

# Призма. Виды призм

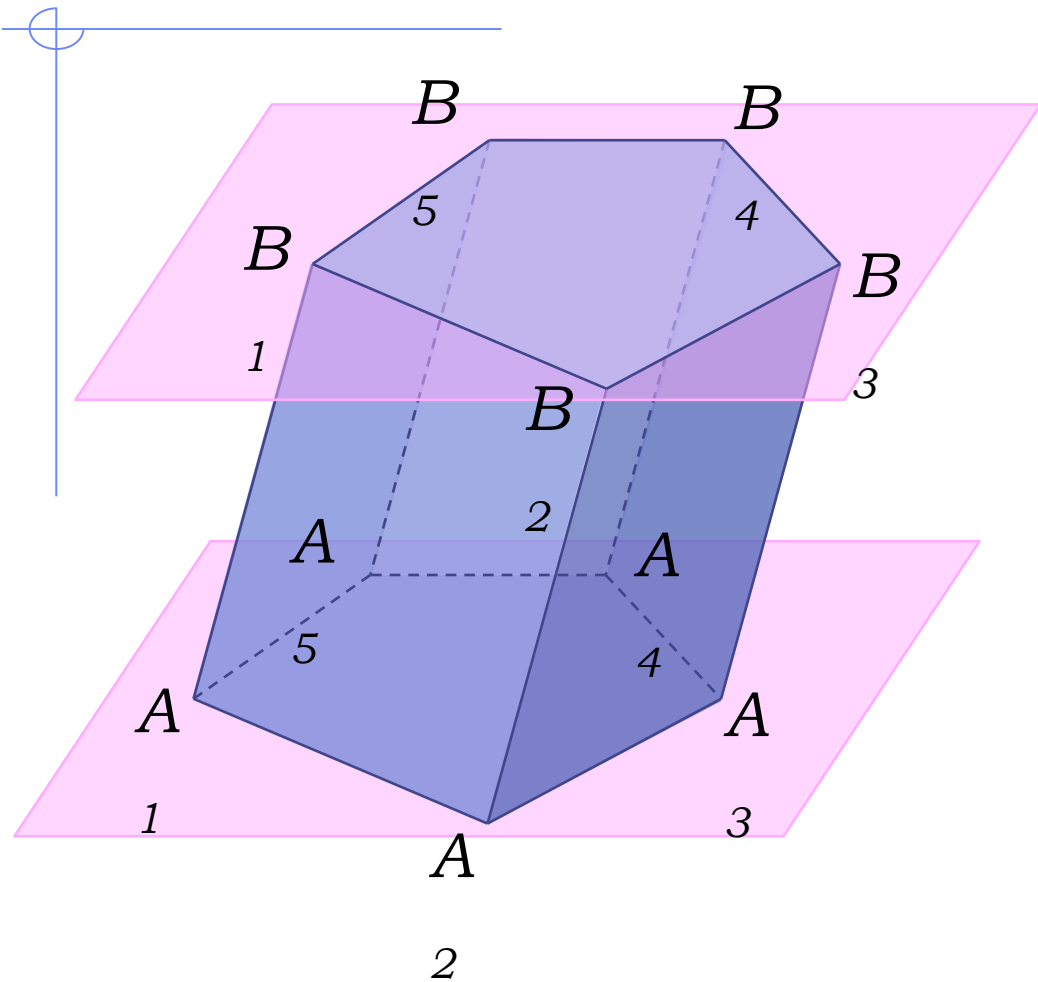


# Исторические сведения

Подобно тому, как треугольник в понимании **Евклида** не является пустым, т.е. представляет собой часть плоскости, ограниченную тремя неконкурентными (т.е. не пересекающимися в одной точке) отрезками, так и многогранник у него не пустой, не полый, а чем-то заполненный (по-нашему - частью пространства). В античной математике, однако, понятия отвлеченного пространства еще не было. **Евклид** определяет **призму** как телесную фигуру, заключенную между двумя равными и параллельными плоскостями (основаниями) и с боковыми гранями - параллелограммами.

