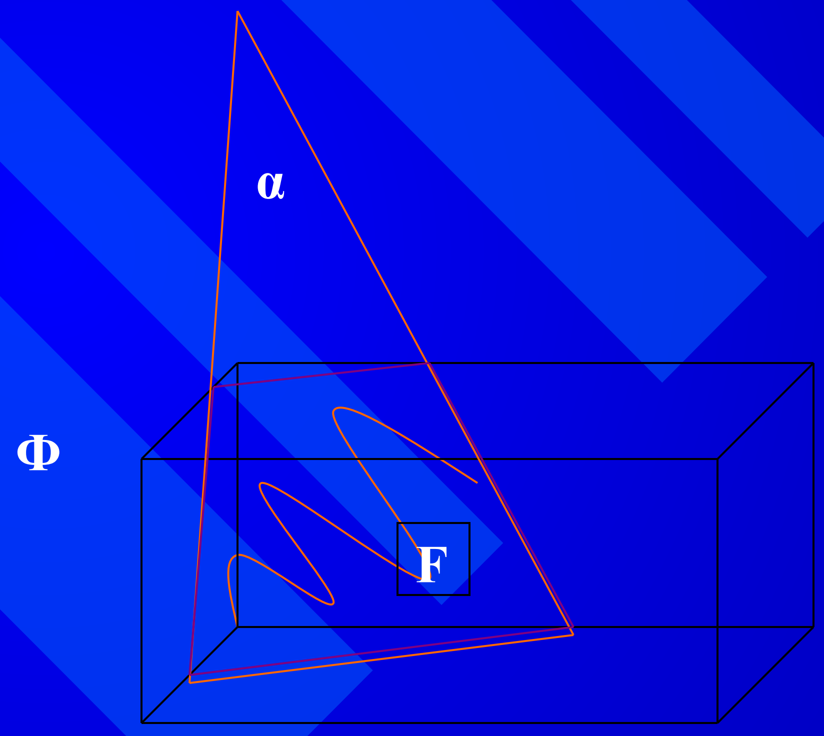
Графический метод расчета довольно часто применяется в различных областях техники: при расчетах мостовых пролетов и ферм, пространственных механизмов, конструкций и т.д., вообще там, где можно заменить сложный расчет по формулам более простым графическим.

Следует знать, что графическое решение так же важно, как и аналитическое, что оно в ряде случаев дает более быстрый путь решения. Иногда это единственный путь, а именно при ограниченном круге математических познаний. Графическое решение задачи дает практически достаточно точный ответ на поставленный вопрос.

---

[1] Лазарев Л. Инженеры завтрашнего дня. “Известия” от 13 марта 1963 г.

Пусть пространственная фигура **φ** пересечена некоторой плоскостью **α.** Тогда их пересечение есть плоская фигура **F**, которая называется ***сечением:*** **F=α⋂φ.**



# Основы геометрии

- Аксиомы принадлежности
- Аксиомы расстояния
- Основные математические понятия

На главное меню

# Аксиомы принадлежности

- Аксиома 1

(плоскости)

- Аксиома 2

(прямой и плоскости)

- Аксиома 3

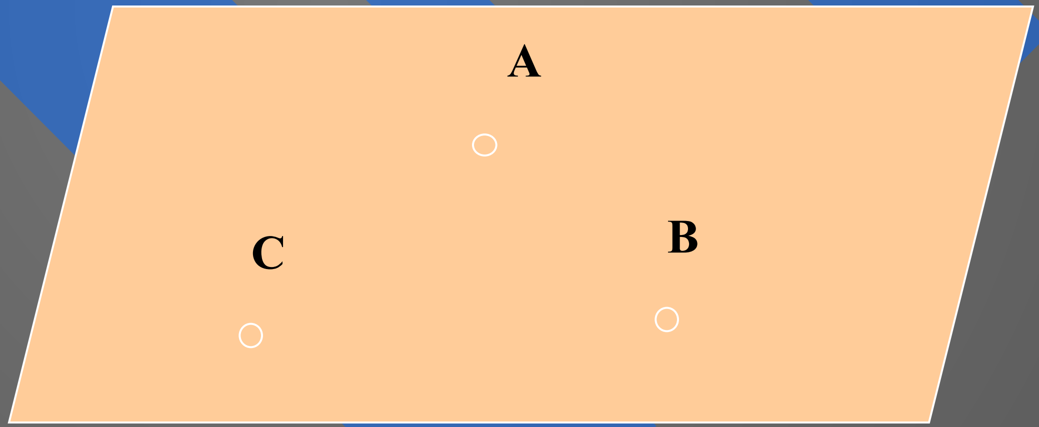
(пересечения плоскостей)

# Аксиомы расстояния

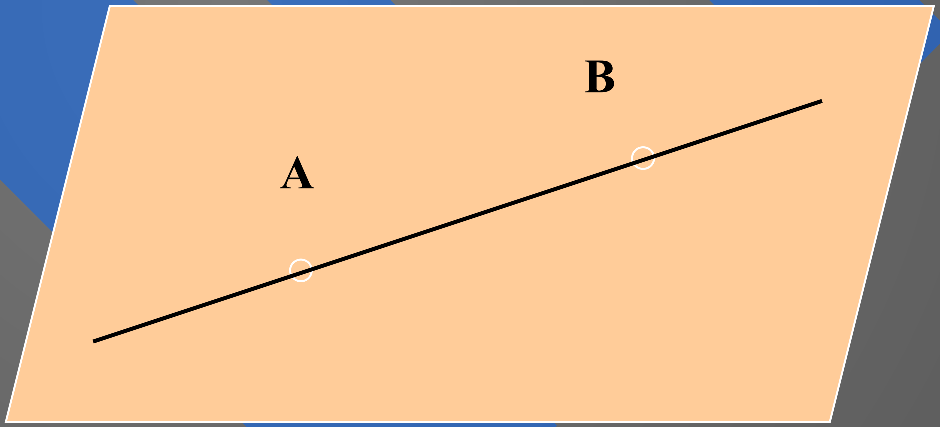
- Аксиома 1
- Аксиома 2

**Аксиома 1.** ***(аксиома плоскости).***

**В пространстве существуют различные плоскости. Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит единственная плоскость.**

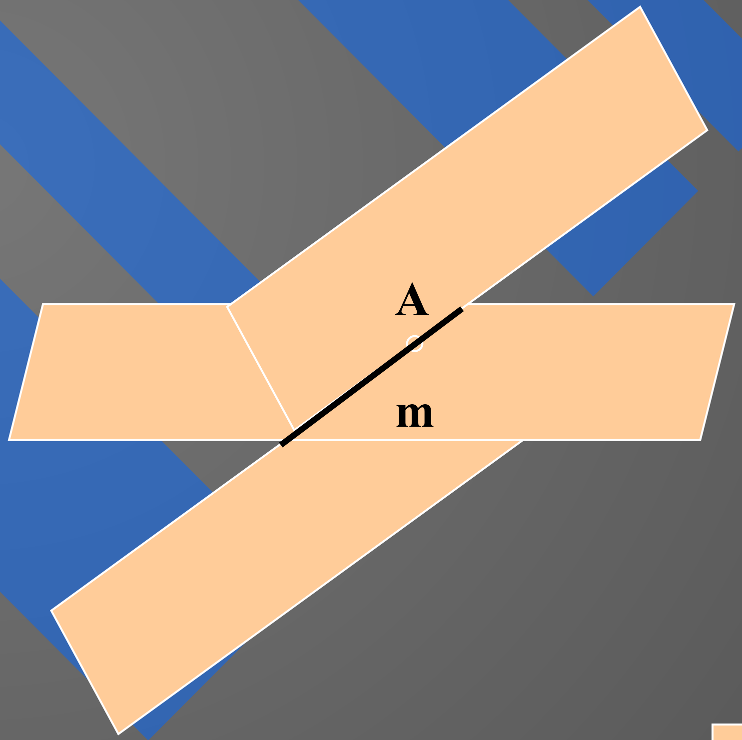


**Аксиома 2.** ***(аксиома прямой и плоскости).***
**Если две различные точки прямой принадлежат плоскости, то и все точки прямой принадлежат этой плоскости.**



**Аксиома 3.** ***(аксиома пересечения плоскостей).***

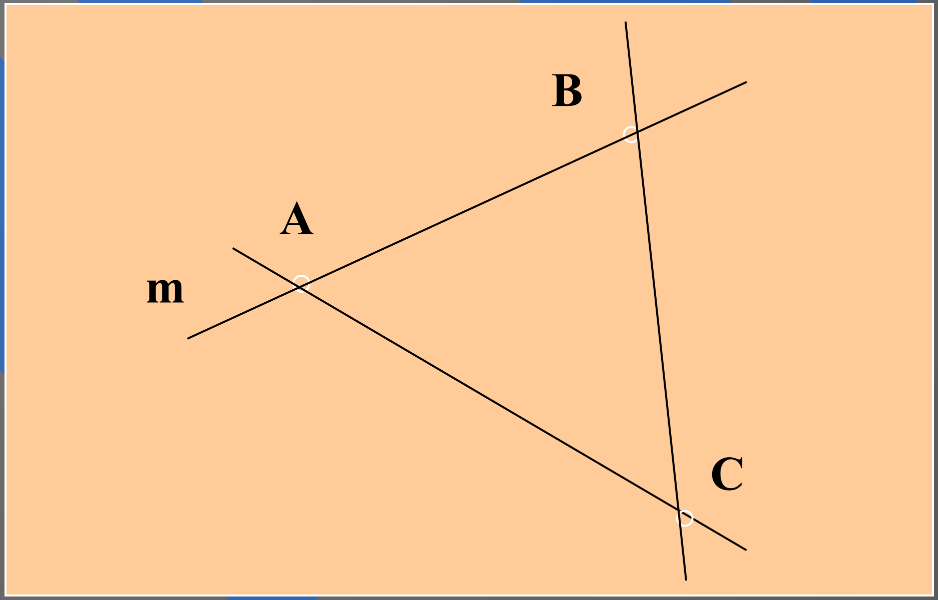
**Если две различные плоскости имеют одну общую точку, то их пересечение - общая прямая**



**Аксиома 1.**

**Для любых двух точек A и B пространства однозначно определено некоторое неотрицательное число |AB|, называемое расстоянием между ними и обладающее свойствами:**

1. **Расстояния |AB| = |BA|.**
2. **(|AB| = 0) ⇔ (A ≡ B) (точки совпадают).**
3. **Справедливое неравенство: |AB| + |BC| ≥ |AC|.**



**Аксиома 2.**

**Любая плоскость разбивает пространство на два полупространства.**

# Сечения многогранников

- Общая  классификация сечений

- Способы построения сечений

На главное меню

# Общая классификация сечений

**Различные классификации сечений.**

- **Аксиоматический**

- метод следов;

- метод вспомогательных сечений;

- Построение сечений, параллельных данной прямой;
- Построение сечений, параллельных данной плоскости;
- Построение сечений, параллельных двум данным скрещивающимся прямым;
- Построение сечений, перпендикулярных данной плоскости;
- Комбинированный метод;

