



# МБОУ СОШ «Солнечная»

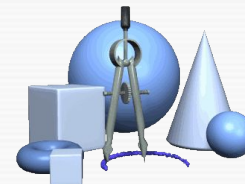


Электронное  
Справочник по  
геометрии  
«Четырёхугольники»



Дмитровская Елена Васильевна  
учитель математики

# Номинация: интерактивная презентация к урокам



Не секрет, что порою для решения задачи не хватает знания какой-то одной-единственной формулы, которую хочется быстрее найти и применить, но не всегда эта формула находится под рукой, поэтому в презентации собраны самые важные и нужные формулы по теме «Четырёхугольники», которые могут понадобиться при решении различных заданий., а так же при самоподготовке к ЕГЭ /11 класс/ и ОГЭ /9 класс/

# Содержани е



**Справочник**

здесь!



**Задачник**

здесь!



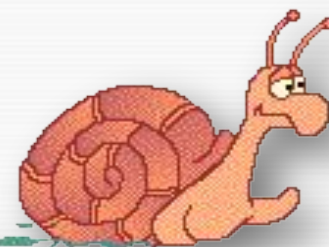
**Подготовка к  
ЕГЭ**

здесь!



**Тест**

здесь!



**Дорогу осилит идущий...**



# Справочник



## Четырёхугольни к

Параллелограмм

Трапеция

Прямоугольник

Ромб

Квадрат

содержа  
ние

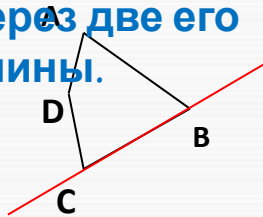
задачни  
к

Четырёхугольник — это геометрическая фигура (многоугольник), состоящая из четырёх точек (вершин), три из которых не лежат на одной прямой, и четырёх отрезков (сторон), попарно соединяющих эти точки. Различают выпуклые и невыпуклые **четырёхугольники**

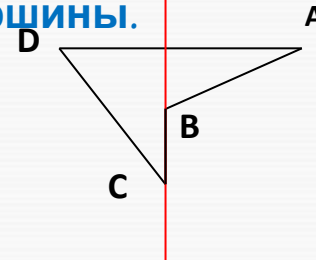


### Четырёхугольник

Выпуклый – все вершины лежат по одну сторону от прямой, проходящей через две его соседние вершины.



Невыпуклый – вершины лежат по разные стороны от прямой, проходящей через две его соседние вершины.



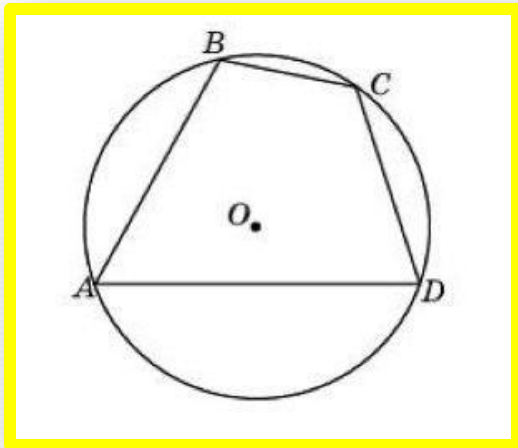
**Сумма углов выпуклого четырёхугольника равна  $360^\circ$**   
Вписанные и описанные четырёхугольники



содержание

справочник

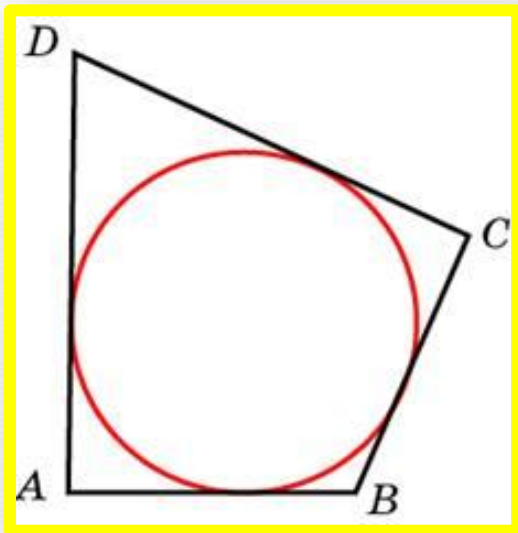
задания



**Четырехугольник можно вписать в окружность тогда и только тогда, когда суммы его противоположных углов равны  $180^\circ$ .**



$$\sphericalangle A + \sphericalangle C = \sphericalangle B + \sphericalangle D = 180^\circ$$



**Четырехугольник можно описать вокруг окружности тогда и только тогда, когда суммы длин его противоположных сторон равны.**



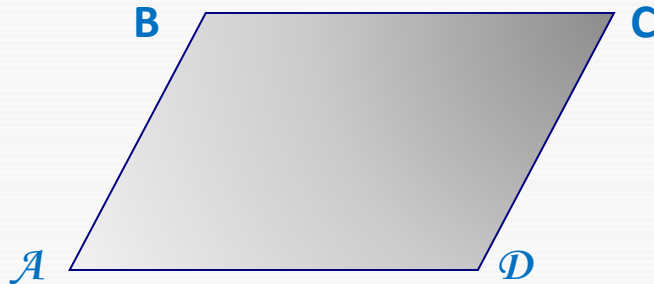
$$AD + BC = DC + AB$$

**назад**

**справоч  
ник**

**задачн  
ик**

Параллелограмм – четырёхугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.



$$AB \parallel CD$$

$$BC \parallel AD$$

Свойства

параллелограмма

Признаки

параллелограмма

Площадь

параллелограмма



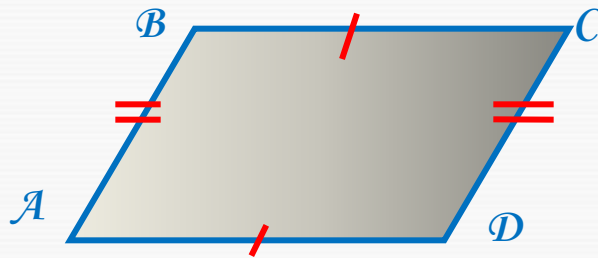
содержа  
ние

справоч  
ник

задачн  
ик

# Свойства параллелограмма.

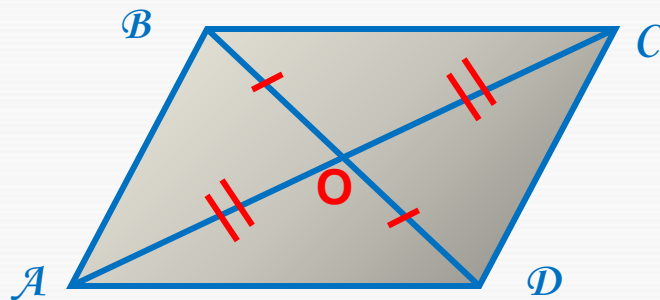
1. В параллелограмме противоположные стороны равны и противоположные углы равны.



$$AB = CD$$

$$BC = AD$$

2. Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.



$$AO = OC$$

$$BO = OD$$

назад

справоч  
ник

задачн  
ик



# Признаки параллелограмма

1. Если в четырёхугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырёхугольник – параллелограмм



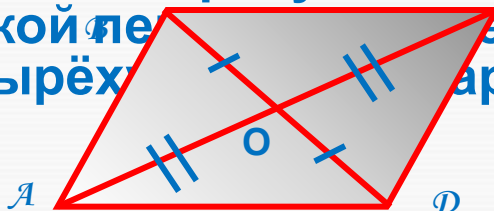
$$BC \parallel AD$$
$$BC = AD$$

2. Если в четырёхугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырёхугольник – параллелограмм



$$BC = AD$$
$$AB = CD$$

3. Если в четырёхугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырёхугольник – параллелограмм.



