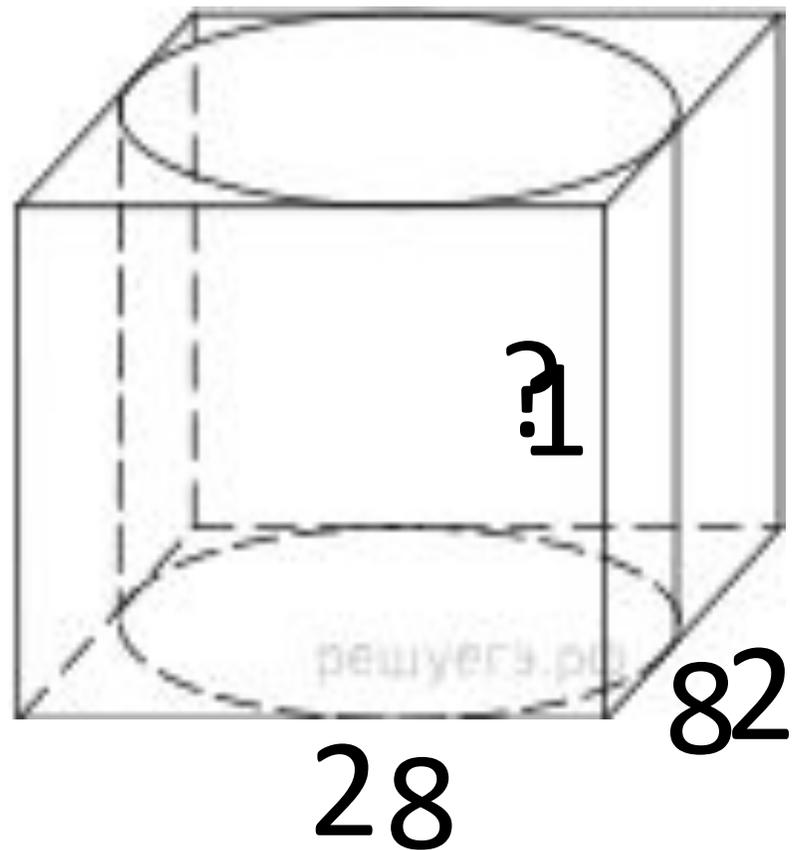


1. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 1. Найдите объем параллелепипеда

$$V = Sh = 2 \cdot 2 \cdot 1 = 4$$

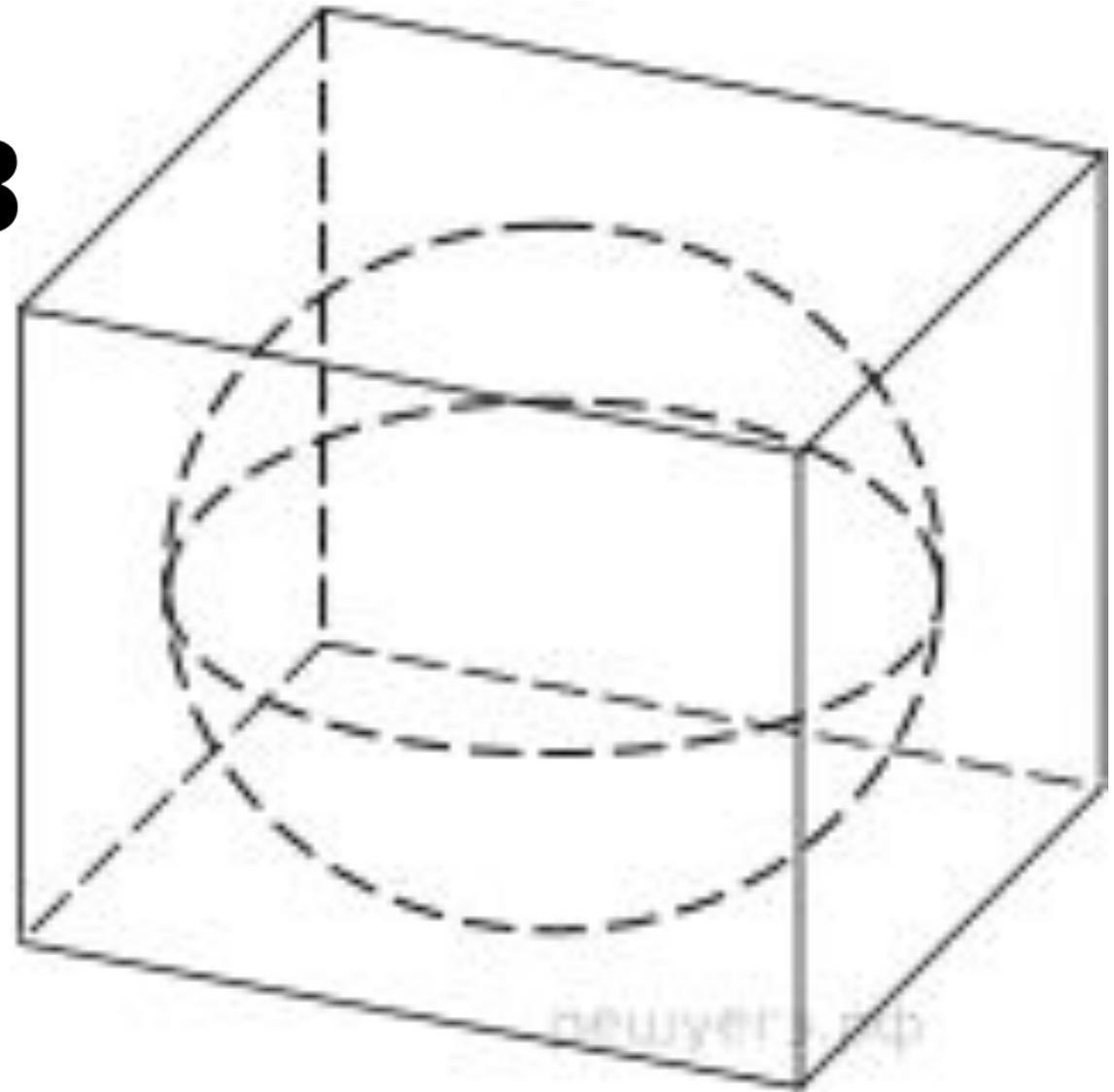
2. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 4. Объем параллелепипеда равен 16. Найдите высоту цилиндра.