# Способы построения сечений

- Метод следов;
- Метод вспомогательных сечений;
- Построение сечений, параллельных данной прямой;
- Построение сечений, параллельных данной плоскости;
- Построение сечений, параллельных двум данным скрещивающимся прямым;
- Построение сечений, перпендикулярных данной плоскости;
- Комбинированный метод;

**Переход к следующему шагу задачи производится при нажатии левой клавиши мыши или Пробела**

**Дано:** призма $ABCA_1B_1C_1$,
$P \in AA_1$, $Q \in B_1C_1$, $R \in BCC_1B_1$.
Построим сечение призмы плоскостью PQR.

**Решение:**

**1**. т.к. $Q \in BCC_1$, $R \in BCC_1$, то $RQ \in BCC_1$. Проведем ее. Это след плоскости PQR на $BCC_1$.

**2.** Прямая $QR \cap BB_1 = B_2$, $QR \cap CC_1$. Это следы PQR на прямых $BB_1$ и $CC_1$.

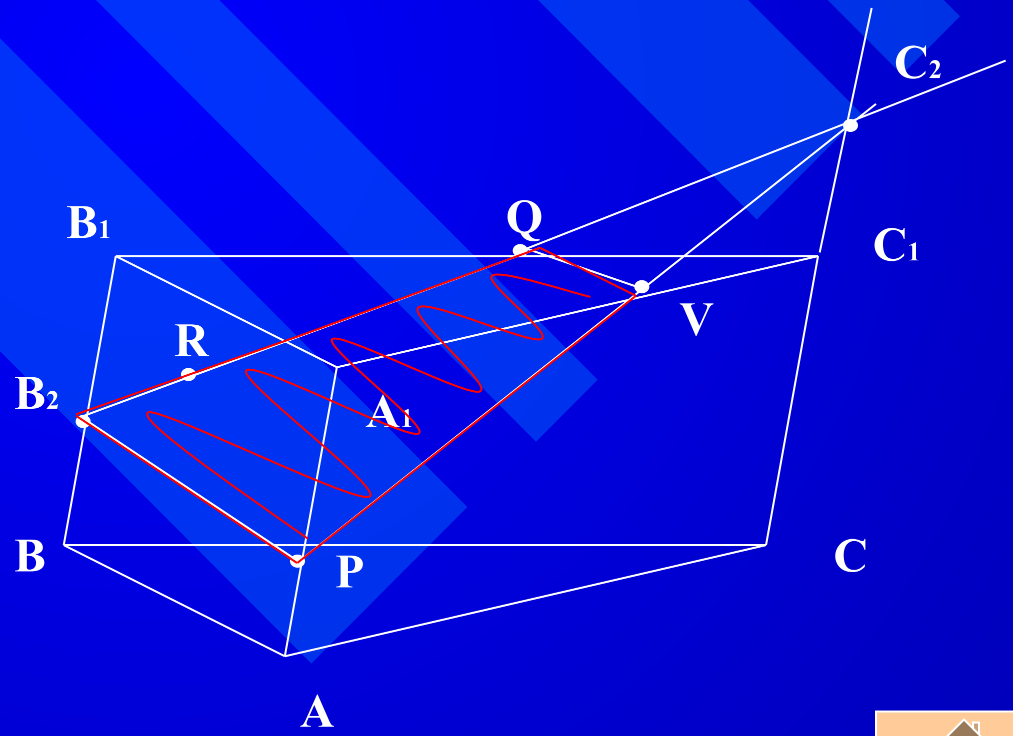
**3.** т.к. $B_2 \in ABB_1$ и $P \in ABB_1$, $B_2P \in ABB_1$. B2P – след плоскости PQR на $ABB_1A_1$.

**4.** т.к. $C_2 \in ACC_1$ и $P \in ACC_1$, то $C_2P \in ACC_1$. Проведем ее. $PC_2 \cap A_1C_1 = V$. Это след плоскости PQR на $ACC_1$.

**5.** т.к. $Q \in A_1B_1C_1$ и $V \in A_1B_1C_1$, то $QV \in A_1B_1C_1$. Проведем QV. QV - это след плоскости PQR на $A_1B_1C_1$

**6.** Итак, B2QVP – это искомое сечение.

**Ответ.** Искомое сечение B2QVP.



**Дано:** призма ABCDEA1B1C1D1E1 т. P є BB1, т. Q є D1E1, т. R є AA1. Построим сечение призмы плоскостью PQR.

**Решение:**

**1.** Отрезок PR – это след плоскости PQR на грани ABB1A1.

**2.** Примем плоскость ABC за основную. Построим проекции на ABC точек P, Q и R (в направлении, параллельном боковому ребру призмы). Получаем точку P′, R′, Q′.

**3.** Параллельными прямыми PP′ и QQ′ определяется плоскость β1. Строим сечение призмы плоскостью β1. Это – ***первое вспомогательное сечение.***

**4.** Параллельными прямыми RR′ и DD′ определяется плоскость β2. Строим сечение призмы плоскостью β2. Это – ***второе вспомогательное сечение.***

**5.** Строим линию пересечения плоскостей β1 и β2. F=P′Q′⋂AD и точка F1=B1Q⋂A1D1. Это прямая FF1. Строим.

**6.** В плоскости β1 проводим прямую PQ. Строим F2=PQ⋂FF1. Так как F2 є PQ, то F2 є PQR. Тогда прямая RF2 є PQR.

**7.** Проведем прямую RF2 и находим точку D2=RF2⋂DD1. Так как точка D2 є RF2, то D2 є PQR. D2 – это след плоскости PQR на прямой DD1.

**8.** Проводим прямую D2Q. Это след плоскости PQR на DEE1. На прямой EE1 получаем т. E2=RF2⋂EE1. Отрезок QE2 – это след плоскости PQR на грани DEE1D1.

**9.** Проводим прямую RE2. Отрезок RE2 – это след плоскости PQR на грани AEE1A1.

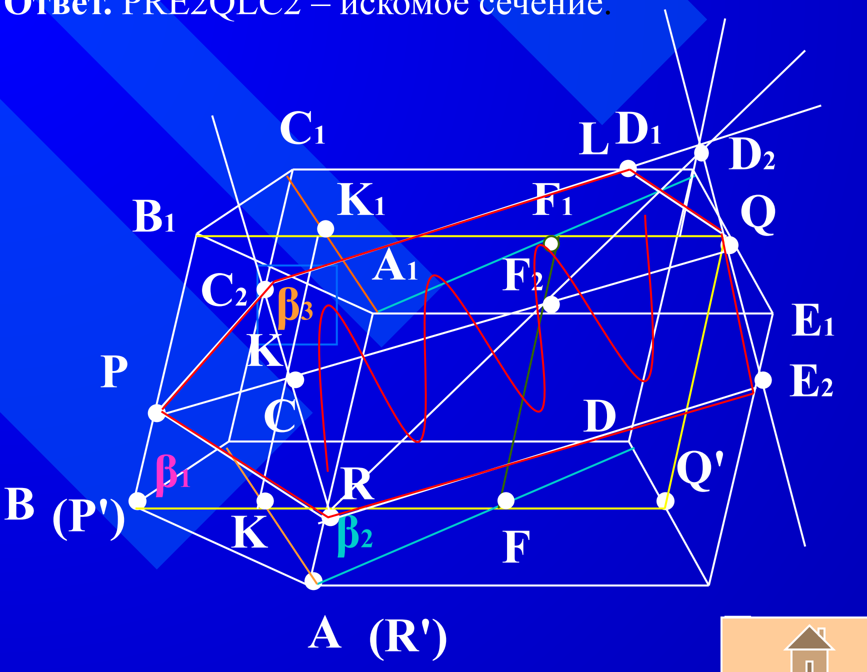
**10.** RR′ || CC1. Ими определяется плоскость β3. Строим сечение призмы плоскостью β3. Это – *третье вспомогательное сечение.*

**11.** Находим линию пересечения плоскостей β1 и β3. Это прямая KK1, где K=R′C⋂P′Q′ и точка K1=A1C1⋂B1Q. Находим точку K2= PQ⋂KK1. Проводим RK2. C2=RK2⋂CC1.

**12.** Проводим прямые PC2 и C2D2. Получаем отрезки PC2, C2L и LQ – следы плоскости PQR соответственно на гранях BCC1B1, CDD1C1 и A1B1C1D1E1.

**13.** Итак, совокупность построенных следов плоскости PQR на гранях призмы образует многоугольник PRE2QLC2, который и является искомым сечением.

**Ответ.** PRE2QLC2 – искомое сечение.



**Дано:** призма $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $P \in BC$, $Q \in CC_1$ и $R \in CD$. Построим сечение призмы плоскостью **α**, параллельной плоскости PQR и проходящей через точку $K \in BC$.

**Решение:**

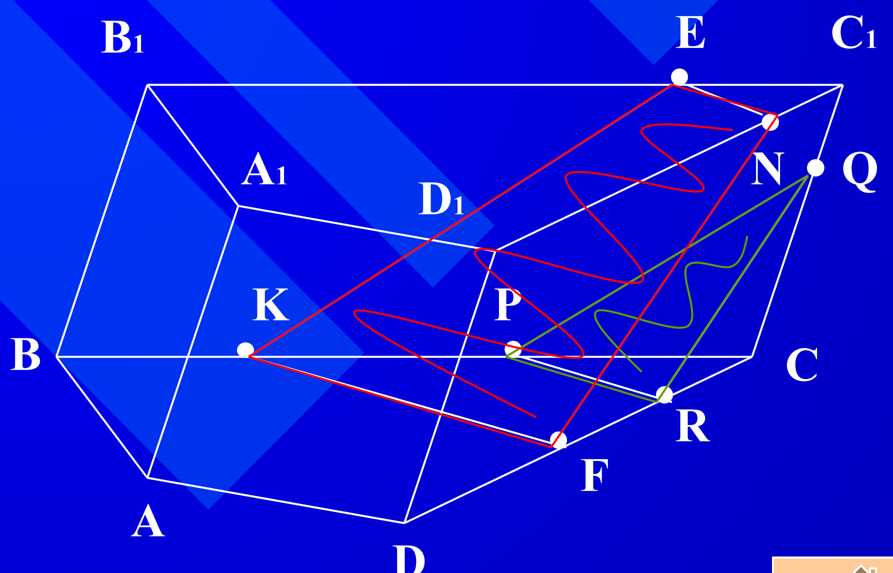
**1.** Построим сечение призмы плоскостью PQR.

**2.** Так как **α** - плоскость заданного сечения проходит через точку K, лежащую в плоскости $BCC_1$, то она пересекает плоскость $BCC_1$ по прямой, проходящей через точку K. И так как плоскость α параллельна плоскости PQR, то следы плоскости α и плоскости PQR на плоскости $BCC_1$ параллельны между собой. Поэтому в плоскости $BCC_1$ через точку K проведем прямую $KE \parallel PQ$.

**3.** Проведем в плоскости ABC через точку K прямую $KF \parallel PR$ и в плоскости $DCC1$ через точку F прямую $FN \parallel RQ$.