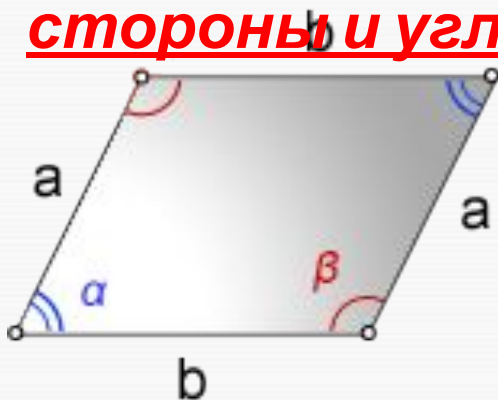
$$AO = CO$$
$$BO = DO$$

назад

справоч  
ник

задачн  
ик

# 1. Формула площади параллелограмма через стороны и углы

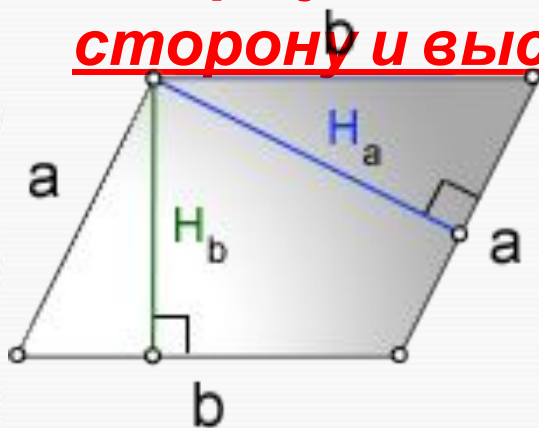


a, b - стороны  
параллелограмма

$$S = ab \cdot \sin \alpha = ab \cdot \sin \beta$$

параллелограмма

# 2. Формула площади параллелограмма через сторону и высоту



a, b - стороны  
параллелограмма

H<sub>b</sub> - высота на сторону b

H<sub>a</sub> - высота на сторону a

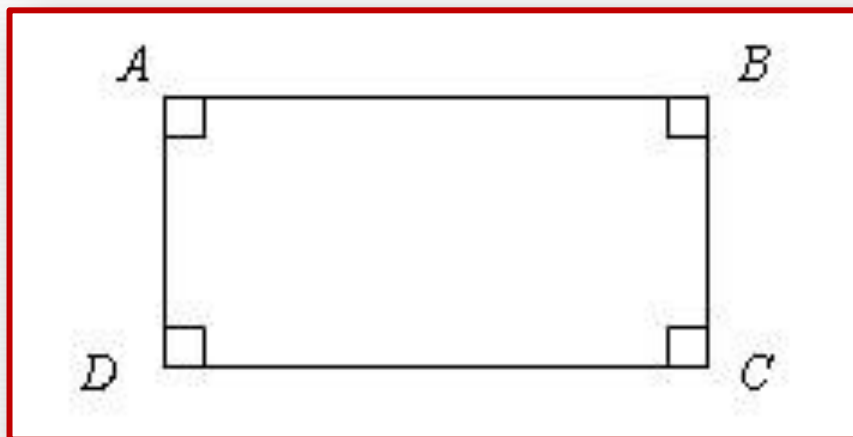
$$S = b \cdot H_b = a \cdot H_a$$

назад

справоч  
ник

задачн  
ик

➔ **Прямоугольник** - параллелограмм, у которого все углы прямые.



Свойства прямоугольника



Связь между



прямоугольником и ромбом  
Площадь прямоугольника



содержа  
ние

справоч  
ник

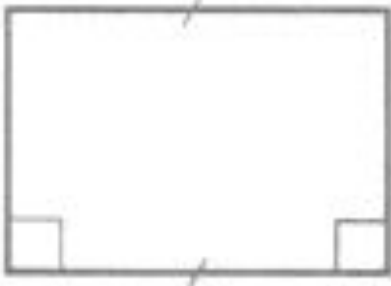
задачн  
ик



Диагонали равны и точкой пересечения делятся пополам.



Две стороны параллельны и углы, прилежащие к одной из этих сторон, прямые.

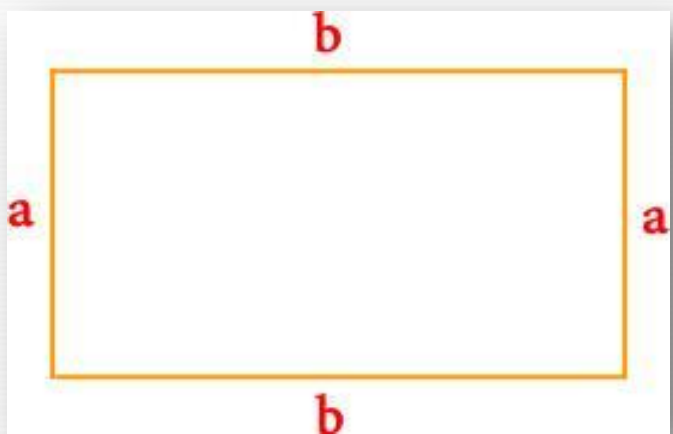


Две противоположные стороны равны и углы, прилежащие к одной из этих сторон, прямые.

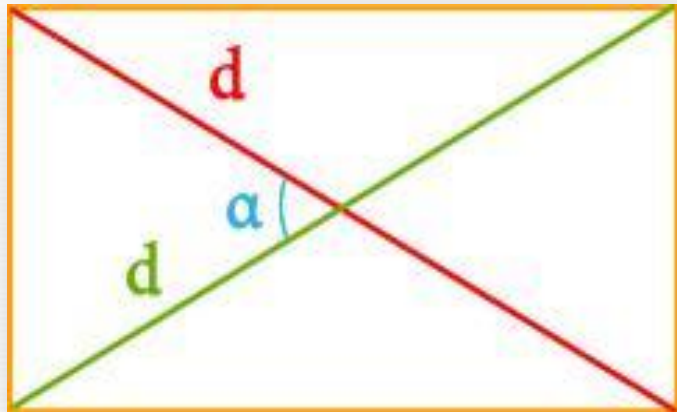
назад

справоч  
ник

задачн  
ик



$S = a \cdot b$ ,  $a$ ,  $b$  – стороны  
прямоугольника



$S = \frac{d^2 \cdot \sin \alpha}{2}$   $d$  – диагональ  
прямоугольника,  $\alpha$  – угол между  
диагоналями

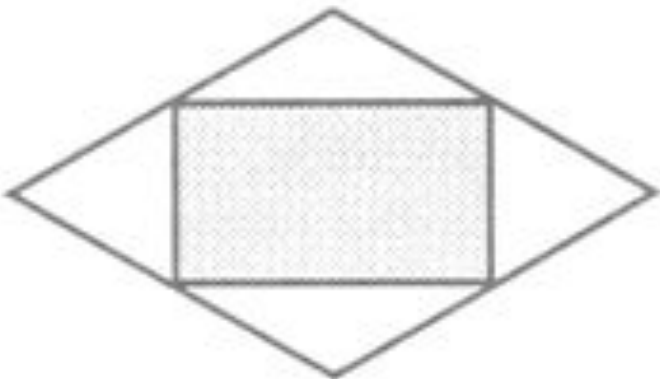
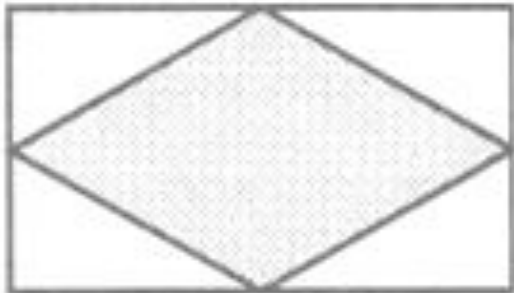
назад

справоч  
ник

задачн  
ик



## Связь между прямоугольником и ромбом



Если соединить отрезками середины соседних сторон любого прямоугольника, получится ромб.

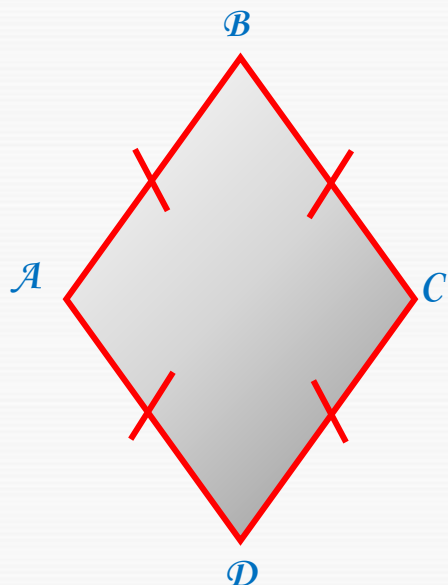
Если соединить отрезками середины соседних сторон любого ромба, получится прямоугольник.

назад

справоч  
ник

задачн  
ик

**Ромб** – это параллелограмм, у которого все стороны равны



$$BC \parallel AD, AB \parallel CD$$
$$AB = BC = CD = AD$$

Свойства ромба

ЗДЕСЬ!

Площадь ромба

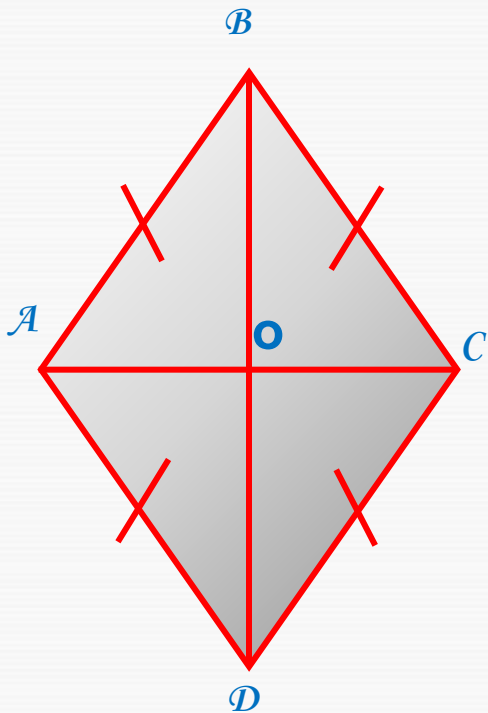
ЗДЕСЬ!

содержа  
ние

справоч  
ник

задачн  
ик

# Свойства ромба.



1. Диагонали ромба пересекаются под прямым углом ( $AC \perp BD$ ) и в точке пересечения делятся пополам. Тем самым диагонали делят ромб на четыре прямоугольных треугольника.

2. Диагонали ромба являются биссектрисами его углов

( $\angle DCA = \angle BCA$ ,  $\angle ABD = \angle CBD$  и т.д.).  
 $d_1^2 + d_2^2 = 4a^2$ ,  $d_1, d_2$  - диагонали,  $a$  - сторона ромба.)