$$16 = 64h, h = \frac{16}{64} = 0,25$$



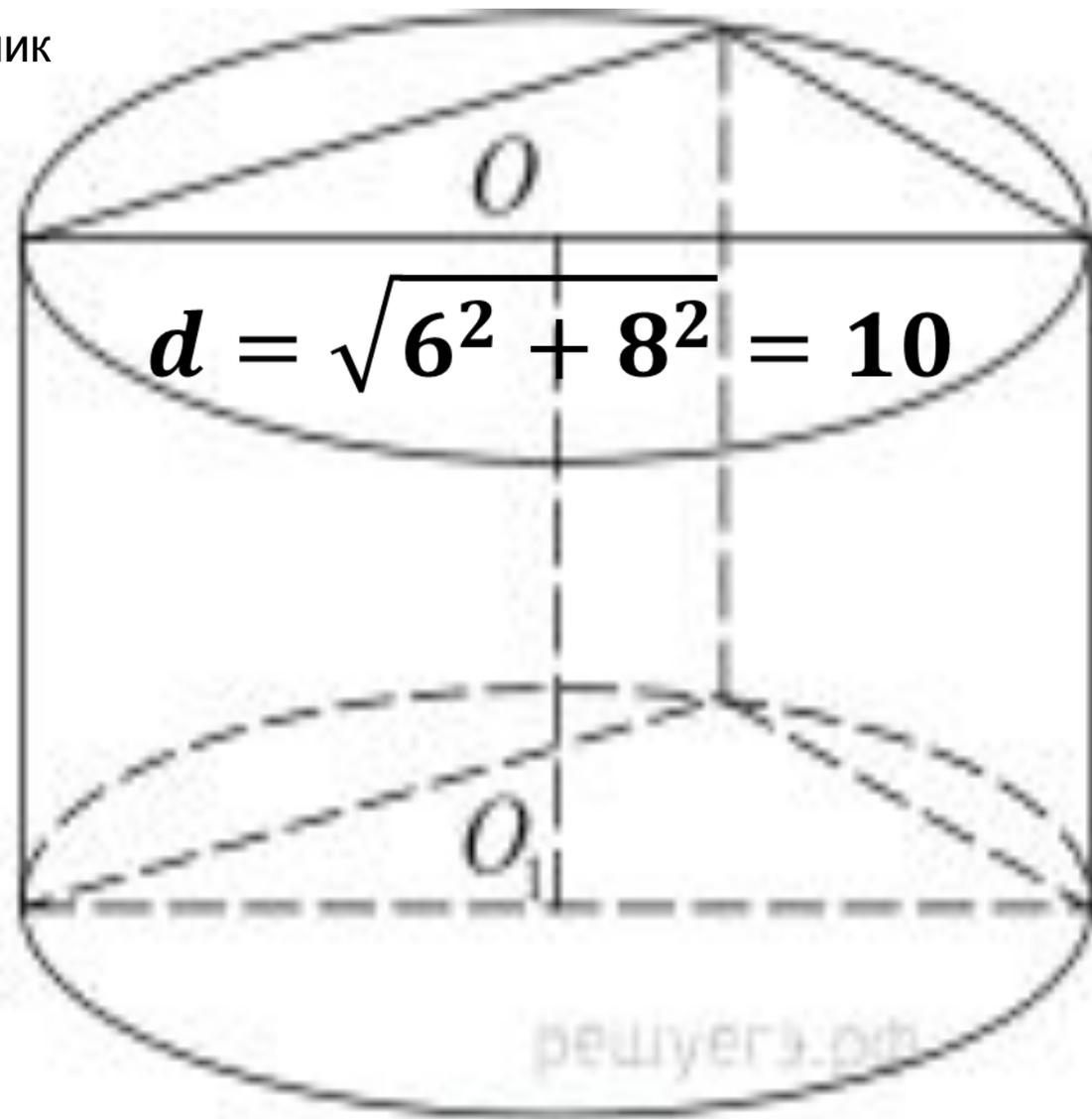
3. В куб вписан шар радиуса 1. Найдите объем куба.

$$V = Sh = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

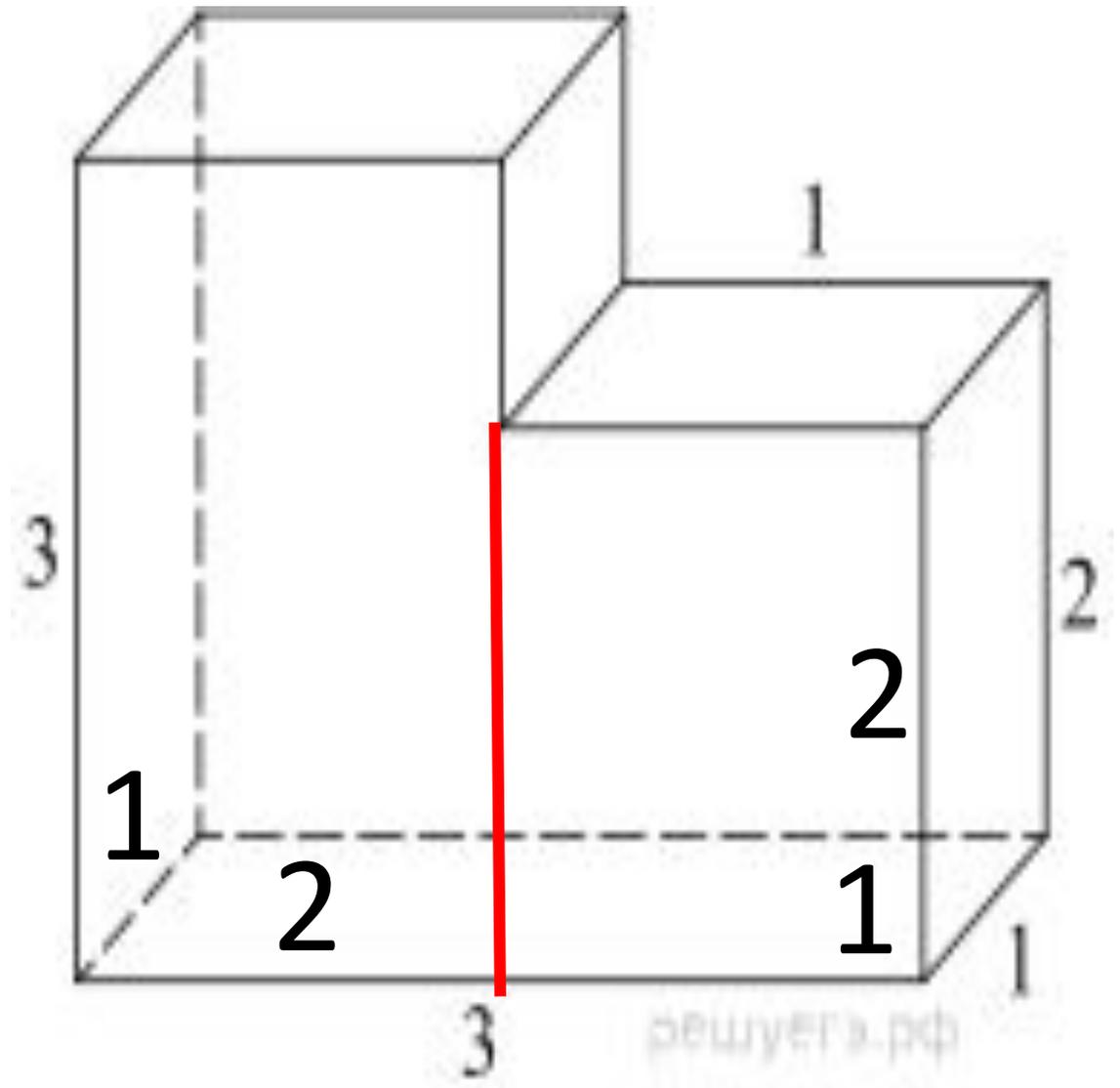


4. В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8. Боковые ребра равны $\frac{5}{\pi}$. Найдите объем цилиндра

