ОТДЕЛ ОБРАЗОВАНИЯ
АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДА ЕНАКИЕВО
КОММУНАЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА I-III СТУПЕНЕЙ №40
ГОРОДА ЕНАКИЕВО »

ПРИМЕНЕНИЕ ОБЩИХ ПРИЁМОВ ЭВРИСТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ НА УРОКАХ СТЕРЕОМЕТРИИ КАК СРЕДСТВА ПОВЫШЕНИЯ УРОВНЯ УЧЕБНЫХ ДОСТИЖЕНИЙ УЧАЩИХСЯ

Работу подготовила
учитель математики ОШ I-III ст. №40
г. Енакиева
Трещёва Наталья Викторовна

История эвристического обучения

- **Эвристика** (от греч. heurisko - нахожу) - методология научного исследования, а также методика обучения, основанная на открытии или догадке.
- Большой Энциклопедический Словарь, в одной из трех трактовок эвристики, определил ее так: «Восходящий к Сократу метод обучения (т.н. сократические беседы)».

НАЧАЛО ПРИМЕНЕНИЯ ЭВРИСТИЧЕСКОГО МЕТОДА (КАК МЕТОДА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ)

- **французский педагог - математик Лезан** "Развитие математической инициативы". В этой книге эвристический метод не имеет еще современного названия и выступает в виде советов учителю.

- Весьма интересна с точки зрения применения эвристического метода в школе книга **американского педагога У. Сойера** "Прелюдия к математике" .

- **Дистервег** пытался **на примере преподавания стереометрии** обосновать преимущества эвристического метода. Он пришел к выводу, **«что для учащихся гораздо важнее узнать пути к доказательству, нежели само доказательство».**

Эвристические правила при решении стереометрических задач .

- Для решения типовых задач используются эвристические правила, которые помогают учащимся в выполнении правильного построения условия задачи, следовательно, более успешного нахождения решения задачи.

1. Задачи на нахождение расстояния между скрещивающимися прямыми.

- **замечание:**

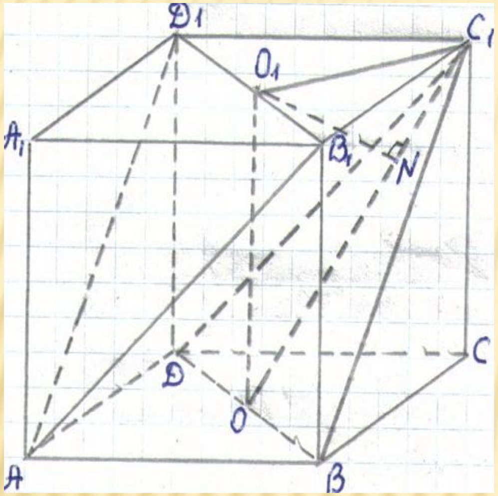
  Расстояние между одной из скрещивающихся прямых и плоскостью, проходящей через другую прямую параллельно первой, называется расстоянием между скрещивающимися прямыми.

- **Правило 1.** *Чтобы найти расстояние между скрещивающимися прямыми, достаточно найти расстояние между параллельными плоскостями, содержащими эти скрещивающиеся прямые.*

- **Правило 2.** *Чтобы найти расстояние между скрещивающимися прямыми, достаточно найти длину отрезка прямой, перпендикулярной каждой из скрещивающихся прямых, с концами отрезка на данных скрещивающихся прямых.*

Задача 1.

В единичном кубе $AB \ldots D_1$ найдите расстояние между прямыми AB_1 и BC_1.



Решение.

- Прямые AB_1 и BC_1 скрещивающиеся. Чтобы найти расстояние между ними, достаточно найти расстояние между параллельными плоскостями, содержащими эти прямые. $BC_1 || AD_1$, так как ABC_1D_1-параллелограмм. Поэтому $BC_1 || (AB_1D_1)$ по теореме о параллельности прямой и плоскости. Точно также $AB_1 || (BDC_1)$.
- Наша задача найти расстояние между параллельными плоскостями (AB_1D_1) и (C_1DB). Эти плоскости параллельны по признаку параллельности двух плоскостей.
- $AB_1 || DC_1$, $AD_1 || BC_1$, $AB_1 \cap AD_1 = A$, $BC_1 \cap DC_1 = C_1$ отсюда следует, что $(AB_1D_1) || (C_1DB)$. Рассмотрим треугольник OO_1C_1, где O и O_1-точки пересечения диагоналей нижнего и верхнего оснований. $\triangle OO_1C_1$-прямоугольный, так как OO_1 является стороной прямоугольника OO_1C_1C. Из вершины O_1 треугольника OO_1C_1 проведем высоту O_1N к гипотенузе OC_1. O_1N- искомое расстояние. Докажем это.

  $O_1N \perp OC_1$, $O_1N \perp DB$, так как $DB \perp (OO_1C_1)$, отсюда $O_1N \perp (DBC_1)$, но так как $(AB_1D_1) || (DBC_1)$, то $O_1N \perp (AB_1D_1)$.
- Найдем длину O_1N из $\triangle OO_1C_1$.

