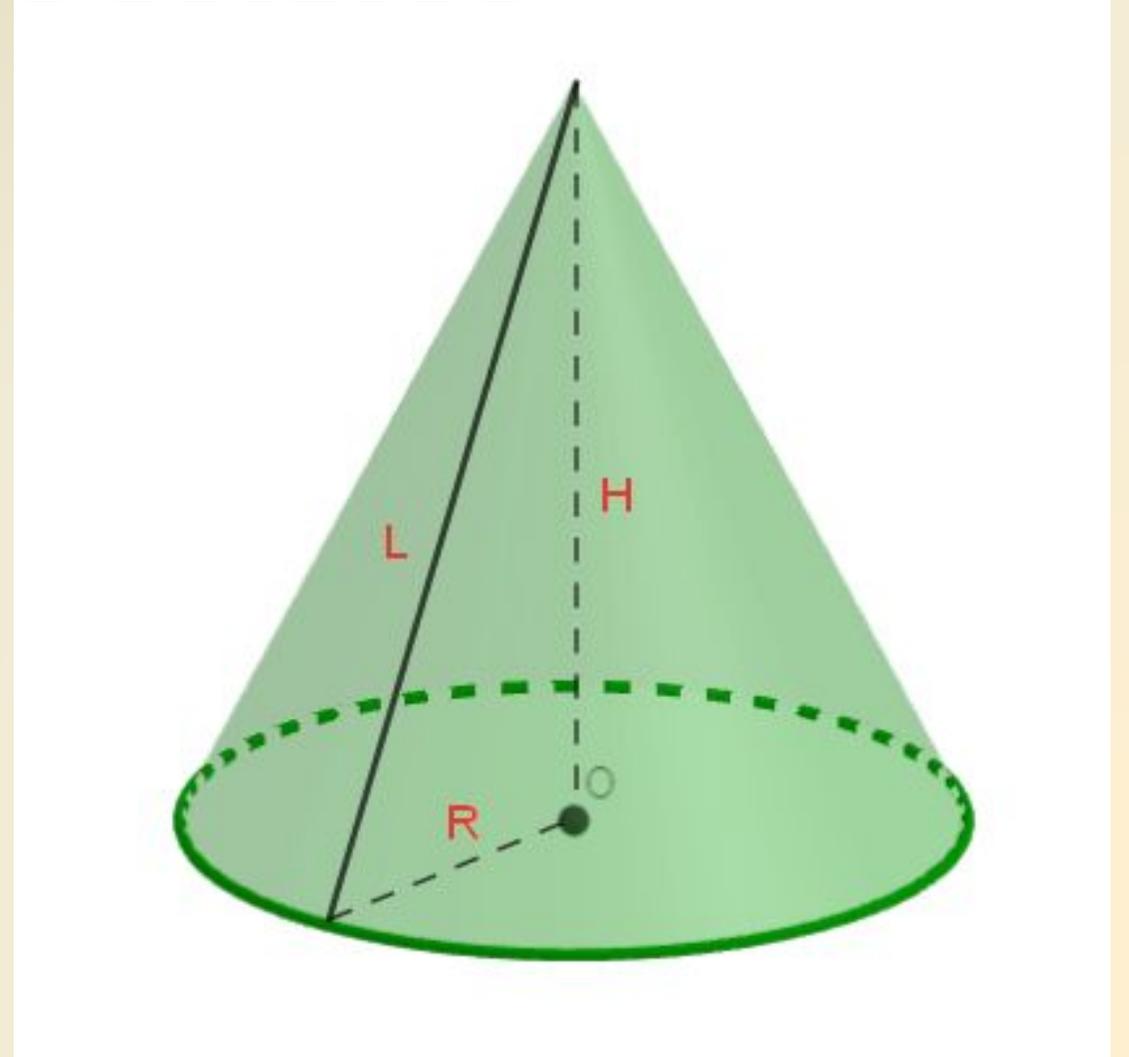


# Задачі по темі

## Конус

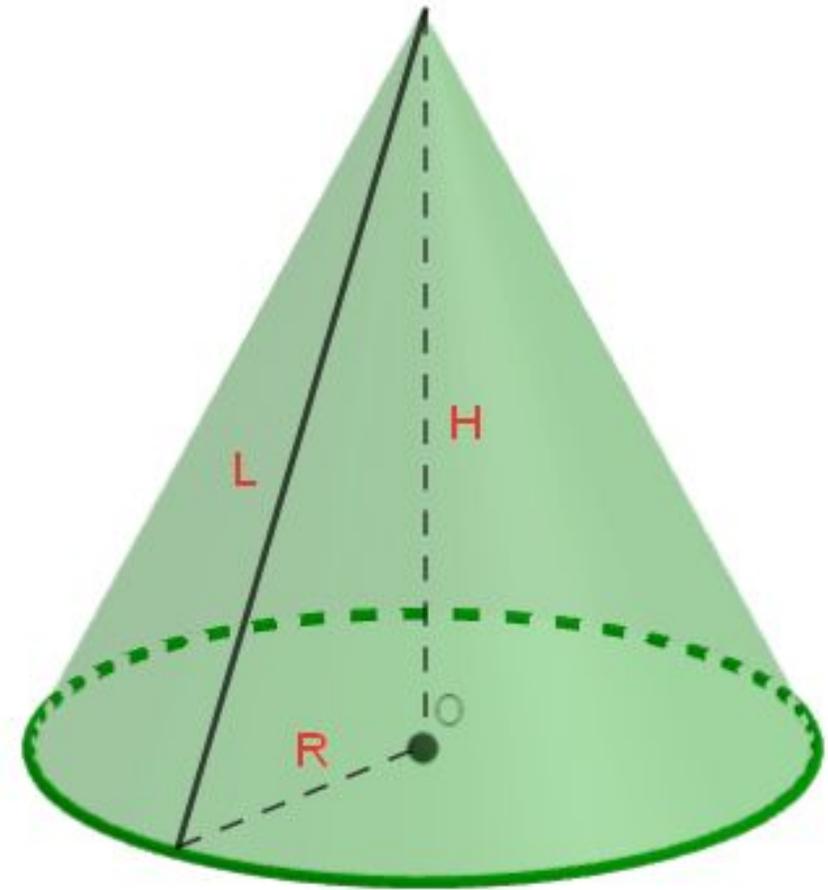


Даны два конуса. Радиус основания и образующая первого конуса равны соответственно 3 и 9, а второго — 6 и 9. сколько раз площадь боковой поверхности второго конуса больше площади боковой поверхности первого

Решение: Т.к. площадь боковой поверхности конуса:  $S = \pi r l$ .

$$\text{Значит } S_1 = \pi \cdot 3 \cdot 9 = 27\pi,$$

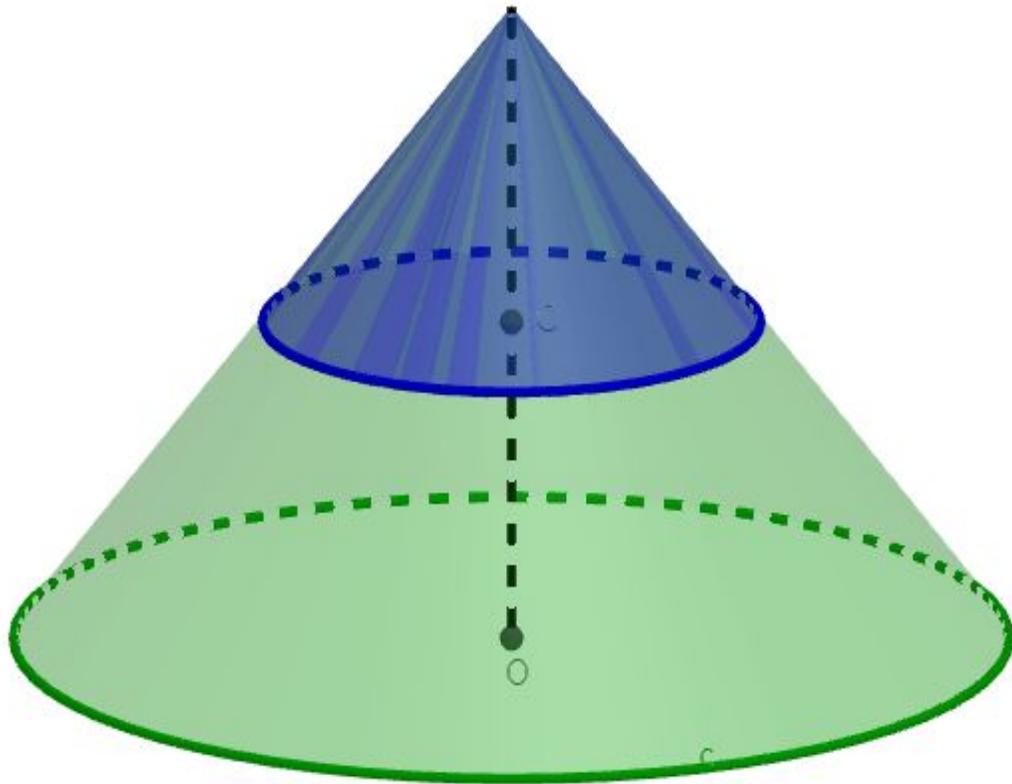
$$S_2 = \pi \cdot 6 \cdot 9 = 54\pi, \text{ тогда } S_2 : S_1 = 54\pi : 27\pi = 2$$



# Решить самостоятельно

1) Даны два конуса. Радиус основания и образующая первого конуса равны, соответственно, 2 и 4, а второго — 6 и 8. Во сколько раз площадь боковой поверхности второго конуса больше площади боковой поверхности первого? Ответ: 6

Объём конуса равен 160., Через середину высоты конуса проведена плоскость, параллельная основанию. Найдите объём конуса, отсекаемого от данного конуса проведённой плоскостью.



