

Призма. Виды призм

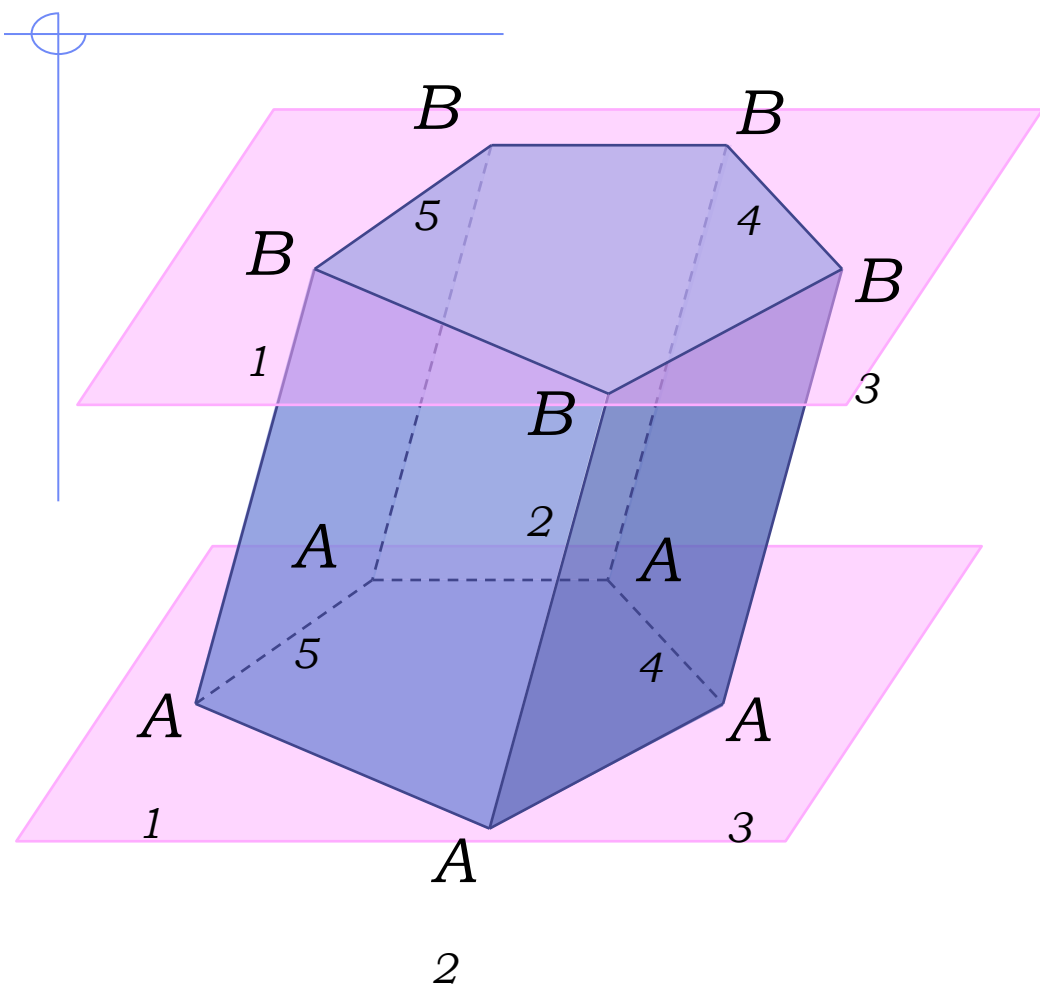


Исторические сведения

Подобно тому, как треугольник в понимании **Евклида** не является пустым, т.е. представляет собой часть плоскости, ограниченную тремя неконкурентными (т.е. не пересекающимися в одной точке) отрезками, так и многогранник у него не пустой, не полый, а чем-то заполненный (по-нашему - частью пространства). В античной математике, однако, понятия отвлеченного пространства еще не было. **Евклид** определяет **призму** как телесную фигуру, заключенную между двумя равными и параллельными плоскостями (основаниями) и с боковыми гранями - параллелограммами.