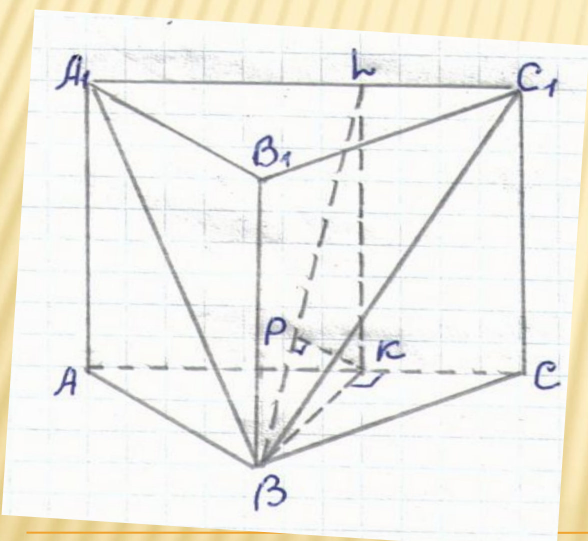
  $O_1N \times OC_1 = OO_1 \times O_1C_1 \Rightarrow O_1N = OO_1 \times O_1C_1 : OC_1 = 1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} : \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{3}$

ЗАДАЧИ НА НАХОЖДЕНИЕ РАССТОЯНИЯ МЕЖДУ СКРЕЩИВАЮЩИМИСЯ ПРЯМЫМИ.

Задача 2.

Из вершины А правильного треугольника АВС со стороной *a* к плоскости треугольника проведен перпендикуляр AA_1, длина которого равна1. Найти *a*, если расстояние между прямыми АС, BA_1 равно $\frac{\sqrt{3}}{2}$



Решение

- Достроим фигуру $ABCA_1$ до прямой призмы с основаниями АВС и $A_1B_1C_1$.Прямые АС и BA_1 скрещивающиеся. Рассмотрим $\triangle A_1BC_1$.
- $AC \parallel A_1C_1$, $A_1C_1 \in (A_1BC_1)$ отсюда следует, что $AC \parallel (BA_1C_1)$.
- Чтобы найти расстояние между скрещивающимися прямыми АС и BA_1, достаточно найти расстояние между прямой АС и плоскостью (A_1BC_1).
- Проведем в $\triangle ABC$ медиану ВК. Через точку К проведем прямую KL, параллельную CC_1.
- $\triangle BKL$ – прямоугольный, $\angle BKL=90°$. В $\triangle BKL$ проведем высоту КР к гипотенузе BL. Докажем, что РК – искомое расстояние. Прямая АС перпендикулярна плоскости (BKL), так как $AC \perp BK$, $AC \perp KL$, значит, и перпендикулярна РК, но АС и A_1C_1 параллельные прямые, поэтому РК перпендикулярно A_1C_1. Итак, $PK \perp BL$, $PK \perp A_1C_1$, $BL \cap A_1C_1$,значит, $PK \perp (BA_1C_1)$ ч.т.д.
- Из$\triangle BKL$ имеем: $PK \cdot BL = BK \cdot KL$ (1), ВК = $\frac{a\sqrt{3}}{2}$, KL=1,

  BL= $\sqrt{\frac{3a^2}{4}+1}$ из треугольника BKL по теореме Пифагора.

  BL= $\frac{\sqrt{3a^2+4}}{2}$

  Подставим найденные значения в равенство (1) и найдем значение *a*.

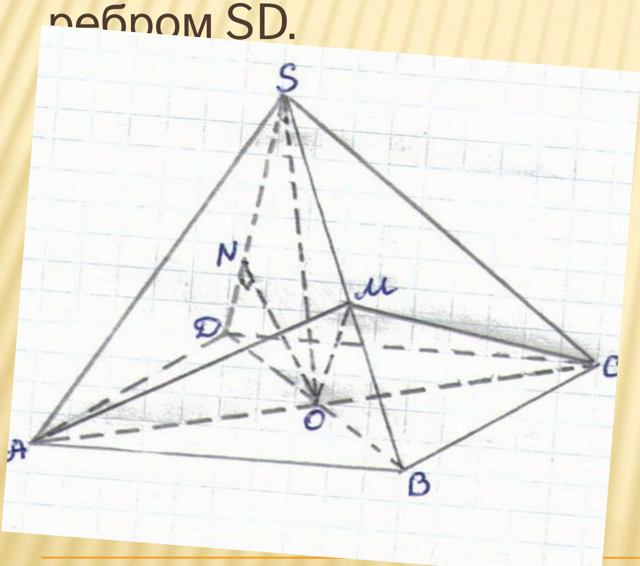
  $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3a^2+4}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot 1$, отсюда *a*=2

  Ответ: 2

ЗАДАЧИ НА НАХОЖДЕНИЕ РАССТОЯНИЯ МЕЖДУ СКРЕЩИВАЮЩИМИСЯ ПРЯМЫМИ.

Задача 3.

В правильной четырехугольной пирамиде SABCD сторона основания равна 3, а высота равна 6. Найдите расстояние между медианой AM боковой грани ASB и ребром SD.



Решение.

Проведем медиану AM. Прямые AM, SD – скрещивающиеся. Для нахождения расстояния между скрещивающимися прямыми воспользуемся замечанием о нахождении расстояния между скрещивающимися прямыми, то есть найдем расстояние между прямой SD и плоскостью, проходящей через прямую AM, параллельно прямой SD. Проведем высоту SO пирамиды. В треугольнике SDB проведем среднюю линию MO. MO||SD, MO∈(ACM), отсюда следует, что SD||(AMC).Значит, надо найти расстояние между прямой SD и плоскостью (ACM).