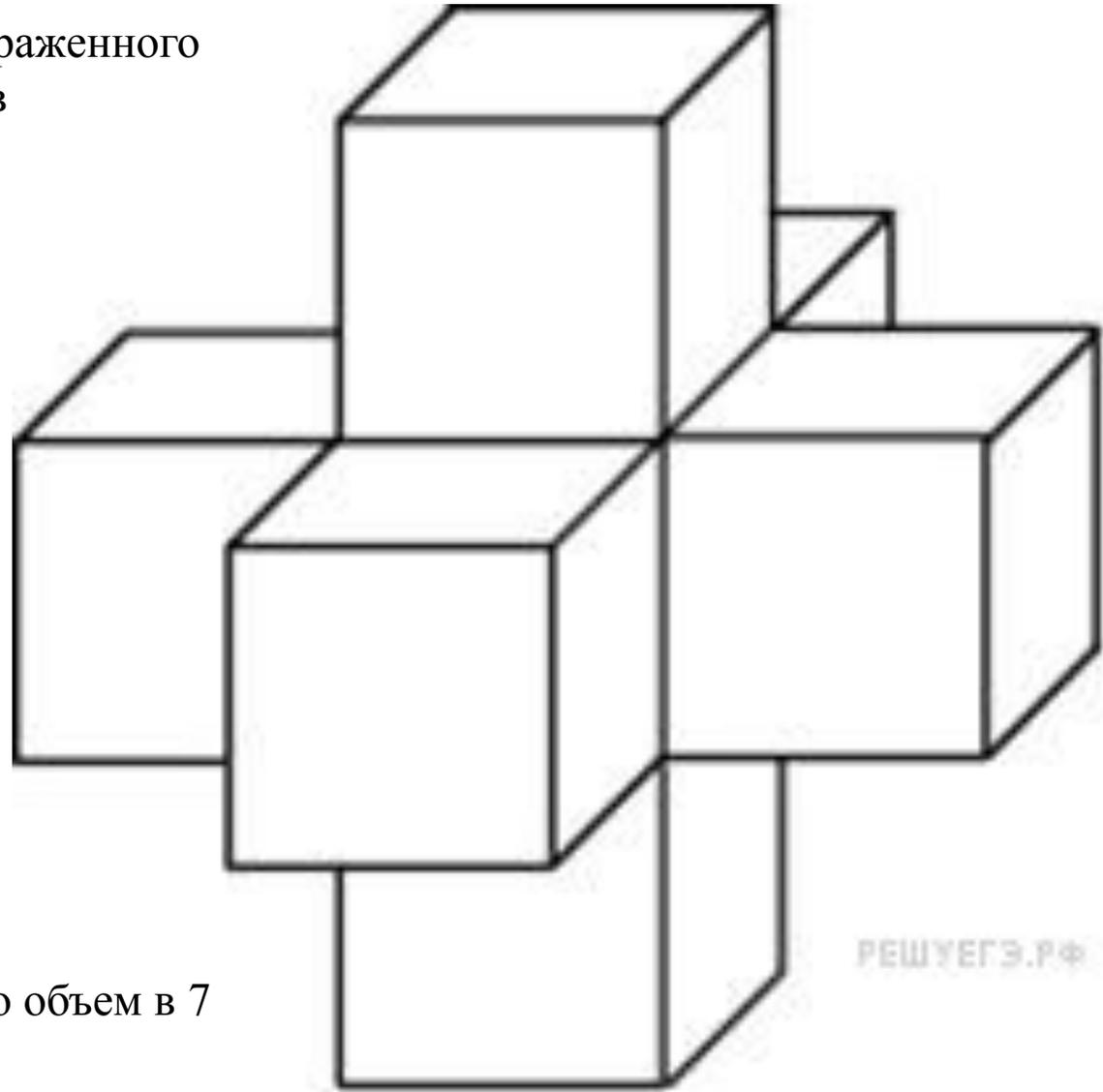
$$V = h\pi r^2 = \frac{5}{\pi} \pi 5^2 = 125$$



$$V = 3 \cdot 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \cdot 1 = 8$$

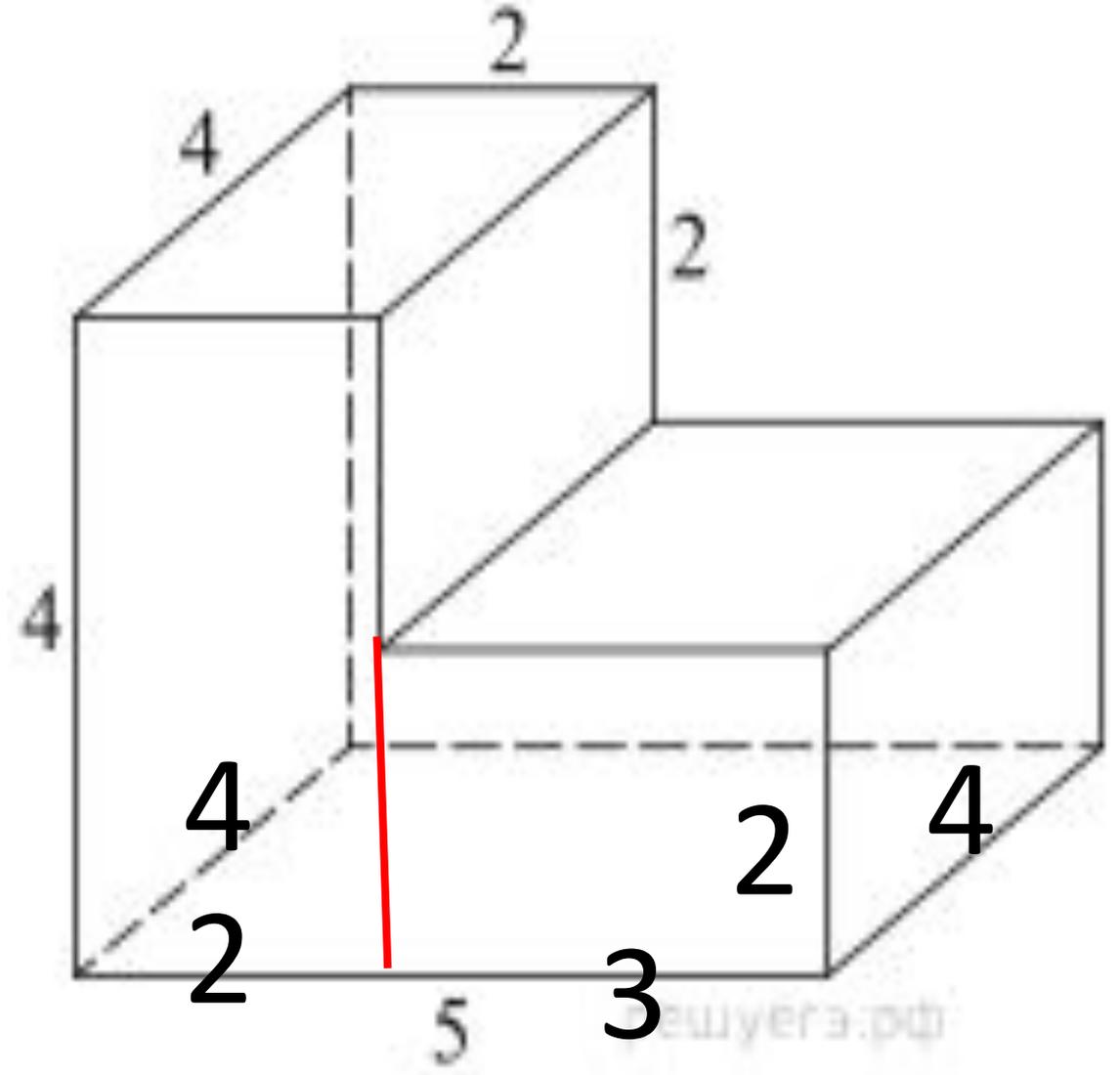


Найдите объем пространственного креста, изображенного на рисунке и составленного из единичных кубов