**4.** Соединим точку E с точкой N. Четырехугольник KENF – искомое сечение.

**Ответ.** Искомое сечение - KENF.



**Дано:** на ребрах ВС и МА пирамиды МАВС зададим соответственно т. Р и Q. Построим сечение пирамиды плоскостью **α**, проходящей через прямую PQ параллельно прямой AR, т. R∈ MB.

**Решение:**

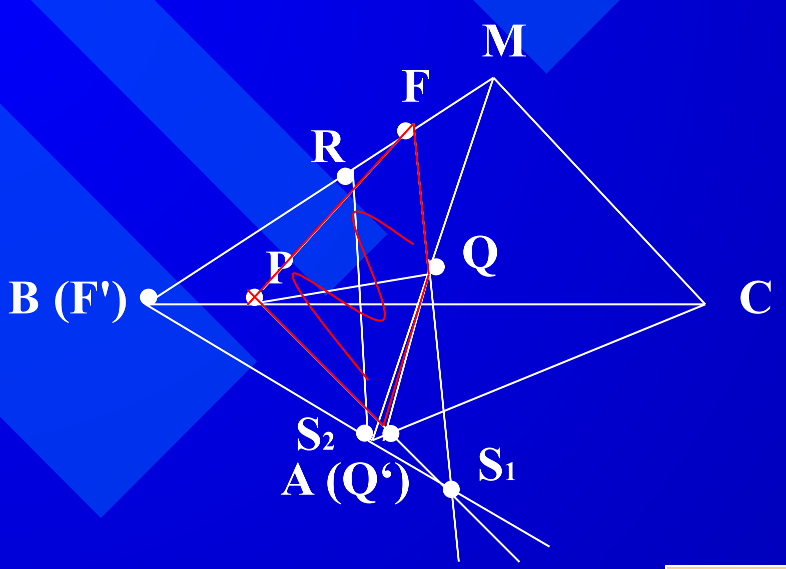
**1.** Плоскость, проходящая через прямую AR и т. Q есть MAB. В плоскости MAB через т. Q проведем прямую $QF \parallel AR$.

**2.** Пересекающимися прямыми PQ и QF определяется плоскость **α** ( PQF) - плоскость искомого сечения.

**3.** Построим проекции точек F и Q на плоскости ABC (в направлении параллельном ребрам). Это т.F'≡B и т.Q'≡A. Тогда точка $S_1=FQ \cap F'Q'$ лежат на основном следе секущей плоскости **α**.

**4.** Так как точка P лежит на основном следе секущей плоскости **α**, то прямая $S_1P$ – след плоскости α, а отрезок $S_2P$ – след плоскости **α** на грани ABC. Далее ясно, что точку P следует соединить с точкой F. В итоге четырехугольник $PFQS_2$ – искомое сечение.

**Ответ.** Искомое сечение $PFQS_2$.



**Дано:** пирамида MABCD PєMB, KєMA и QєAC (AC – отрезок). Построим сечение пирамиды плоскостью α, проходящей через точку K параллельно прямой PQ и CD.

**Решение:**

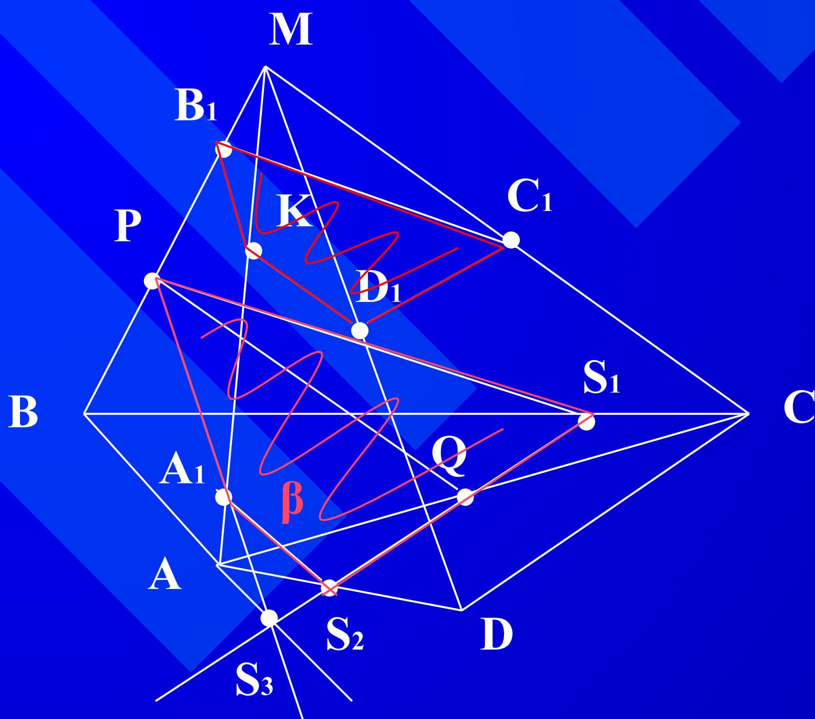
**1.** В плоскости ABC через точку Q проведем прямую, параллельную прямой CD, и найдем точки S1, S2 и S3, в которых эта прямая пересекает соответственно прямые BC, AD и AB.

**2.** Пересекающимися прямыми PQ и $S_1S_2$ определяется плоскость β - плоскость вспомогательного сечения. Построим это сечение.

Основным следом плоскости β является прямая $S_1S_2$. Отрезок $PS_1$– след плоскости β на грани MBC, прямая $PS_3$ – ее след на плоскости MAB, отрезок $PA_1$ – на грани MAB, отрезок $A_1S_2$ – на грани MAD.

**3.** Строим далее сечение пирамиды плоскостью α, проходящей через точку K параллельно плоскости β. В итоге получаем многоугольник $KB_1C_1D_1$ – искомое сечение.

**Ответ.** $KB_1C_1D_1$ – искомое сечение.



**Дано:** пирамида MABCD точки P - середина AB и Q – середина AD, а точка R∈MC зададим. Построим сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точки P,Q и R.

**Решение:**

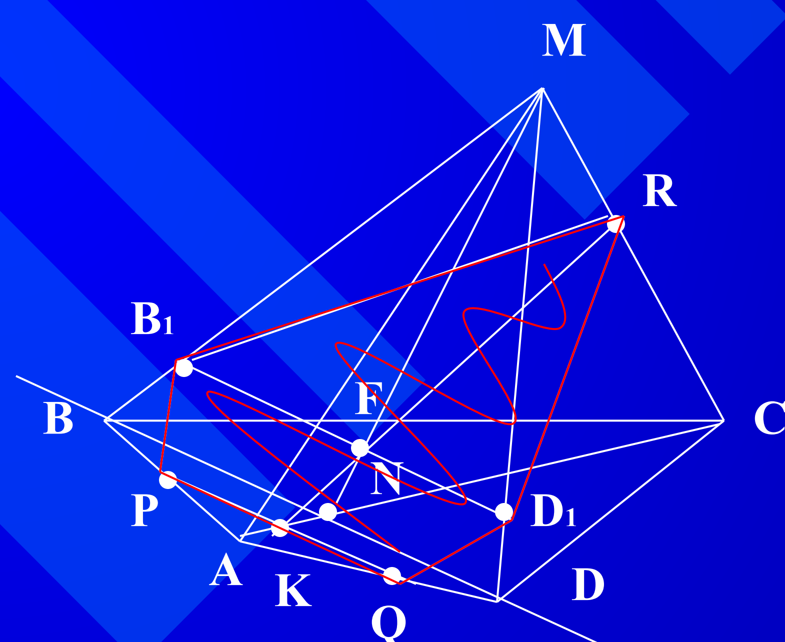
**1.** Основным следом плоскости PQR является прямая PQ. Найдем точку K, в которой плоскость MAC пересекает прямую PQ. Точки K и R принадлежат и плоскости PQR, и плоскости MAC. Поэтому, проведя прямую KR, мы получим линию пересечения этих плоскостей.

**2.** Найдем точку $N=AC\cap BD$, проведем прямую MN и найдем точку $F=KR\cap MN$.

**3.** Точка F является общей точкой плоскостей PQR и MDB, т.е. эти плоскости пересекаются по прямой, проходящей через точку F. Вместе с тем так как PQ – средняя линия треугольника ABD, то $PQ\parallel BD$, т.е. прямая PQ параллельна и плоскости MDB. Тогда плоскость PQR, проходящая через прямую PQ, пересекает плоскость MDB по прямой, параллельной прямой PQ, т.е. параллельной и прямой BD. Поэтому в плоскости MDB через точку F проведем прямую, параллельную прямой BD.

**4.** В итоге получаем многоугольник PQD1RB1 искомое сечение.

**Ответ.** PQD1RB1- искомое сечение.



Рассмотрим данный способ построения сечения на примере конкретной задачи.

**Дано:** правильная призмы $ABCA_1B_1C_1$, $AA_1=AB$, на ребре $AC$ задана точка $P$ – середина этого ребра. Построим сечение призмы плоскостью, проходящей через точку $P$ перпендикулярно прямой $BC_1$.

**1.** Если через какую-нибудь точку прямой $BC_1$ провести две прямые, перпендикулярные прямой $BC_1$, то этими пересекающимися прямыми определится плоскость, перпендикулярная прямой $BC_1$.Проведем построение.

**2.** Так как четырехугольник $BCC_1B_1$ является квадратом, то $B_1C \perp BC_1$.Проведя прямую $B_1C$, мы получим первую прямую перпендикулярную прямой $BC_1$.

**3.** Построение второй прямой, перпендикулярной прямой $BC_1$, выполним, например, в плоскости $BC_1P$. Сделаем это вычислительным способом, для чего, положив $AB=a$, подсчитаем стороны треугольника $BC_1P$. Находим:

$$BC_1 = a\sqrt{2},\quad C_1P = \frac{a\sqrt{5}}{2}\quad BP = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Если $PH$ - высота треугольника $BC_1P$, то

или $BP^2 - BH^2 = C_1P^2 - C_1H^2,$

откуда , т. е.