- В прямоугольном △SOD проведем высоту ON к гипотенузе DS, докажем, что ON – искомое расстояние. AC⊥DB, SO⊥AC,отсюда следует, что AC⊥(DOS), но ON∈(DOS), поэтому ON⊥AC,также ON⊥OM (OM||DS, ON⊥DS). Значит, ON⊥(AOC) ч.т.д.
- Найдем длину отрезка ON. Из △SOD имеем:

ON·DS=DO·SO⇒ON= $\frac{DO\cdot SO}{DS}$, DO=0,5D $\frac{3\sqrt{2}}{2}$, SO=6,

DS найдем из△DOS по теореме Пифагора: DS= $\sqrt{36+4{,}5}$ = $\sqrt{40{,}5}$

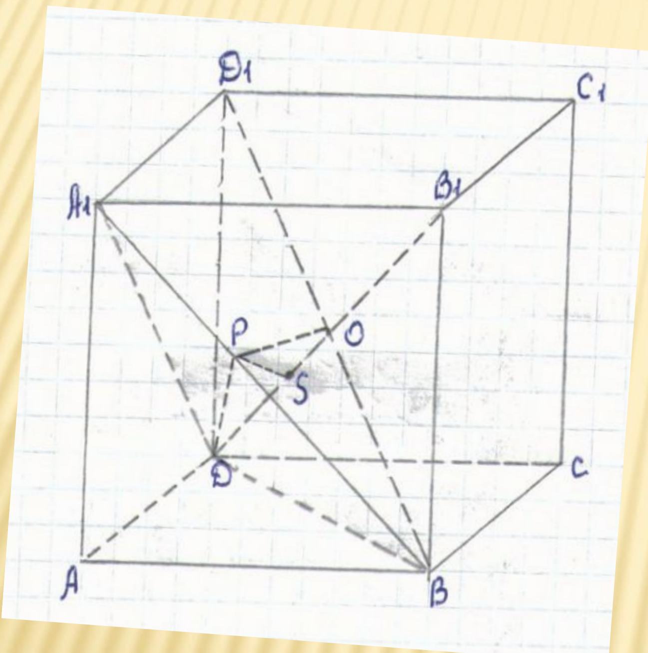
ON= $\frac{3\sqrt{2}}{2}\cdot 6 : \sqrt{40{,}5}$ = 2.

Ответ: 2.

ЗАДАЧИ НА НАХОЖДЕНИЕ РАССТОЯНИЯ МЕЖДУ СКРЕЩИВАЮЩИМИСЯ ПРЯМЫМИ.

Задача 4 .

В единичном кубе A...D_1 найдите расстояние между прямыми BA_1, DB_1.



Решение.

Воспользуемся правилом 2.

- Рассмотрим $\triangle A_1DB$. $A_1D=DB=A_1B \Rightarrow \triangle A_1DB$ – равносторонний.
- Проведем в нем медиану DP. $DP \perp A_1B$. В $\triangle A_1BD_1$ проведем среднюю линию PO. $PO || A_1D_1$, $A_1D_1 \perp A_1B$, отсюда $PO \perp A_1B$. В $\triangle DPO$ проведем высоту PS к стороне DO. Так как $A_1B \perp DP$, $A_1B \perp PO$, $DP \cap PO=P$, то $A_1B \perp (DPO)$, значит, $PS \perp A_1B$, то есть PS – искомое расстояние. $PS \cdot DO=DP \cdot PO \cdot \sin\angle DPO$. Найдем $\cos\angle DPO$. $\cos\angle DPO=(DP^2+PO^2-DO^2):(2DP \cdot PO) = \frac{\sqrt{6}}{3}$.
- Действительно $DP= a\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$, $PO=0{,}5A_1D_1=0.5$, $Do=0.5DB_1=\frac{\sqrt{3}}{2}$, DB_1 находим из $\triangle DBB_1$ по теореме Пифагора, $DB_1=\sqrt{3}$.

$\cos\angle DPO= \frac{1{,}5+0{,}25-0{,}75}{2 \cdot 0{,}5 \cdot \frac{\sqrt{6}}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$, $\sin\angle DPO= \frac{\sqrt{3}}{3}$.

$PS = (DP \cdot PO \cdot \sin\angle DPO):DO= \frac{\sqrt{6}}{6}$

- **Ответ:** $\frac{\sqrt{6}}{6}$

ЗАДАЧИ НА НАХОЖДЕНИЕ РАССТОЯНИЯ МЕЖДУ СКРЕЩИВАЮЩИМИСЯ ПРЯМЫМИ.

2. ЗАДАЧИ НА НАХОЖДЕНИЕ РАССТОЯНИЯ ОТ ТОЧКИ ДО ПКОЛОСТИ

При нахождении расстояния от данной точки до плоскости удобно пользоваться следующими эвристическими правилами.

- **Правило 3.** Чтобы найти расстояние от данной точки до плоскости, достаточно найти расстояние от произвольной точки одной из параллельных плоскостей, содержащей данную точку, до другой плоскости.
- **Правило 4**. Чтобы найти расстояние от данной точки до данной плоскости, достаточно найти расстояние от произвольной точки прямой, содержащей данную точку, до параллельной ей данной плоскости.