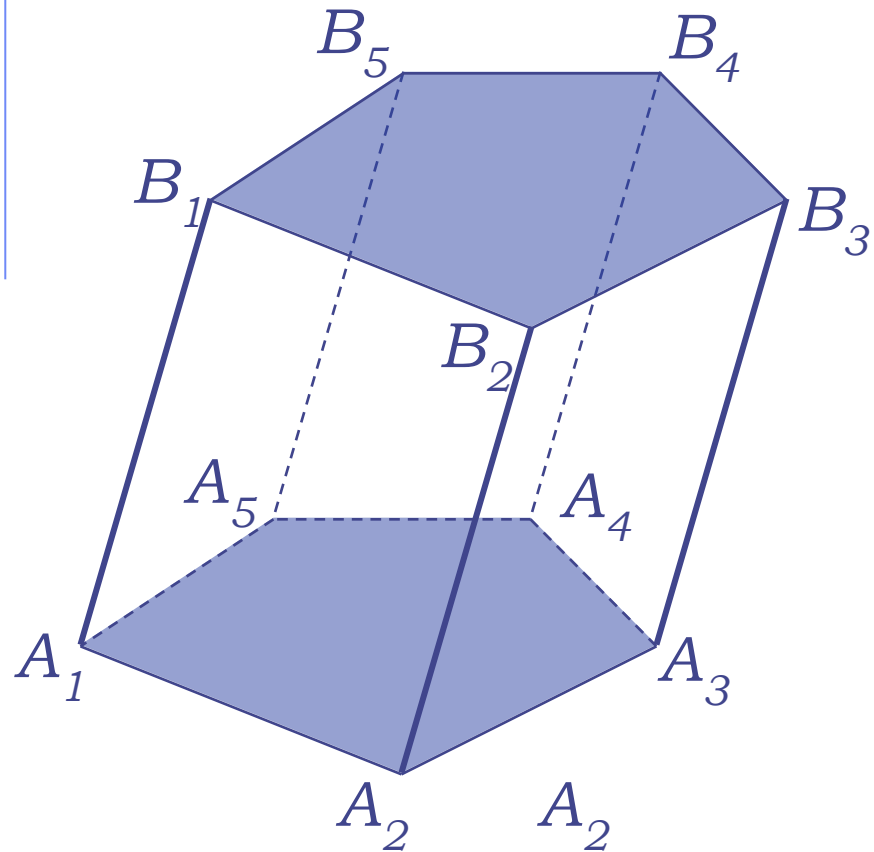


# Понятие призмы

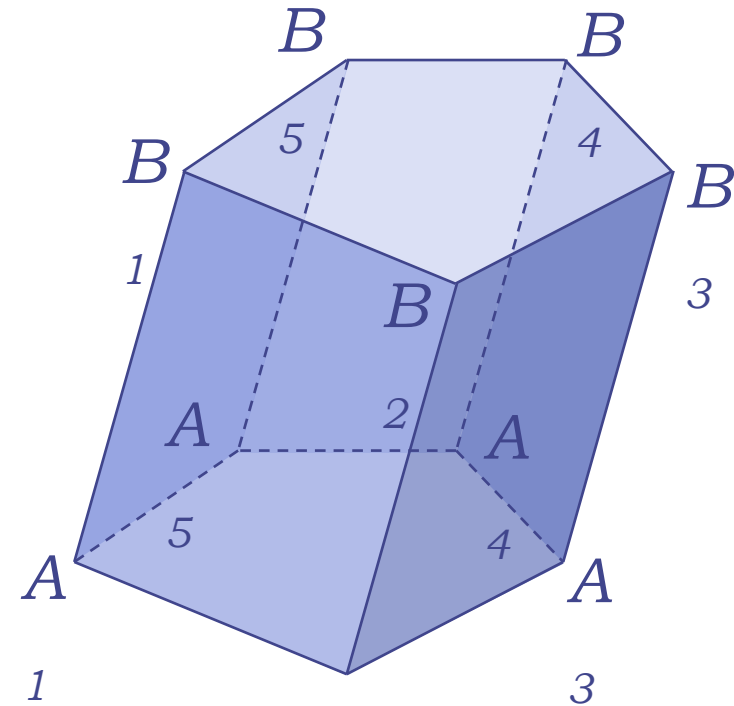


**Призмой** называется многогранник, составленный из двух равных многоугольников  $A_1A_2\dots A_n$  и  $B_1B_2\dots B_n$ , расположенных в параллельных плоскостях, и  $n$  параллелограммов

Многоугольники  $A_1A_2\dots A_n$  и  $B_1B_2\dots B_n$  называются **основаниями** призмы