Решение:

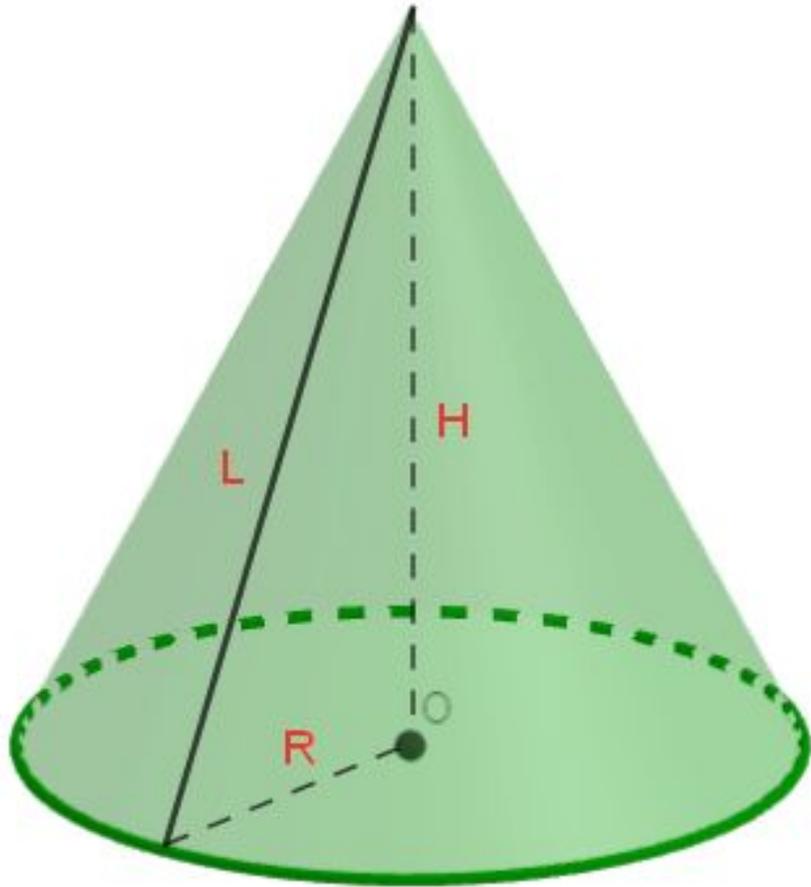
Отношение объемов конусов равно кубу их коэффициента подобия. Высоты конусов относятся как 1:2, поэтому их объемы относятся как 1:8.

Следовательно, объем отсекаемого конуса равен  $160 : 8 = 20$

# Решить самостоятельно

- 1) Объём конуса равен 135. Через точку, делящую высоту конуса в отношении 1:3, считая от вершины, проведена плоскость, параллельная основанию. Найдите объём конуса, отсекаемого от данного конуса проведённой плоскостью. Ответ:5
- 2) Объём конуса равен 16. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объём меньшего конуса. Ответ:2
- 3) Объём конуса равен 128. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объём меньшего конуса. Ответ:16

Объём конуса равен  $150\pi$  а его высота равна 6 . Найдите радиус основания конуса.



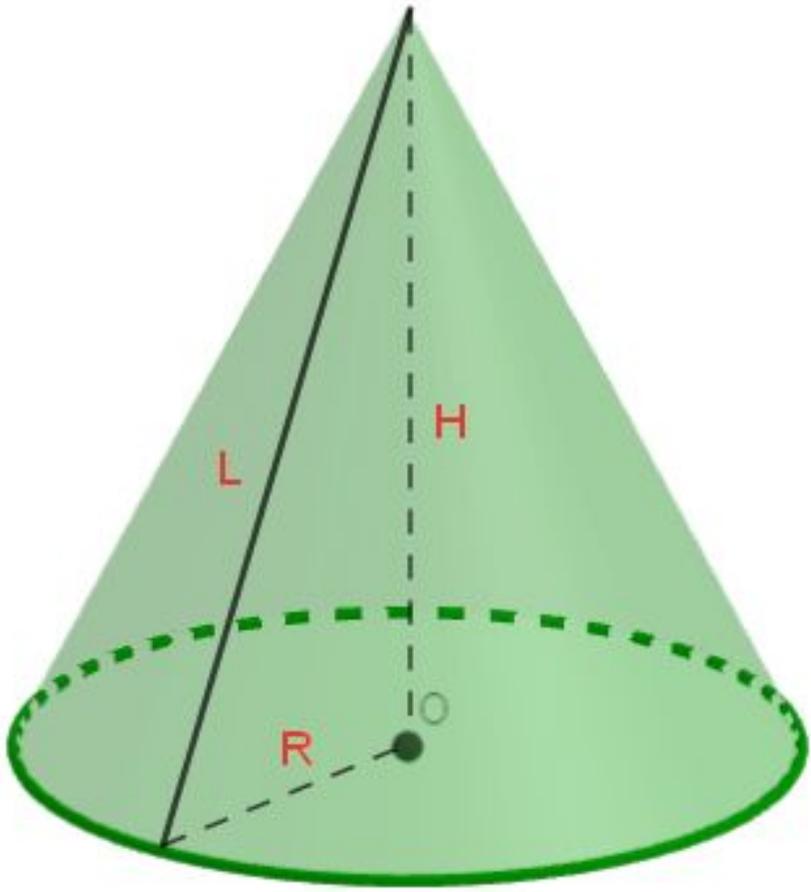
Решение: Найдём радиус основания конуса по формуле:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi R^2 h$$

Откуда  $R^2 = 3V : \pi h \Rightarrow R^2 = 150\pi : 6\pi = 25$ . Тогда  $R=5$



Во сколько раз уменьшится объем конуса, если его высоту уменьшить в 3 раза?



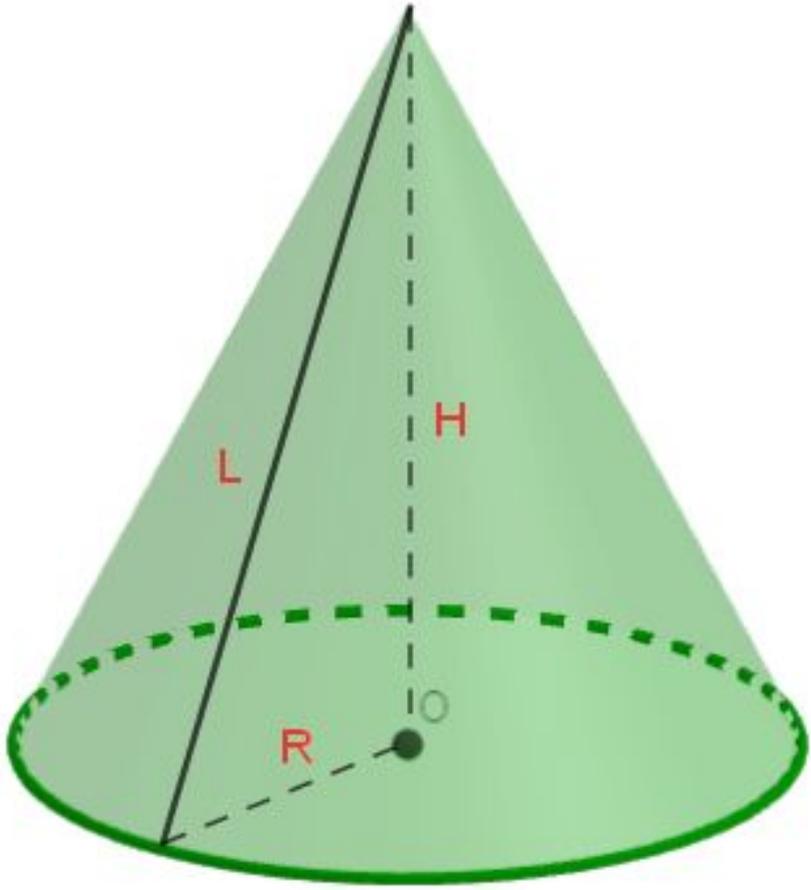
Решение: Объем конуса вычисляется по формуле  $V = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{осн}} \cdot h$ .

значит, если высоту уменьшить в 3 раза, то объем уменьшится в 3 раза

# Решить самостоятельно

- 1) Во сколько раз уменьшится объем конуса, если его высоту уменьшить в 18,5 раза?
- 2) Во сколько раз уменьшится объем конуса, если его высоту уменьшить в 24 раза?
- 3) Во сколько раз уменьшится объем конуса, если его высоту уменьшить в 10 раз?

Во сколько раз увеличится объем конуса, если его радиус основания увеличить в 1,5 раза?