3. Сумма квадратов

диагоналей равна сумме квадратов сторон, умноженному на 4

назад

справоч

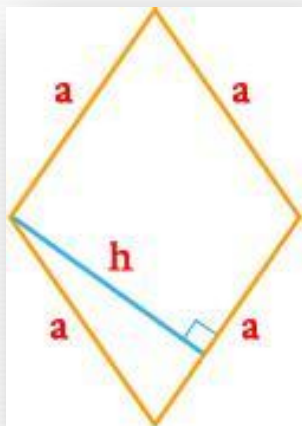
задачн

НИК

ИК

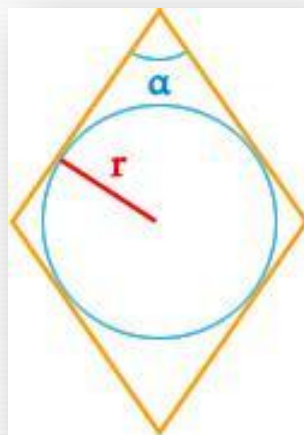


# Площадь ромба



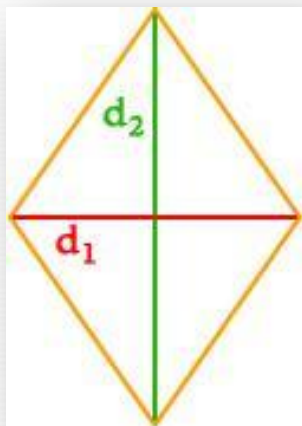
$$S = ah$$

**a** – сторона  
ромба, **h** –  
высота



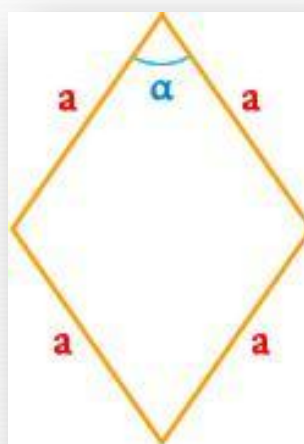
$$S = \frac{4r^2}{\sin \alpha}$$

*r* – радиус вписанной  
окружности;  $\alpha$  – угол между  
сторонами



$$S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

*d<sub>1</sub>, d<sub>2</sub>* – диагонали  
ромба



$$S = a^2 \sin \alpha$$

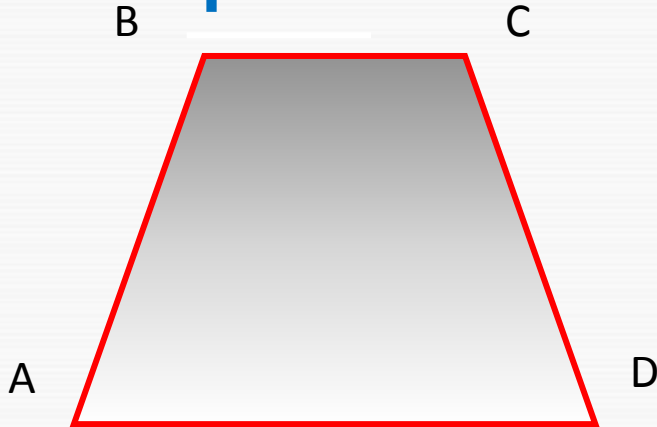
*a* – сторона  
ромба,  $\alpha$  – угол  
между сторонами

назад

справоч  
ник

задачн  
ик

**Трапеция** – четырёхугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие не параллельны.



$$BC \parallel AD, AB \neq CD$$

*BC и AD – основания,*

*AB и CD – боковые стороны*



**Виды трапеции.**



**Свойства трапеции.**



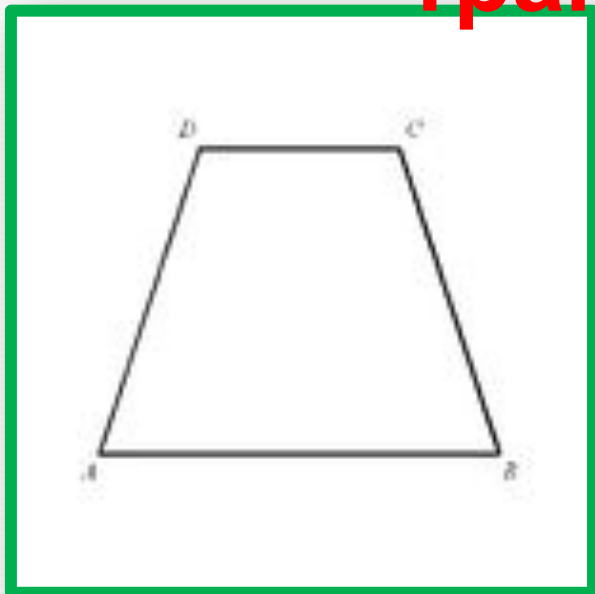
**Площадь трапеции.**

**содержание**

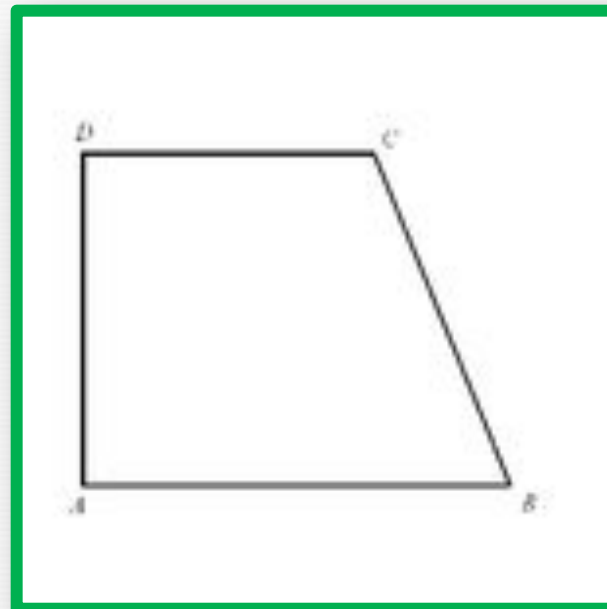
**справочник**

**задачник**

# Виды трапеции.



Трапеция, у которой боковые стороны равны, называется равнобедренной.



Трапеция, у которой один из углов 'прямой', называется прямоугольной.

назад

справоч  
ник

задачн  
ик

## Общие свойства

1. Средняя линия трапеции /отрезок, соединяющий середины боковых сторон/ параллельна основаниям и равна их полусумме.

2. Отрезок, соединяющий середины диагоналей, равен полуразности оснований.

## Свойства равнобедренной трапеции

1. Высота, опущенная из вершины на большее основание, делит его на два отрезка, один из которых равен полусумме оснований, другой - полуразности оснований.

2. В равнобедренной трапеции углы при любом основании равны.

3. В равнобедренной трапеции длины диагоналей равны.

4. Около равнобедренной трапеции можно описать окружность.

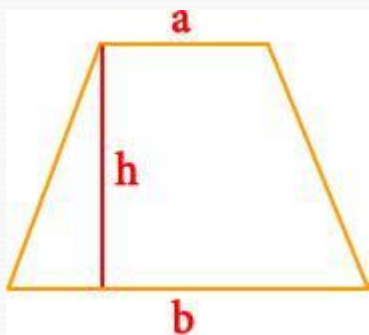
5. Если в равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны, то высота равна полусумме оснований.

назад

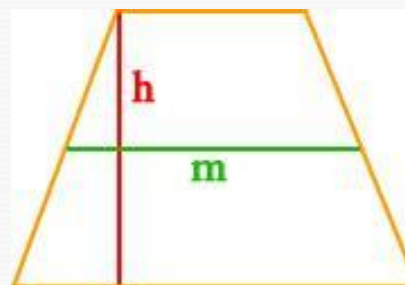
справоч  
ник

задачн  
ик

# Площадь трапеции.

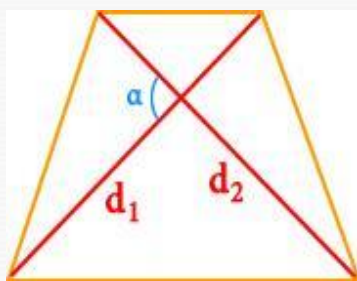


$$S = \frac{a+b}{h}$$

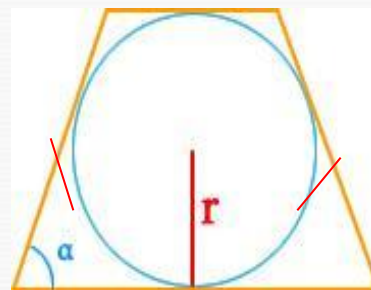


$$S = h \cdot m$$

$m$  – средняя линия



$$S = \frac{d_1 d_2 \cdot \sin \alpha}{2}$$



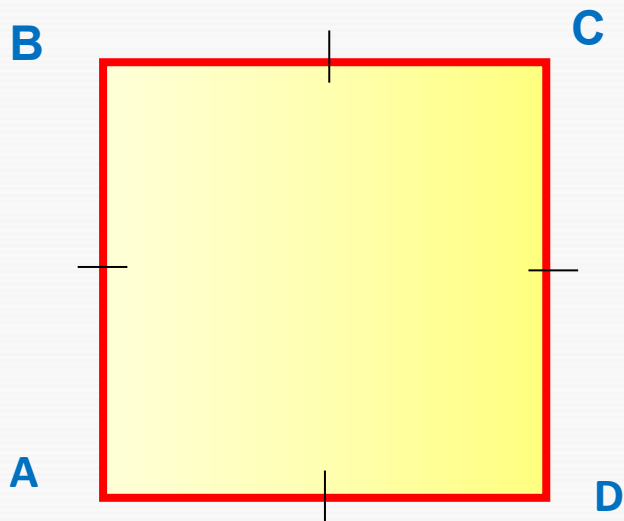
$$S = \frac{4r^2}{\sin \alpha}$$

назад

справоч  
ник

задачн  
ик

**Квадрат** – это прямоугольник, у которого все стороны равны.



$$\begin{aligned} &AB \parallel CD, BC \parallel AD, \\ &AB = CD = BC = AD \\ &\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ \end{aligned}$$