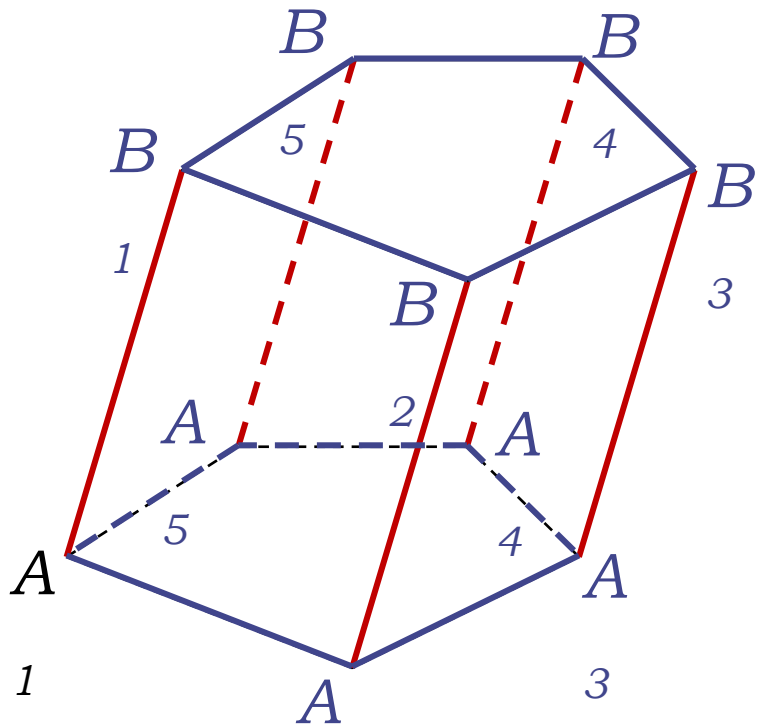


а параллелограммы – **боковыми гранями** призмы

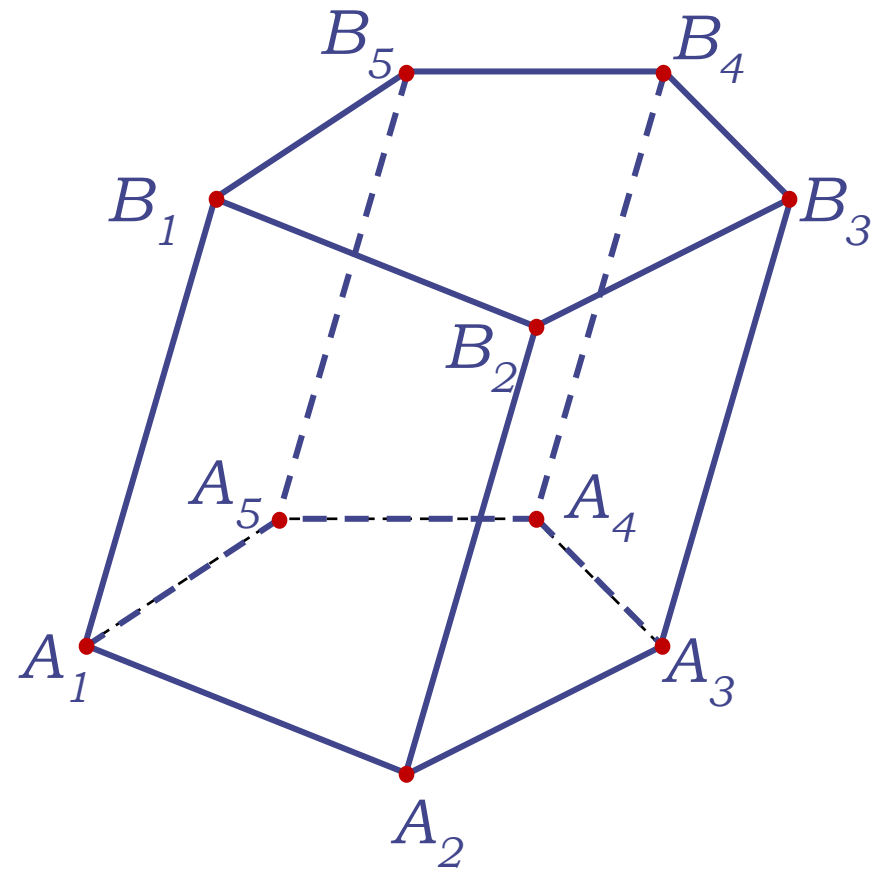


**Противоположные боковые грани равны и параллельны**

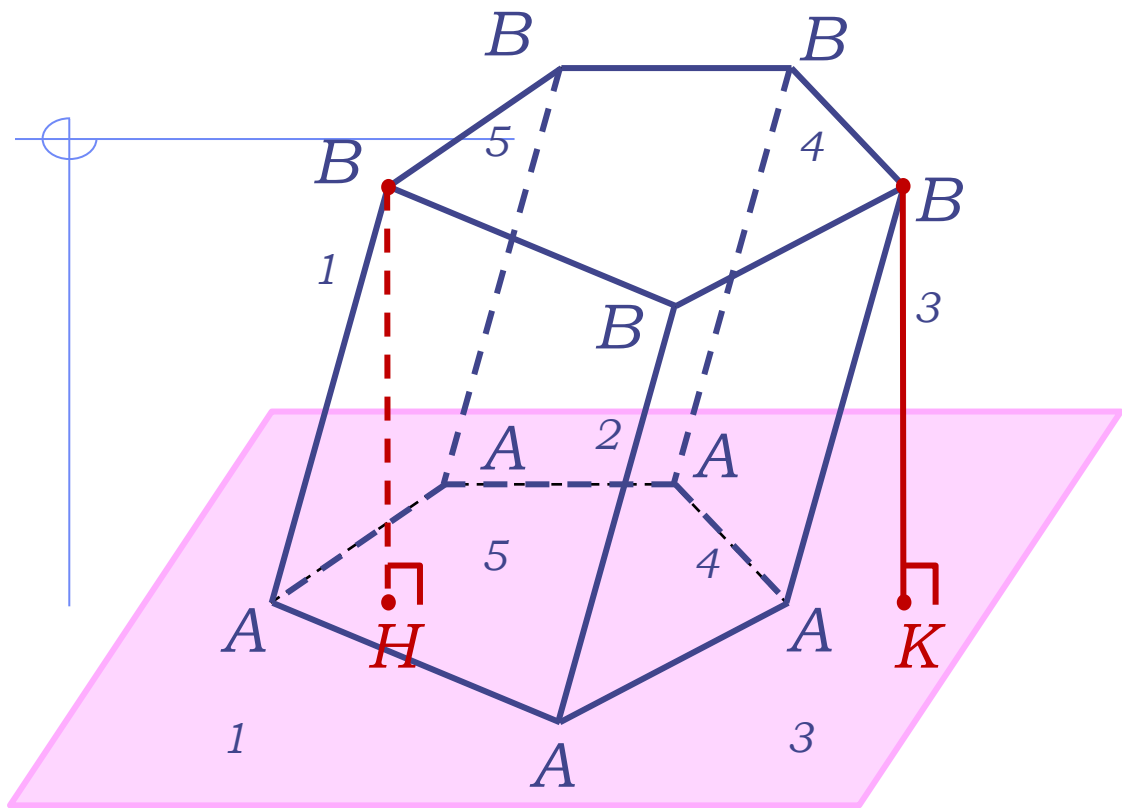
Отрезки  $A_1B_1, A_2B_2, \dots, A_nB_n$   
называются **боковыми**  
**ребрами призмы**



**Боковые ребра призмы равны  
и параллельны**