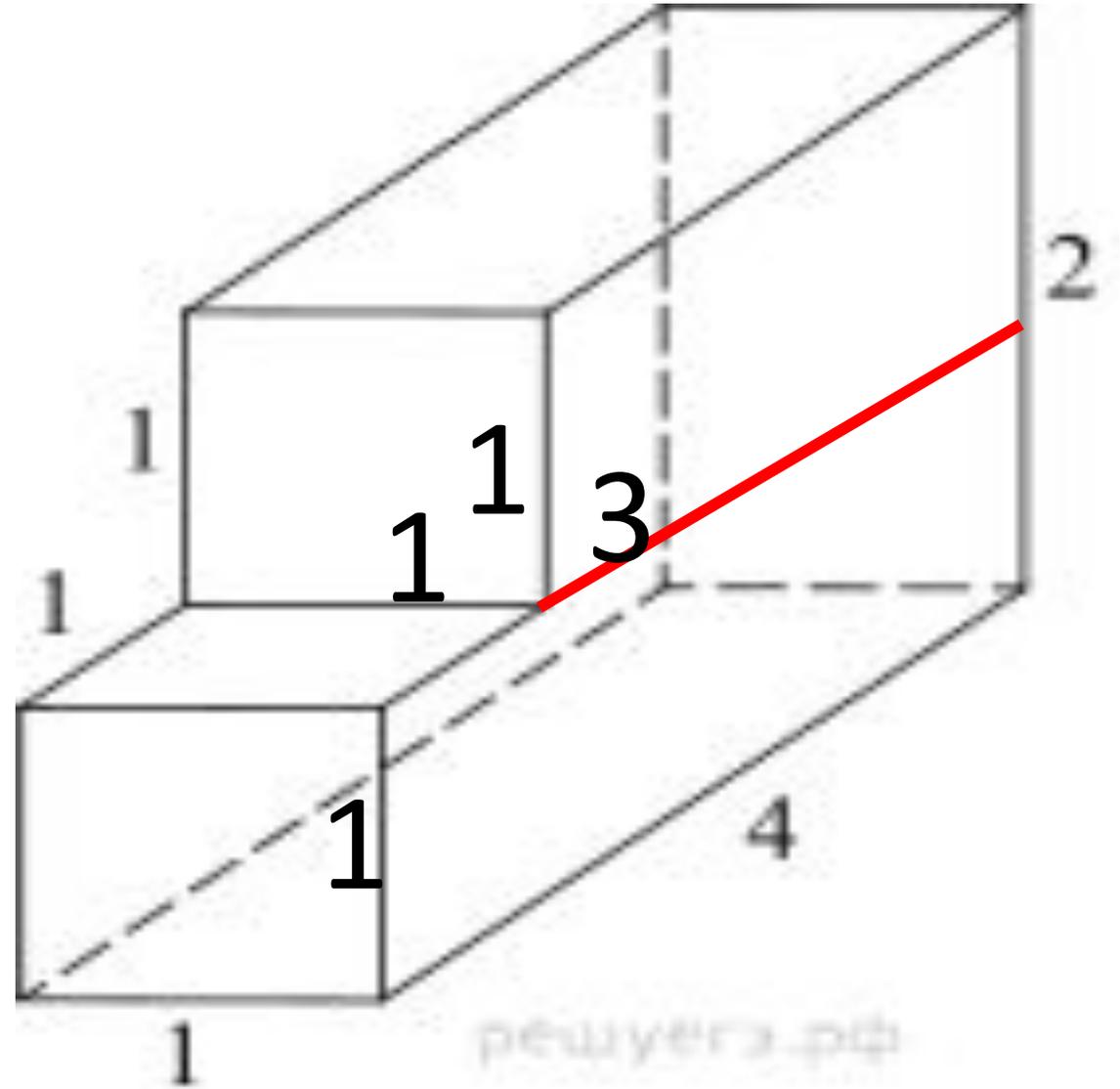


Крест состоит из 7 одинаковых кубов, поэтому его объем в 7 раз больше объема одного куба

$$V = 2 \cdot 4 \cdot 4 + 3 \cdot 2 \cdot 4 = 56$$



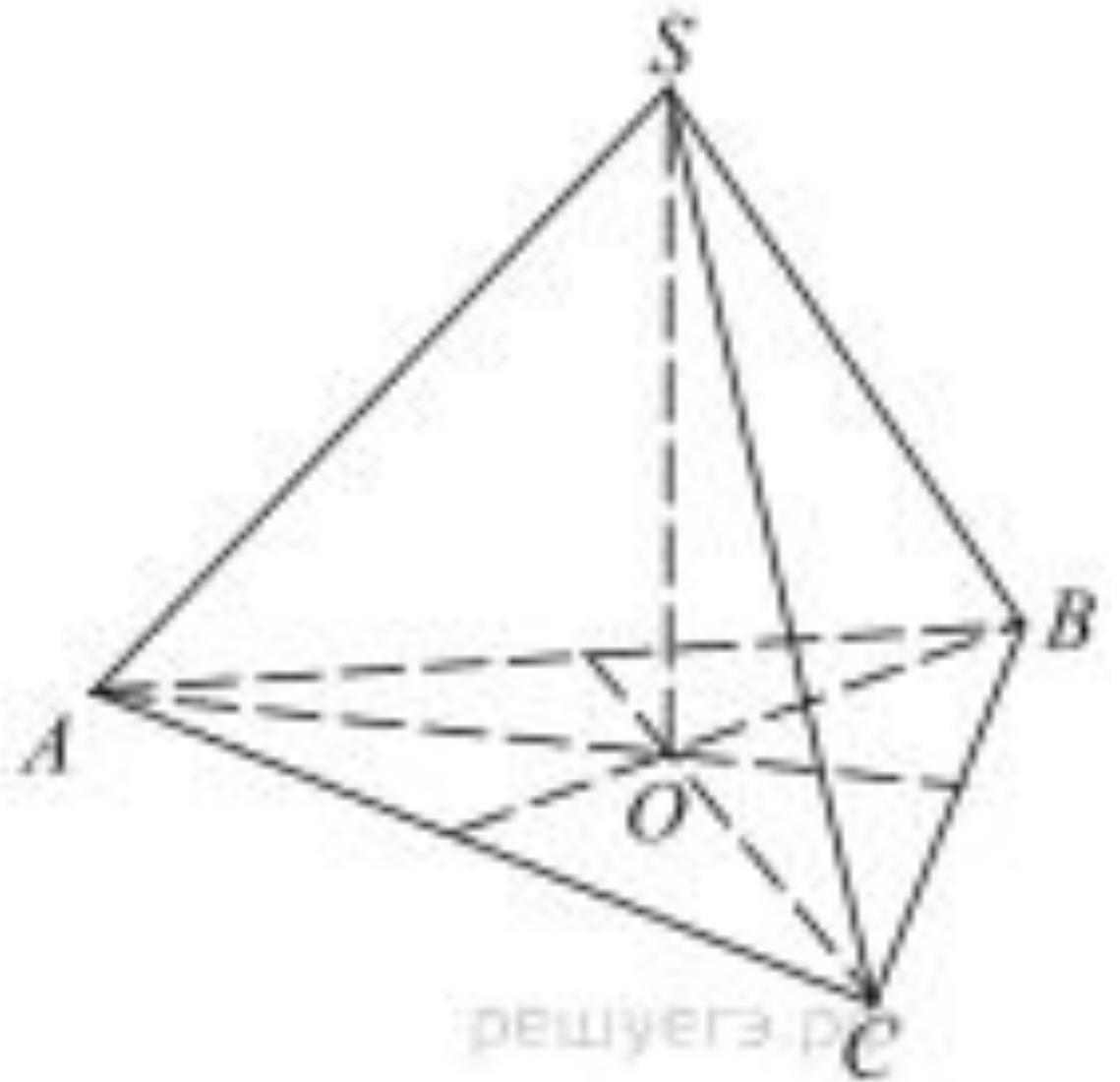
$$V = 1 \cdot 1 \cdot 4 + 3 \cdot 1 \cdot 1 = 7$$



