

# Объём цилиндра

Урок 34

# Решение задач

№ 663 г

## Вопросы для повторения:

- Что называется цилиндром, осью цилиндра, высотой цилиндра, радиусом цилиндра?
- Что является основанием цилиндра?
- Что является развёрткой боковой поверхности цилиндра?

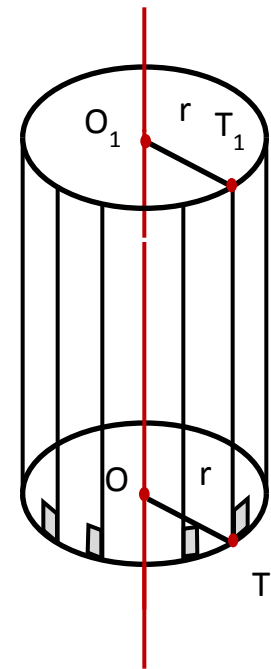
Что называется цилиндром, осью цилиндра, высотой цилиндра, радиусом цилиндра?

**Цилиндр** — тело, ограниченное цилиндрической поверхностью и двумя кругами с границами  $O(r)$ ,  $O_1(r)$

**Ось цилиндра** — прямая  $OO_1$

**Высота цилиндра** — длина образующей

**Радиус цилиндра** — радиус основания



Что является основанием цилиндра?

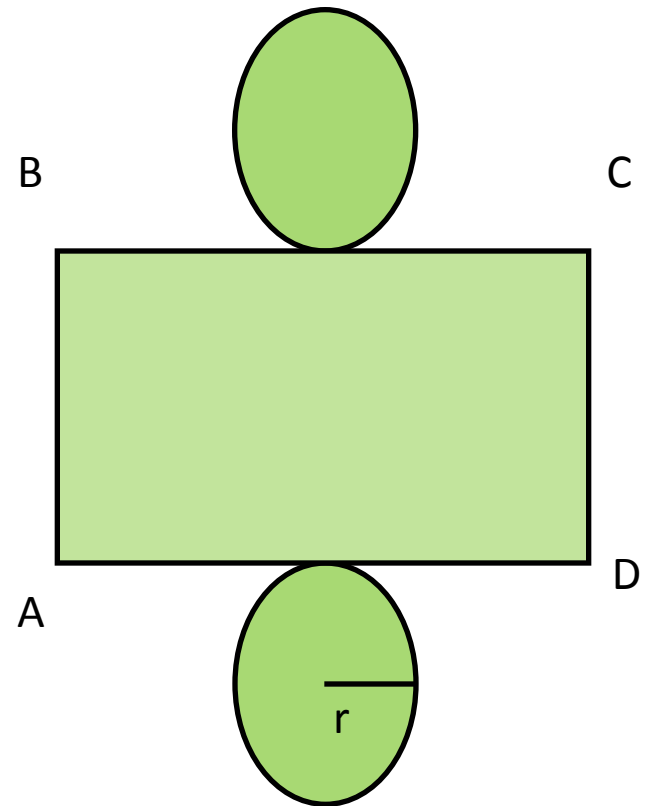


**Круги** — основания цилиндра

Что является развёрткой боковой поверхности цилиндра?



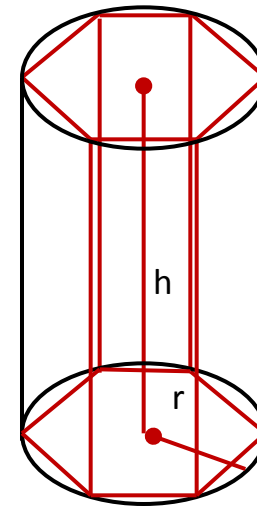
**Развёртка боковой поверхности цилиндра** — прямоугольник со сторонами, равными высоте цилиндра и длине окружности основания





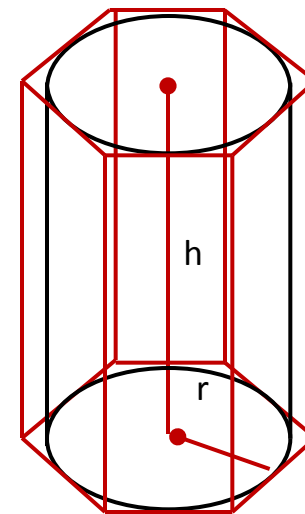
## Определение

Призма вписана в цилиндр, если её основания вписаны в основания цилиндра



## Определение

Призма описана около цилиндра, если её основания описаны около основания цилиндра