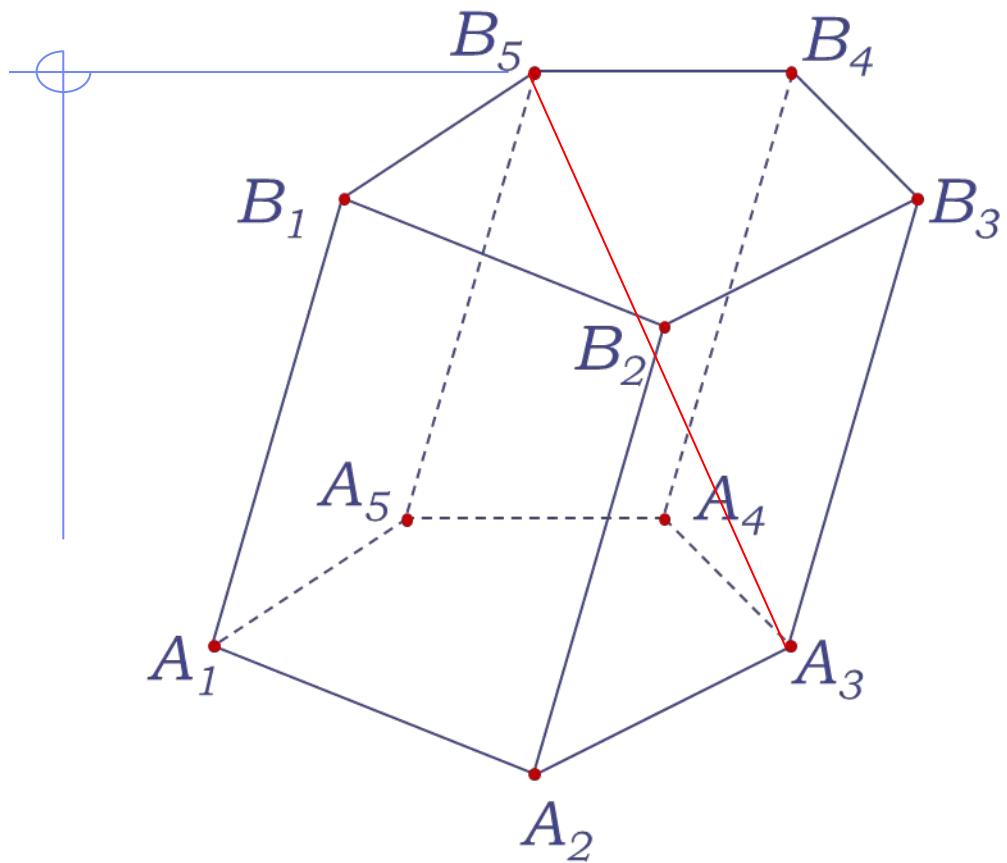


Вершины многоугольников  $A_1, A_2, \dots, A_n$  и  $B_1, B_2, \dots, B_n$   
называются **вершинами**  
**призмы**



*Высотой* *призмы* называется перпендикуляр, проведенный из какой-нибудь точки одного основания к плоскости другого основания

$$\begin{aligned}
 & B_1 H \perp (A_1 A_2 A_3) \\
 & B_3 K \perp (A_1 A_2 A_3)
 \end{aligned}$$