В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной S биссектрисы треугольника ABC пересекаются в точке O . Площадь треугольника ABC равна 2; объем пирамиды равен 6. Найдите длину отрезка OS .

$$V = \frac{1}{3} Sh,$$

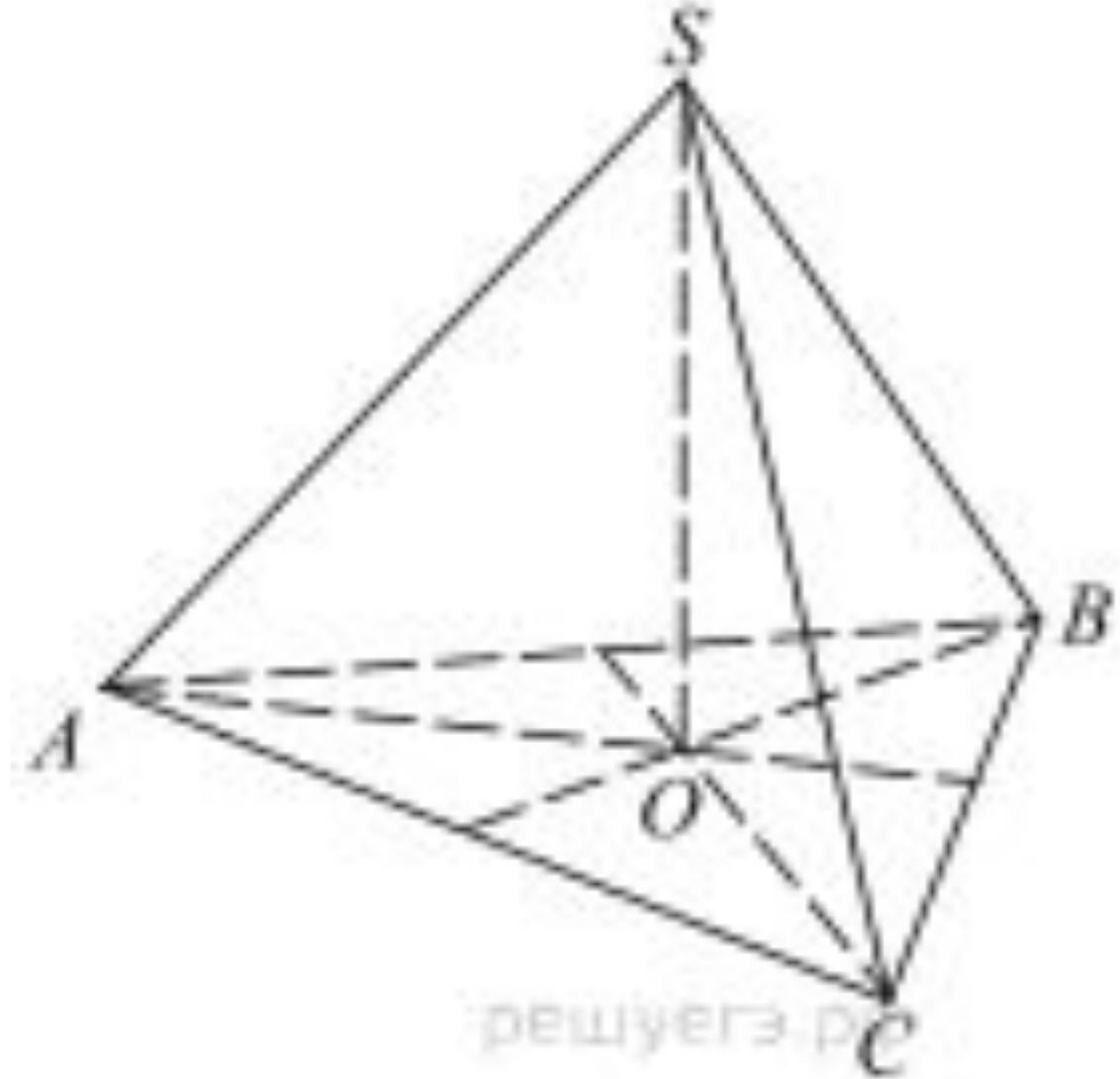
$$h = \frac{3V}{S} = 9$$



В правильной треугольной пирамиде $SABC$ медианы основания ABC пересекаются в точке O . Площадь треугольника ABC равна 9; объем пирамиды равен 6. Найдите длину отрезка OS .