Решение: Объем конуса вычисляется по формуле

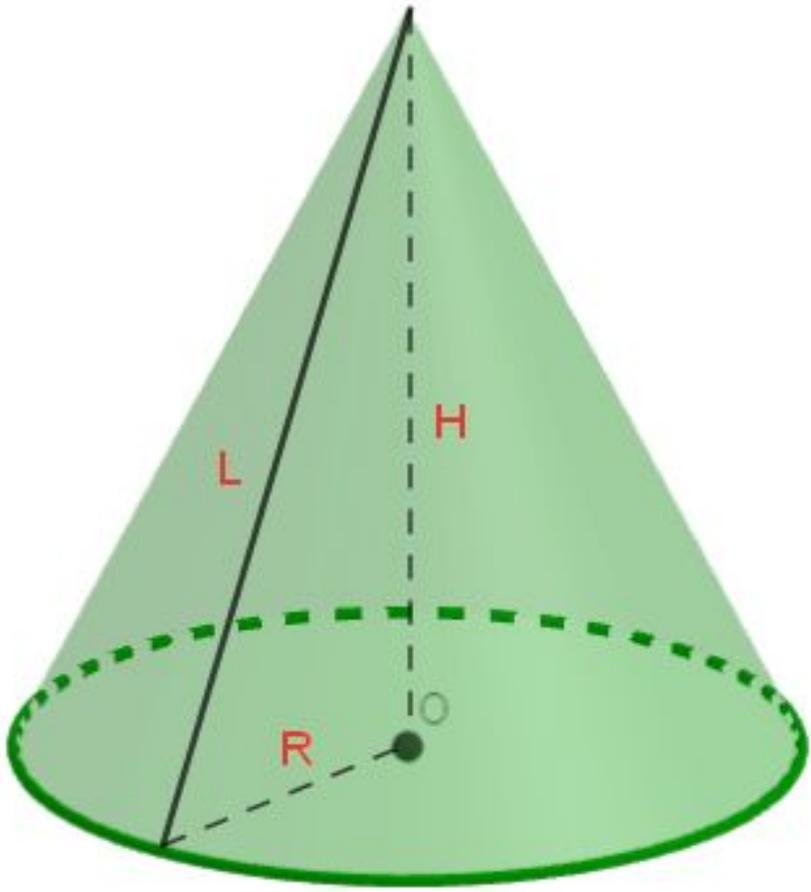
$$V = 1/3 \cdot S_{\text{ос.}} \cdot h = 1/3 \cdot \pi R^2 \cdot h.$$

Значит, если радиус основания увеличить в 1,5 раза, то объём конуса увеличится в 2,25 раза

# Решить самостоятельно

- 1) Во сколько раз увеличится объем конуса, если его радиус основания увеличить в 40 раз?
- 2) Во сколько раз увеличится объем конуса, если его радиус основания увеличить в 22 раза?
- 3) Во сколько раз увеличится объем конуса, если его радиус основания увеличить в 31 раз?

Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности конуса, если его образующую увеличить в 3 раза?

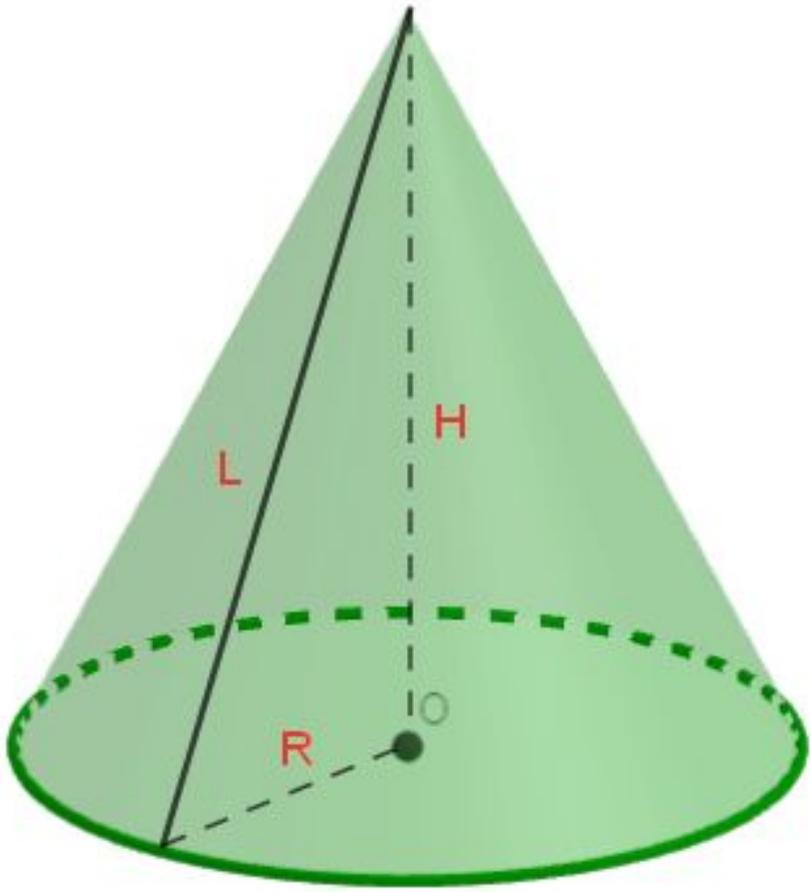


Решение: Площадь боковой поверхности конуса вычисляется по формуле  $S = \pi R \cdot L$ , где  $L$ -образующая. Значит если увеличить  $L$  в 3 раза, то площадь боковой поверхности конуса тоже увеличится в 3 раза.

# Решить самостоятельно

- 1) Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности конуса, если его образующую увеличить в 36 раз?
- 2) Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности конуса, если его образующую увеличить в 11 раз?
- 3) Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности конуса, если его образующую увеличить в 1,5 раза?

Во сколько раз уменьшится площадь боковой поверхности конуса, если радиус его основания уменьшится в 1,5 раза, а образующая останется прежней?

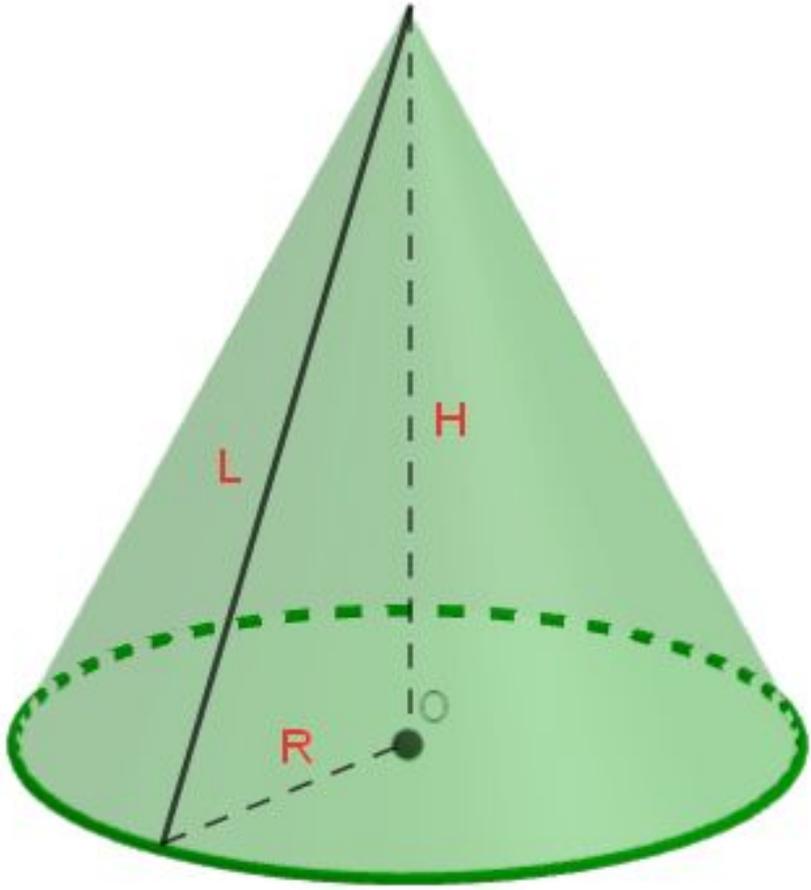


Решение: Площадь боковой поверхности конуса вычисляется по формуле  $S = \pi R \cdot L$ .  
Значит, если радиус основания уменьшится в 1,5 раза, то площадь боковой поверхности конуса тоже уменьшится **в 1,5 раза.**

# Решить самостоятельно

- 1) Во сколько раз уменьшится площадь боковой поверхности конуса, если радиус его основания уменьшится в 8 раз, а образующая останется прежней?
- 2) Во сколько раз уменьшится площадь боковой поверхности конуса, если радиус его основания уменьшится в 36 раз, а образующая останется прежней?
- 3) Во сколько раз уменьшится площадь боковой поверхности конуса, если радиус его основания уменьшится в 21 раз, а образующая останется прежней?

Высота конуса равна 4, а диаметр основания — 6. Найдите образующую конуса.