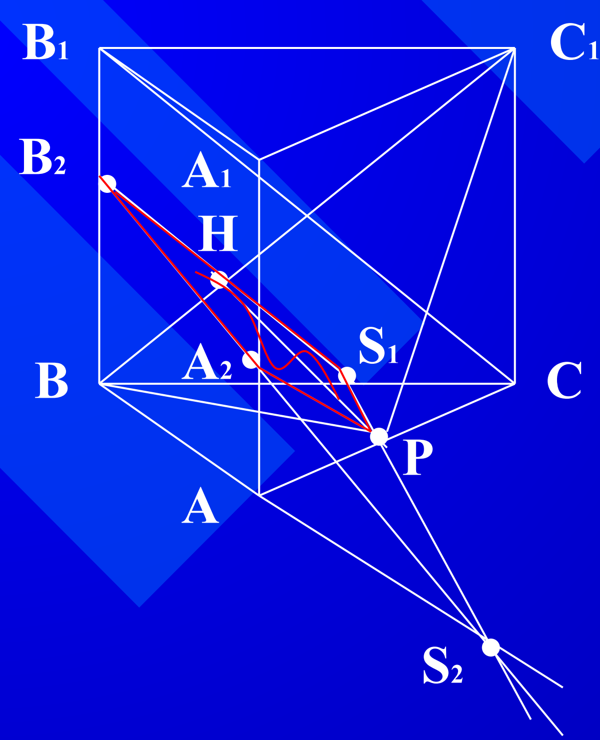
$$\frac{3a^2}{4} - (a\sqrt{2} - C_1H)^2 = \frac{5a^2}{4} - C_1H^2,$$

$$C_1H = \frac{5a}{4\sqrt{2}} \qquad \frac{C_1H}{C_1B} = \frac{5}{8}$$

**4.** Зная это отношение, построим точку $H$ и проводим прямую $PH$, которая и является прямой, перпендикулярной $BC_1$. Затем в плоскости $BCC_1B_1$ через точку $H$ проведем прямую, параллельную прямой $B_1C$. Пусть эта прямая пересекает прямые $BB_1$ и $BC$ соответственно в точках $B_2$ и $S_1$. Таким образом, прямая $B_2S_1$ перпендикулярна прямой $BC_1$. Пересекающимися прямыми $PH$ и $B_2S_1$ определяется плоскость $\beta$ - плоскость искомого сечения.

**5.** Построим сечение призмы плоскостью $\beta$. Получаем последовательно: точку $S_2= PS_1 \cap AB$, прямую $B_2S_2$, точку $A_2= B_2S_2 \cap AA_1$ и, наконец, четырехугольник $PA_2B_2S_1$ – искомое сечение.

**Ответ.** $PA_2B_2S_1$ – искомое сечение.



# Используемая и рекомендуемая литература

- Л.Н.Бескин “Стереометрия”, изд. “Просвещение”, Москва 1971.
- Приложение к журналу “Квант” № 2/2001, “Такая разная геометрия”.
- В,Н.Литвиненко “Решение типовых задач по геометрии”, изд. “Просвещение”, Москва 1999.
- С.А.Фролов “Сборник задач по начертательной геометрии” , изд. “Машиностроение”, Москва 1980.

На главное меню

# Основные математические понятия

***Поверхность*** – это идеально тонкая пленка, которая имеет длину и ширину, но не имеет толщины. Поверхность двумерна. *Замкнутая* поверхность разбивает все пространство на две части: конечную или бесконечную – внутреннюю и всегда бесконечную – внешнюю; в этом случае , двигаясь по линии нельзя попасть из одной части пространства в другую, нигде не пересекая поверхность (рис.).

***Тело*** – внутренняя часть замкнутой поверхности, включая саму эту поверхность (граница тела). Тело, как и пространство, трехмерно, т.е. имеет длину, ширину и высоту.

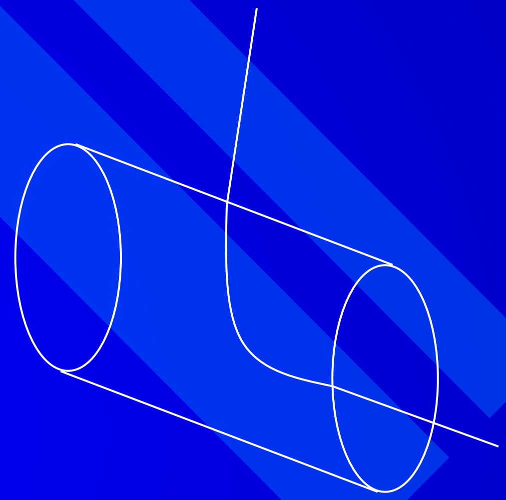


**Рис.**

На главное меню

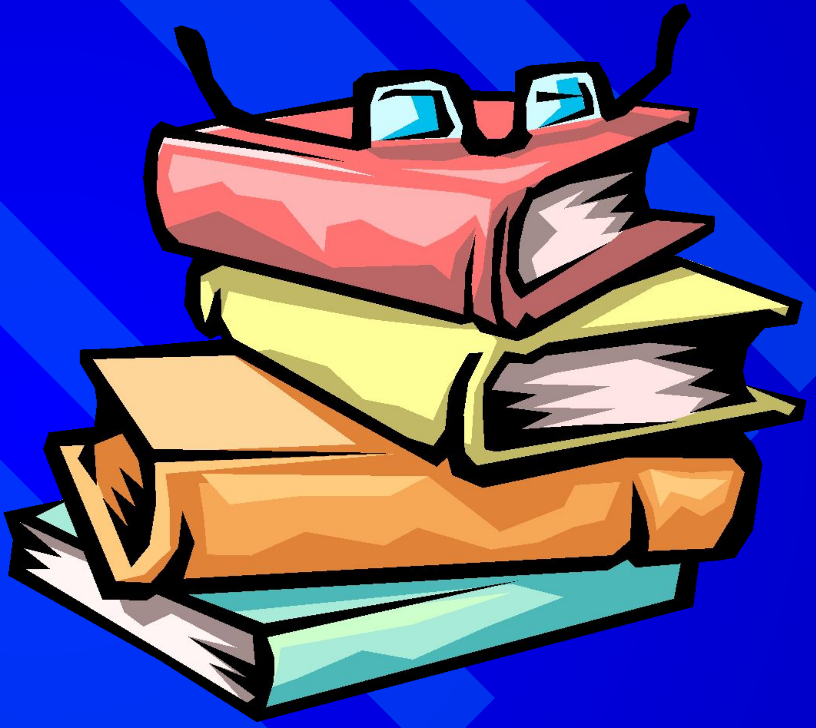
# Тела вращения и их сечения

- Шар
- Цилиндр
- Конус

На главное меню

# Цилиндр

- Цилиндр как геометрическое тело
- Сечения цилиндра

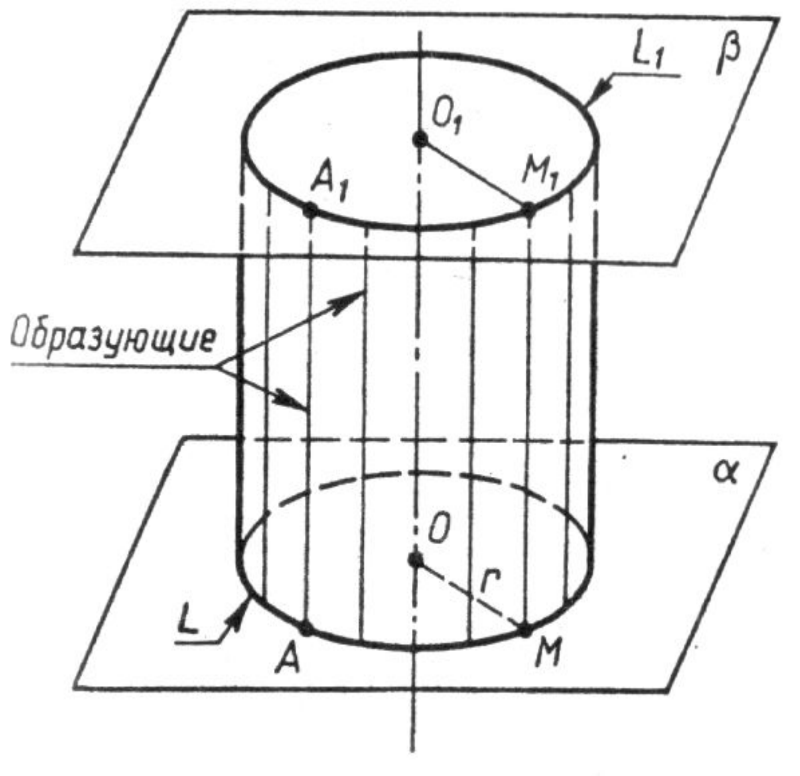


# Цилиндр как геометрическое тело

**1.** Рассмотрим две параллельные плоскости α и β и окружность L с центром O радиуса r, расположенную в плоскости α (рис.). Через каждую точку окружности L проведем прямую, перпендикулярную плоскости α. Отрезки этих прямых, заключенных между плоскостями α и β, образуют *цилиндрическую поверхность*. Сами отрезки называются *образующими цилиндрической поверхности.*

По построению концы образующих, расположенные в плоскости α, заполняют окружность L. Концы же образующих, расположенные в плоскости β, заполняют окружность $L_1$ с центром $O_1$ радиуса r, где $O_1$ – точка пересечения плоскости β с прямой, проходящей через точку O перпендикулярно к плоскости α.

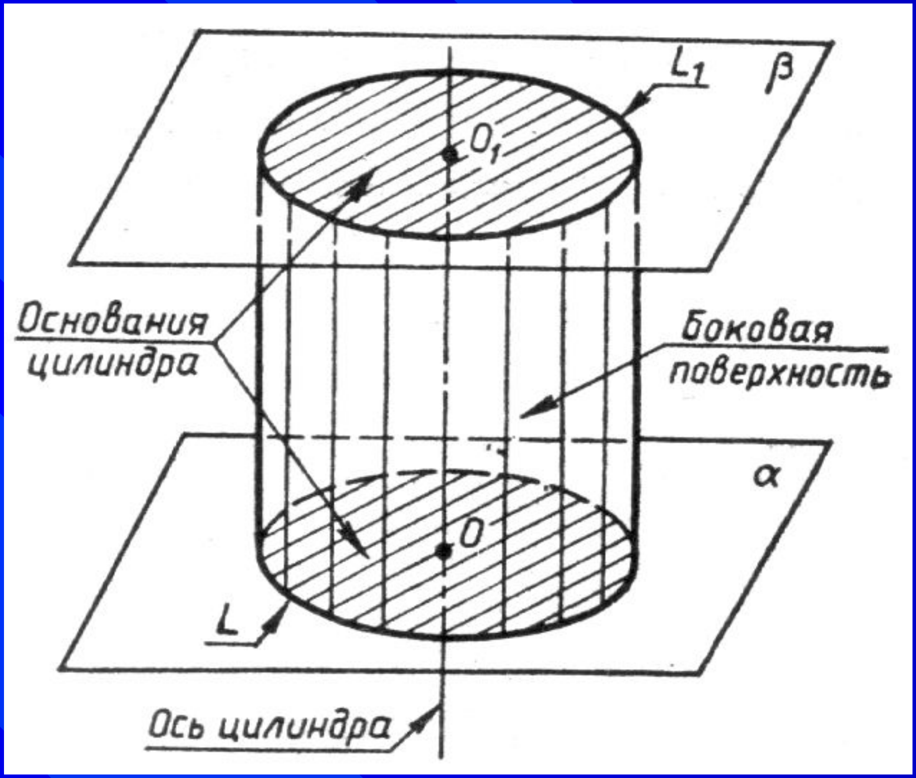
Справедливость этого утверждения следует из того, что множество концов образующих, лежащих в плоскости β, получается из окружности L параллельным переносом на вектор $OO_1$. Параллельный перенос является движением и, значит, наложением, а при наложении любая фигура переходит в равную ей фигуру. Следовательно, при параллельном переносе на вектор $OO_1$ окружность L переходит в равную ей окружность $L_1$ с центром $O_1$ радиуса r.