$$V = \frac{1}{3} Sh,$$

$$h = \frac{3V}{S} = 2$$



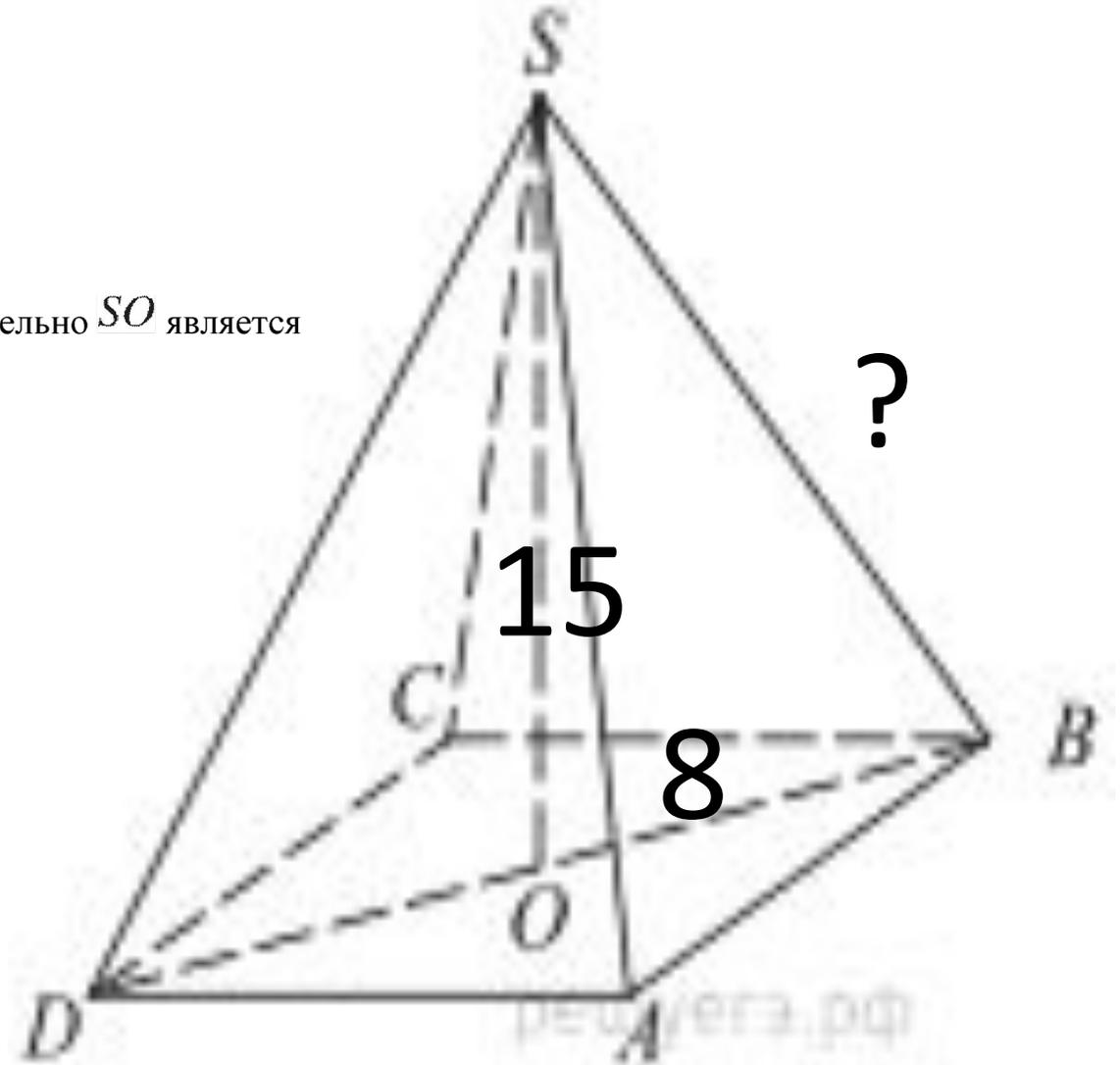
В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка O – центр основания, S – вершина, $SO = 15$, $BD = 16$. Найдите боковое ребро SA .

$$V = \frac{1}{3} Sh,$$

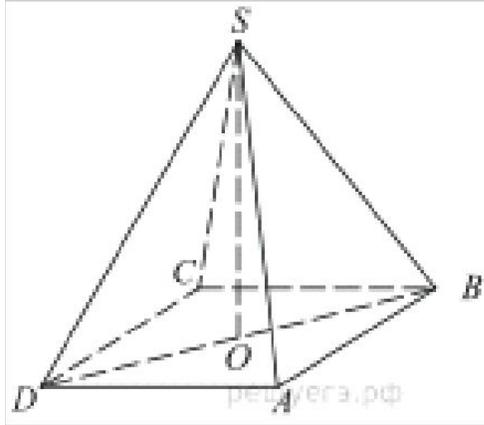
В правильной пирамиде вершина проецируется в центр основания, следовательно SO является высотой пирамиды. тогда по теореме Пифагора

$$SA = SB = \sqrt{SO^2 + BO^2} =$$

$$\sqrt{SO^2 + \left(\frac{BD}{2}\right)^2} = \sqrt{225 + 64} = 17.$$



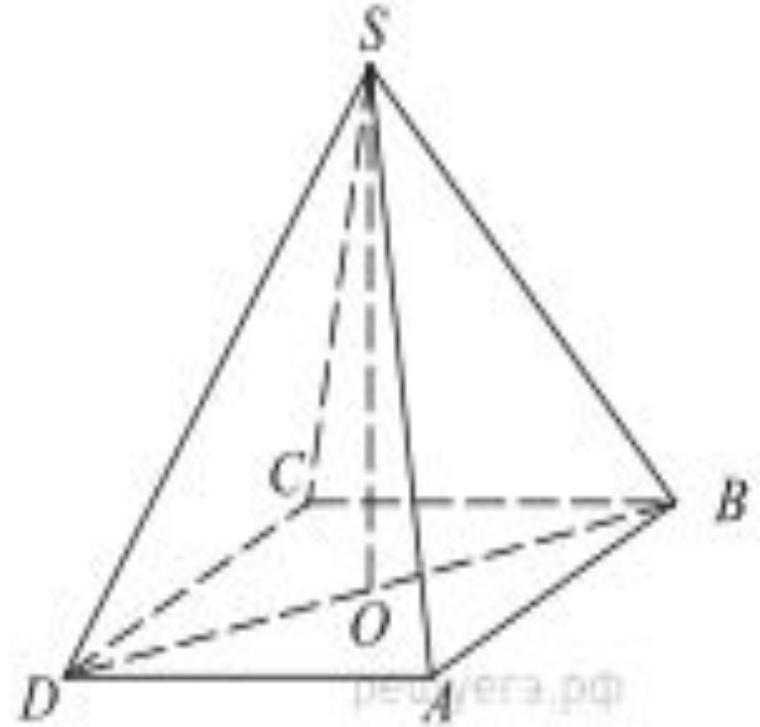
В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка O – центр основания, S – вершина, $SB = 13$, $AC = 24$. Найдите длину отрезка SO .



В правильной пирамиде вершина проецируется в центр основания, SO является высотой пирамиды. тогда по теореме Пифагора

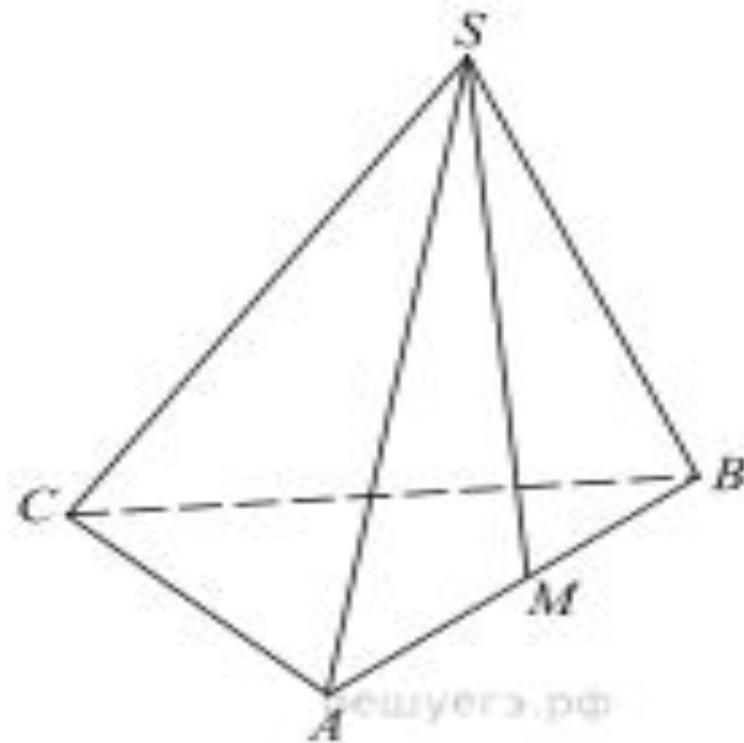
$$SO = \sqrt{SB^2 - BO^2} = \sqrt{SB^2 - \left(\frac{AC}{2}\right)^2} = \sqrt{169 - 144} = 5.$$