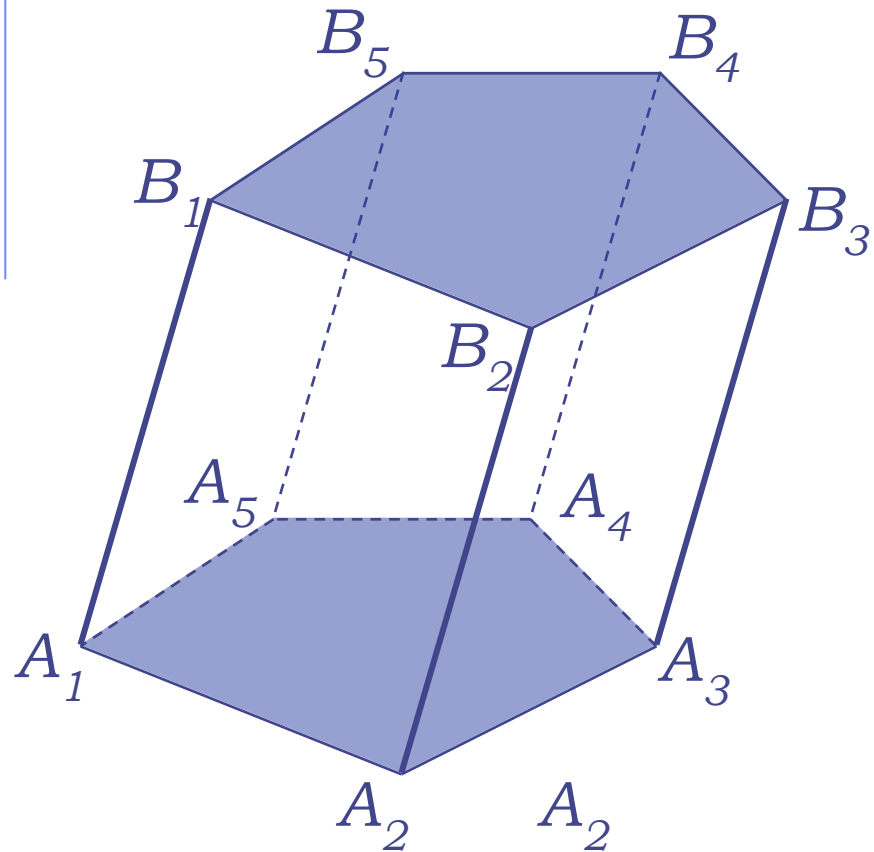


Понятие призмы

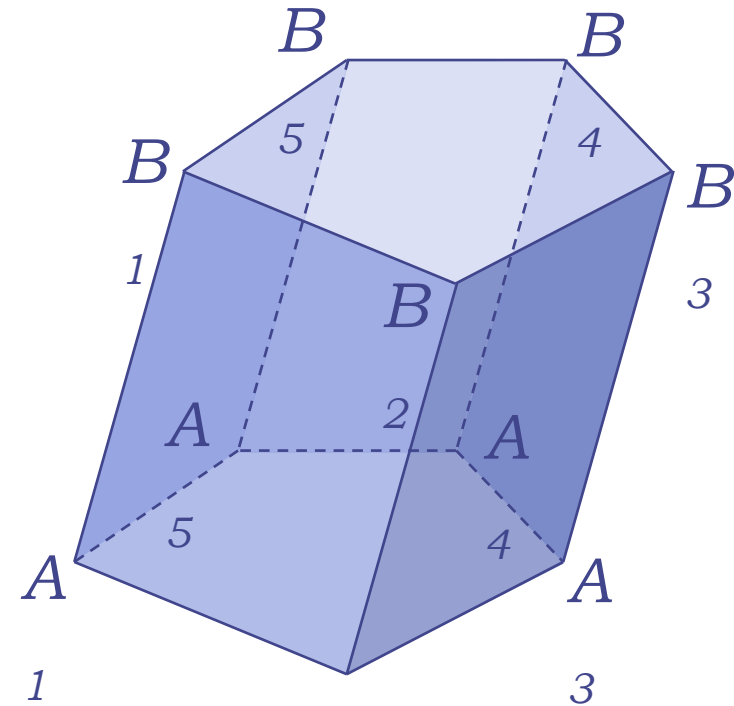


Призмой называется многогранник, составленный из двух равных многоугольников $A_1A_2\dots A_n$ и $B_1B_2\dots B_n$, расположенных в параллельных плоскостях, и n параллелограммов

Многоугольники $A_1A_2\dots A_n$ и $B_1B_2\dots B_n$ называются **основаниями** призмы