**Свойства квадрата**



**Площадь квадрата**

**содержа  
ние**

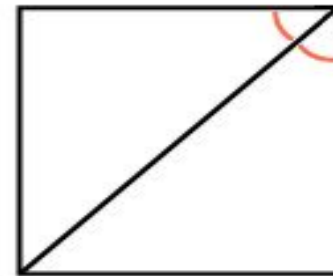
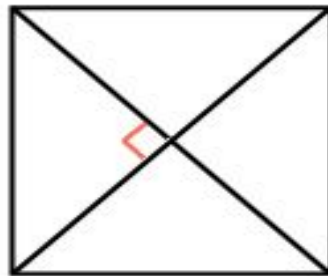
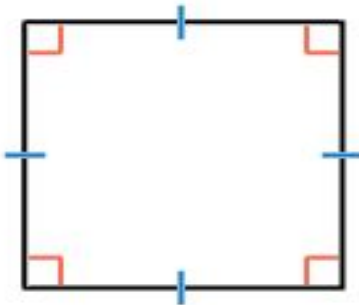
**справоч  
ник**

**задачн  
ик**

## Свойства квадрата.



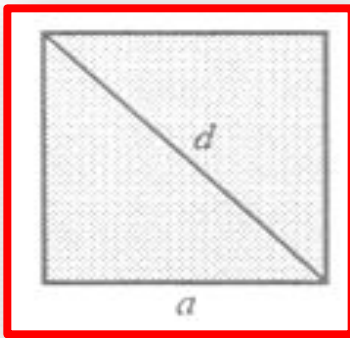
1. Все углы квадрата прямые, все стороны квадрата равны.
2. Диагонали квадрата равны и пересекаются под прямым углом.
3. Диагонали квадрата делят его углы пополам.



назад

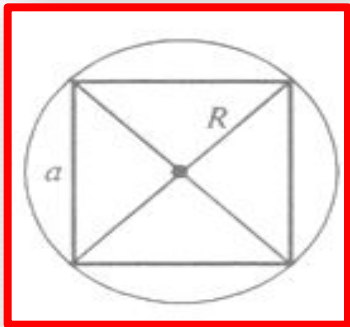
справоч  
ник

задачн  
ик

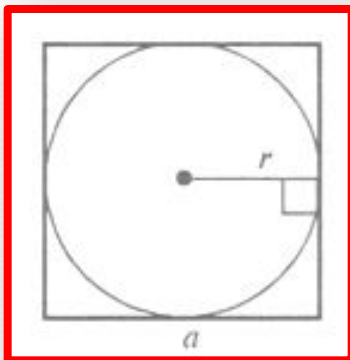


$S = a^2$  - сторона квадрата

$S = \frac{d^2}{2}$  - диагональ квадрата



$S = 2R^2$  - радиус описанной  
окружности



$S = 4r^2$  - радиус вписанной  
окружности

назад

справоч  
ник

задачн  
ик





**Задачник**



**Четырёхугольни  
к**

**Параллелограмм**

**Трапеция**

**Прямоугольник**

**Ромб**

**Квадрат**

**содержа  
ние**

**справоч  
ник**



## четырёхугол ЬНИК

Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны  $82^\circ$  и  $58^\circ$ . Найдите больший из оставшихся углов.

$122^\circ$

Найдите углы выпуклого четырёхугольника, если они пропорциональны числам  $1, 2, 4, 5$ .

$30^\circ$

$60^\circ$

$120^\circ$

$150^\circ$

В четырёхугольник  $ABCD$  вписана окружность. Длины сторон  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$  соответственно равны  $28$  см,  $18$  см,  $22$  см. Найдите сторону  $AD$ .

$32$

Найдите стороны четырёхугольника, если его периметр равен  $8$  см, а одна сторона больше каждой из других сторон соответственно на  $3$  мм,  $4$  мм и  $5$  мм.

$23$

$20$

$19$

$18$

Найти угол  $C$  выпуклого четырёхугольника  $ABCD$ , если  $\sphericalangle A = \sphericalangle B$ ,  $\sphericalangle C = \sphericalangle D$  и  $\sphericalangle A = 35^\circ$

$145^\circ$

справоч  
НИК



задачн  
ИК



## прямоугольни

к

Вычислите периметр прямоугольника  $ABCD$ , если биссектриса угла  $B$  пересекает сторону  $AD$  в точке  $E$  и делит ее на отрезки  $AE = 17$  см и  $ED = 21$  см.

110

В прямоугольнике  $ABCD$  сторона  $AB$  равна  $12$  см, а угол  $ABD$  равен  $60^\circ$ . Найдите диагональ  $AC$ .

24

Пол комнаты, имеющий форму прямоугольника со сторонами  $5,5$  м и  $6$  м, нужно покрыть паркетом прямоугольной формы. Длина каждой дощечки паркета равна  $30$  см, а ширина –  $5$  см. Сколько потребуется таких

2200

В прямоугольнике  $KMNP$  проведена биссектриса угла  $KP$ , которая пересекает сторону  $MN$  в точке  $E$ . Найдите сторону  $KP$ , если  $ME = 11$  см, а периметр прямоугольника  $KMNP$

20

равен  $62$  см.

Стороны прямоугольника относятся как  $2 : 7$ . Найдите стороны прямоугольника, если его площадь равна  $126$  см<sup>2</sup>.

6 см

21

см

справоч  
ник



задачн  
ик



## параллелогра

мм

Одна из сторон параллелограмма в 3 раза меньше другой, а периметр параллелограмма равен 24 см. Вычислите, стороны параллелограмма.

3 см  
9 см

Биссектриса тупого угла параллелограмма делит противоположную сторону в отношении 3 : 4, считая от вершины острого угла. Найдите большую сторону параллелограмма, если его периметр равен 80.

16

Найдите площадь параллелограмма, если две его стороны равны 8 и 10, а угол между ними равен 30°.

40

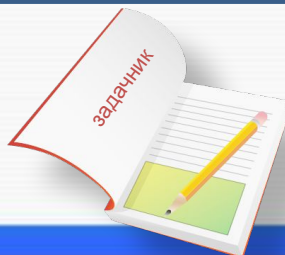
Две стороны параллелограмма относятся как 3 : 4, а периметр его равен 70. Найдите большую сторону параллелограмма.

20

Найдите больший угол параллелограмма, если два его угла относятся как 3 : 7. Ответ дайте в градусах.

126°

справоч  
ник



задачн  
ик



## трапеция

Средняя линия трапеции равна 7, а одно из ее оснований больше другого на 4. Найдите большее основание трапеции

9 см

Основания трапеции относятся как  $2:3$ , а средняя линия равна 5. Найдите меньшее основание.

4 см

Периметр равнобедренной трапеции равен 80, ее средняя линия равна боковой стороне. Найдите боковую сторону трапеции

20

Основания равнобедренной трапеции равны 15 и 9, один из углов равен  $45^\circ$ . Найдите высоту трапеции.

3 см

Периметр трапеции равен 50, а сумма непараллельных сторон равна 20. Найдите среднюю линию трапеции

15

справоч  
ник



задачн  
ик



# ромб

Найдите меньшую диагональ ромба, стороны которого равны 2, а острый угол равен  $60^\circ$ .

2 см

Найдите площадь ромба, если его стороны равны 1, а один из углов равен  $150^\circ$ .

0,5

Найдите диагонали ромба, если одна из них в 1,5 раза больше другой, а площадь ромба равна  $27 \text{ см}^2$ .

6 см  
9 см

Сторона ромба равна 24 см, а один из его углов  $150^\circ$ .  
Найдите расстояние между его противоположными сторонами.

12

Найдите периметр ромба ABCD, если угол B равен  $120^\circ$ , а диагональ BD = 15 см.

60

справоч  
ник



задачн  
ик



## квадра т

Диагональ квадрата  $24$  см. Найдите периметр четырёхугольника, образованного отрезками, последовательно соединяющими середины сторон данного квадрата.

48

Найдите площадь квадрата, если его диагональ равна  $1$ .

0,5

Площадь квадрата равна  $49$  см<sup>2</sup>. Найдите его периметр.

28

Периметр квадрата равен  $8$  см. Найдите радиус окружности, описанной около квадрата.