**2.** *Тело, ограниченное цилиндрической поверхностью и двумя кругами с границами L и* $L_1$*, называется цилиндром (рис.).*

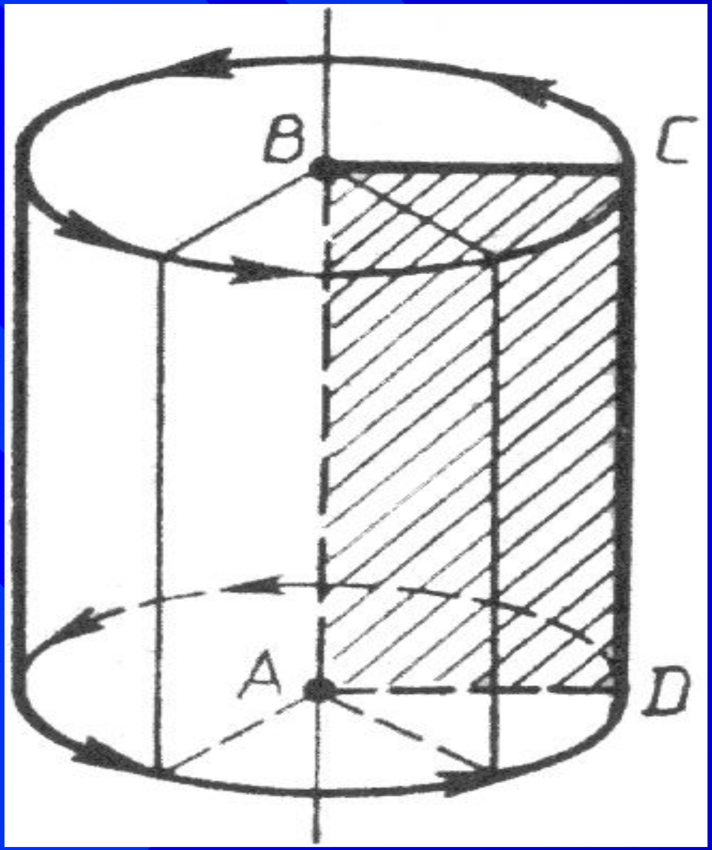
Цилиндрическая поверхность называется *боковой поверхностью цилиндра,* а круги – *основаниями цилиндра.* Образующие цилиндрической поверхности называются *образующими цилиндра*, прямая $OO_1$ – *осью цилиндра.*

Все образующие цилиндра параллельны и равны друг другу как отрезки параллельных прямых, заключенные между параллельными плоскостями α и β. Длина образующей называется *высотой цилиндра*, а радиус основания – *радиусом цилиндра.*



**3.** Цилиндр может быть получен вращением прямоугольника вокруг одной из его сторон. (рис.). При этом боковая поверхность цилиндра образуется вращением стороны CD, а основания – вращением сторон BC и AD.

Любая плоскость, проходящая через ось, является плоскостью симметрии; середина оси является (единственным) центром симметрии; любая прямая проходящая через центр перпендикулярно оси вращения, является осью симметрии (осью второго порядка).



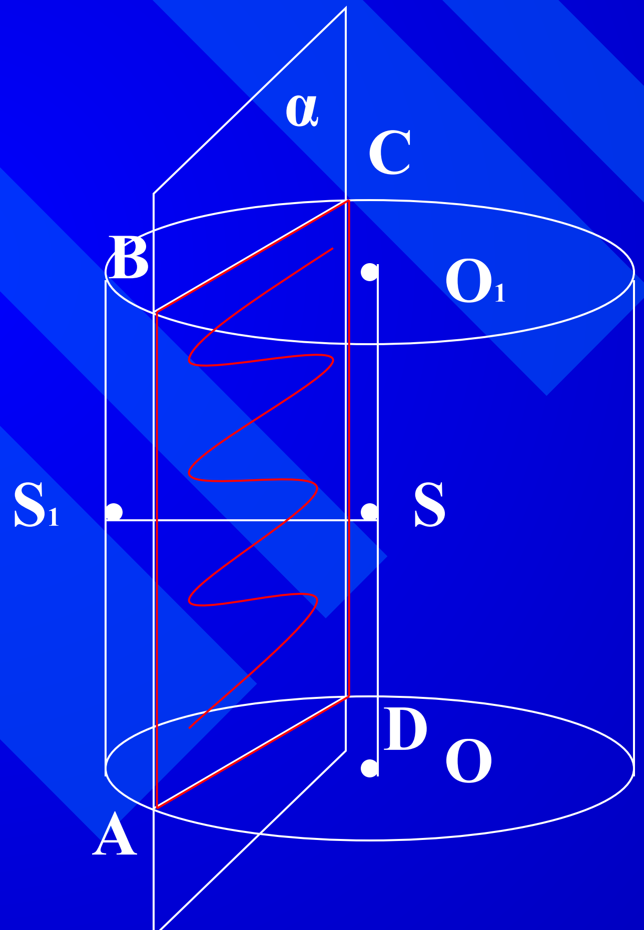
# Сечения цилиндра

- Прямоугольник
- Круг
- Эллипс

**Случай 1.**

**Если секущая плоскость пересекает цилиндр параллельно оси вращения и перпендикулярно оси симметрии второго порядка, то сечением является прямоугольник.**

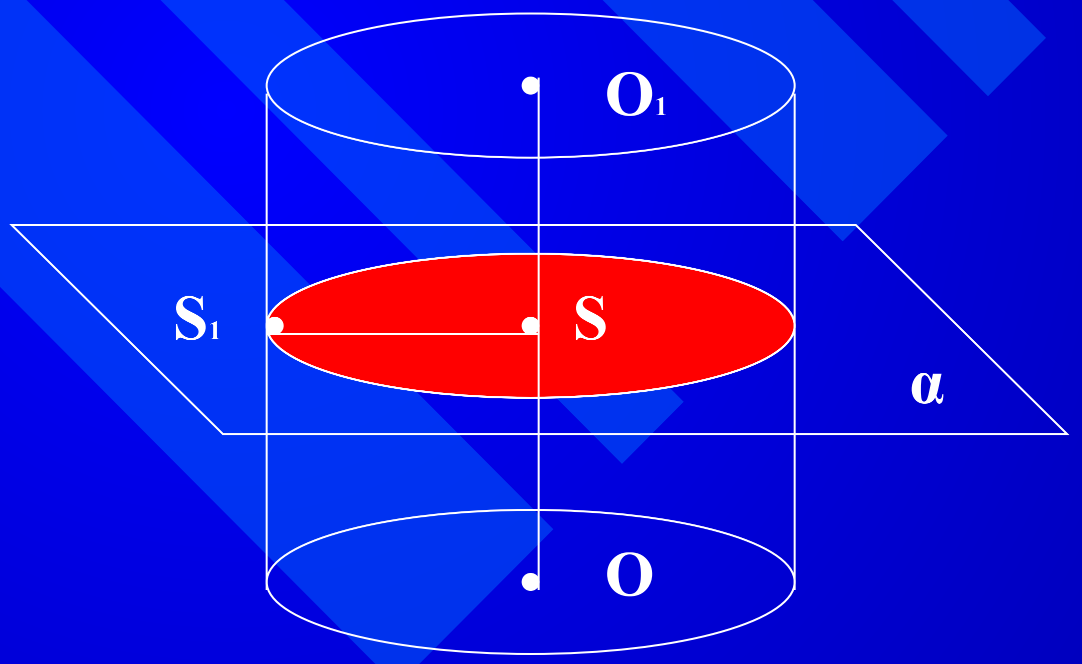
Пример: цилиндр с осью вращения OO1 и осью симметрии второго порядка SS1 пересекает плоскость α||OO1 и α⊥ SS1. Сечением является прямоугольник ABCD.



**Случай 2.**

**Если секущая плоскость пересекает цилиндр перпендикулярно оси вращения и параллельно оси симметрии второго порядка, то сечением является круг.**

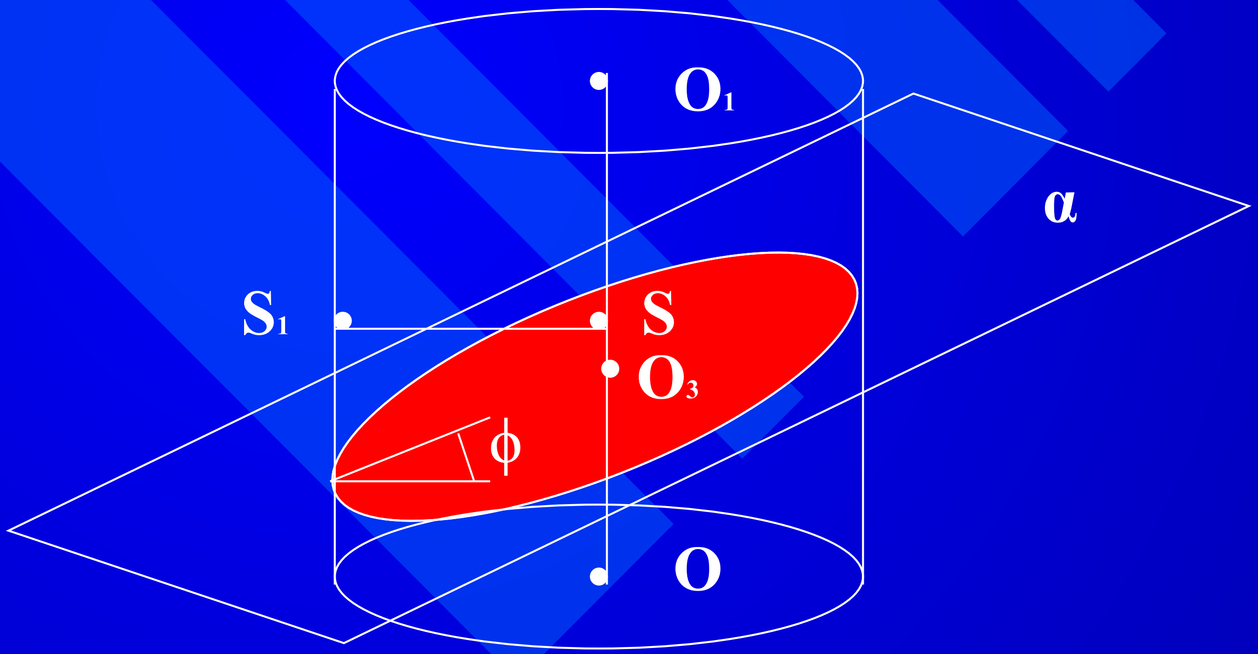
Пример: цилиндр с осью вращения $OO_1$ и осью симметрии второго порядка $SS_1$ пересекает плоскость $\alpha \perp OO_1$ и $\alpha || SS_1$. Сечением является круг центр, которого принадлежит оси вращения цилиндра.



**Случая 3.**

**Пересекая круговой цилиндр плоскостью, наклоненными к его основанию под острым углом ϕ, я получаю овальные кривые, которые называются *эллипсом*.**

Пример: цилиндр с осью вращения OO1 и осью симметрии второго порядка KK1 пересекает плоскость α под острым углом ϕ к нижнему основанию. Сечением является эллипс с центром в производной точке C на прямой OO1.