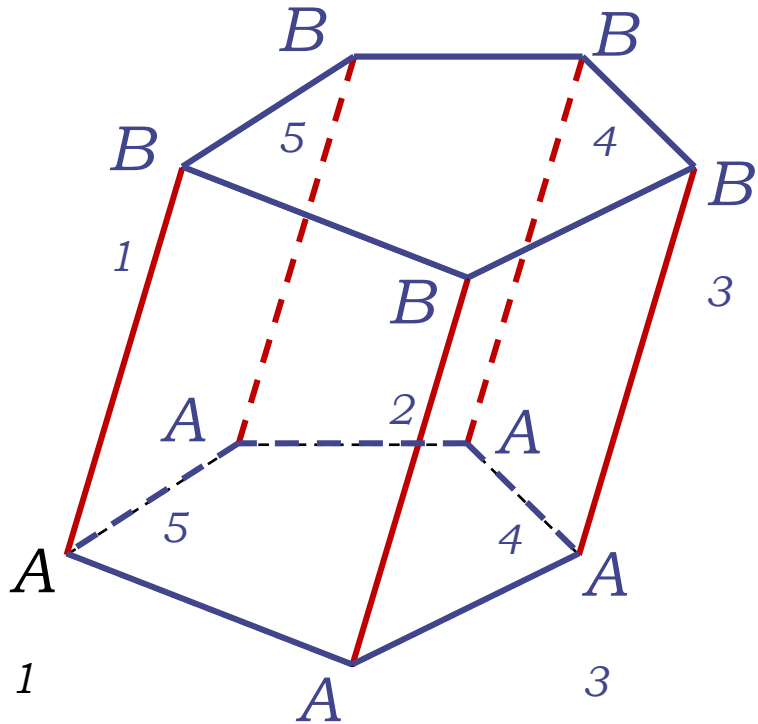


а параллелограммы – **боковыми гранями** призмы

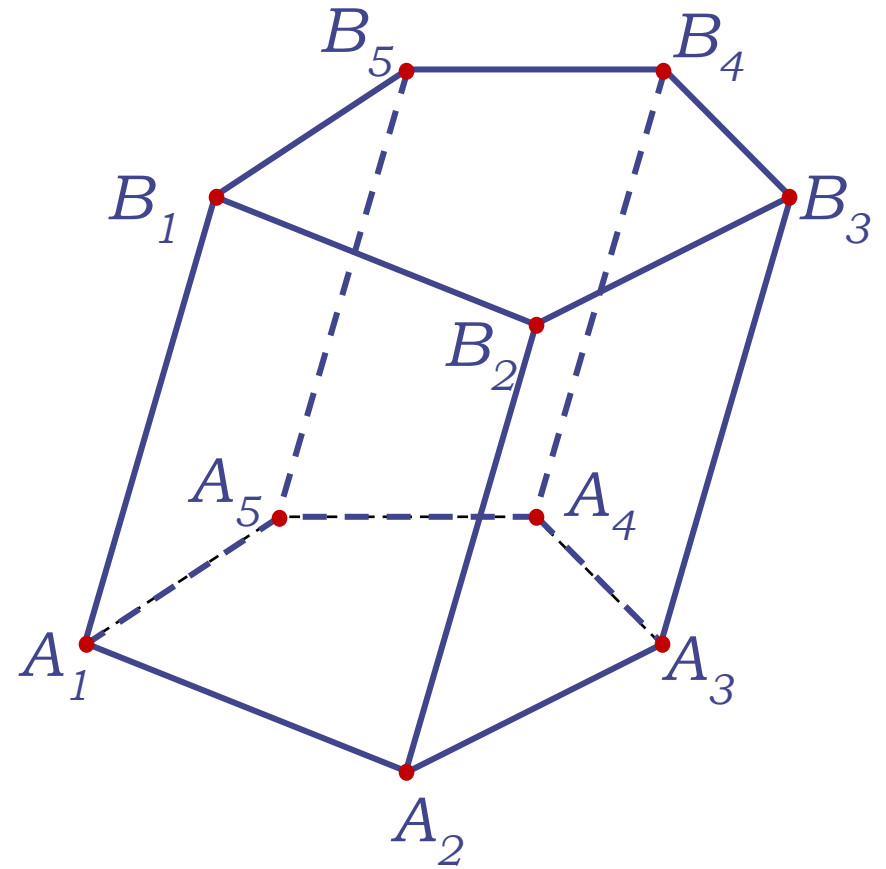


Противоположные боковые грани равны и параллельны

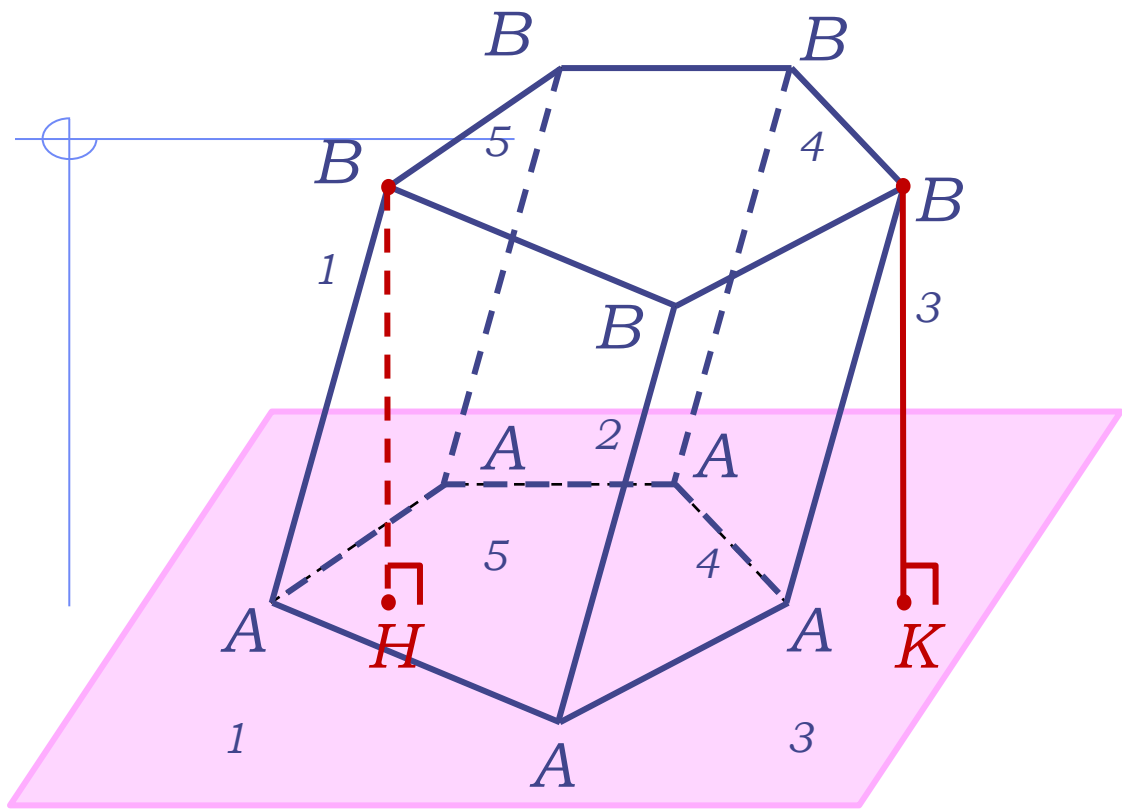
Отрезки $A_1B_1, A_2B_2, \dots, A_nB_n$