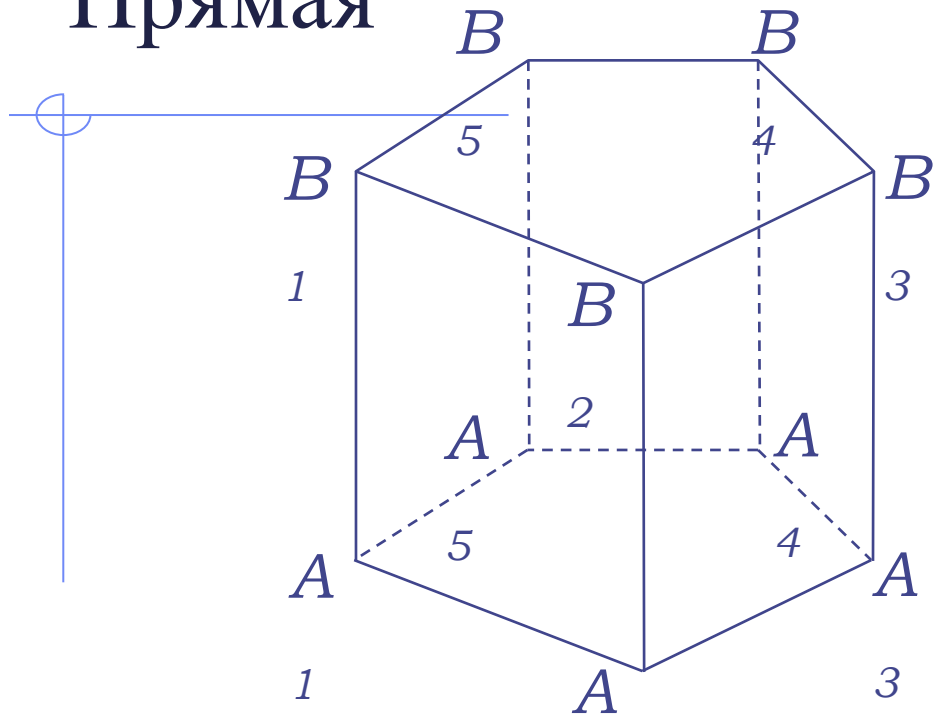


*Диагональю призмы называется отрезок, соединяющий две вершины призмы, не лежащие на одной грани.*

*Диагонали пересекаются в одной точке и делятся в ней пополам.*

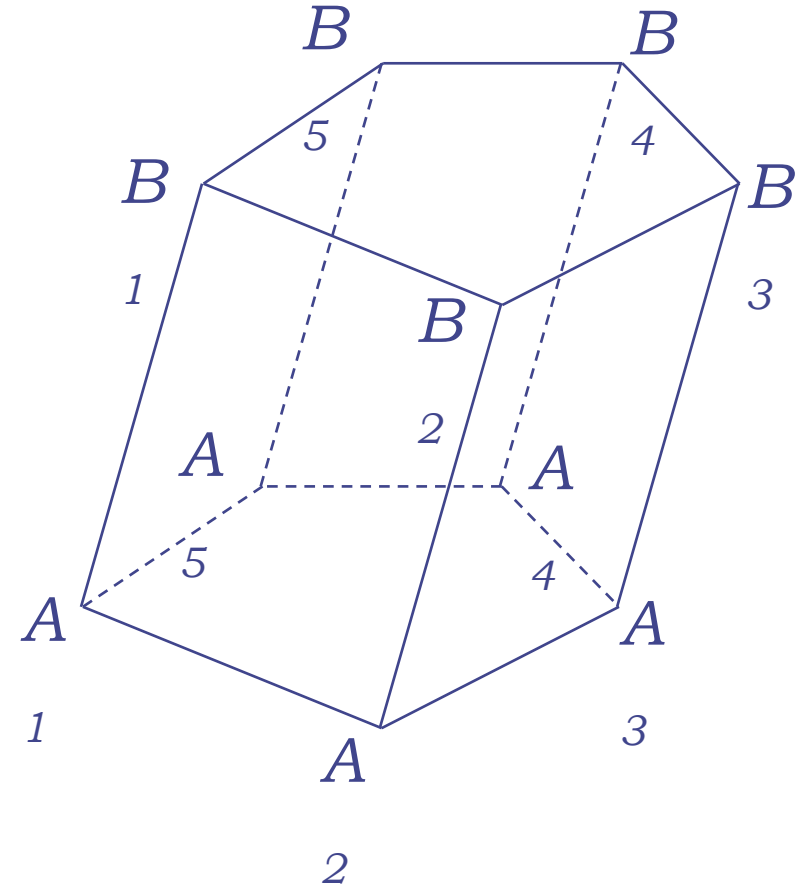
# Виды призм

Прямая



Если боковые ребра призмы перпендикулярны к основаниям, то призма называется **прямой**, высота — боковое ребро