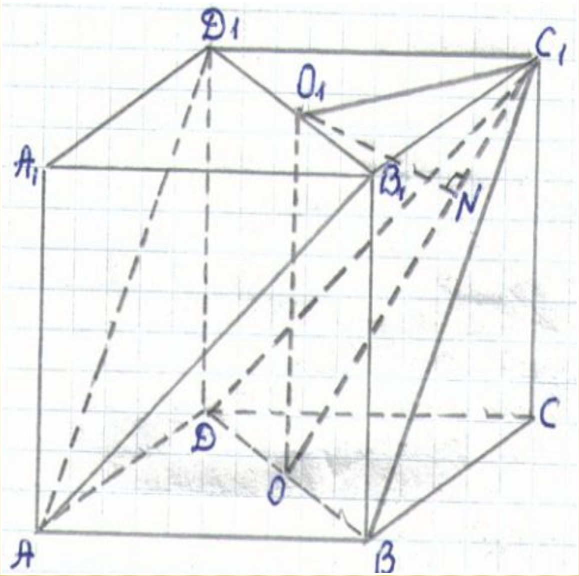
2. ЗАДАЧИ НА НАХОЖДЕНИЕ РАССТОЯНИЯ ОТ ТОЧКИ ДО ПКОЛОСТИ

Следующее правило очень часто применяется при решении различных стереометрических задач.

- **Правило 5.** Чтобы доказать, что прямая *а*, принадлежащая плоскости α, перпендикулярна прямой в, принадлежащей плоскости β, достаточно доказать, что прямая *в* перпендикулярна плоскости α, тогда прямая *в* будет перпендикулярна и прямой *а*.

Задача 5.

В единичном кубе $A \ldots D_1$ найдите расстояние от точки A до плоскости BDC_1.



Решение.

Чтобы найти расстояние от точки А до плоскости DBC_1 воспользуемся правилом 3.

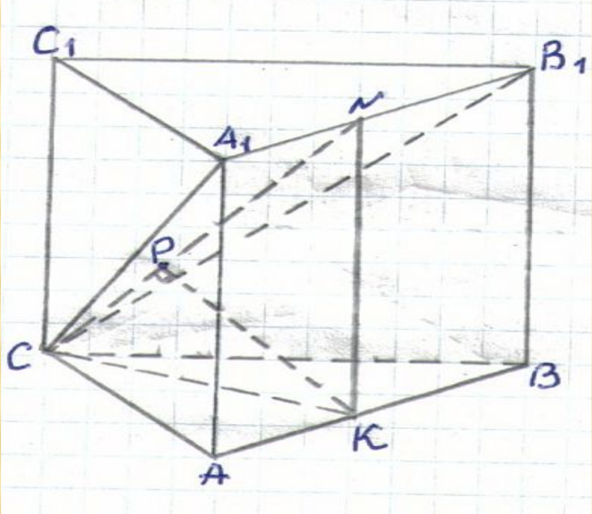
- Плоскости (AB_1D_1), (DBC_1) параллельны (см. задачу1). Значит, для решения задачи надо найти расстояние от произвольной точки плоскости (AD_1B_1) до плоскости (C_1BD), но эта задача решена (см. задачу 1).

ЗАДАЧИ НА НАХОЖДЕНИЕ РАССТОЯНИЯ ОТ ТОЧКИ ДО ПКЛОЛОСТИ

Задача 6.

В правильной треугольной призме A…C_1 все ребра которой равны 1,

Найдите расстояние от точки A до плоскости CA_1B_1.



Решение.

- Чтобы найти расстояние от точки A до плоскости (A_1CB_1), достаточно найти расстояние от прямой AB до этой плоскости., так как прямая AB параллельна прямой A_1B_1. $\triangle A_1CB_1$ – равнобедренный, $A_1C=CB_1$, а $\triangle ACB$ – равносторонний по условию. Проведем в этих треугольниках медианы CN, CK соответственно. $\triangle CKN$ – прямоугольный. $AB\perp CK$, $AB\perp KN$, значит $AB\perp (CKN)$, из вершины K к гипотенузе CN в $\triangle CKN$ проведем высоту KP. $KP\perp CN$, $KP\perp A_1B_1$ так как $AB\perp KP$ и $AB \parallel A_1B_1$ а, значит, и $A_1B_1\perp KP$, отсюда $KP\perp(CA_1B_1)$, KP – искомое расстояние. Найдем расстояние KP из $\triangle CKN$.

  $KP\cdot NC=KN\cdot KC$, $KC=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $KN=1$, NC найдем из

  $\triangle KCN$ по теореме Пифагора. $NC=\frac{\sqrt{7}}{2}$,

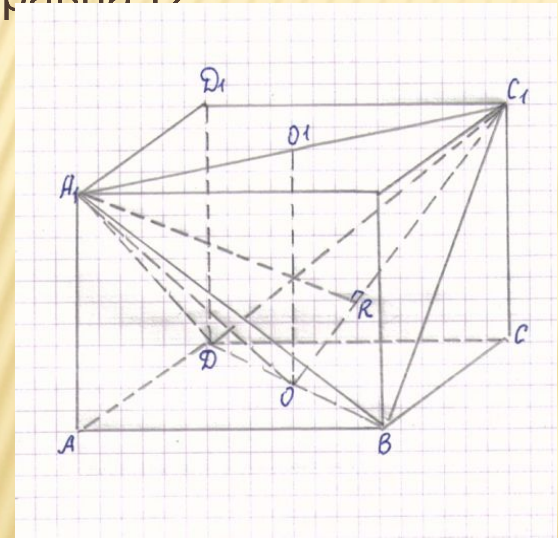
  $KP=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{2}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{21}}{7}$.

Ответ : $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

ЗАДАЧИ НА НАХОЖДЕНИЕ РАССТОЯНИЯ ОТ ТОЧКИ ДО ПКЛОСТИ

Задача 7.

В основании прямоугольного параллелепипеда лежит квадрат ABCD с площадью 36. Найдите расстояние от точки A_1 до плоскости (BC_1D), если высота параллелепипеда равна 12.



Решение.