называются **боковыми**
ребрами призмы



**Боковые ребра призмы равны
и параллельны**

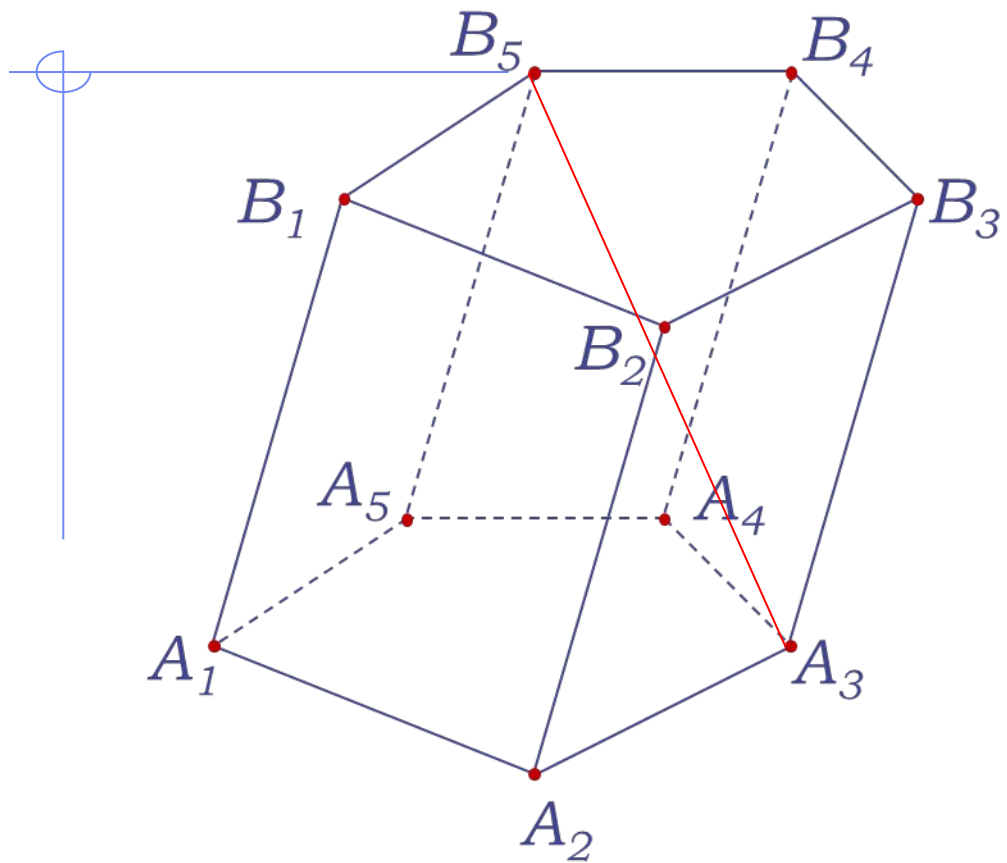


Вершины многоугольников A_1, A_2, \dots, A_n и B_1, B_2, \dots, B_n
называются **вершинами**
призмы