# Теорема

**Объём цилиндра равен произведению площади основания на высоту**

$$V = \pi r^2 h$$

# Теорема

Объём цилиндра равен произведению площади основания на высоту

## Дано

• цилиндр

$P$  —  $h$  —

радиус, высота  
Доказать:  $V_{\text{цил.}} = S_{\text{осн.}} \cdot h$

## Доказательств

**во:**  $n$ -угольная призма, вписанная в цилиндр  $P$  радиуса  $r$  и высотой  $h$

$P_n$  — цилиндр,  $r_n$  — радиус

$F_n$  — описанная призма для

$P$  и  $V_n$  — объёмы цилиндров  $P$  и  $P_n$

$$F_n = S_n \cdot h, S_n$$

$S_n$  — площадь основания призмы  $P_n$

$P \supset F_n \supset P_n$

$$\Rightarrow V_n < S_n \cdot h < V \quad (1)$$

$$n \rightarrow \infty, r_n \rightarrow r \Rightarrow V_n \rightarrow V$$

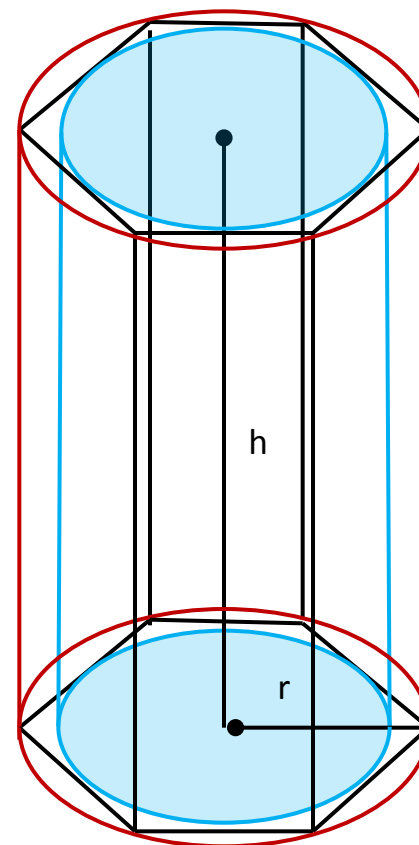
$$\lim_{n \rightarrow \infty} V_n = V$$

$$(1) \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} S_n \cdot h = V$$

$$\text{Но } \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \pi r^2$$

$$V = \pi r^2 h$$

Теорема  
доказана





# Решение упражнений

№ 666 (ав)

# Задача

**1**  
Дано

цилиндр

$V$  — объём,  $r$  — радиус

$h$  — высота

$$\left. \begin{array}{l} F_n = S_n \cdot h, S_n \\ S_n \text{ — площадь основания призмы } P_n \end{array} \right\} \Rightarrow h = 3 \text{ см}$$

б)  $r = h, V = 8\pi \text{ см}^3$

**Найти:** а)  $V$ , б)

**Решени**

а)  $V = \pi r^2 h$

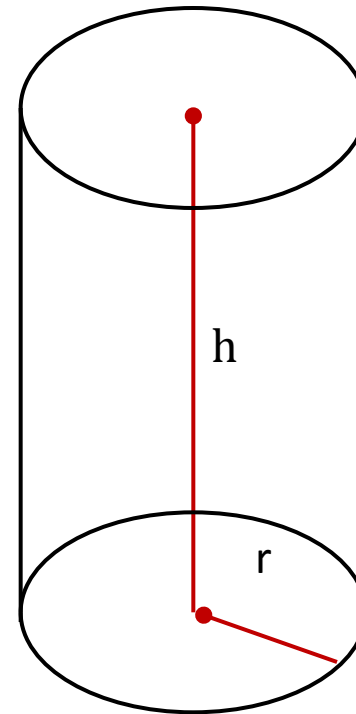
$$\left. \begin{array}{l} F_n = S_n \cdot h, S_n \\ S_n \text{ — площадь основания призмы } P_n \end{array} \right\} \Rightarrow$$

**Ответ:**  $V = 24\pi \text{ см}^3$

б)  $V = \pi r^2 h$

$r = h, V = \pi h^2 h = \pi h^3$

$$\left. \begin{array}{l} F_n = S_n \cdot h, S_n \\ S_n \text{ — площадь основания призмы } P_n \\ P \supset F_n \supset P_n \end{array} \right\} \Rightarrow$$



$$\left. \begin{array}{l} F_n = S_n \cdot h, S_n \\ S_n \text{ — площадь основания призмы } P_n \\ P \supset F_n \supset P_n \end{array} \right\} \Rightarrow$$