В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка O — центр основания, S — вершина, $SD = 10$, $SO = 6$. Найдите длину отрезка AC .



$$AC = 2AO = 2OD = 2\sqrt{SD^2 - SO^2} = 2\sqrt{100 - 36} = 16.$$

В правильной треугольной пирамиде $SABC$ точка M – середина ребра AB , S – вершина. Известно, что $BC = 3$, а площадь боковой поверхности пирамиды равна 45. Найдите длину отрезка SM .



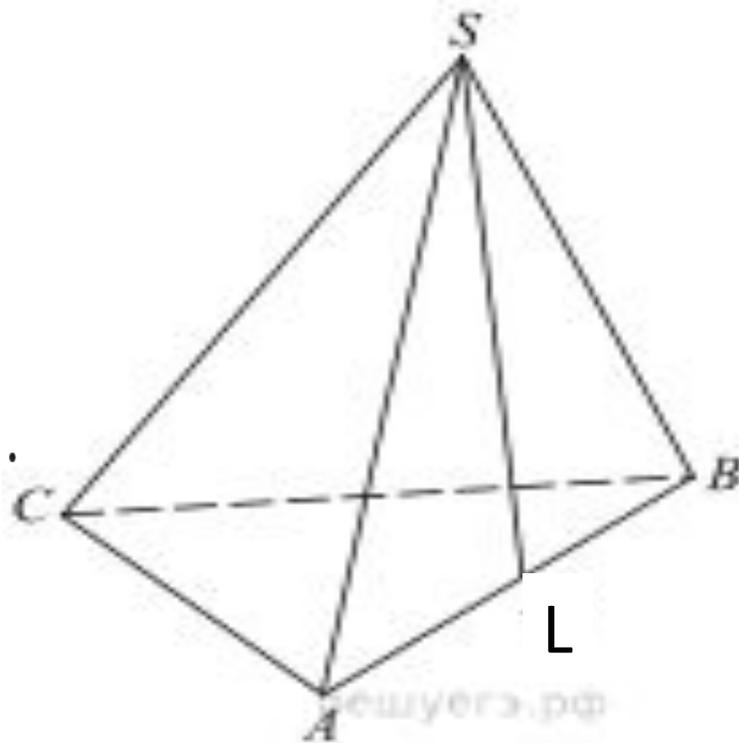
Найдем площадь грани SAB :

$$S_{SAB} = \frac{S_{\text{бок}}}{3} = \frac{45}{3} = 15.$$

$$SM = \frac{2S_{SAB}}{AB} = \frac{2S_{SAB}}{BC} = \frac{2 \cdot 15}{3} = 10.$$

В правильной треугольной пирамиде $SABC$ точка L — середина ребра AC , S — вершина. Известно, что $BC = 6$, а $SL = 5$. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды

$$S_{\text{бок}} = 3S_{SAC} = 3 \cdot \frac{1}{2} AC \cdot SL = \frac{3}{2} BC \cdot SL = \frac{3}{2} \cdot 6 \cdot 5 = 45.$$



В правильной треугольной пирамиде $SABC$ точка K – середина ребра BC , S – вершина. Известно, что $SK = 4$, а площадь боковой поверхности пирамиды равна 54. Найдите длину ребра AC .

В правильной треугольной пирамиде $SABC$ P – середина ребра AB , S – вершина. Известно, что $BC = 5$, а $SP = 6$. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

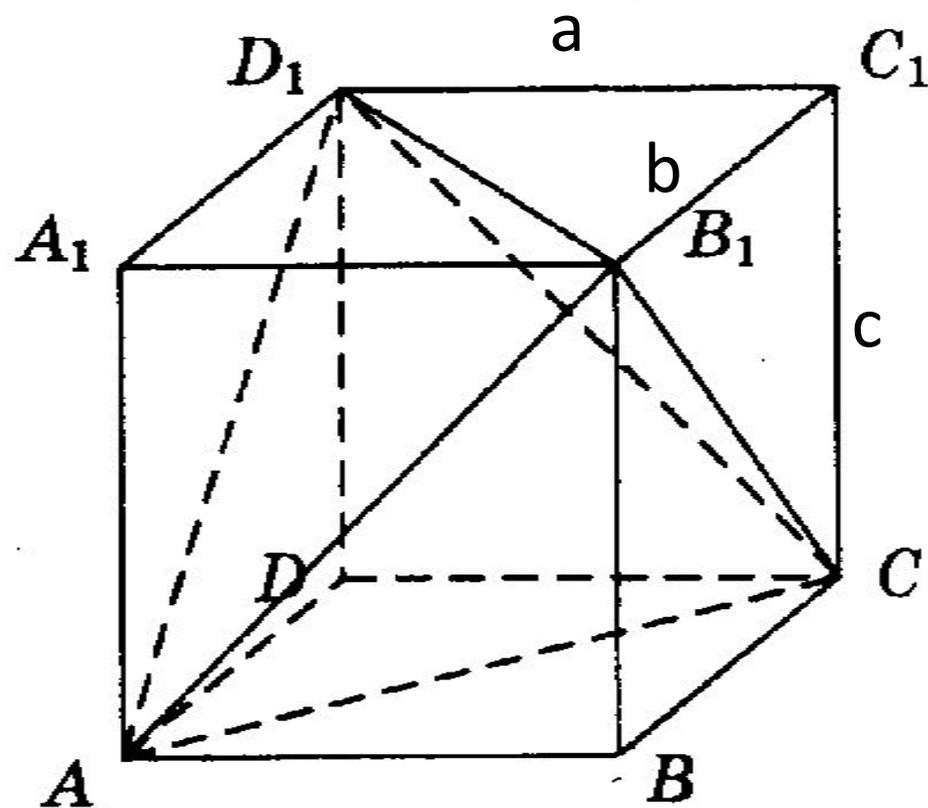
Стороны основания правильной четырехугольной пирамиды равны 10, боковые ребра равны 13. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.

Объём параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равен 27. Найдите объём треугольной пирамиды $AD_1 CB_1$.