Высотой *призмы* называется перпендикуляр, проведенный из какой-нибудь точки одного основания к плоскости другого основания

$$\begin{aligned}
 & B_1 H \perp \\
 & (A_1 A_2 A_3) \\
 & B_3 K \perp (A_1 A_2 A_3)
 \end{aligned}$$

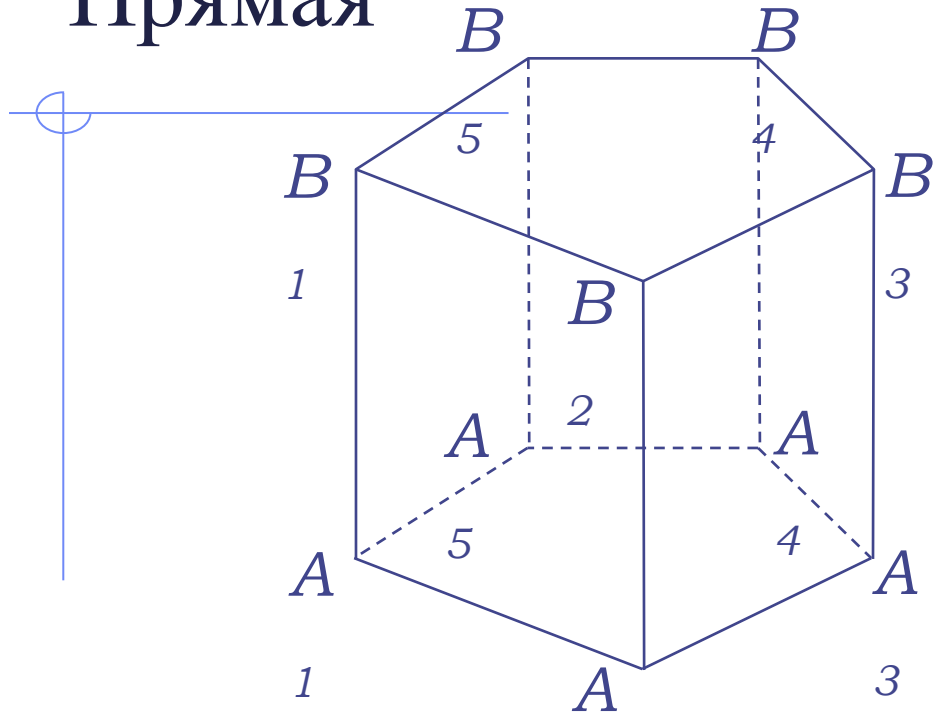


Диагональю призмы называется отрезок, соединяющий две вершины призмы, не лежащие на одной грани.

Диагонали пересекаются в одной точке и делятся в ней пополам.