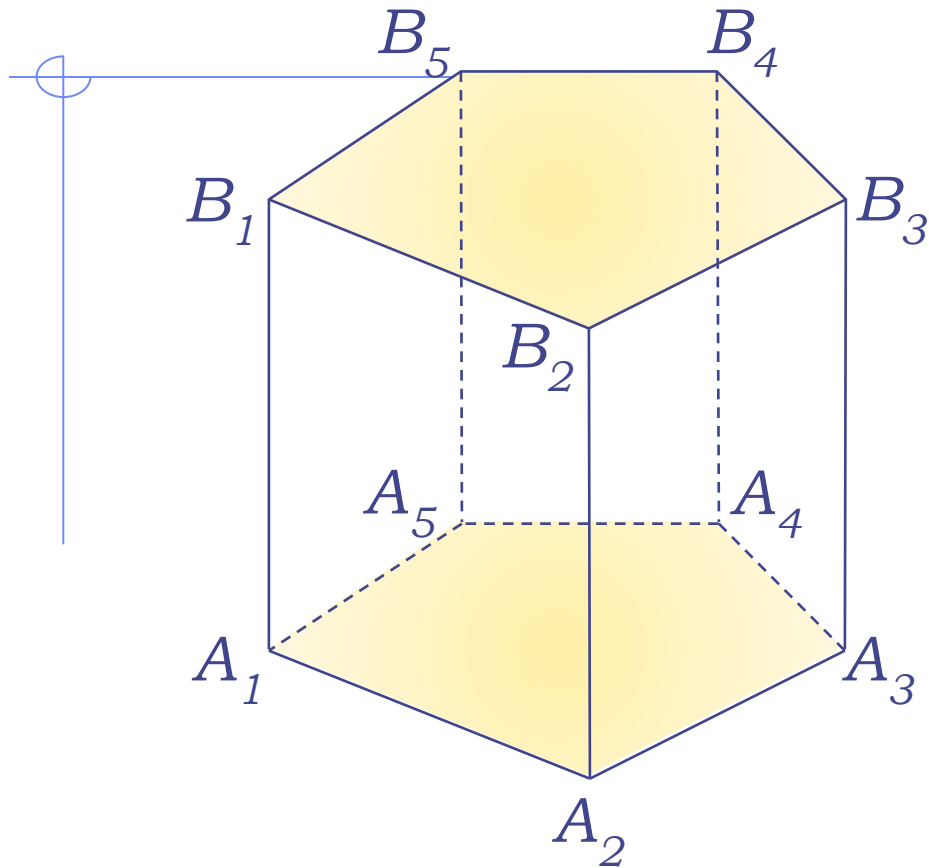
Наклонная



в противном случае — **наклонной**.