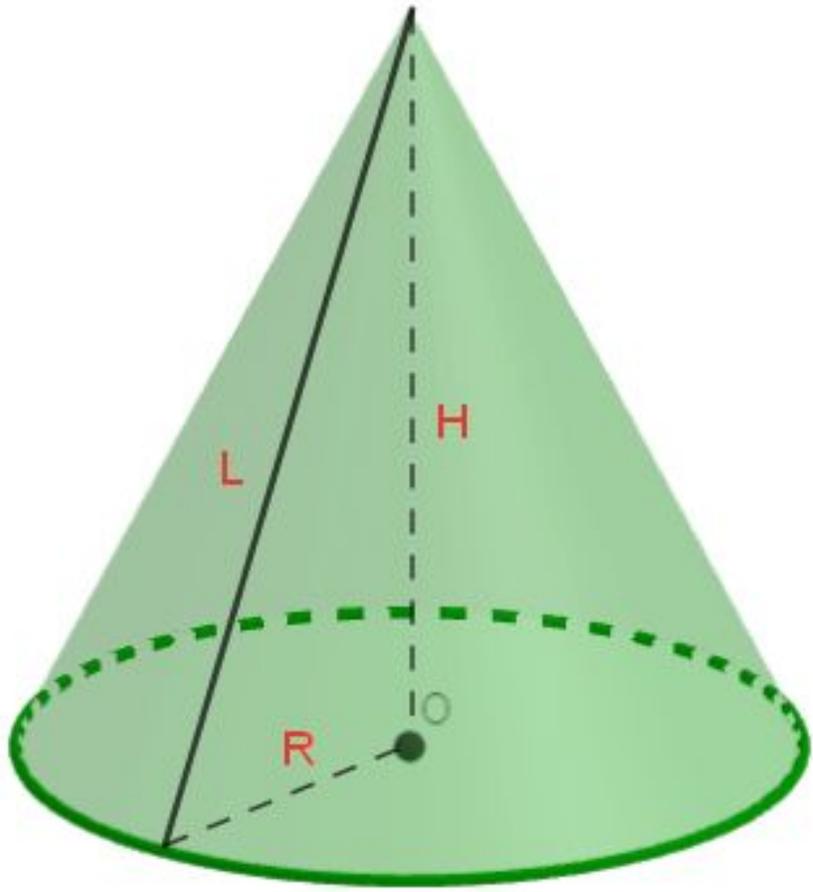
Решение: По теореме Пифагора

$$L = \sqrt{H^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{16 + \frac{36}{4}} = \sqrt{25} = 5$$

# Решить самостоятельно

- 1) Высота конуса равна 8, а диаметр основания — 30.  
Найдите образующую конуса. Ответ: 17
- 2) Высота конуса равна 5, а диаметр основания — 24.  
Найдите образующую конуса. Ответ: 13
- 3) Высота конуса равна 6, а диаметр основания — 16.  
Найдите образующую конуса. Ответ: 10

Высота конуса равна 4, а длина образующей — 5. Найдите диаметр основания конуса.



Решение: По теореме Пифагора

$$R = \sqrt{L^2 - H^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3;$$

$$2R = 6$$

# Решить самостоятельно

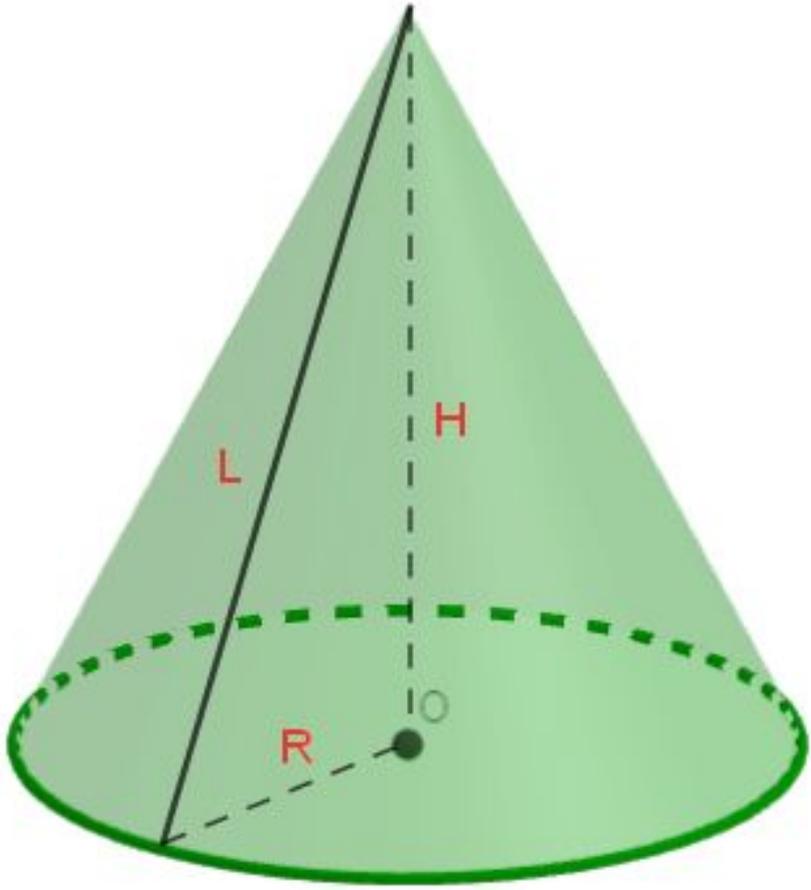
1) Высота конуса равна 72, а длина образующей — 90.  
Найдите диаметр основания конуса.

Ответ: 108

2) Высота конуса равна 21, а длина образующей — 75.  
Найдите диаметр основания конуса. Ответ: 54

3) Высота конуса равна 57, а длина образующей — 95.  
Найдите диаметр основания конуса. Ответ: 76

Диаметр основания конуса равен 6, а длина образующей — 5.  
Найдите высоту конуса.



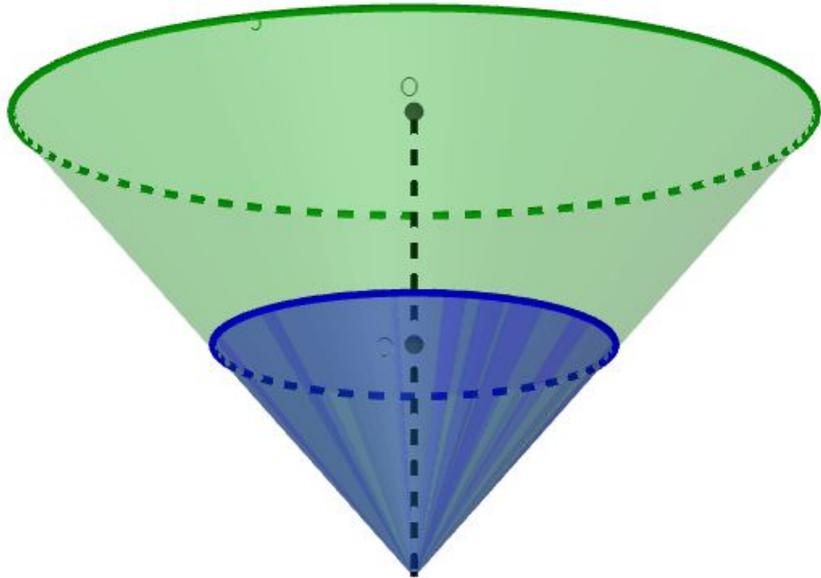
Решение: По теореме Пифагора

$$H = \sqrt{L^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{25 - \frac{36}{4}} = \sqrt{16} = 4;$$

# Решить самостоятельно

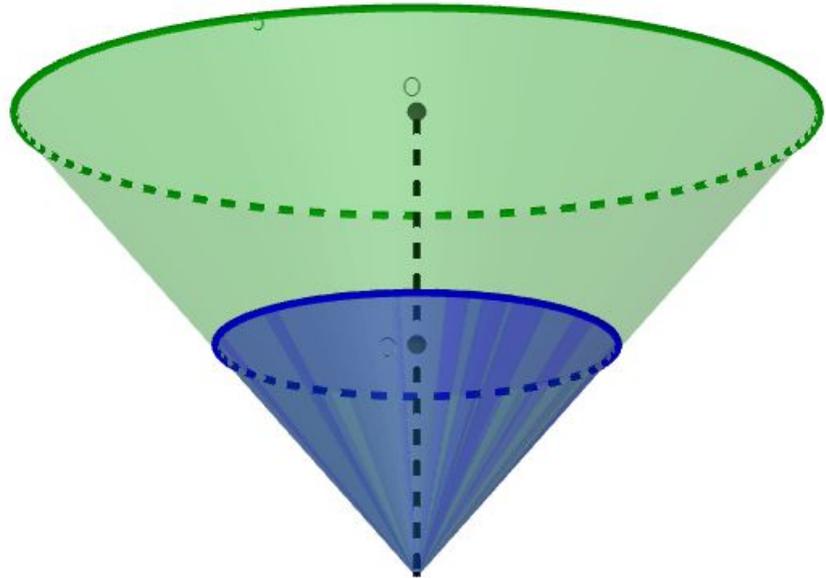
- 1) Диаметр основания конуса равен 108, а длина образующей — 90. Найдите высоту конуса. Ответ: 72
- 2) Диаметр основания конуса равен 42, а длина образующей — 75. Найдите высоту конуса. Ответ: 72
- 3) Диаметр основания конуса равен 24, а длина образующей — 13. Найдите высоту конуса. Ответ: 5

В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает  $1/2$  высоты. Объём жидкости равен 70 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?



Решение: Меньший конус подобен большему с коэффициентом 0,5. Объёмы подобных тел относятся как куб коэффициента подобия. Поэтому объём большего конуса в 8 раз больше объёма меньшего конуса, он равен  $70 \cdot 8 = 560$  мл. Следовательно, необходимо долить  $560 - 70 = 490$  мл жидкости.