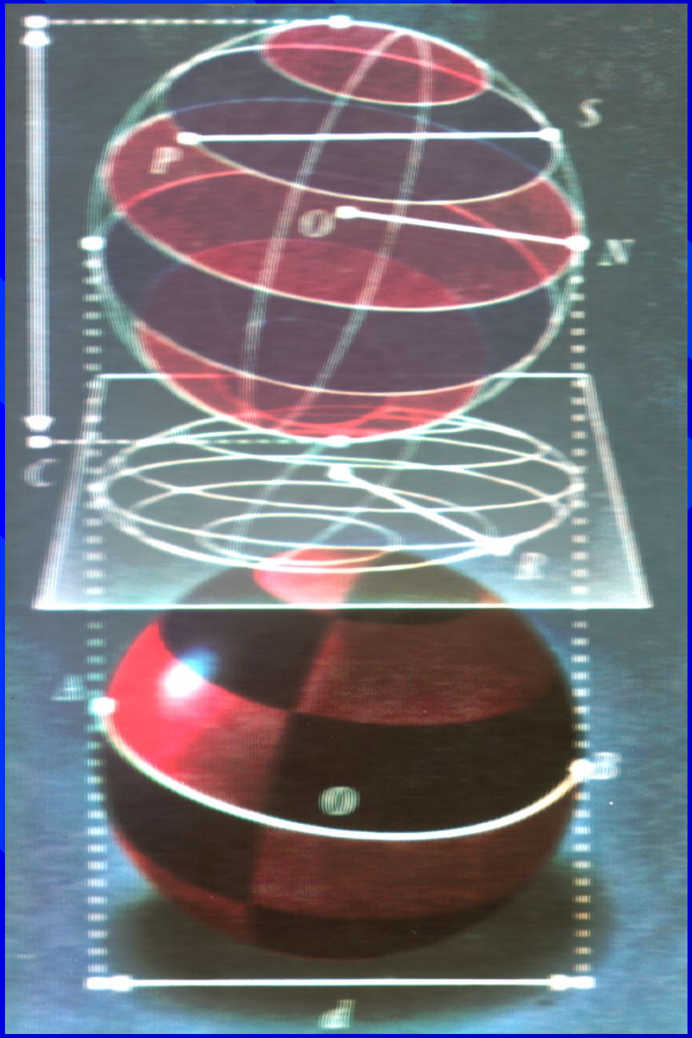


# Шар

- Шар как геометрическое тело
- Сечения шара

# Сечения шара

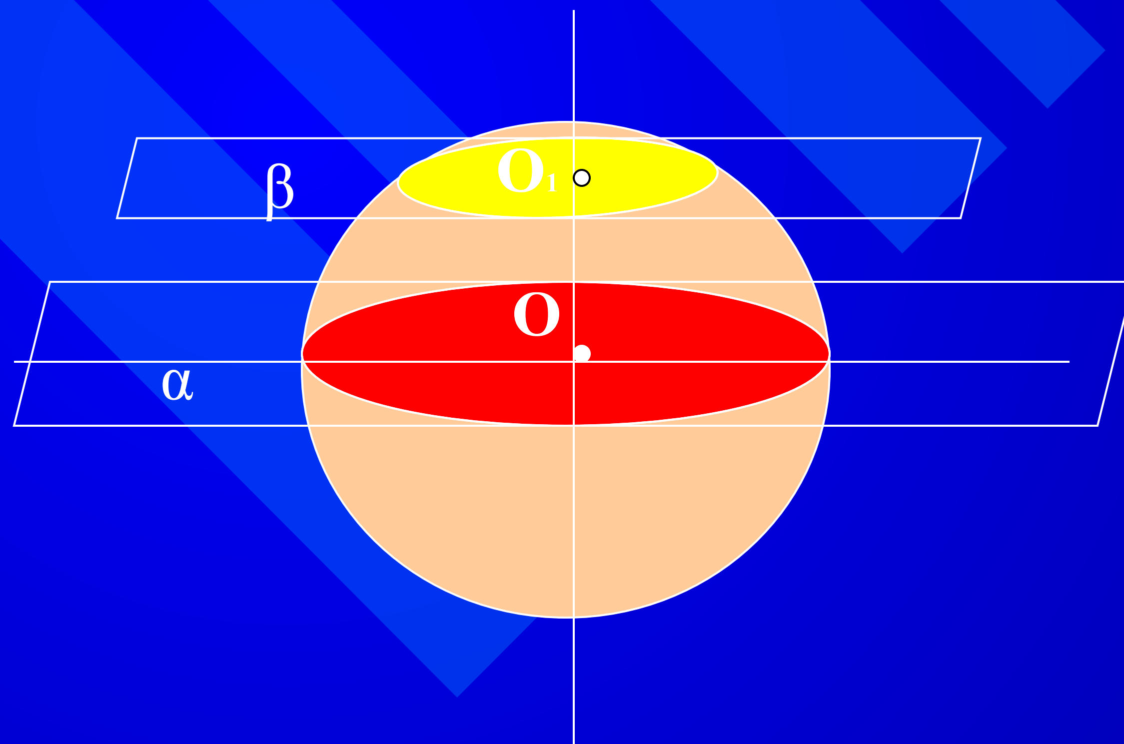
- Круг
- Точка (касание)
- Не пересечение



**Случай 1.**

**Пересечение шара и плоскости есть круг (если секущая плоскость находится на расстоянии меньшем, чем радиус шара от центра).**

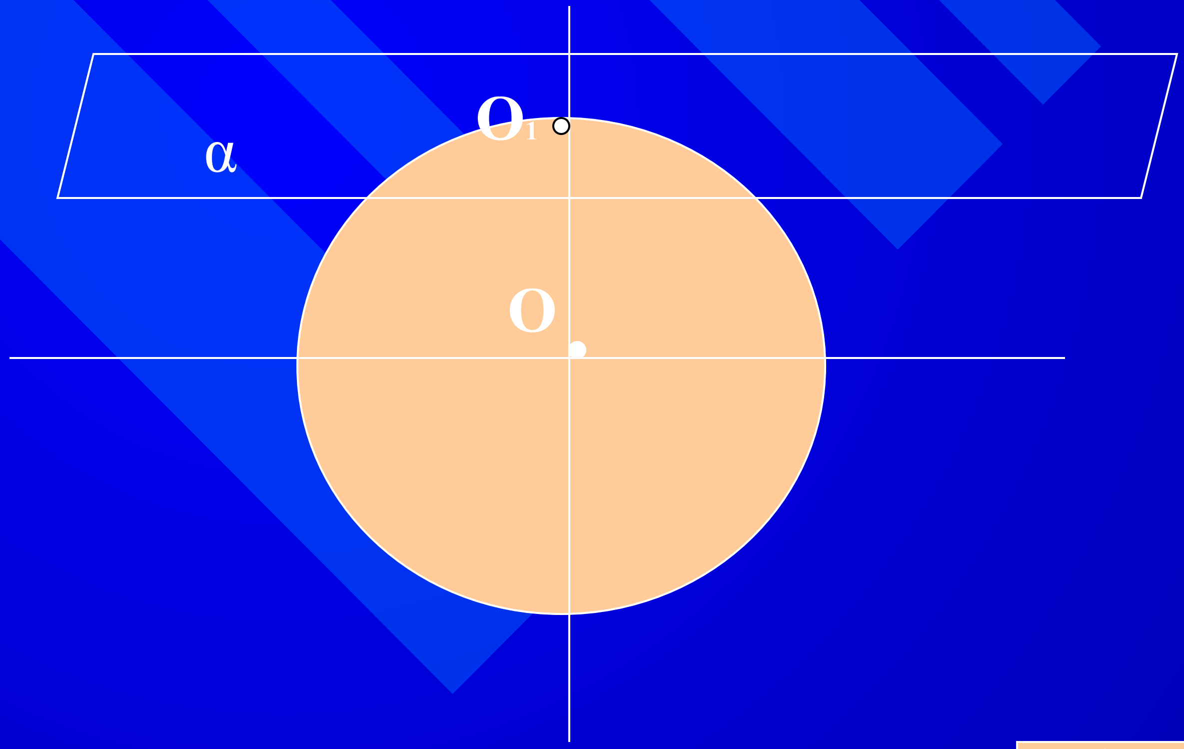
Пример: дан шар с центром в точке О. Шар пересекают плоскости α и β. Сечением является шар, центр которого принадлежит оси вращения шара.



**Случай 2.**

**Пересечение шара и плоскости есть точка (если секущая плоскость находится на расстоянии радиуса от центра шара).**

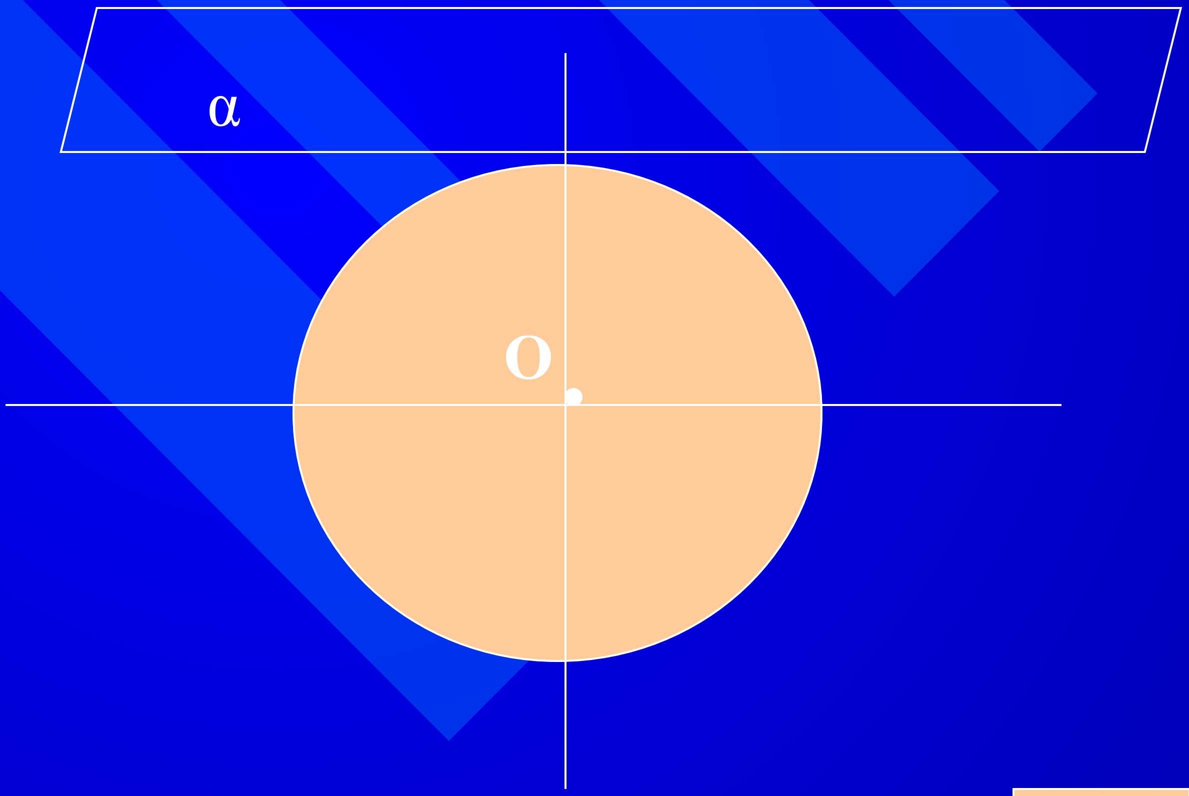
Пример: дан шар с центром в точке О. Шар пересекают плоскости α на расстоянии радиуса данного шара. Сечением является точка. В этом случае плоскость является касательной и перпендикулярной к радиусу в точку касания $O_1$.