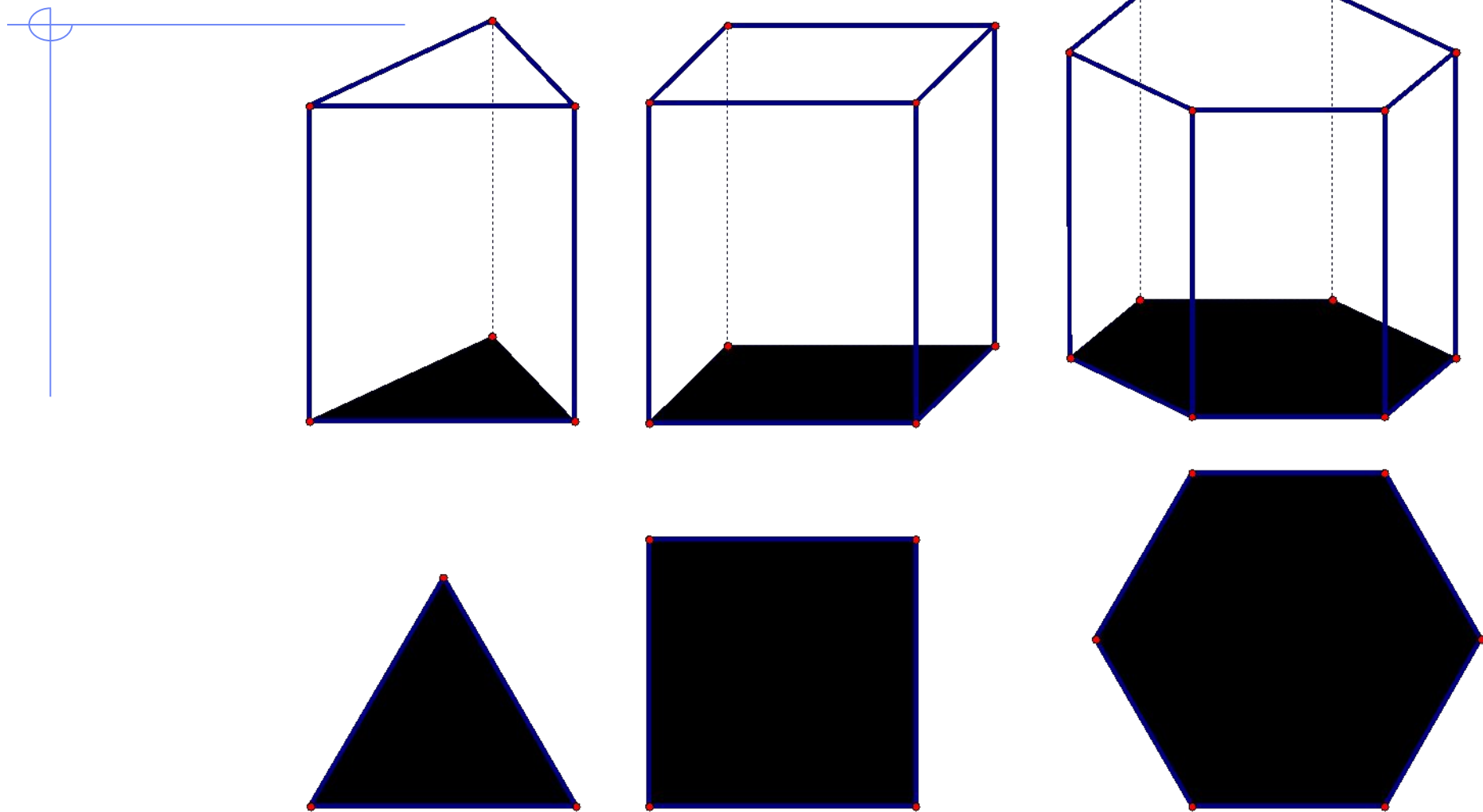
# Правильная призма



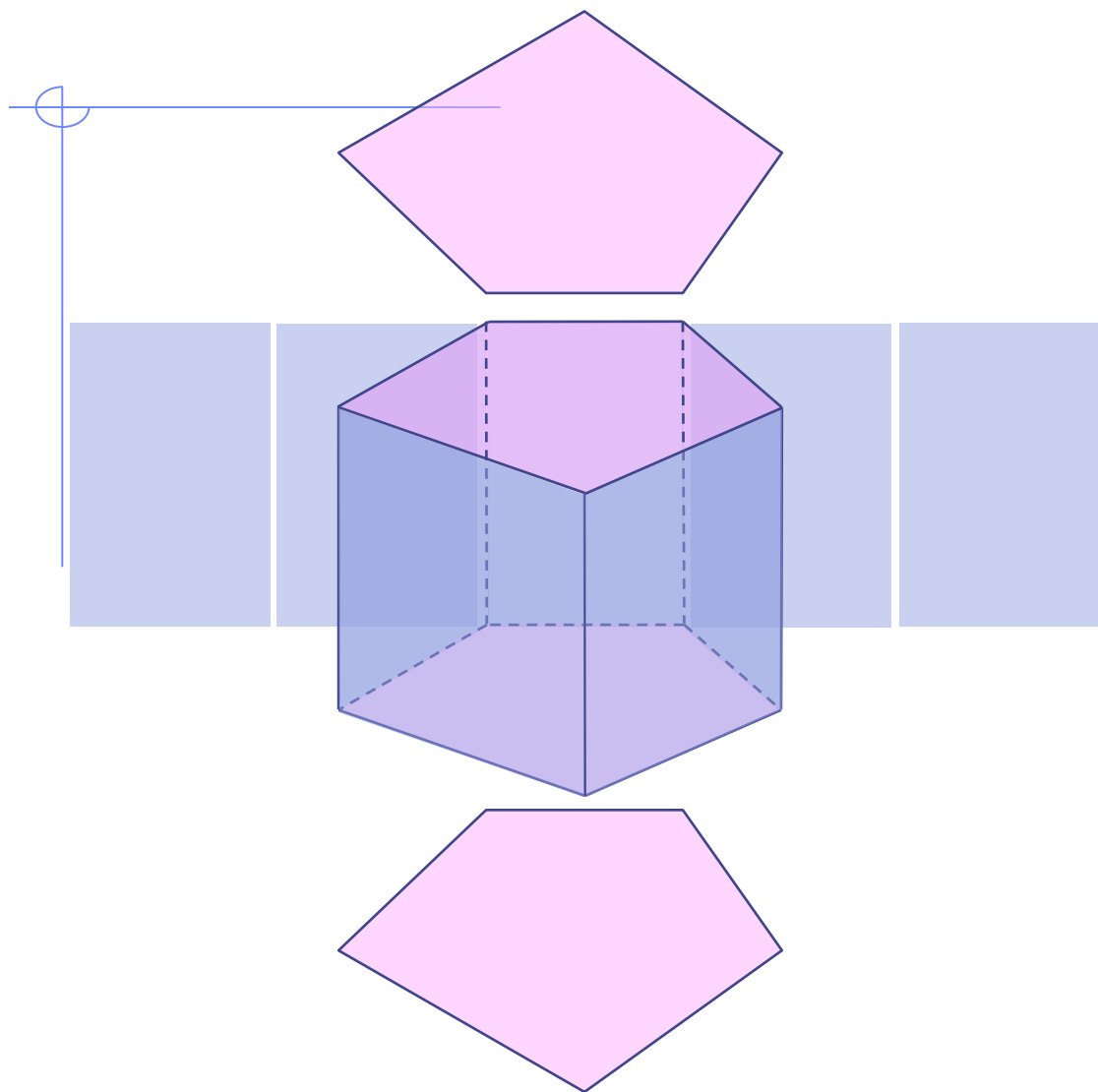
Прямая призма называется **правильной**, если её основания – правильные многоугольники.