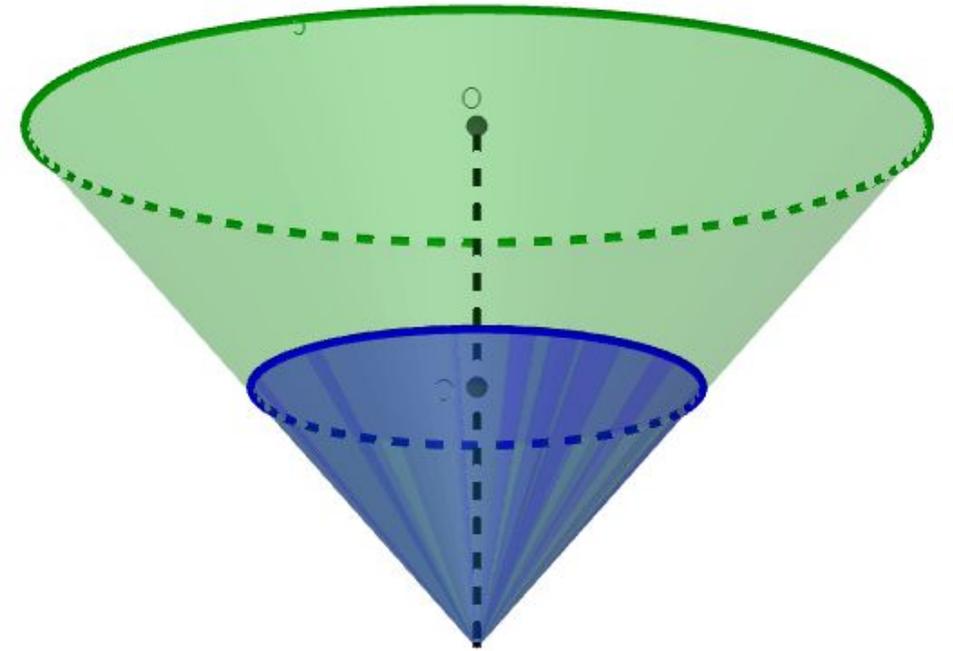
В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает  $\frac{1}{2}$  высоты. Объём сосуда 1600 мл. Чему равен объём налитой жидкости? Ответ дайте в миллилитрах.



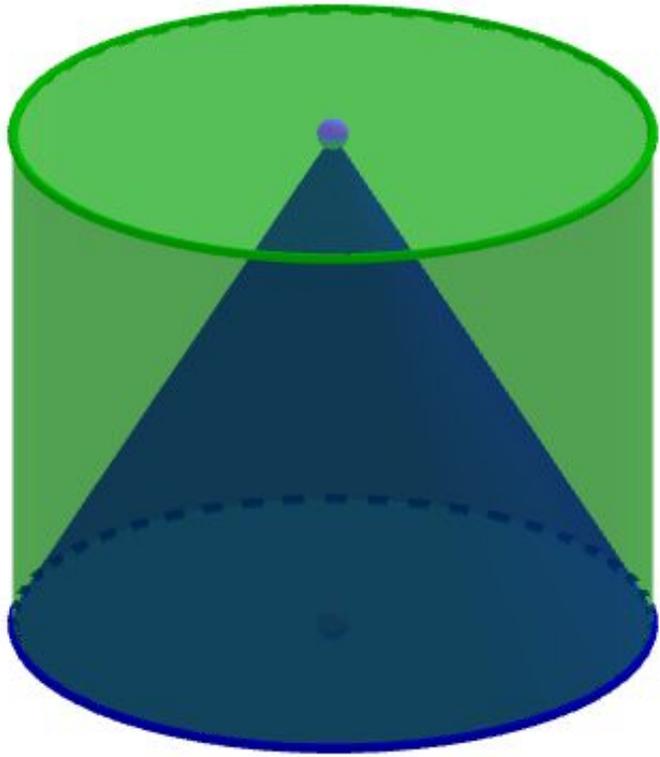
Решение: **Меньший конус подобен большему с коэффициентом 0,5. Объемы подобных тел относятся как куб коэффициента подобия. Поэтому объем большего конуса в 8 раз больше объема меньшего конуса. Объем налитой жидкости равен  $1600 : 8 = 200$  мл.**

# Решить самостоятельно

- 1) В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает  $\frac{1}{3}$  высоты. Объём жидкости равен 14 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?  
Ответ: 364
- 2) В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает  $\frac{1}{2}$  высоты. Объём жидкости равен 40 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?  
Ответ: 280
- 3) В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает  $\frac{1}{4}$  высоты. Сколько миллилитров жидкости напитано в



Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности цилиндра равна  $3\sqrt{2}$ . Найдите площадь боковой поверхности конуса.



- 1) Решение: Так как цилиндр имеет высоту, равную радиусу основания, то площадь боковой поверхности цилиндра равна  $S_{\text{бц}} = 2\pi RH = 2\pi R^2 = 3\sqrt{2}$ , следовательно

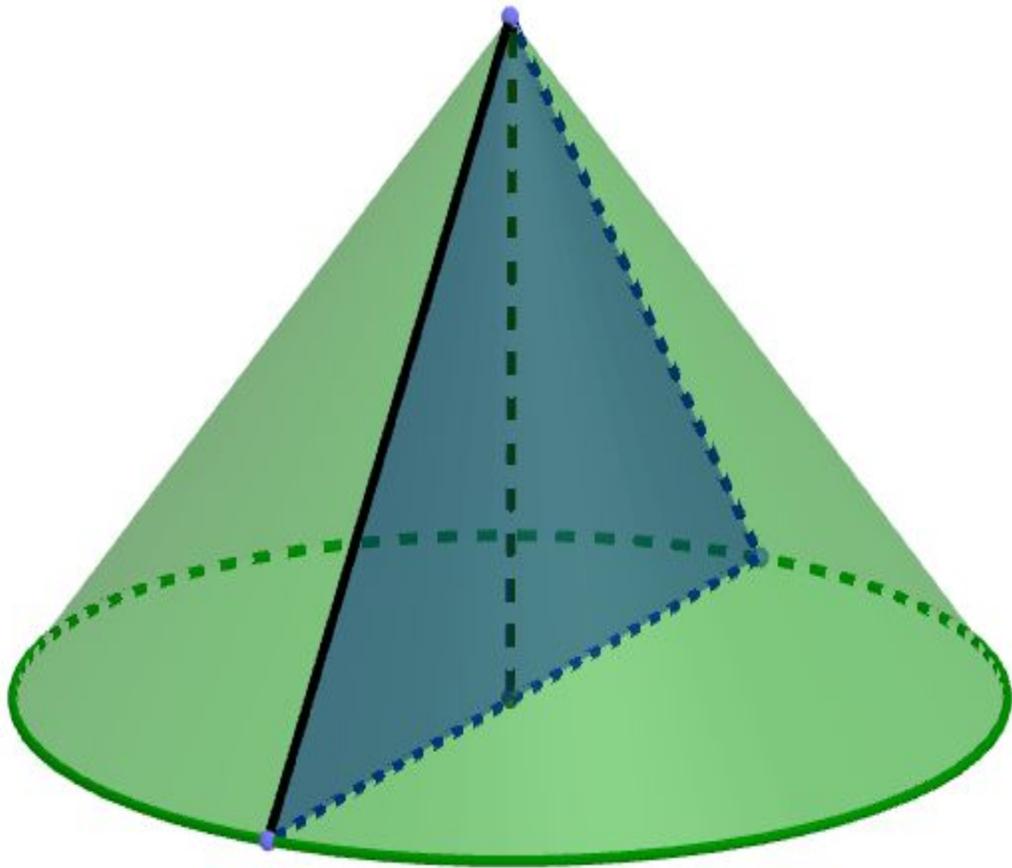
$$\pi R^2 = \frac{3}{2}\sqrt{2}$$

- 2) Площадь боковой поверхности конуса равна

$$S_{\text{бк}} = \pi RL, \text{ так как } L = \sqrt{H^2 + R^2} = \sqrt{2R^2} = R\sqrt{2};$$

$$S_{\text{бк}} = \pi RL = \pi R \cdot R\sqrt{2} = \sqrt{2}\pi R^2 = \frac{3}{2}\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = \mathbf{3}$$

Диаметр основания конуса равен 12, а длина образующей — 10. Найдите площадь осевого сечения этого конуса.



Решение: Осевым сечением конуса является равнобедренный треугольник, основание которого — это диаметр основания конуса, а высота совпадает с высотой конуса. Так как  $R = 6$ , то