**Случай 3.**

**Плоскость может не пересекать шар (если секущая плоскость находится на расстоянии большем, чем радиус шара от центра).**

Пример: дан шар с центром в точке О. Шар пересекают плоскости α на расстоянии радиуса данного шара. Сечением является точка. В этом случае плоскость является касательной и перпендикулярной к радиусу в точку касания $O_1$.



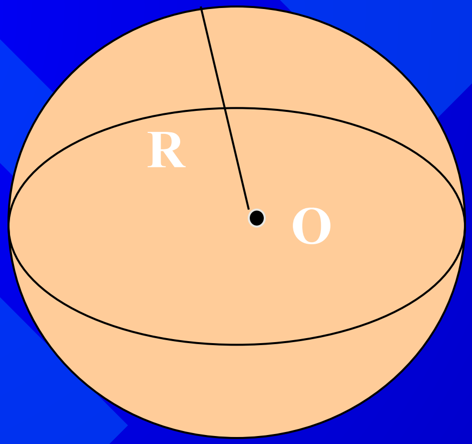
# Шар как геометрическое тело

Свойства шара намного сложнее, чем свойства цилиндра и конуса. При изучении шара очень полезна его аналогия с кругом.

**Определение:** геометрическое место точек пространства, удаленных на данное расстояние от одной точки, называется *сферой*.

Указанное расстояние (R) называется радиусом сферы, а указанная точка (O) – ее центром.

Тело, ограниченное сферой, называется шаром; все точки шара удалены от центра на расстояние, меньшее или равное R. Отрезок , соединяющий две точки сферы, называется хордой (шара или сферы); хорда проходящая через центр, называется диаметром.



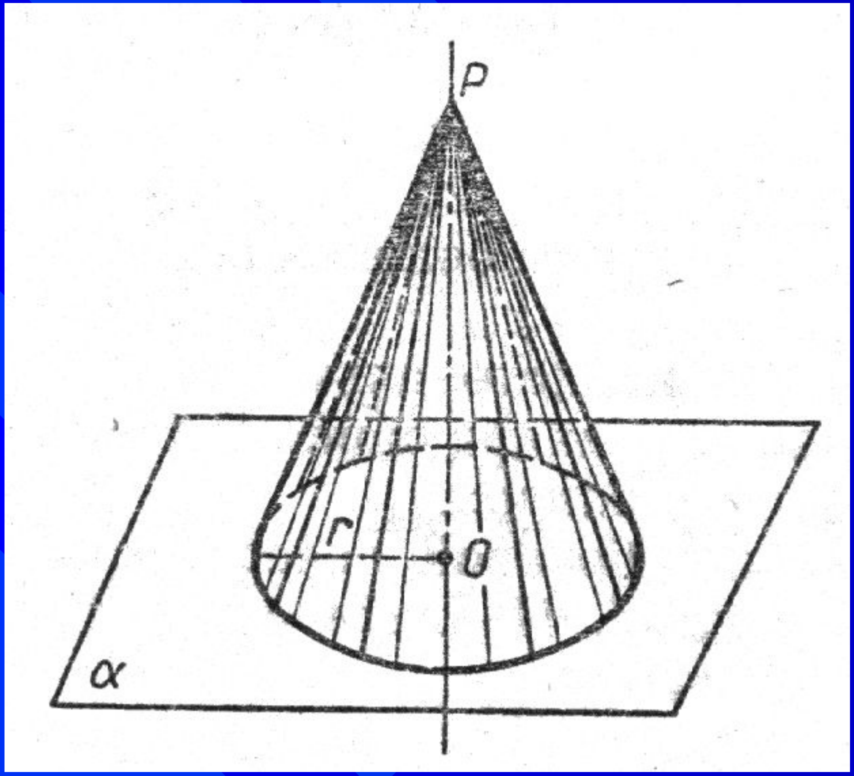
# Конус

- Конус как геометрическое тело

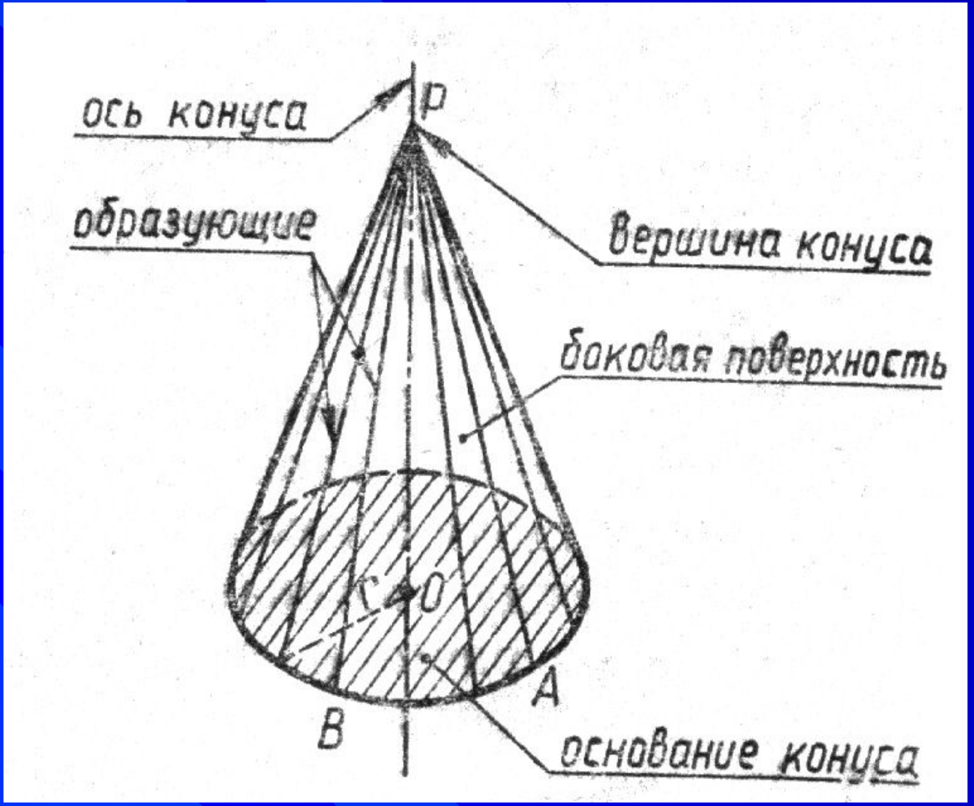
- Сечения конуса

# Конус как геометрическое тело

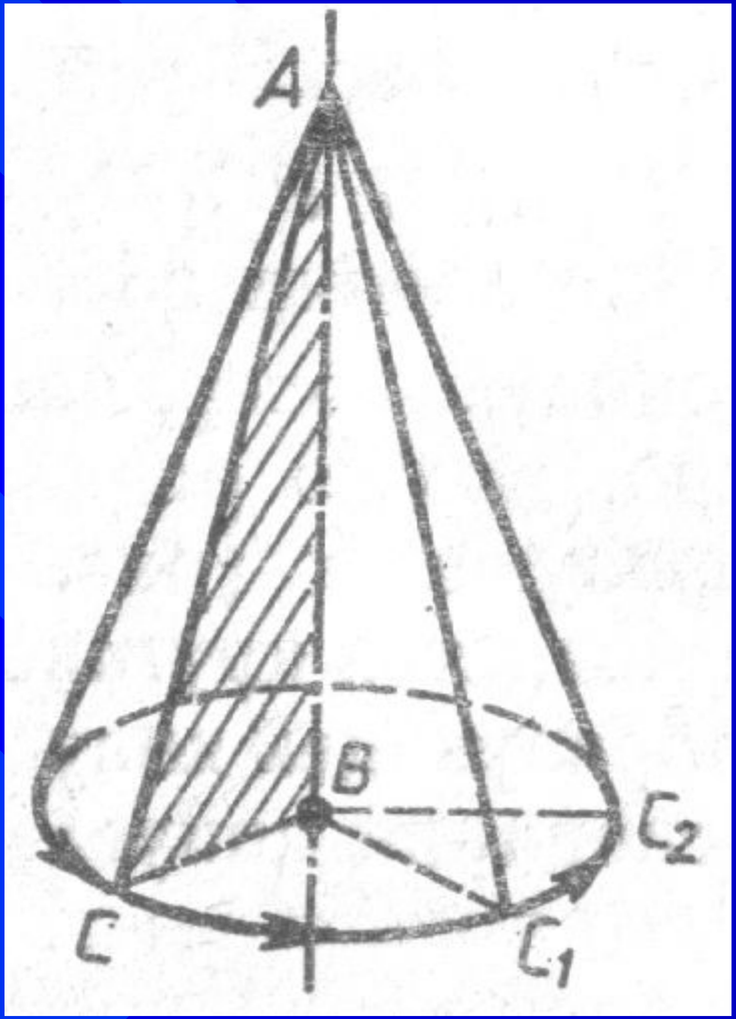
**1.** Рассмотрим окружность L с центром O и прямую OP, перпендикулярную к плоскости этой окружности. Каждую точку окружности соединим отрезком с точкой P. Поверхность, образованная этими отрезками, называется *конической поверхностью (рис.),* а сами отрезки – *образующими конической поверхности.*



**2.** *Тело, ограниченное конической поверхностью и кругом с границей L, называется конусом (рис.).* Коническая поверхность называется *боковой поверхностью конуса*, а круг – *основанием конуса.* Точка Р называется вершиной конуса, а образующие конической поверхности – образующими конуса. Все образующие конуса равны друг другу. Прямая ОР, проходящая через центр основания и вершину, называется *осью конуса.* Ось конуса перпендикулярна к плоскости основания. Отрезок ОР называется *высотой конуса.*



**3.** Конус может быть получен вращением прямого треугольника вокруг одного из его катетов (рис.). При этом боковая поверхность конуса образуется вращением гипотенузы АС, а основание – вращением катета ВС.