- Построим $\triangle A_1C_1O$. Он равнобедренный, так как $A_1O=OC_1$. Опустим перпендикуляр A_1R на сторону OC_1 треугольника A_1OC_1. Докажем, что A_1R – искомое расстояние.

  $A_1R \perp DB$. Для доказательства этого факта воспользуемся правилом 5. Докажем, что $DB \perp A_1R$.
- $DB \perp OC_1$ (OC_1 – медиана равнобедренного треугольника DBC_1, проведенная к основанию). Точно так же $DB \perp A_1O$, значит, $DB \perp (A_1OC_1)$ но A_1R принадлежит плоскости (A_1OC_1), поэтому $DB \perp A_1R$.

  $A_1R \perp OC_1$, $A_1R \perp DB$, $DB \cap OC_1 = O$ отсюда следует, что $A_1R \perp (DBC_1)$, то есть A_1R – искомое расстояние.
- Найдем длину A_1R из $\triangle A_1OC_1$.

  $A_1R \cdot OC_1 = OO_1 \cdot A_1C_1$ $A_1R = OO_1 \cdot A_1C_1 : OC_1$. $OO_1=12$, $A_1C_1=6\sqrt{2}$ OC_1 найдем из треугольника OCC_1 по теореме Пифагора.

  $OC_1=\sqrt{162}=9\sqrt{2}$, $A_1R=12\cdot 6\sqrt{2} : 9\sqrt{2}=8$

Ответ: 8.

ЗАДАЧИ НА НАХОЖДЕНИЕ РАССТОЯНИЯ ОТ ТОЧКИ ДО ПКЛОСТИ

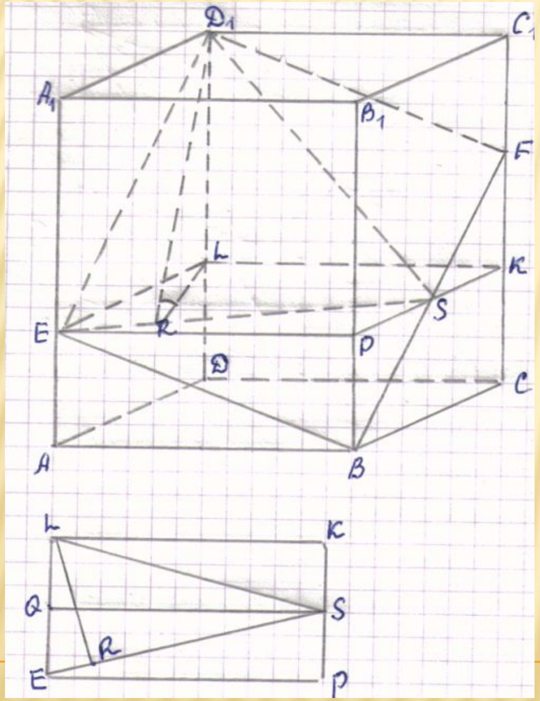
3. Задачи на нахождение угла между двумя плоскостями.

При решении задач на нахождение угла между двумя плоскостями пользуюсь следующими эвристическими правилами.

- **Правило 6**. Чтобы найти угол между двумя плоскостями, достаточно найти угол между одной из плоскостей и плоскостью, параллельной другой плоскости.
- **Правило 7.** Чтобы найти угол между двумя данными плоскостями, достаточно найти угол между плоскостями, параллельными данным плоскостям.

Задача 8.

В правильной четырехугольной призме $A \ldots D_1$ стороны основания равны 2, а боковые ребра равны 3. На ребре AA_1 отмечена точка E так, что $AE:EA_1=1:2$. Найдите угол между плоскостями (ABC) и (BED_1).



Решение.

- Через точку E проведем плоскость (EPK) параллельно плоскости (ABC). Прямая ES – линия пересечения плоскостей (EPK) и (BED_1).

  В $\triangle ED_1S$ проведем высоту D_1R. $D_1R \perp ES$, тогда по теореме о трех перпендикулярах $ES \perp RL$. $\angle D_1RL$ – искомый. Найдем этот угол из $\triangle D_1RL$, $\angle D_1LR=90°$. $tg D_1RL=D_1L:LR$,

  $D_1L=\frac{2}{3}\cdot 3=2$, LR найдем из треугольникаELS. $LR \cdot ES=QSLE$. $\frac{QS \cdot LE}{ES}$,

  $QS=2$, $LE=2$, $ES=\sqrt{5}$ по теореме Пифагора из треугольника ESP.

  $RL=\frac{4\sqrt{5}}{5}$, $tgD_1RL=2:\frac{4\sqrt{5}}{5}=\frac{\sqrt{5}}{2}$,

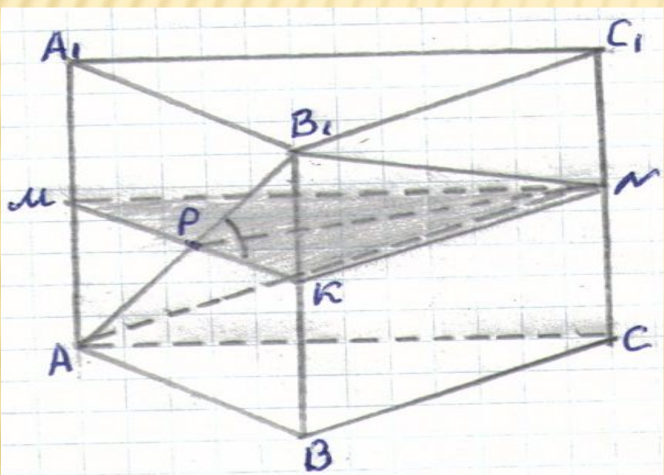
  $\angle D_1RL=arctg\frac{\sqrt{5}}{2}$

Ответ: $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

ЗАДАЧИ НА НАХОЖДЕНИЕ УГЛА МЕЖДУ ДВУМЯ ПЛОСКОСТЯМИ.