$\sqrt{2}$

*Площадь круга, вписанного в квадрат равна  $9\pi$ . Найдите площадь квадрата.*

18

справоч  
ник



задачн  
ик

# ПОДГОТОВКА К ЕГЭ.



1

1

2

5

3

3

4

4

5

2

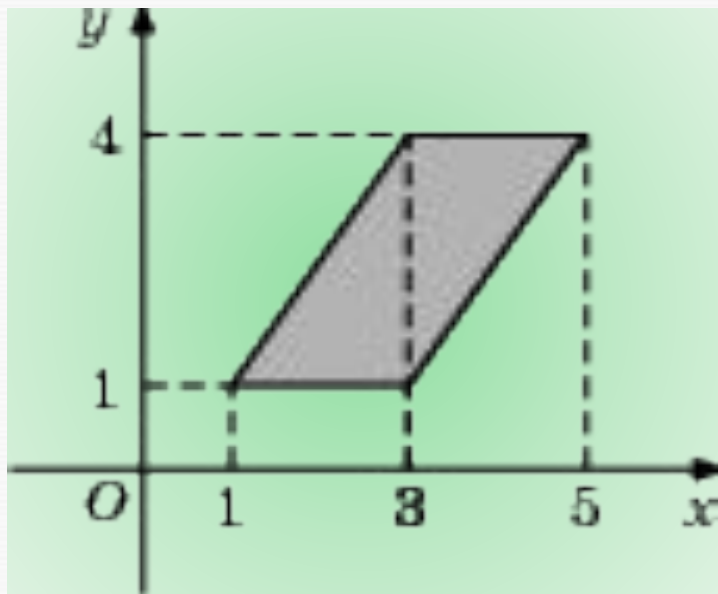
6

9

содержа  
ние



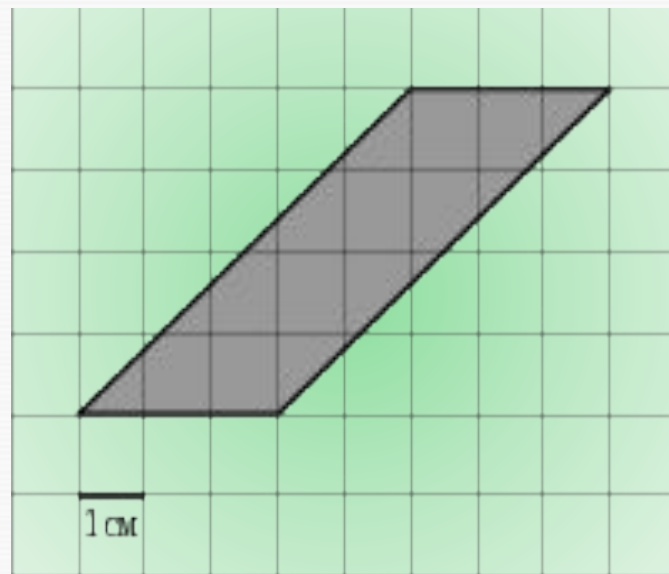
Найдите площадь  
параллелограмма,  
изображенного на рисунке.



Ответ: 6

справоч  
ник

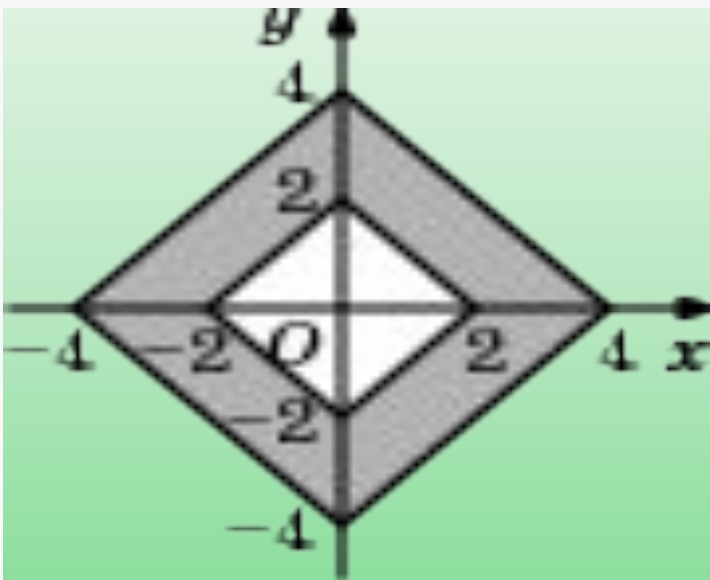
Найдите площадь  
параллелограмма,  
изображенного на рисунке .  
Ответ дайте в квадратных  
сантиметрах



Ответ: 12

ЕГЭ

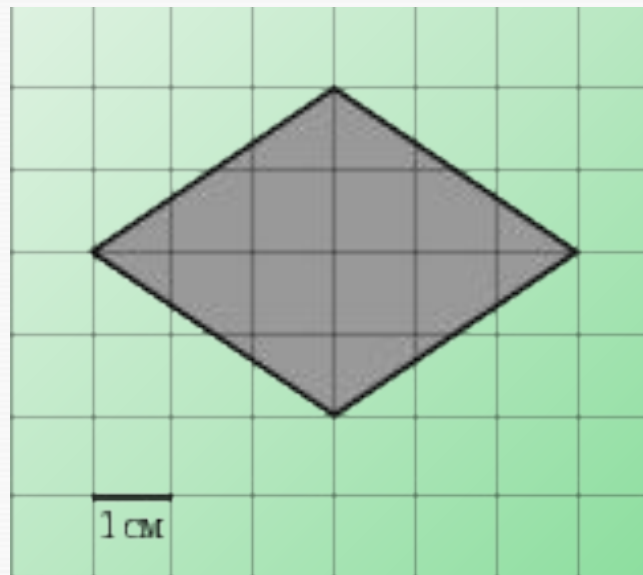
Найдите площадь  
закрашенной фигуры на  
координатной  
плоскости.



Ответ: *24*

справоч  
ник

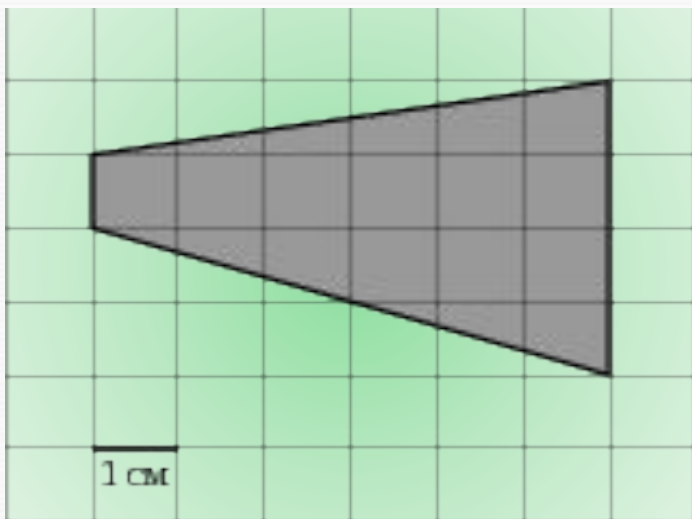
Найдите площадь ромба,  
изображенного на рисунке .  
Ответ дайте в квадратных  
сантиметрах



Ответ: *12*

ЕГЭ

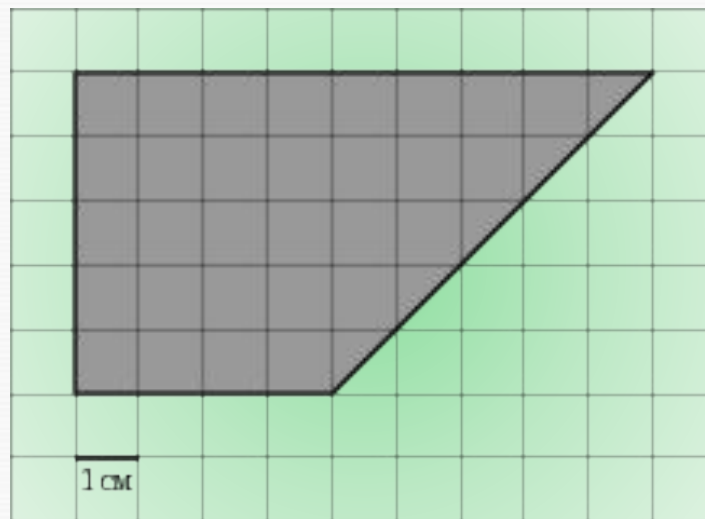
Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: 15

справоч  
ник

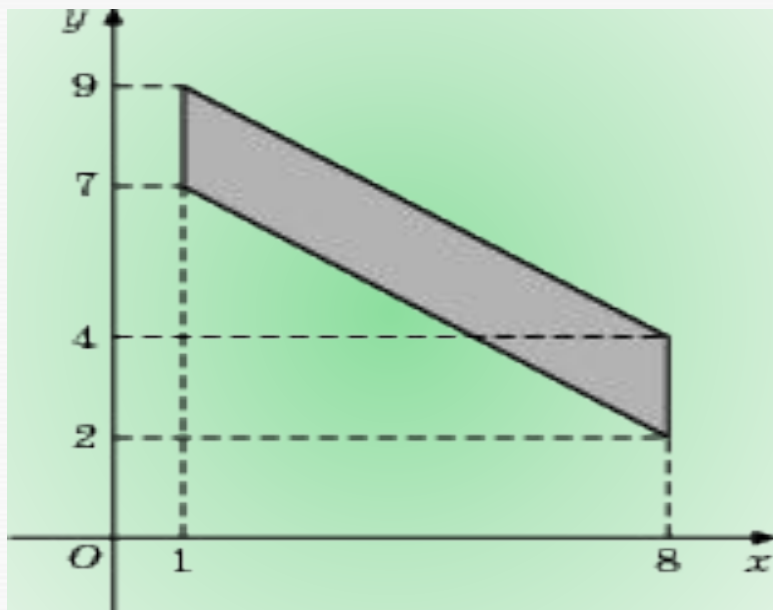
Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: 32,5

ЕГЭ

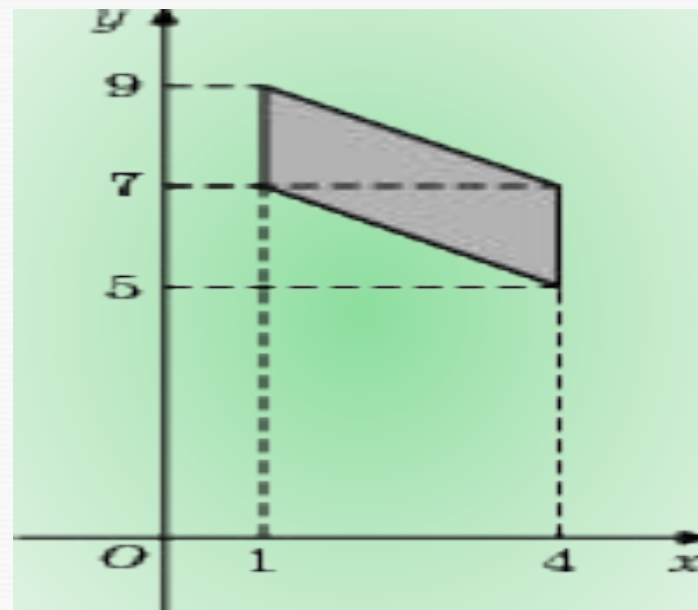
Найдите площадь  
четырехугольника, вершины  
которого имеют координаты  
 $(1;7)$ ,  $(8;2)$ ,  $(8;4)$ ,  $(1;9)$ .