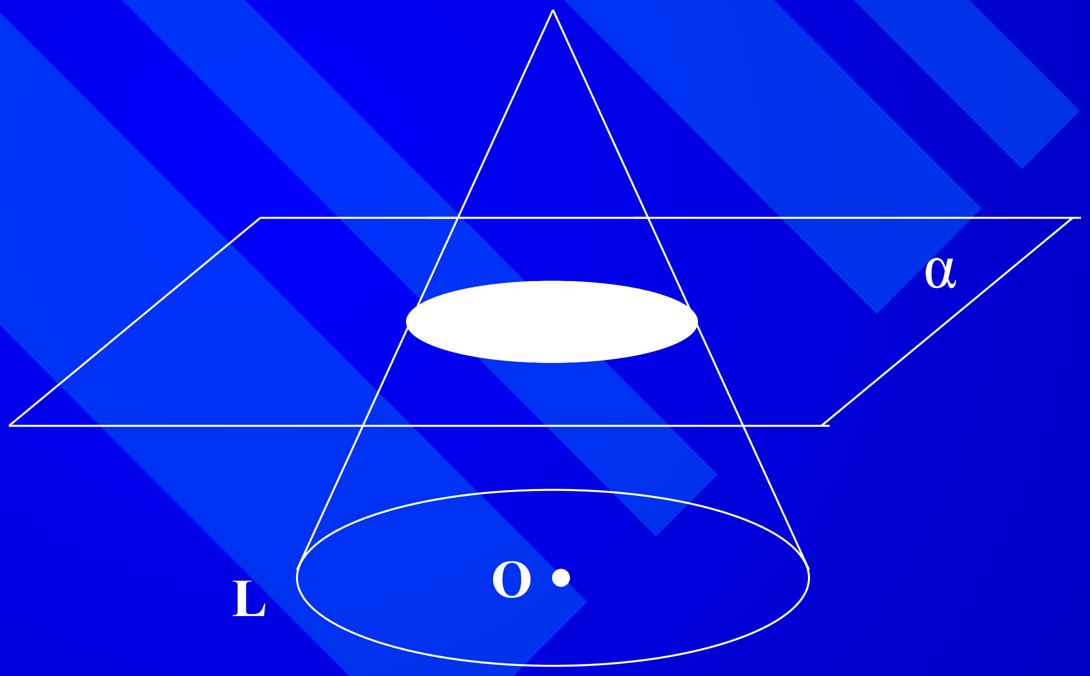
# Сечения конуса

- Круг
- Равнобедренный треугольник
- Эллипс
- Парабола
- Ветвь гиперболы

**Случай 1.**

**Если секущая плоскость пересекает конус параллельно его основанию, то сечением является круг.**

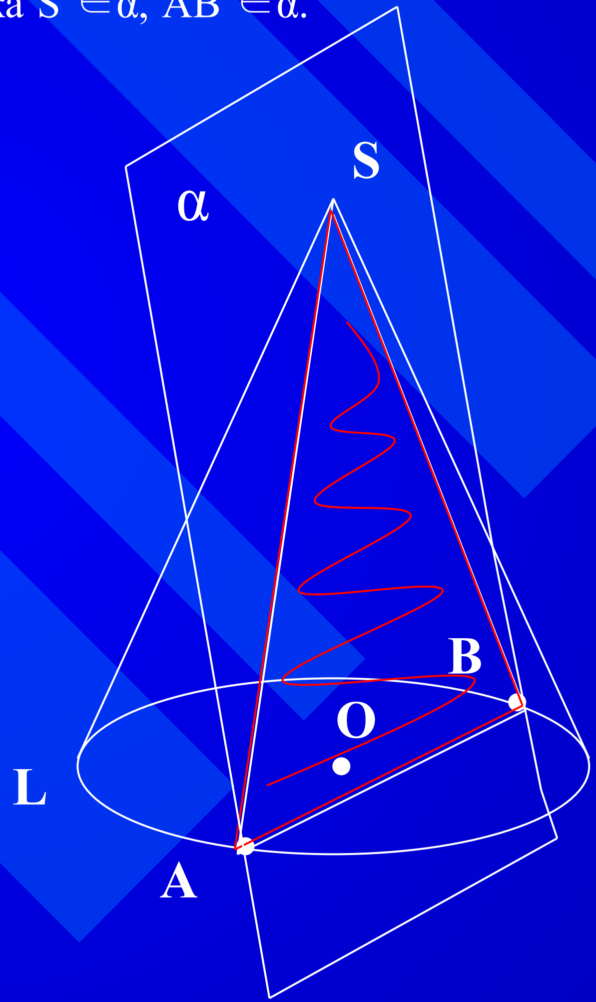
Пример: дан конус с основанием L и центром O. Секущая плоскость α||L. Сечение круг.



## Случай 2.

**Если секущая плоскость пересекает конус, проходя через его основание и вершину, то сечением является равнобедренный треугольник.**

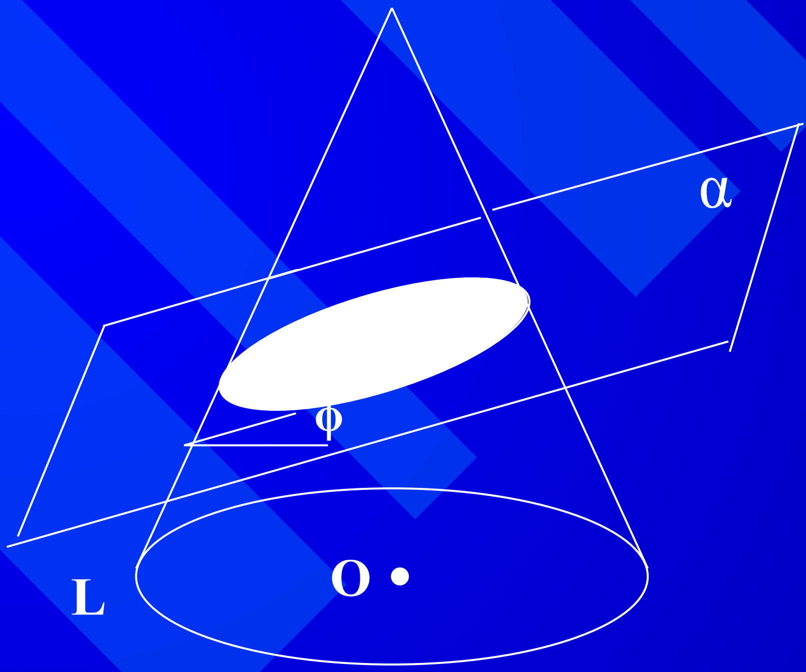
Пример: дан конус с основанием L и центром O. Точка S $\in \alpha$, AB $\in \alpha$. Сечение равнобедренный треугольник.



**Случай 3.**

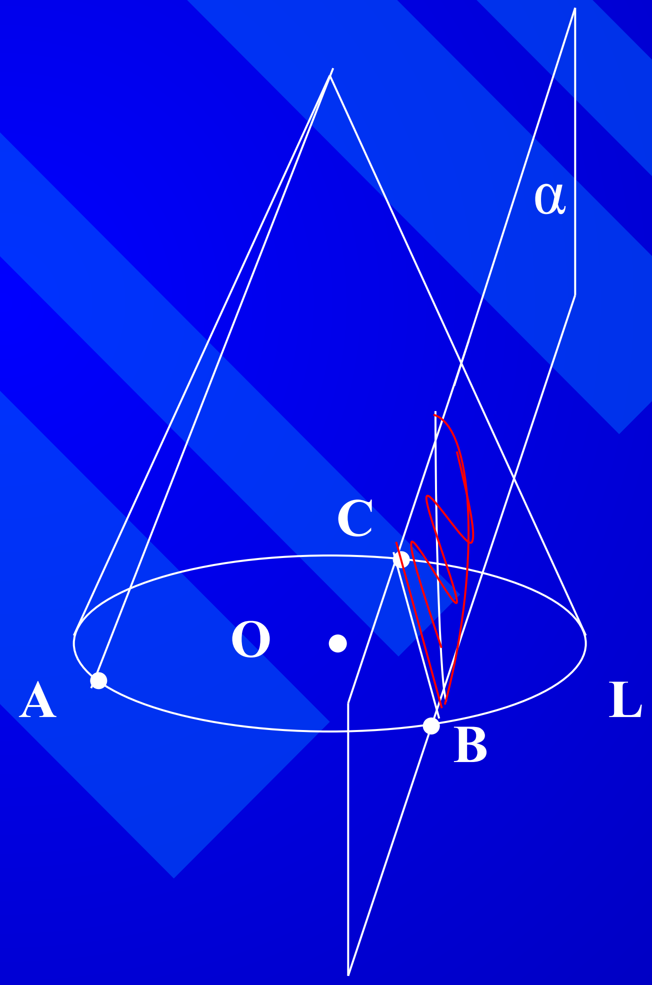
**Если секущая плоскость пересекает все образующие конуса (не параллельно основанию под некоторым углом), то плоскость пересечения образована эллипсом.**

Пример: дан конус с основанием L и центром O. Угол (L,α)=ϕ. Сечение эллипс.



**Случай 4.**

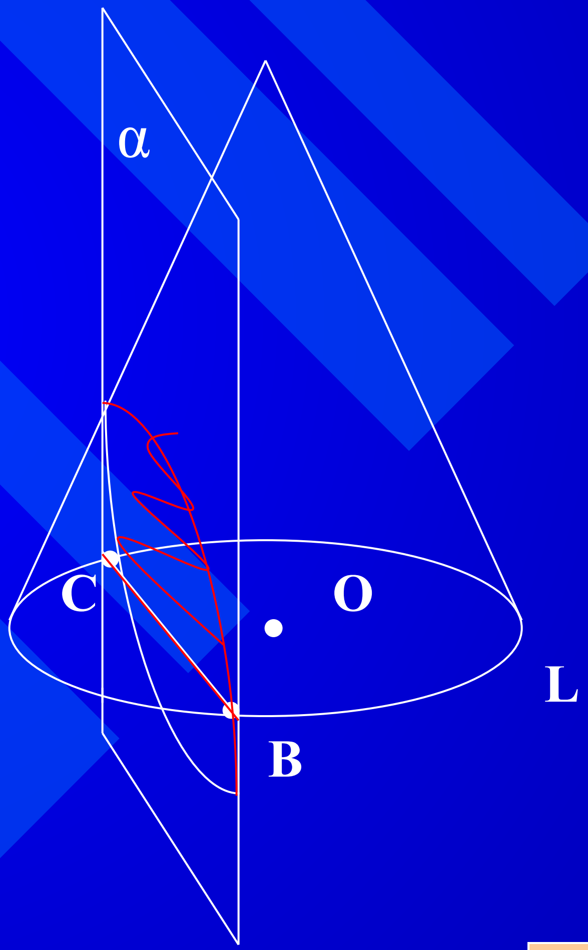
**Если секущая плоскость параллельна одной образующей, то плоскость пересечения образована параболой.** Пример: дан конус с основанием L и центром O. α||AS. Сечение парабола.



## Случай 5.

**Если секущая плоскость параллельна двум образующим, то плоскость пересечения образована одной ветвью гиперболы.**

Пример: дан конус с основанием L и центром O. Сечение ветвь гиперболы.



# Об авторе.

www.moi-mummi.ru

Учитель математики Кошелева Ольга Германовна
МБОУ СОШ №12 г. Саров

На главное меню