Задача 9.

Сторона основания правильной треугольной призмы АВС равна ***a***, а высота – ***h*.** Через вершины А, В$_1$ и середину ребра СС$_1$ проведена плоскость. Найдите тангенс угла между этой плоскостью и основанием АВС.



Решение.

Через точку N, где N–середина ребра СС$_1$, проведем плоскость (MNK) параллельно плоскости (АВС). (MKN)∩(AB$_1$N)=PN. MK||AB, B$_1$K=KB отсюда по теореме Фалеса АР=РВ$_1$.

- △B$_1$NA – равнобедренный, B$_1$N=AN, тогда NP -высота треугольника, NP⊥AB$_1$; четырехугольник AMB$_1$K – параллелограмм, так как AM=B$_1$K и AM||B$_1$K, отсюда MP=PK, но так как △MKN – равносторонний, то MK⊥NP,то есть ∠B$_1$PK – искомый. Из прямоугольного треугольника PK∠B$_1$ имеем:

tg ∠B$_1$PK=B$_1$K:PK=0,5h:0,5*a*= $\frac{h}{a}$.

Ответ : $\frac{h}{a}$**.**

ЗАДАЧИ НА НАХОЖДЕНИЕ УГЛА МЕЖДУ ДВУМЯ ПЛОСКОСТЯМИ.

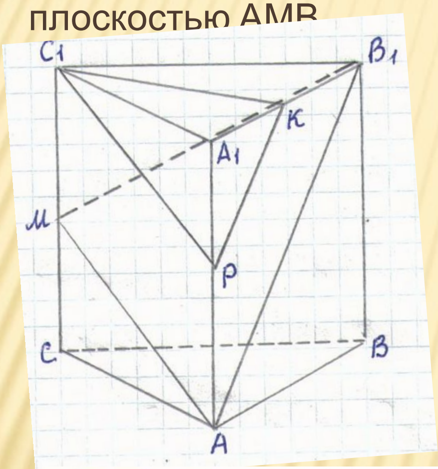
4. Задача на нахождение угла между прямой и плоскостью.

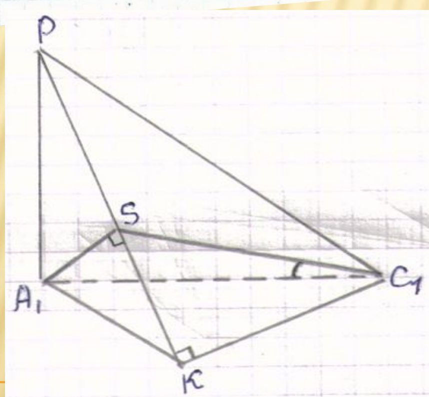
В некоторых случаях, чтобы найти угол между прямой и плоскостью, удобно пользоваться следующими эвристическими правилами.

- **Правило 7.** Чтобы найти угол между прямой и плоскостью, достаточно найти угол между прямой, параллельной данной прямой, и данной плоскостью.
- **Правило 8.** Чтобы найти угол между прямой и плоскостью, достаточно найти угол между прямой и плоскостью, параллельной данной плоскости.
- **Правило 9.** *Чтобы найти угол между прямой и плоскостью, достаточно найти угол между прямой и плоскостью, параллельным данным прямой и плоскости.*

Задача10.

Сторона основания правильной треугольной призмы $A \ldots C_1$ равна 1, высота равна $\sqrt{3}$. Через вершины А, B_1 и середину М ребра CC_1 проведена плоскость. Найдите синус угла между ребром АС и плоскостью АМВ.





Решение.

Воспользуемся правилом 9. Через точку Р середину ребра АА1 проведем плоскость C_1PK параллельно плоскости MAB_1, $PC_1 || AM$, $PK || AB_1$, отсюда $(PKC_1) || (AMB_1)$.

- Рассмотрим угол между C_1A_1 и плоскостью (C_1PK), где $C_1A_1 || CA$.

$\triangle C_1KP$ –прямоугольный, так как $C_1K \perp A_1B_1$, $C_1K \perp BB_1$, отсюда $C_1K \perp (ABB_1)$ и, значит, $C_1K \perp PK$. $PA_1 \perp A_1C_1$, $PA_1 \perp A_1K$, значит, $PA_1 \perp (A_1KC_1)$. $PA_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $PK=0{,}5$, $A_1K=0{,}5$.

Нам надо найти угол между прямой A_1C_1 и плоскостью (PKC_1).Так как прямая $PA_1 \perp (A_1KC_1)$, то $PA_1 \perp KC_1$.

Проведем высоту A_1S к гипотенузе РК в прямоугольном треугольнике PA_1K.

$KC_1 \perp A_1K$, $KC_1 \perp PA_1$, отсюда $KC_1 \perp A_1S$. $A_1S \perp KC_1$, $A_1S \perp PK$, отсюда $A_1S \perp (PKC_1)$, а, значит, $A_1S \perp SC_1$, SC_1A_1 – искомый. $\sin\angle A_1C_1S = A_1S : A_1C_1$.