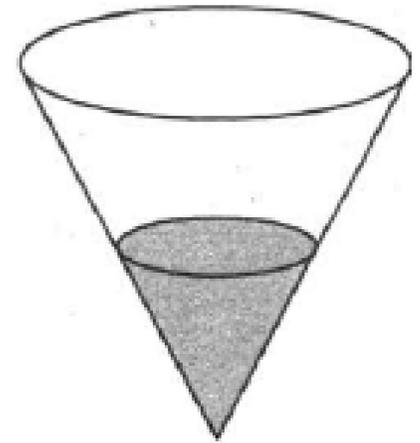
$$V_{\text{пир.}} = \frac{1}{3} V_{\text{парал.}} = 9$$

Искомый объём равен разности объёмов параллелепипеда с рёбрами a , b и c и четырех пирамид, основания которых являются гранями данной треугольной пирамиды:

$$V_{\text{пир.}} = abc - \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} abc = 9.$$



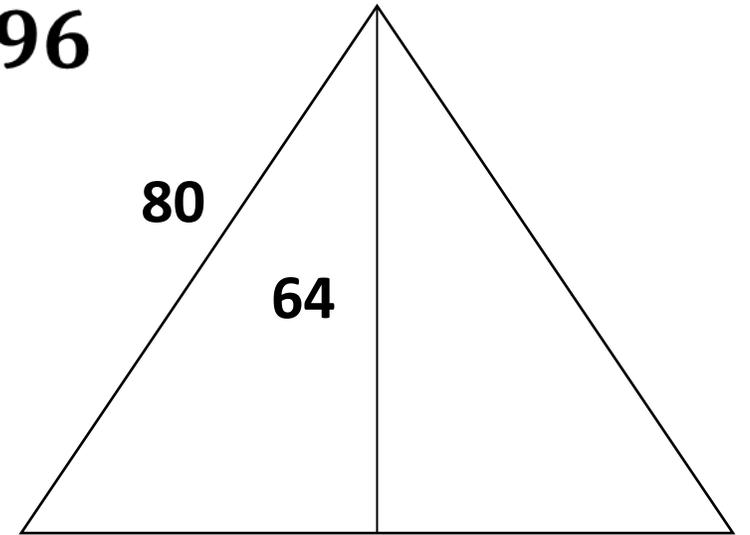
8. В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает $\frac{1}{2}$ высоты. Объём жидкости равен 54 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?



Конусы подобны, то
коэффициент подобия = $k^3 =$
 $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}, 54 \cdot 8 - 54 = 378$

Высота конуса равна 64, а длина образующей равна 80. Найдите диаметр основания конуса.

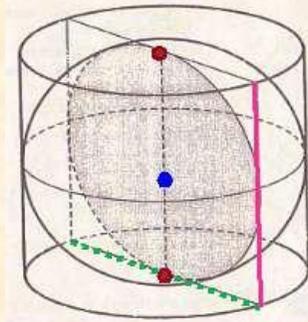
$$D = 2r = 2\sqrt{6400 - 4096} = 2\sqrt{2304} = 96$$



Шар вписан в цилиндр. Площадь поверхности шара равна 32. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

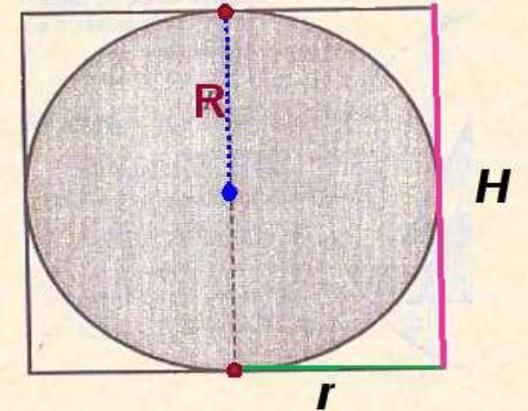
$$32 = 4\pi r^2, S_{\text{ц}} = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot 2r = 6\pi r^2 = 6 \cdot 8 = 48$$

Шар, вписанный в цилиндр



Шар можно вписать только в такой цилиндр, высота которого равна диаметру основания (такой цилиндр называется равносторонним)

Шар касается оснований в их центрах и боковой поверхности цилиндра по окружности большого круга шара, параллельной основаниям цилиндра

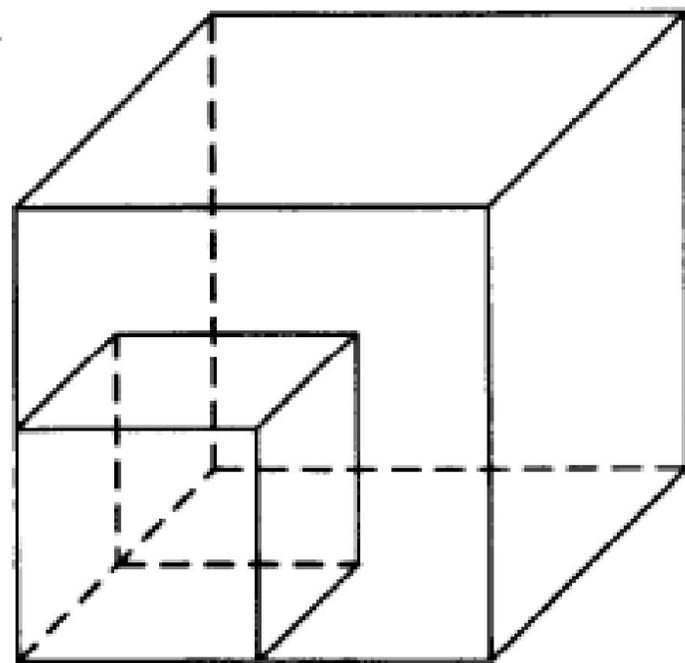


Радиус шара R равен радиусу цилиндра r , а диаметр шара равен высоте цилиндра:

$$R = r \quad 2R = H$$

Во сколько раз увеличится площадь поверхности куба, если все его рёбра увеличить в 17 раз?

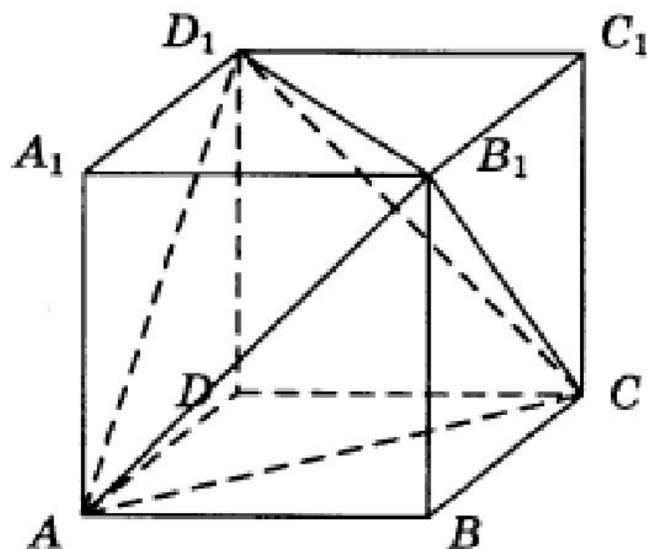
Коэффициент подобия
 $=k^2 = 289$



Во сколько раз увеличится площадь поверхности куба, если все его рёбра увеличить в 7 раз?

Шар вписан в цилиндр. Площадь поверхности шара равна 64 .
Найдите площадь полной поверхности цилиндра.

Объём параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равен 6. Найдите объём треугольной пирамиды $AD_1 CB_1$.



Высота конуса равна 40, а длина образующей равна 58. Найдите диаметр основания конуса.

В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает $\frac{1}{2}$ высоты. Объем жидкости равен 48 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?