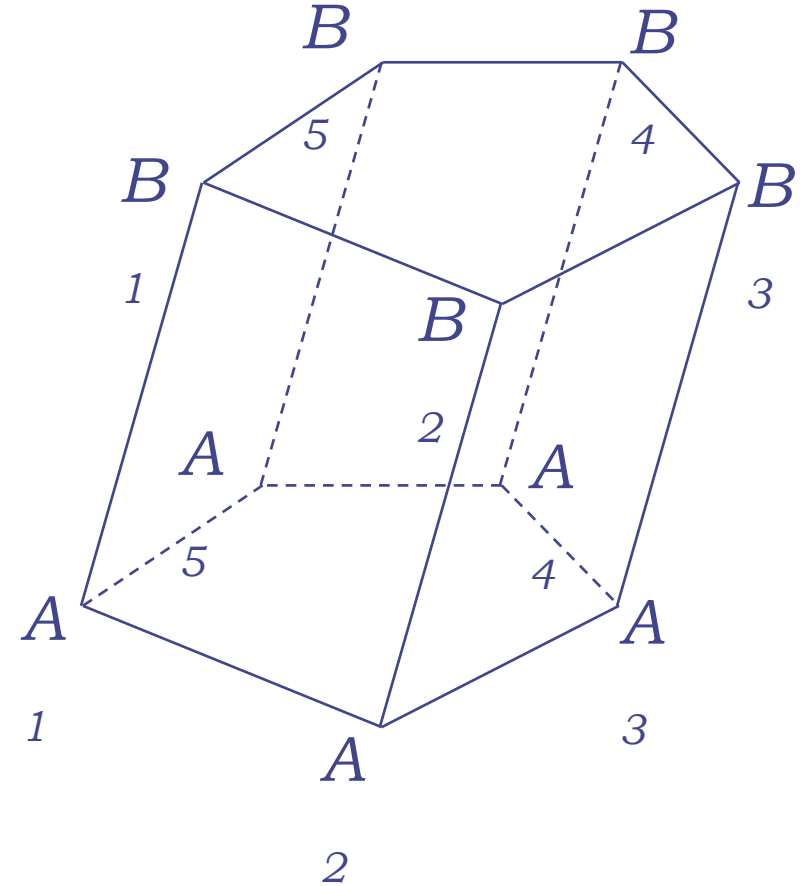
Виды призм

Прямая



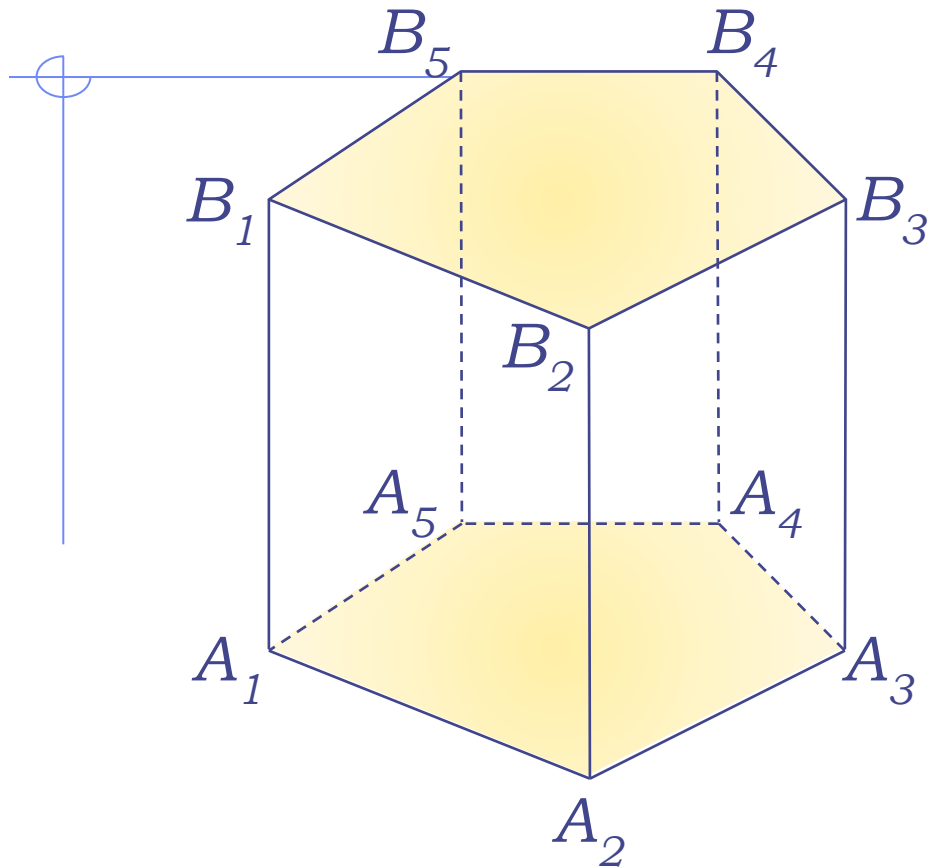
Если боковые ребра призмы перпендикулярны к основаниям, то призма называется **прямой**, высота — боковое ребро

Наклонная



в противном случае — **наклонной**.