У правильной призмы все боковые грани – равные прямоугольники

# Правильные призмы



# Площадь поверхности призмы



*Площадью боковой поверхности* призмы называется сумма площадей её боковых граней.

*Площадью полной поверхности* призмы называется сумма площадей всех её граней

$$S_{\text{полн.}} = S_{\text{бок.}} + 2S_{\text{осн.}}$$

# Теорема о площади боковой поверхности прямой призмы

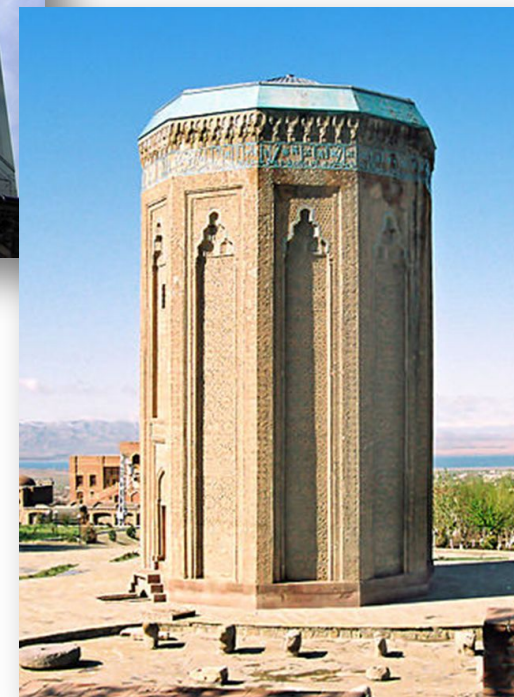
*Площадь боковой  
поверхности прямой призмы  
равна произведению  
периметра основания на  
высоту призмы*

$$S_{\text{бок.}} = P_{\text{осн.}} \cdot h$$

# Таблица вычисления площадей

<b>Правильная призма</b>	<b><math>S_{\text{бок}}</math></b>	<b><math>S_{\text{осн}}</math></b>	<b><math>S_{\text{пол}}</math></b>
<b>Треугольная призма</b>	<b><math>3ah</math></b>	<b><math>(a^2\sqrt{3})/2</math></b>	<b><math>a(3h+a\sqrt{3})</math></b>
<b>Четырехугольная призма</b>	<b><math>4ah</math></b>	<b><math>a^2</math></b>	<b><math>2a(h+a)</math></b>
<b>Шестиугольная призма</b>	<b><math>6ah</math></b>	<b><math>(3\sqrt{3}a^2)/2</math></b>	<b><math>3a(2h+\sqrt{3}a)</math></b>

# Призма вокруг нас



## Задачи по теме «Призма»

**№1.** Основанием прямой призмы является равнобедренная трапеция с основанием 25 см и 9 см и высотой 8 см. Найдите двугранные углы при боковых ребрах призмы.

**№2.** В прямой треугольной призме все ребра равны. Боковая поверхность равна  $12 \text{ м}^2$ . Найти высоту.

**№3.** Боковая поверхность правильной четырехугольной призмы равна  $32 \text{ м}^2$ , а полная поверхность  $40 \text{ м}^2$ . Найдите высоту.

**№ 4.** В правильной 4-угольной призме сторона основания равна 12 дм и высота равна 8 дм. Вычислите площади боковой и полной поверхности призмы.

**№ 5.** В правильной 6-угольной призме сторона основания равна 23 см и высота равна 5 дм. Вычислите площади боковой и полной поверхности призмы.

**№6.** В правильной четырехугольной призме площадь основания равна  $144 \text{ см}^2$ , а высота равна 14 см. Определить диагональ этой призмы.

**№7.** Основанием прямой призмы служит ромб, диагонали призмы равны 8 см и 5 см, высота 2 см. Найти сторону основания.

**№8.** В прямой треугольной призме стороны основания равны 3, 4 и 5, а высота равна 6. Найти ее полную поверхность.

**№9.** Основанием прямой призмы служит треугольник, стороны которого 5 см, 5 см, 6 см; высота призмы равна большей высоте этого треугольника. Найдите площадь полной поверхности призмы.