Ответ: *14*

справоч  
ник

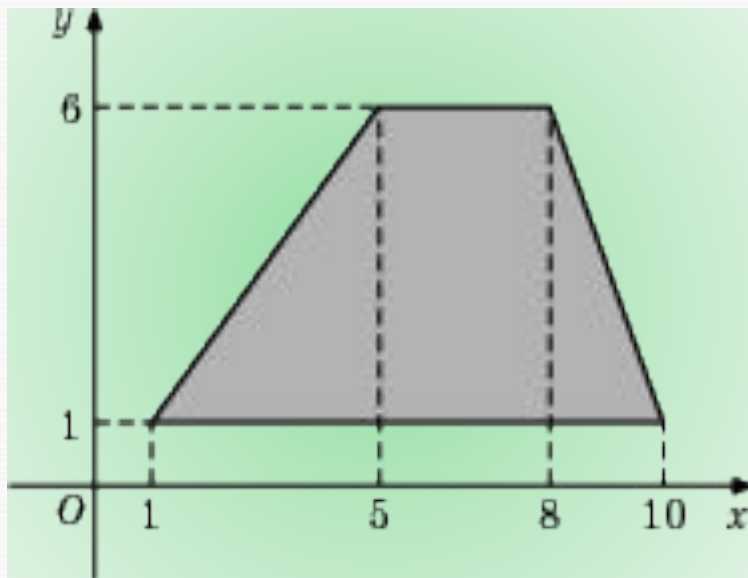
Найдите площадь  
четырехугольника, вершины  
которого имеют координаты  
 $(1;7)$ ,  $(4;5)$ ,  $(4;7)$ ,  $(1;9)$ .



Ответ: *6*

ЕГЭ

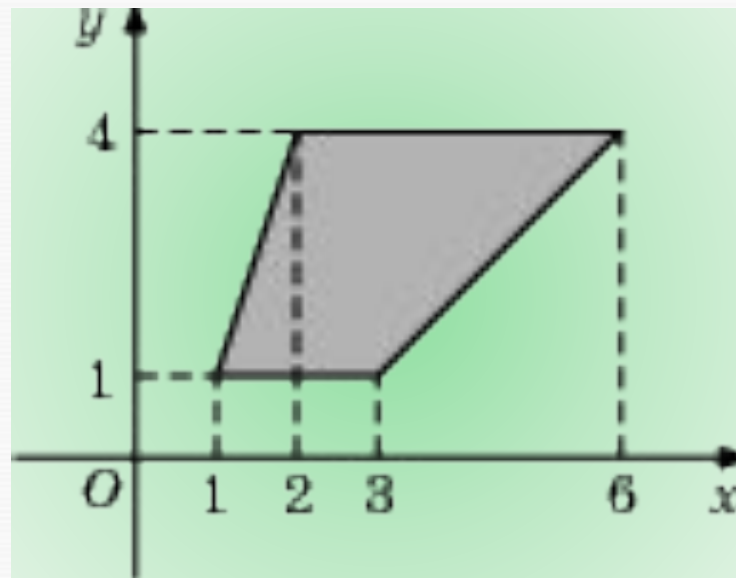
Найдите площадь трапеции,  
вершины которой имеют  
координаты  $(1;1)$ ,  
 $(10;1)$ ,  $(8;6)$ ,  $(5;6)$ .



Ответ: 30

справоч  
ник

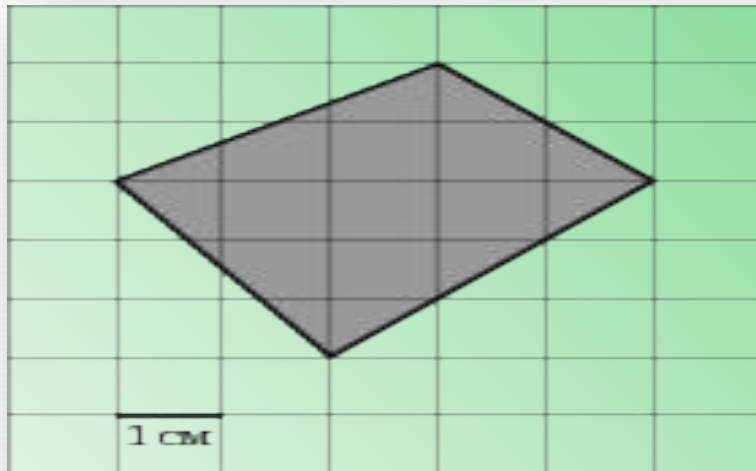
Найдите площадь трапеции,  
изображенной на рисунке.



Ответ: 9

ЕГЭ

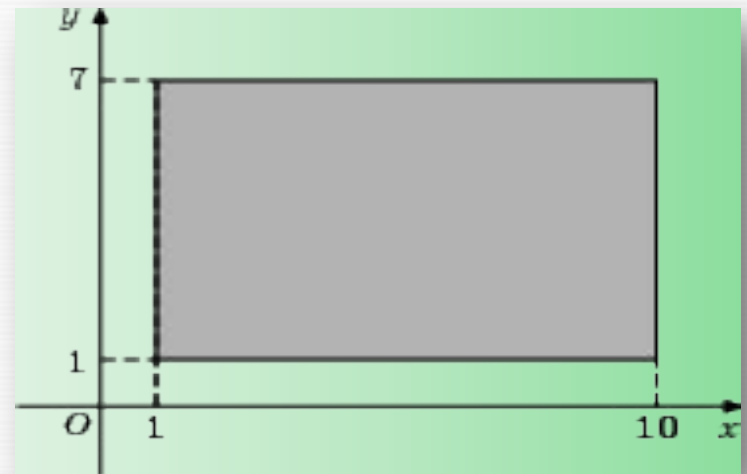
Найдите площадь  
четырёхугольника,  
изображенного на рисунке.  
Ответ дайте в квадратных  
сантиметрах



Ответ: *13,5*

справоч  
ник

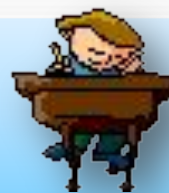
Найдите площадь  
прямоугольника, вершины  
которого имеют координаты  
 $(1;1)$ ,  $(10;1)$ ,  $(10;7)$ ,  $(1;7)$ .



Ответ: *5*  
*4*

ЕГЭ

# ОБОБЩАЮЩИЙ ТЕСТ.



1	2	3	4	5
1	5	3	4	2

6	7	8	9	10
9	1	8	9	10

содержа  
ние

Биссектриса тупого угла параллелограмма делит противоположную сторону в отношении  $4 : 3$ , считая от вершины острого угла. Найдите большую сторону параллелограмма, если его периметр равен  $88$ .

**А**

*15 см*

**В**

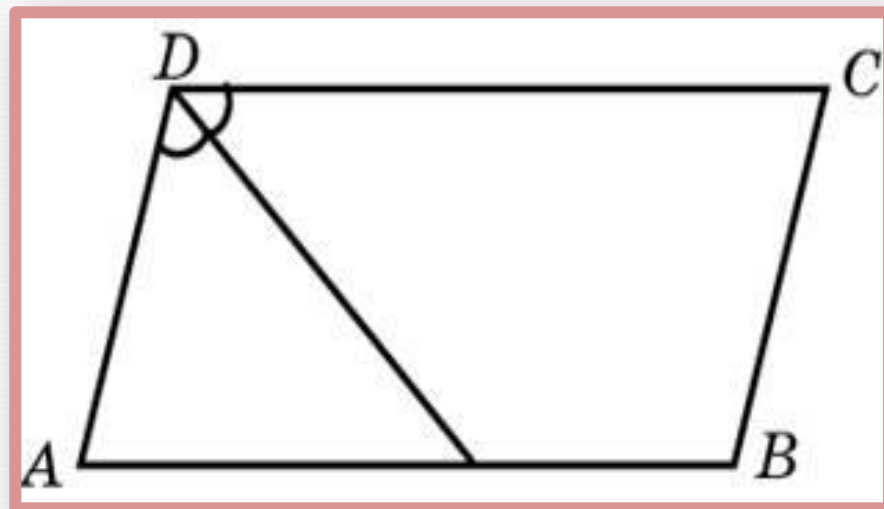
*16 см*

**С**

*28 см*

**Д**

*18 см*



назад



В прямоугольнике диагональ делит угол в отношении  $1 : 2$ , меньшая его сторона равна  $6$ . Найдите диагональ данного прямоугольника