Найдем A_1S из $\triangle PA_1K$. $A_1S \cdot PK = PA_1 \cdot A_1K$, $A_1S = \frac{\sqrt{3}}{4}$,

$\sin\angle A_1C_1S$ $\frac{\sqrt{3}}{4}$:1= $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Ответ : $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

ЗАДАЧИ НА НАХОЖДЕНИЕ УГЛА МЕЖДУ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТЬЮ.

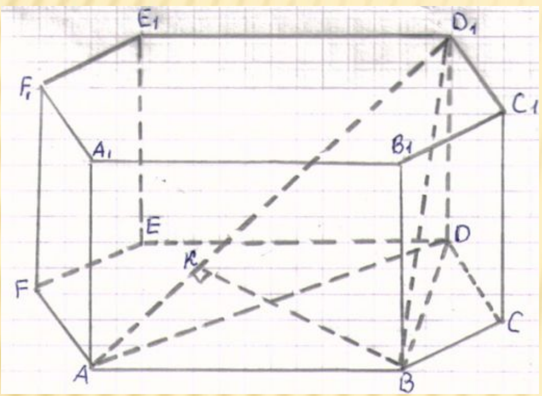
5. Задачи на нахождение расстояния от точки до прямой.

- **Определение.** Длина перпендикуляра, проведенного из точки к прямой называется расстоянием от этой точки до прямой.

  Для нахождения расстояния от точки до прямой удобно применять следующее эвристическое правило.
- **Правило10.** Чтобы найти расстояние от точки до прямой, достаточно найти расстояние от прямой, параллельной данной прямой и содержащей данную точку, до данной прямой.

Задача11.

В правильной шестиугольной призме $A \ldots F_1$ все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до прямой AD_1.



Решение.

- $\triangle ABD_1$ – прямоугольный, так как прямая AB перпендикулярна BD (теорема о трех перпендикулярах), следовательно, перпендикулярна и BD_1. В треугольнике ABD_1 из вершины B опустим перпендикуляр BK на гипотенузу AD_1.

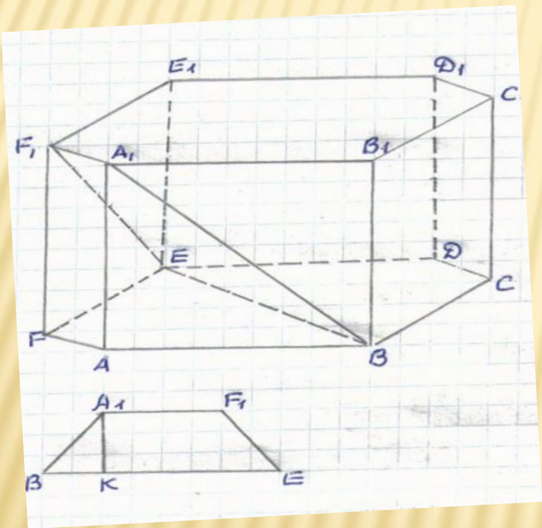
  BK – искомое расстояние.
- Найдем это расстояние из $\triangle ABD_1$. $BK \cdot AD_1 = AB \cdot BD_1$.
- AD_1 найдем из прямоугольного треугольника ADD_1 по теореме Пифагора. Так как AD – большая диагональ основания, то она равна 2*a*, где *a* – сторона правильного шестиугольника. $AD_1 = \sqrt{5}$. BD_1 найдем из прямоугольного треугольника BDD_1 по теореме Пифагора. BD – меньшая диагональ правильного шестиугольника, $BD = a\sqrt{3}$, $BD = \sqrt{3}$, $BD_1 = \sqrt{3+1} = 2$, $BK = AB \cdot BD_1 : AD_1 = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Ответ: $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

ЗАДАЧИ НА НАХОЖДЕНИЕ РАССТОЯНИЯ ОТ ТОЧКИ ДО ПРЯМОЙ.

Задача12.

В правильной шестиугольной призме $A...F_1$ все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до прямой A_1F_1.



Решение.

- Чтобы найти расстояние от точки B до прямой A_1F_1 достаточно найти расстояние от прямой BE, параллельной A_1F_1, до прямой A_1F_1(правило10).
- Четырехугольник BEF_1A_1 – равнобокая трапеция, так как боковые стороны являются диагоналями равных квадратов, а BE, F_1A_1 – основания, так как FB||FA, FA||F_1A_1, а значит, и BE||A_1F_1. Проведем высоту A_1K в этой трапеции.A_1K – искомое расстояние. Найдем его из треугольника A_1BK по теореме Пифагора.

  BK= $(BE-A_1F_1):2=0{,}5$, $A_1B=\sqrt{2}$, как диагональ квадрата.

  $A_1K=\sqrt{2-0{,}25} = \sqrt{1{,}75} = \frac{\sqrt{7}}{2}$.

Ответ : $\frac{\sqrt{7}}{2}$.

ЗАДАЧИ НА НАХОЖДЕНИЕ РАССТОЯНИЯ ОТ ТОЧКИ ДО ПРЯМОЙ.

6. Задачи на нахождение угла между скрещивающимися прямыми.

Можно воспользоваться следующим эвристическим правилом.

- **Правило11.** Чтобы найти угол между скрещивающимися прямыми, достаточно найти угол между пересекающимися прямыми, одна из которых данная прямая, другая параллельна второй данной прямой.