$$H = \sqrt{L^2 - R^2} = \sqrt{100 - 36} = 8;$$

Следовательно, площадь осевого сечения

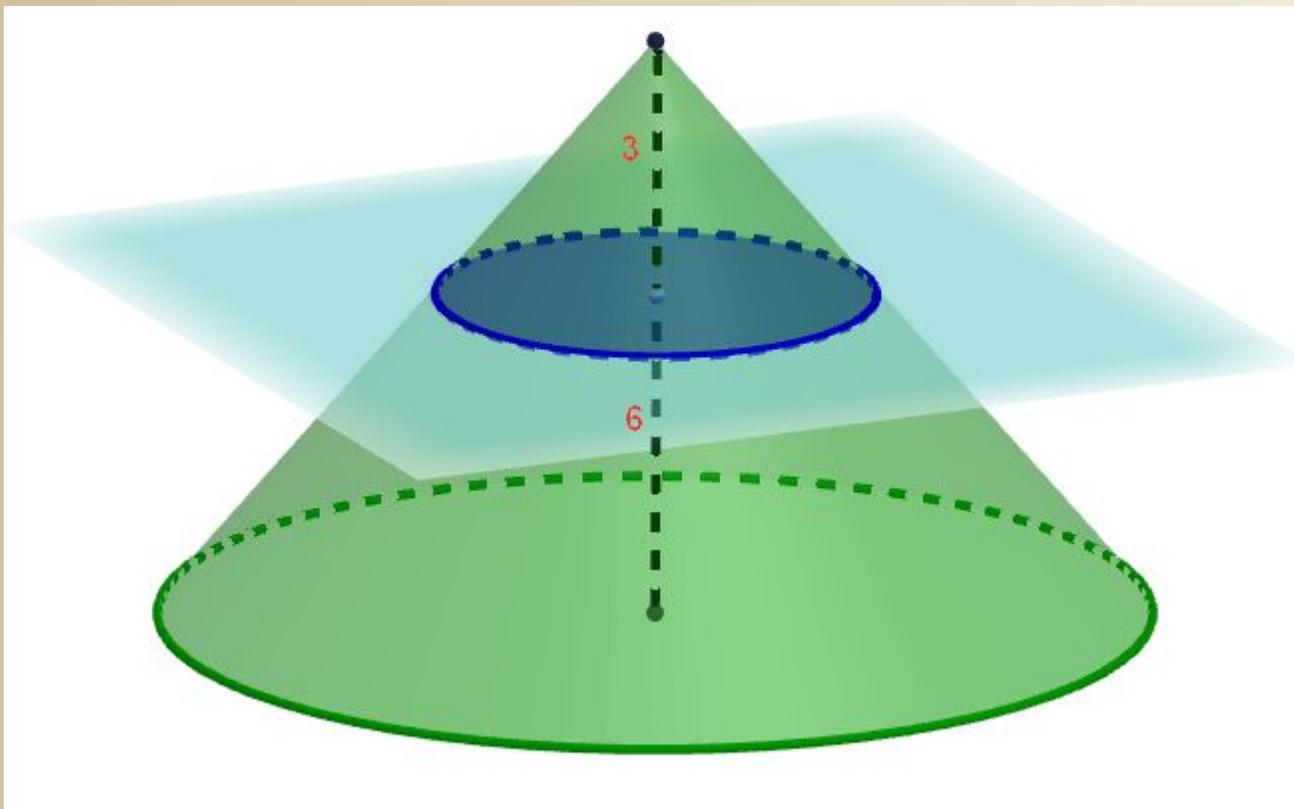
$$S_{\text{сеч}} = \frac{1}{2} \cdot H \cdot 2R = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 12 = 48$$

# Решить самостоятельно

1) Высота конуса равна 8, а длина образующей — 10.

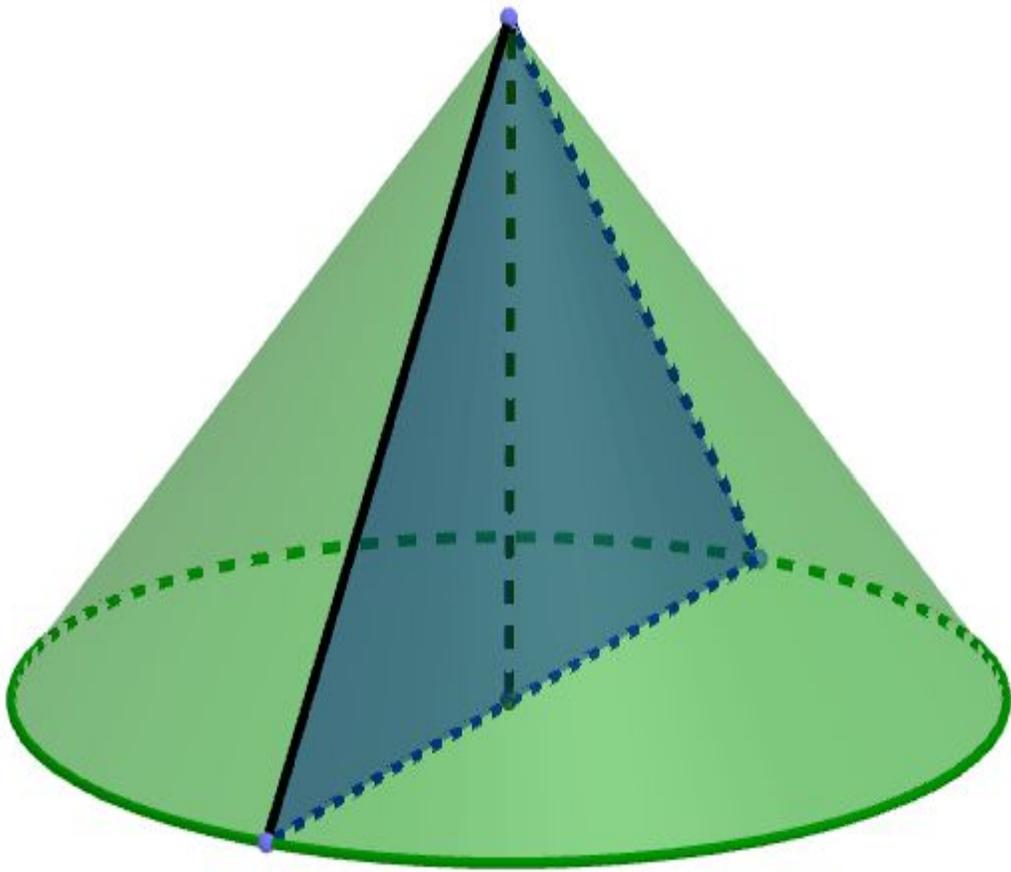
Найдите площадь осевого сечения этого конуса. Ответ: 48

Площадь основания конуса равна 18. Плоскость, параллельная плоскости основания конуса, делит его высоту на отрезки длиной 3 и 6, считая от вершины. Найдите площадь сечения конуса этой плоскостью



Решение: Сечение плоскостью, параллельной основанию, представляет собой круг, радиус которого относится к радиусу основания конуса как  $3 : 9$ . Площади подобных фигур относятся как квадрат коэффициента подобия, поэтому площадь сечения в 9 раз меньше площади основания. Тем самым, она равна 2.

Площадь основания конуса равна  $16\pi$ , высота — 6. Найдите площадь осевого сечения конуса.

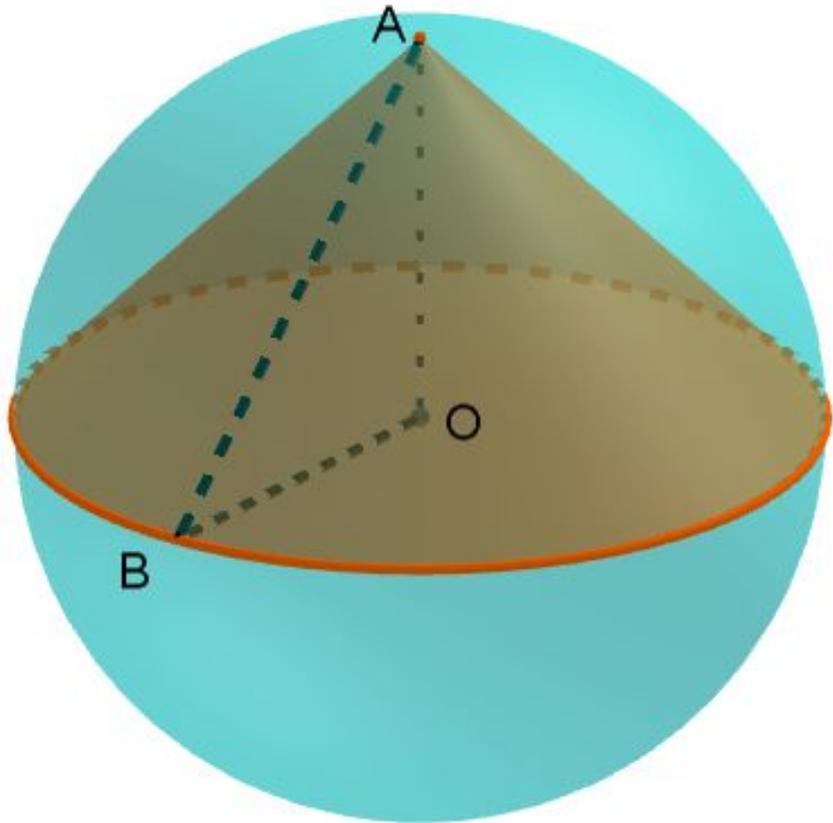


Решение: Осевым сечением конуса является равнобедренный треугольник, высота которого совпадает с высотой конуса, а основание является диаметром основания конуса. Поэтому площадь осевого сечения равна половине произведения высоты конуса на диаметр основания или произведению высоты конуса на радиус основания  $R$ . Поскольку по условию  $\pi R^2 = 16\pi$ , то радиус основания конуса равен 4, а тогда искомая площадь осевого сечения равна 24.