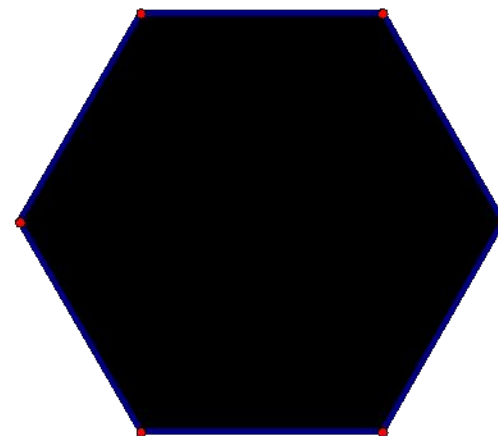
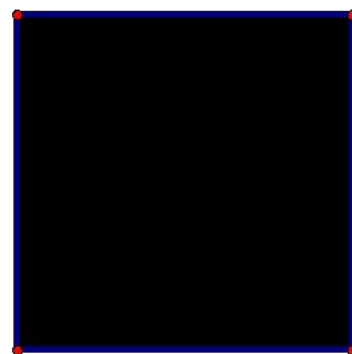
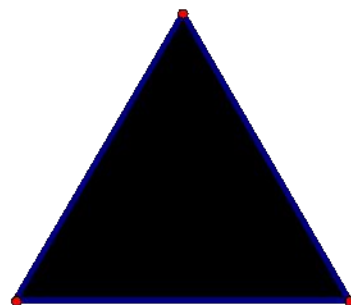
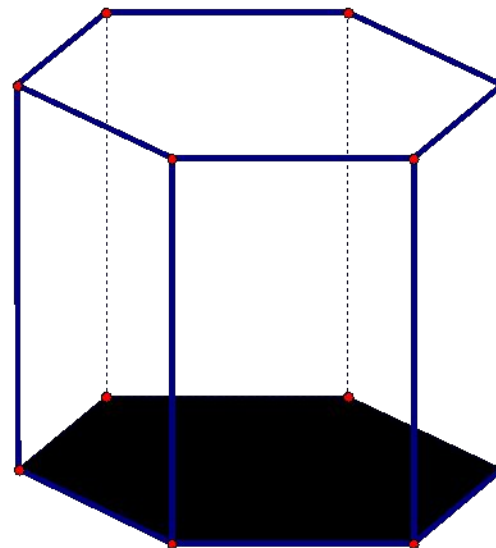
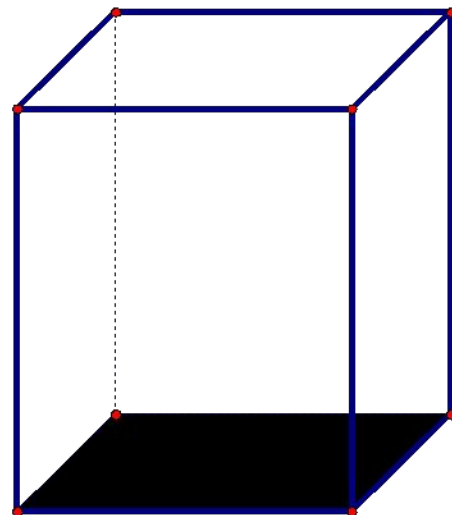
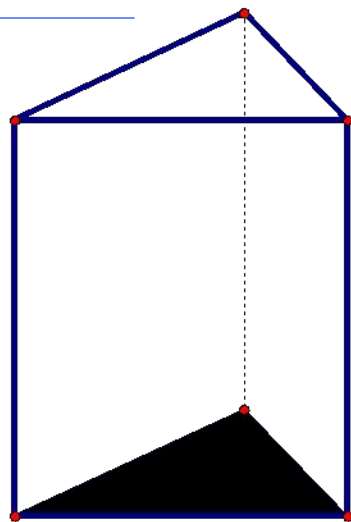
Правильная призма