- **Правило12**. Чтобы найти угол между скрещивающимися прямыми, достаточно:

  а) отложить на этих прямых векторы и ,

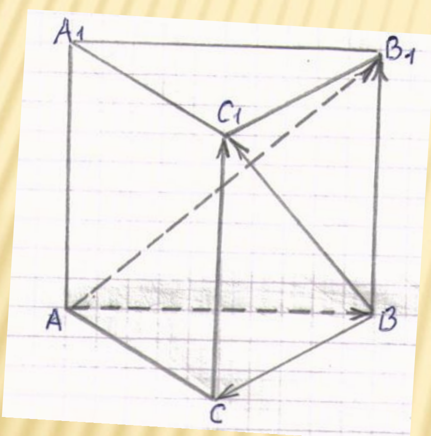
  б) разложить их по данным векторам,

  в) составить их скалярное произведение,

  г) найти угол между ними.

Задача 13.

В основании прямой призмы $A \ldots C_1$ лежит равнобедренный прямоугольный треугольник с катетом 1. Высота CC_1 призмы равна 2. Найди косинус угла между прямыми AB_1 и BC_1.



Решение.

Для решения данной задачи пользуюсь эвристическим правилом 12.Рассмотрим векторы $\overline{AB}_1$ и $\overline{BC}_1$. Разложим их по следующим векторам: $\overline{AB}_1 = \overline{AB} + \overline{BB}_1$, $\overline{BC}_1 = \overline{BC} + \overline{CC}_1$

Тогда $\overline{BC}_1 \cdot \overline{AB}_1 = |\overline{BC}_1| \cdot |\overline{AB}_1| \cdot \cos\alpha$ $\sqrt{30}$ $\cos\alpha$

$BC_1 = \sqrt{5}$, $AB_1 = \sqrt{6}$

- С другой стороны, имеем $\overline{BC}_1 \cdot \overline{AB}_1 = \overline{BC} \cdot \overline{AB} + \overline{BC} \cdot \overline{BB}_1 + \overline{CC}_1 \cdot \overline{AB} + \overline{CC}_1 \cdot \overline{BB}_1$ $|\overline{BC}| \cdot |\overline{AB}| \cos 135^\circ + |\overline{BC}| \cdot |\overline{BB}_1| \cos 90^\circ + |\overline{CC}_1| \cdot |\overline{AB}_1| \cos 90^\circ + |\overline{CC}_1|^2$ … $4 = 3$. $\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$ Итак, $\sqrt{30}\cos\alpha = 3$, откуда

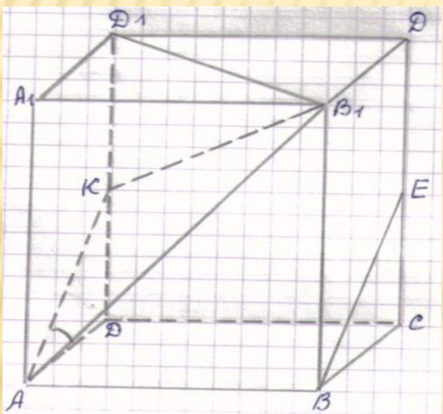
$\cos\alpha = \sqrt{9:30} = \sqrt{0,3}$

Ответ: $\sqrt{0,3}$

ЗАДАЧИ НА НАХОЖДЕНИЕ УГЛА МЕЖДУ СКРЕЩИВАЮЩИМИСЯ ПРЯМЫМИ

Задача 14.

В основании прямоугольного параллелепипеда $A\ldots D_1$ лежит квадрат, причем его высота в два раза больше стороны основания. Точка E – середина ребра CC_1. Найдите косинус угла между прямыми BE и AB_1.



Решение

- Проведем прямую AK параллельно прямой BE. Чтобы найти косинус угла между прямыми BE и AB_1, достаточно найти косинус угла между прямыми AK и AB_1 (см. правило 11). $\cos\angle KAB_1 = (AK^2 + AB_1^2 - KB_1^2) : (2 \cdot AK \cdot AB_1)$
- AB_1 найдем из прямоугольного треугольника ABB_1, AK из прямоугольного треугольника ADK, KB_1 из прямоугольного треугольника KD_1B_1 по теореме Пифагора. $AB_1 = a\sqrt{5}$, $AK = a\sqrt{2}$, $KB_1 = a\sqrt{3}$, $\cos\angle KAB_1 = (2a^2 + 5a^2 - 3a^2) : (2a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{5}) = \sqrt{0,4}$

Ответ: $\sqrt{0,4}$

ЗАДАЧИ НА НАХОЖДЕНИЕ УГЛА МЕЖДУ СКРЕЩИВАЮЩИМИСЯ ПРЯМЫМИ

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

- Таким образом, одним из эффективных способов обучения, который позволяет учащимся проявить творческую активность в процессе обучения математике, является система эвристических методов и приемов.
- При всех достоинствах эвристического обучения оно не является универсальным дидактическим средством, и потому не следует его противопоставлять традиционному обучению. Использование системы средств, методов и приемов эвристического обучения на уроках математики в старших классах средней школы способствуют повышению качества обучения, если:

  1) процесс обучения математике реализуется на основе принципов ЭО;

  2) разработана и внедрена система эвристических задач в соответствии с видами эвристической деятельности;

  3) обоснована и используется на уроках математики система эвристических методов, приемов, средств, способствующая созданию творческой атмосферы и развитию креативных способностей школьников.

ЛИТЕРАТУРА

- Из опыта работы учителя математики средней общеобразовательной школы №13 г. Сочи, Мачкалян Сирануш Карекиновны
- Нелин Е.П. Математика. Экспресс-подготовка к ВНО -2013. - «Литера ЛТД» ,2013
- Математика. Комплексное издание. Подготовка к ВНО 2013 - «Литера ЛТД» ,2013.
- Гальпырина А.Р. Математика. Типовые