# Решить самостоятельно

- 1) Площадь основания конуса равна  $36\pi$ , высота —  $10$ . Найдите площадь осевого сечения конуса. Ответ:  $60$

Около конуса описана сфера (сфера содержит окружность основания конуса и его вершину). Центр сферы совпадает с центром основания конуса. Радиус сферы равен  $10\sqrt{2}$ . Найдите образующую конуса

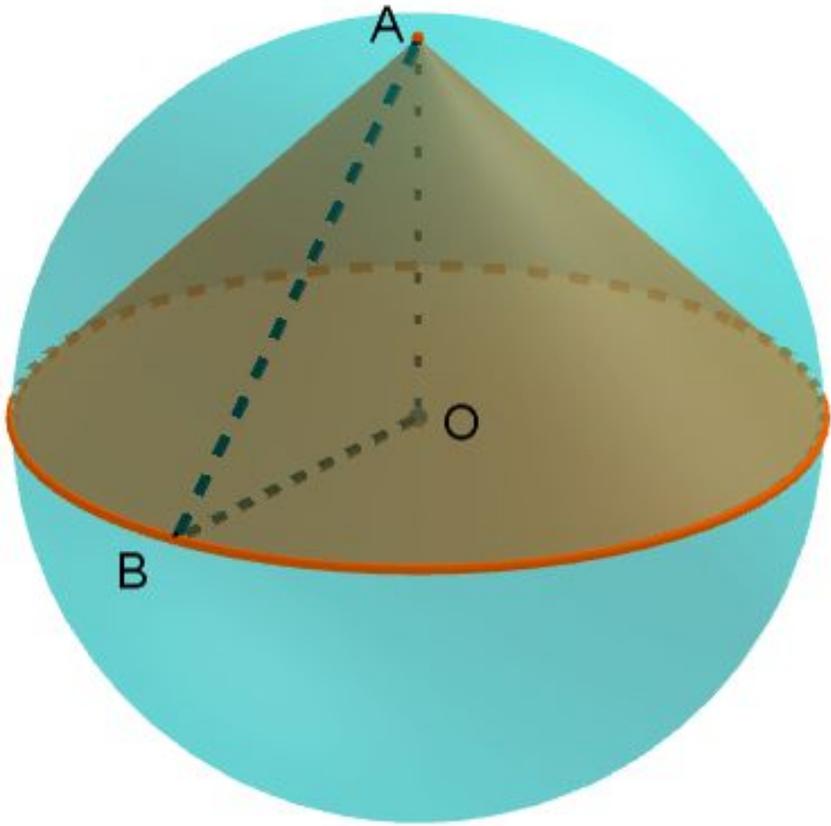


Решение: Высота конуса перпендикулярна основанию и равна радиусу сферы. Тогда по теореме Пифагора получаем:

$$L = \sqrt{R^2 + R^2} = R\sqrt{2};$$

$$L = 10\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 20$$

**Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем шара равен 28. Найдите объем конуса.**



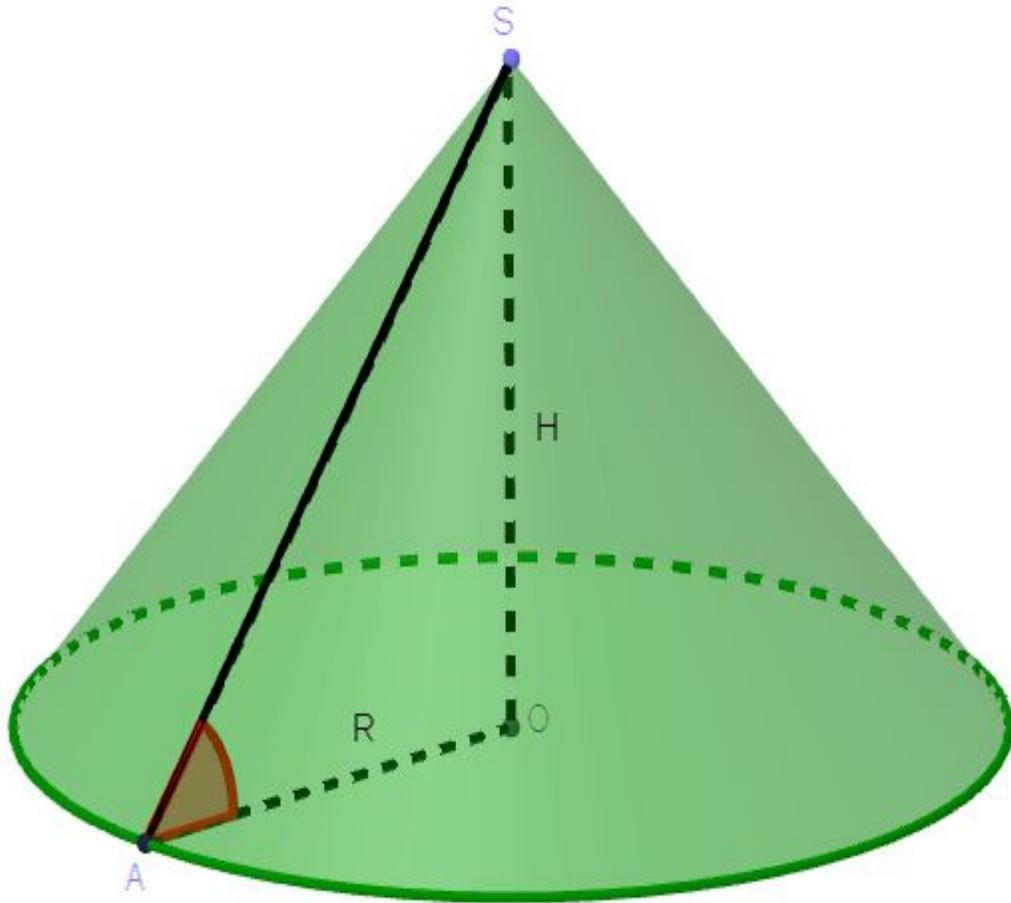
**Решение:** Формулу для объёма шара:  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ , а формула объёма конуса:  $V = \frac{1}{3}\pi R^3$ .

**Значит объём конуса в 4 раза меньше объёма шара. Тогда объём конуса равен  $V = 28 : 4 = 7$**

# Решить самостоятельно

- 1) Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем шара равен 116. Найдите объем конуса. Ответ: 29
- 2) Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем шара равен 160. Найдите объем конуса. Ответ: 40
- 3) Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем шара равен 132. Найдите объем конуса. Ответ: 33

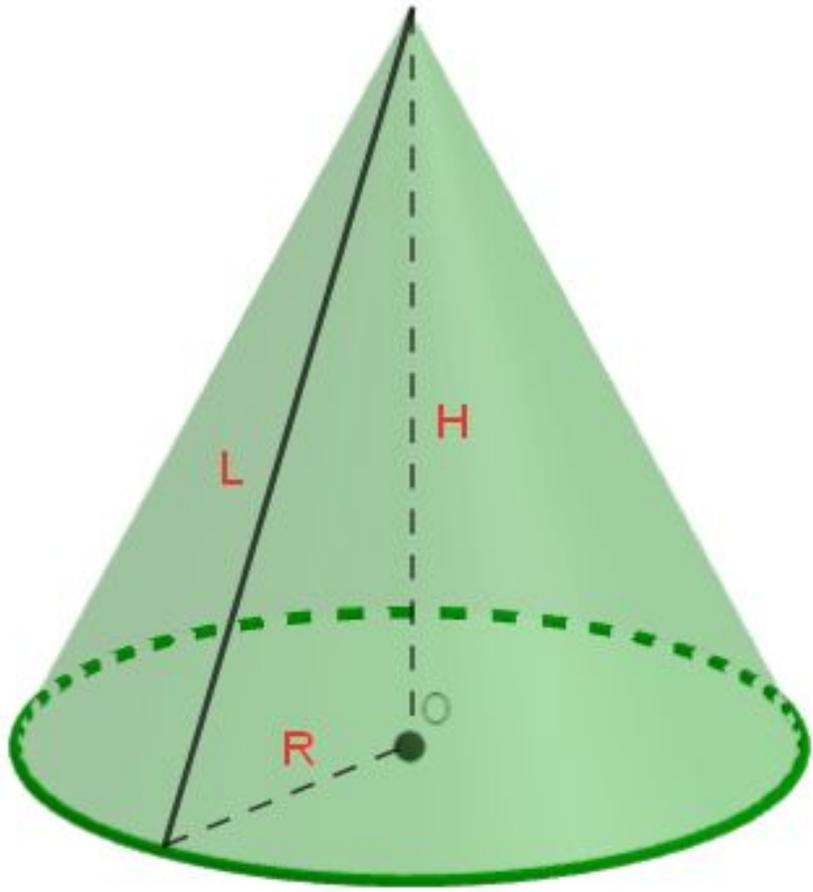
Площадь боковой поверхности конуса в два раза больше площади основания. Найдите угол между образующей конуса и плоскостью основания. Ответ дайте в градусах.



Решение:  $S_{\text{бок}} = 2S_{\text{осн}}; \pi RL = 2\pi R^2;$   
 $L = 2R$

Значит, в прямоугольном треугольнике, образованном высотой, образующей и радиусом основания конуса, катет, равный радиусу, вдвое меньше гипотенузы. Тогда он лежит напротив угла  $30^\circ$ . Следовательно, угол между образующей конуса и плоскостью основания равен  $60^\circ$ .

Радиус основания конуса равен 3, высота равна 4.  
Найдите площадь полной поверхности конуса,



Решение: По теореме Пифагора

$$\sqrt{H^2 + R^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5;$$

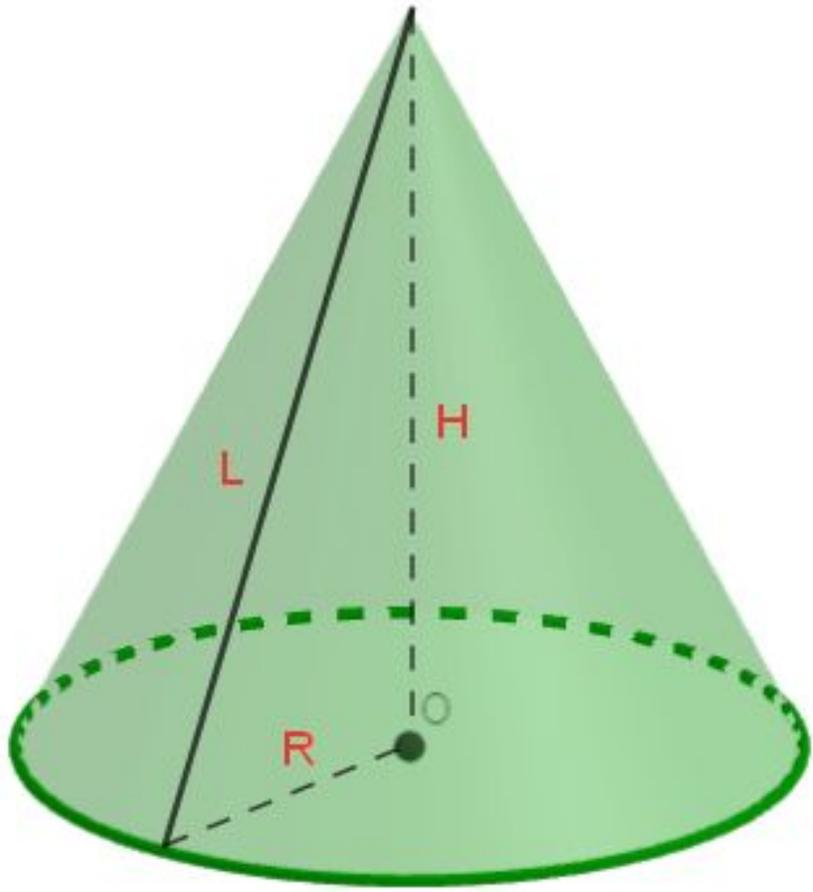
площадь полной поверхности конуса

$$\pi R^2 + \pi RL = \pi R(L + R) = \pi \cdot 3 \cdot 8 = 24\pi;$$
$$\frac{S}{\pi} = 24$$