**А**

*11 см*

**В**

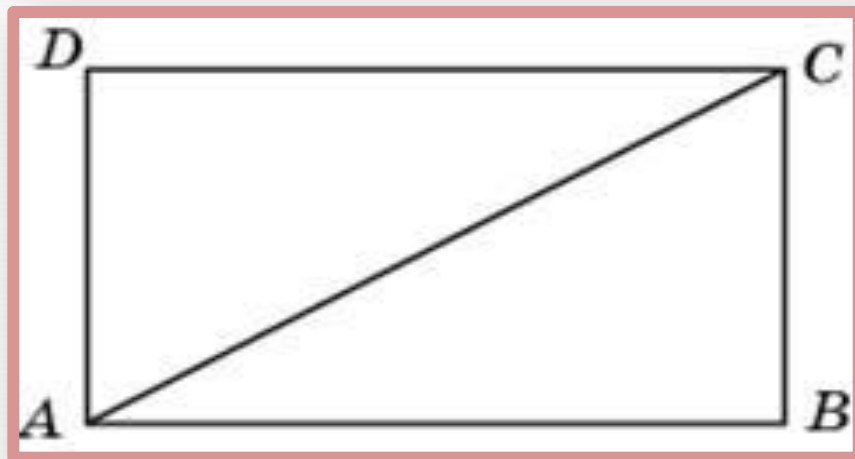
*12 см*

**С**

*13 см*

**Д**

*14 см*



назад

Чему равен больший угол равнобедренной трапеции, если известно, что разность противолежащих углов равна  $50^\circ$ ?  
Ответ дайте в градусах

**А**

$115^\circ$

**В**

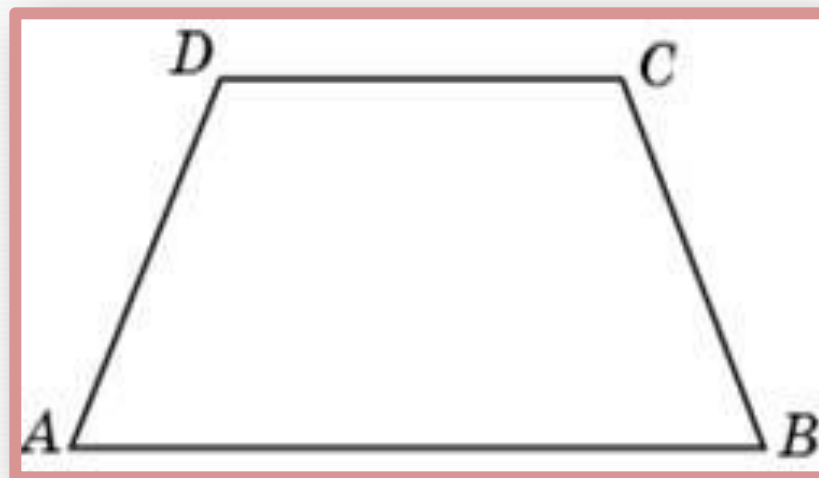
$120^\circ$

**С**

$130^\circ$

**Д**

$140^\circ$



назад

Средняя линия трапеции равна 28, а меньшее основание равно 18. Найдите большее основание трапеции.

**А**

37 см

**В**

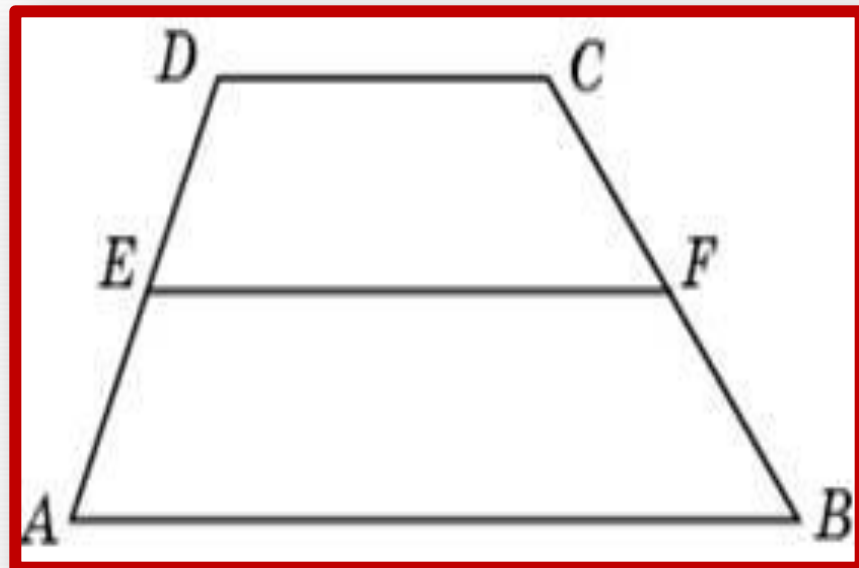
38 см

**С**

35 см

**Д**

36 см



назад

Найдите площадь параллелограмма, если две его стороны равны  $8$  и  $10$ , а угол между ними равен  $30^\circ$ .

**A**

$30 \text{ см}^2$

**B**

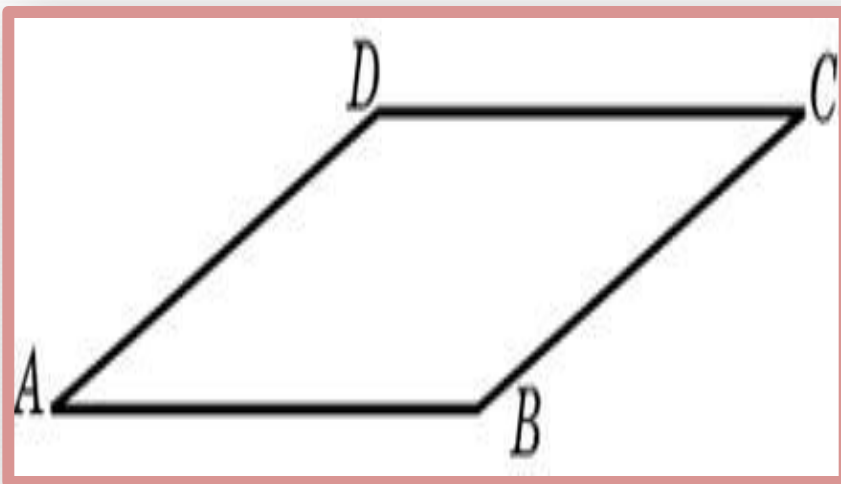
$25 \text{ см}^2$

**C**

$40 \text{ см}^2$

**Д**

$32 \text{ см}^2$



назад

Диагонали четырехугольника равны 4 и 5. Найдите периметр четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон данного четырехугольника.

**А**

6 см

**В**

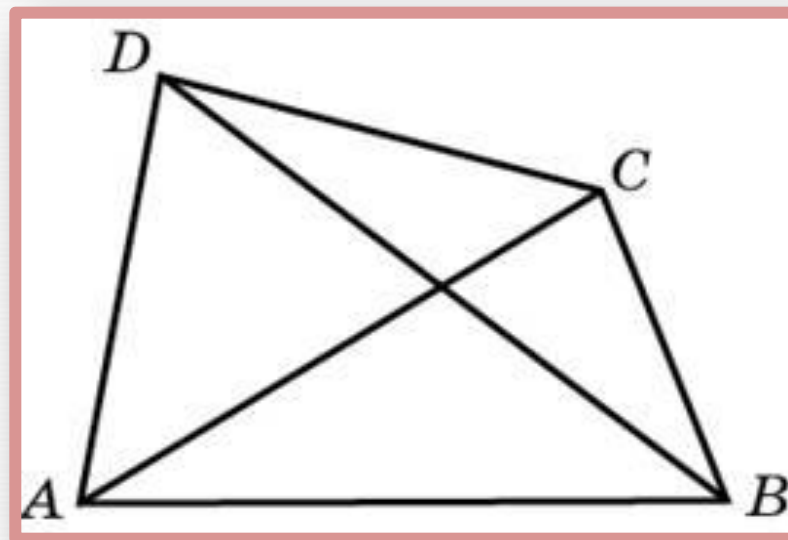
7 см

**С**

8 см

**Д**

9 см



назад

Средняя линия трапеции равна  $12$ . Одна из диагоналей делит ее на два отрезка, разность которых равна  $2$ . Найдите большее основание трапеции.

**A**

$16\text{ см}$

**B**

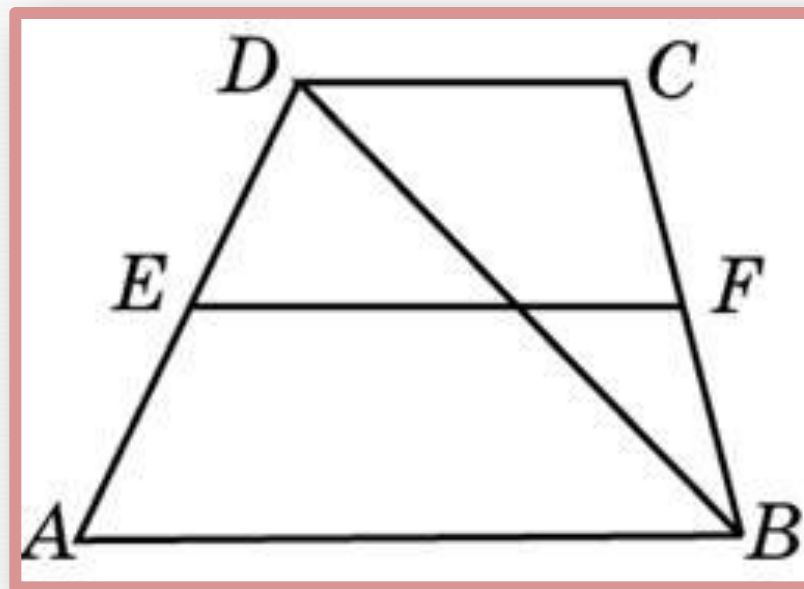
$22\text{ см}$

**C**

$26\text{ см}$

**D**

$28\text{ см}$



назад

Диагональ прямоугольника вдвое больше одной из его сторон.  
Найдите больший из углов, которые образует диагональ со  
сторонами прямоугольника.