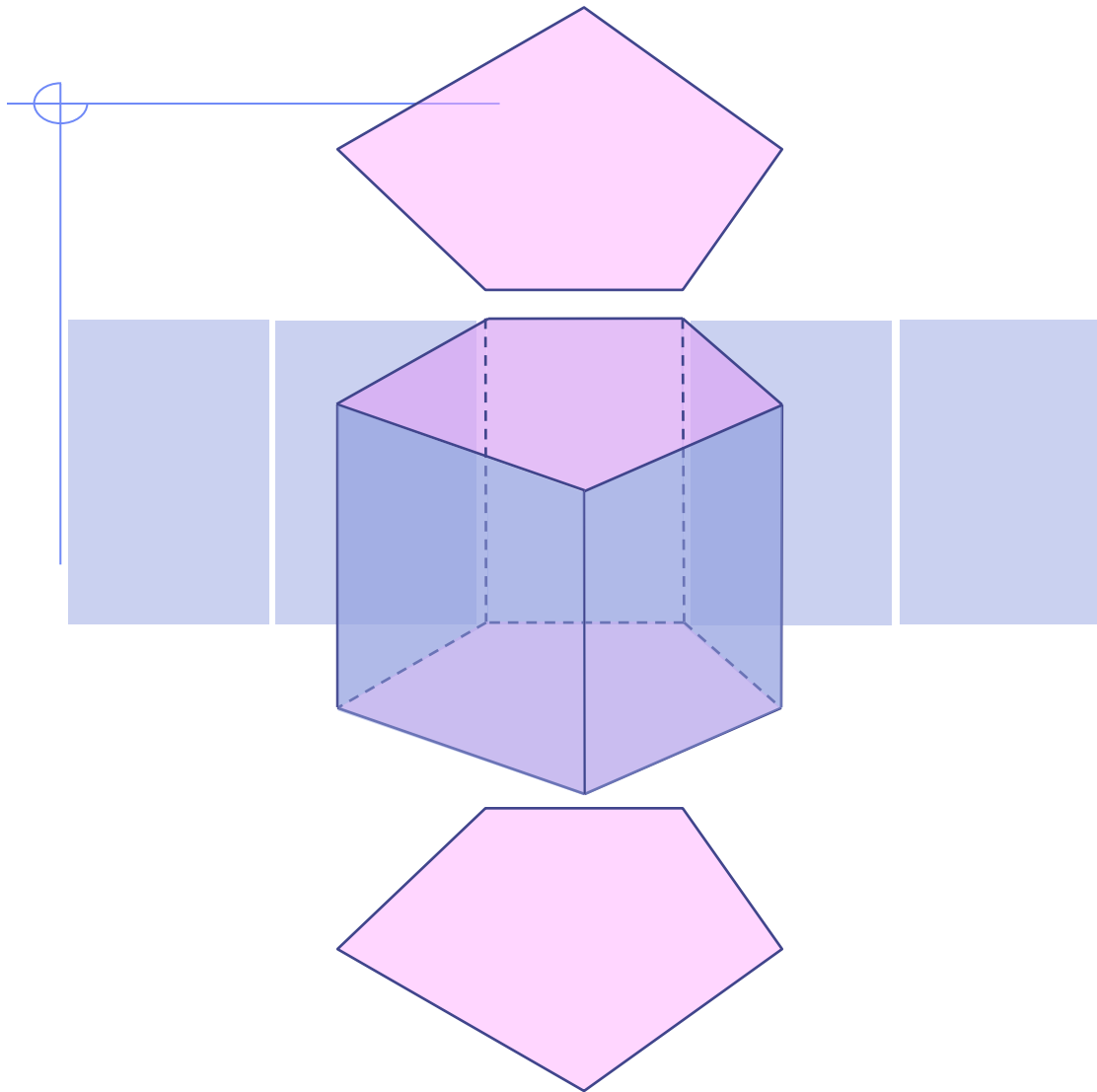
Прямая призма называется **правильной**, если её основания – правильные многоугольники.

У правильной призмы все боковые грани – равные прямоугольники

Правильные призмы



Площадь поверхности призмы



Площадью боковой поверхности призмы называется сумма площадей её боковых граней.

Площадью полной поверхности призмы называется сумма площадей всех её граней

$$S_{\text{полн.}} = S_{\text{бок.}} + 2S_{\text{осн.}}$$

Теорема о площади боковой поверхности прямой призмы

*Площадь боковой
поверхности прямой призмы
равна произведению
периметра основания на
высоту призмы*

$$S_{\text{бок.}} = P_{\text{осн.}} \cdot h$$

Таблица вычисления площадей

Правильная призма	$S_{\text{бок}}$	$S_{\text{осн}}$	$S_{\text{пол}}$
Треугольная призма	$3ah$	$(a^2\sqrt{3})/2$	$a(3h+a\sqrt{3})$
Четырехугольная призма	$4ah$	a^2	$2a(h+a)$
Шестиугольная призма	$6ah$	$(3\sqrt{3}a^2)/2$	$3a(2h+\sqrt{3}a)$

Призма вокруг нас



Задачи по теме «Призма»

№1. Основанием прямой призмы является равнобедренная трапеция с основанием 25 см и 9 см и высотой 8 см. Найдите двугранные углы при боковых ребрах призмы.

№2. В прямой треугольной призме все ребра равны. Боковая поверхность равна 12 м^2 . Найти высоту.

№3. Боковая поверхность правильной четырехугольной призмы равна 32 м^2 , а полная поверхность 40 м^2 . Найдите высоту.

№ 4. В правильной 4-угольной призме сторона основания равна 12 дм и высота равна 8 дм. Вычислите площади боковой и полной поверхности призмы.

№ 5. В правильной 6-угольной призме сторона основания равна 23 см и высота равна 5 дм. Вычислите площади боковой и полной поверхности призмы.

№6. В правильной четырехугольной призме площадь основания равна 144 см^2 , а высота равна 14 см. Определить диагональ этой призмы.

№7. Основанием прямой призмы служит ромб, диагонали призмы равны 8 см и 5 см, высота 2 см. Найти сторону основания.

№8. В прямой треугольной призме стороны основания равны 3, 4 и 5, а высота равна 6. Найти ее полную поверхность.

№9. Основанием прямой призмы служит треугольник, стороны которого 5 см, 5 см, 6 см; высота призмы равна большей высоте этого треугольника. Найдите площадь полной поверхности призмы.