**Ответ:**  $h = 2 \text{ см}$

# Задача

**Дано**

цилиндры

$$h_1 = 45 \text{ см}$$

$V_1 = V_2$  — объём жидкости

$$d_2 = 3d_1$$

**Найти:**

$h_2$   
**Решени**

$$V_1 = V_2$$

$$V = \pi r^2 h$$

$$V_1 = \pi r_1^2 \cdot 45$$

$$V_2 = \pi r_2^2 \cdot h_2$$

$$\pi r_1^2 \cdot 45 = \pi r_2^2 \cdot h_2$$

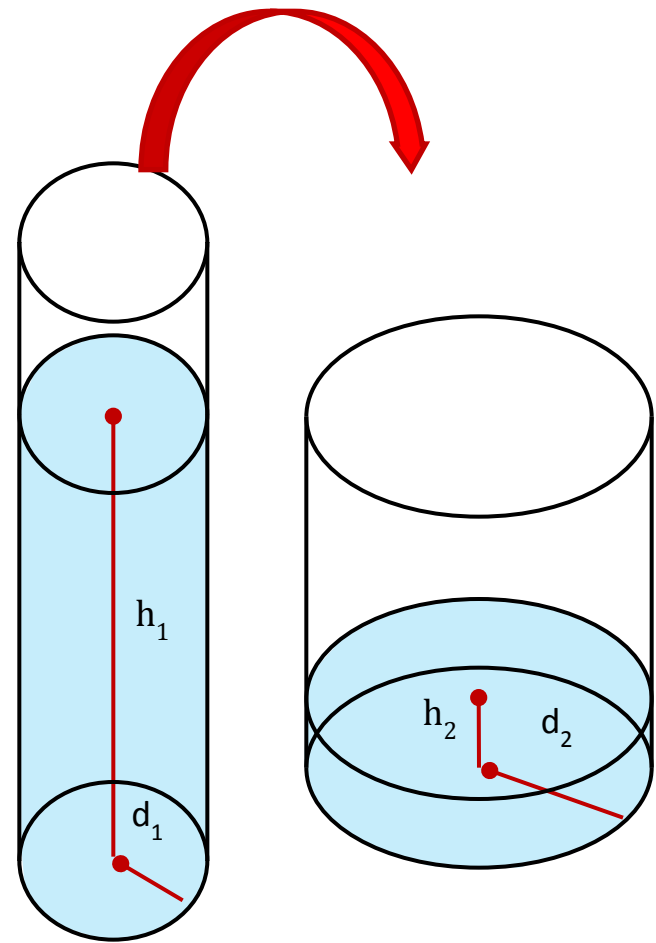
$$d_2 = 3d_1, r_2 = 3r_1$$

$$r_1^2 \cdot 45 = (3r_1)^2 h_2$$

$$r_1^2 \cdot 45 = 9r_1^2 h_2$$

$$h_2 = 5 \text{ см}$$

**Ответ:**  $h_2 = 5 \text{ см}$



# Задача

**Дано**

цилиндр, конус

$R$  — общий радиус

$h$  — общая высота

$$V_{\text{к.}} = 42$$

**Найти:**

**Решени**

Объём конуса:

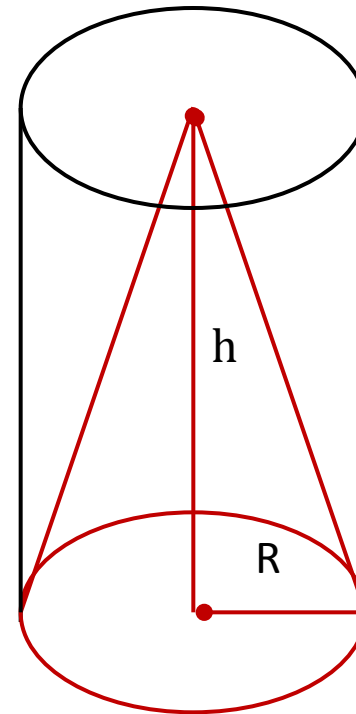
$$\left. \begin{array}{l} F_n = S_n \cdot h, S_n \\ S_n \text{ — площадь основания призмы } P_n \\ P \supset F_n \supset P_n \end{array} \right\} \Rightarrow$$

Объём цилиндра:

$$V_{\text{ц.}} = S_{\text{осн.}} \cdot h = \pi R^2 \cdot h$$

$$\left. \begin{array}{l} F_n = S_n \cdot h, S_n \\ S_n \text{ — площадь основания призмы } P_n \\ P \supset F_n \supset P_n \end{array} \right\} \Rightarrow$$
$$\left. \begin{array}{l} F_n = S_n \cdot h, S_n \\ S_n \text{ — площадь основания призмы } P_n \\ P \supset F_n \supset P_n \end{array} \right\} \Rightarrow V_{\text{ц.}} = 3 \cdot 42 = 126$$

**Ответ:**  $V_{\text{ц.}} = 126$



# Домашнее задание

- П.77
- № 666 б
- № 667