**А**

$30^\circ$

**В**

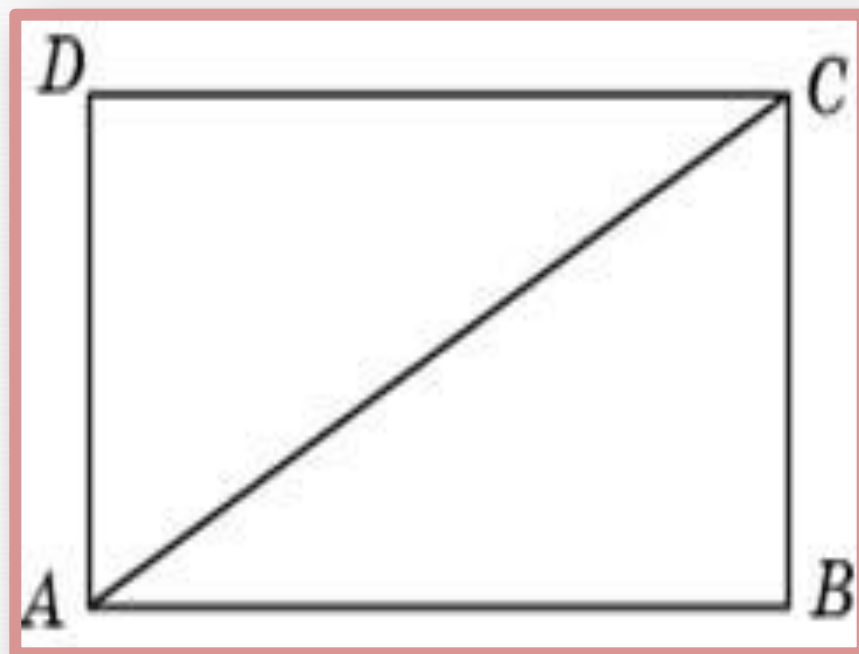
$60^\circ$

**С**

$70^\circ$

**Д**

$50^\circ$



назад

Меньшая сторона прямоугольника равна 6, диагонали пересекаются под углом  $120^\circ$ . Найдите диагонали прямоугольника.

**А**

15 см

**В**

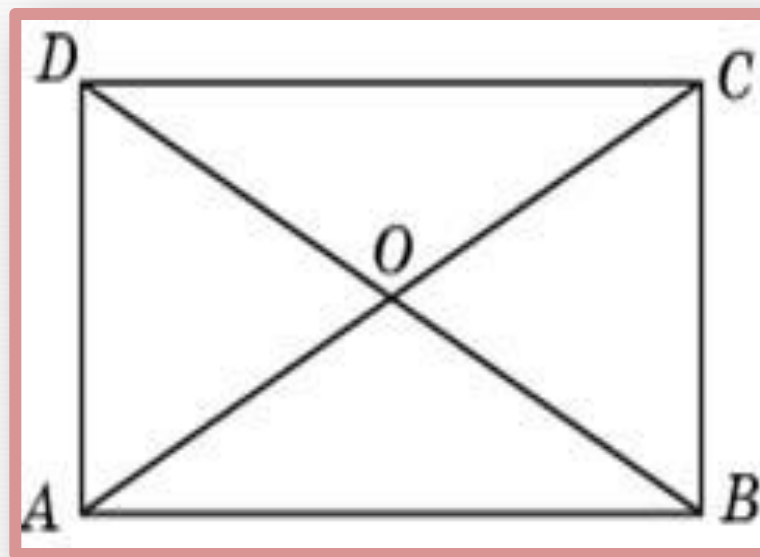
14  
см

**С**

12  
см

**Д**

11  
см

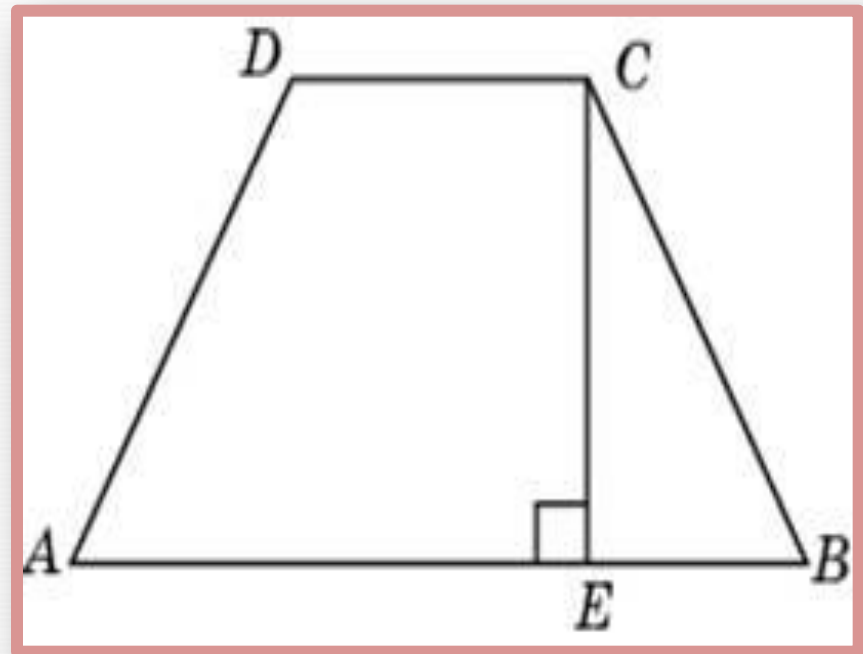


назад



Перпендикуляр, опущенный из вершины тупого угла на большее основание равнобедренной трапеции, делит его на части, имеющие длины  $10$  и  $4$ . Найдите среднюю линию трапеции.

- А**  $16$
- В**  $14$
- С**  $12$
- Д**  $10$



Найти площадь фигуры, изображённой на рисунке.

**А**

65

**В**

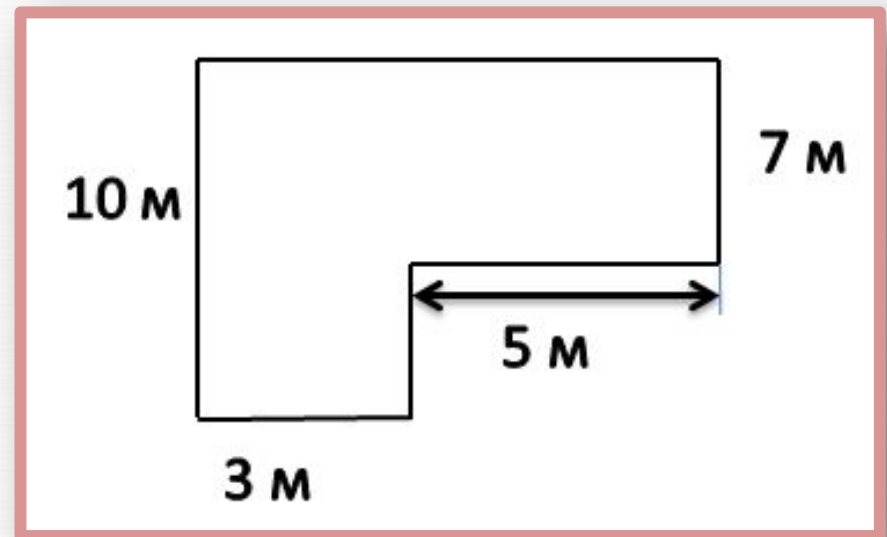
26

**С**

85

**Д**

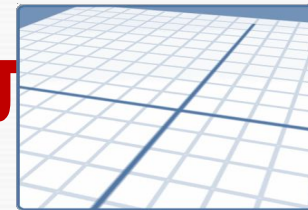
32



назад



# Справочные материалы



- **Федеральный компонент государственного образовательного стандарта основного общего образования по математике** (пр. министерства образования РФ № 1089 от 05.03.2004г).
- Авторская программа Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кодомцев С.Б. составитель Бурмистрова Т.А., М. «Просвещение», 2009
- УМК «Геометрия 7-9» Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., и др- М.:Просвещение, 2009г
- Интернет – ресурсы:
  - [http://www.gcro.ru/index.php?option=com\\_content&view=article&id=208:matrp&catid=91:mathmat&Itemid=6922](http://www.gcro.ru/index.php?option=com_content&view=article&id=208:matrp&catid=91:mathmat&Itemid=6922)
  - [http://www.it-n.ru/communities.aspx?cat\\_no=4510&lib\\_no=117550&tmpl=lib](http://www.it-n.ru/communities.aspx?cat_no=4510&lib_no=117550&tmpl=lib)