# Решить самостоятельно

- 1) Радиус основания конуса равен 12, высота равна 16. Найдите площадь полной поверхности конуса, деленную на  $\pi$ . Ответ: 264
- 2) Радиус основания конуса равен 28, высота равна 21. Найдите площадь полной поверхности конуса, деленную на  $\pi$ . Ответ: 1764
- 3) Радиус основания конуса равен 15, высота равна 36. Найдите площадь полной поверхности конуса, деленную на  $\pi$ . Ответ: 810

Длина окружности основания конуса равна 3,  
образующая равна 2. Найдите площадь боковой  
поверхности конуса



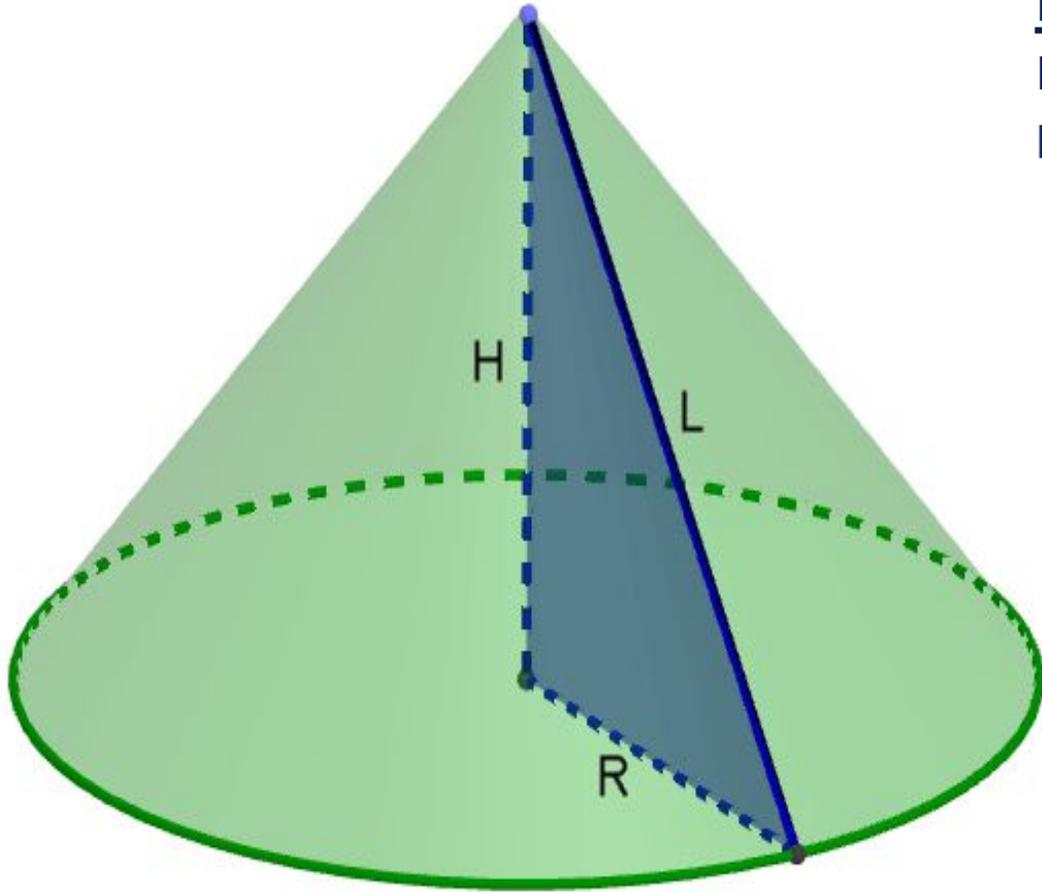
Решение: Длина окружности:  $C = 2\pi R = 3$ ;  
 $\pi R = \frac{3}{2}$

Площадь боковой поверхности конуса  
 $\pi RL = \frac{3}{2} \cdot 2 = 3$

# Решить самостоятельно

- 1) Длина окружности основания конуса равна 6, образующая равна 2. Найдите площадь боковой поверхности конуса.  
Ответ: 6
- 2) Длина окружности основания конуса равна 5, образующая равна 8. Найдите площадь боковой поверхности конуса.  
Ответ: 20
- 3) Длина окружности основания конуса равна 8, образующая равна 6. Найдите площадь боковой поверхности конуса.  
Ответ: 24

Конус получается при вращении равнобедренного прямоугольного треугольника вокруг катета, равного  $H = 6$ .  
Найдите объем конуса, деленный на  $\pi$ .



Решение: Радиус основания равен высоте конуса и равен 6, тогда объем конуса равен:

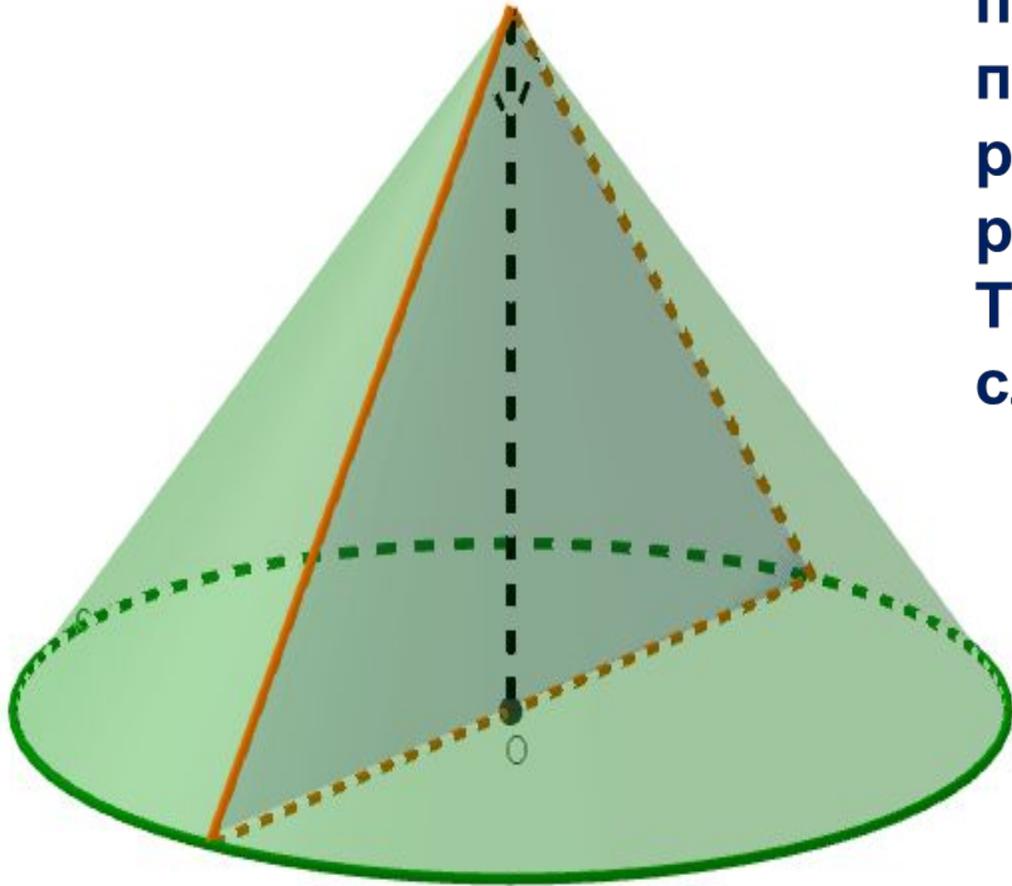
$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H = \frac{1}{3} \pi R^3 = \frac{1}{3} \pi \cdot 6^3 = 72\pi;$$

$$\frac{V}{\pi} = \frac{72\pi}{\pi} = 72$$

# Решить самостоятельно

- 1) Конус получается при вращении равнобедренного прямоугольного треугольника  $ABC$  вокруг катета, равного 15. Найдите его объем, деленный на  $\pi$ . Ответ: 1125
- 2) Конус получается при вращении равнобедренного прямоугольного треугольника  $ABC$  вокруг катета, равного 120. Найдите его объем, деленный на  $\pi$ . Ответ: 576000
- 3) Конус получается при вращении равнобедренного прямоугольного треугольника  $ABC$  вокруг катета, равного 60. Найдите его объем, деленный на  $\pi$ . Ответ: 72000

Диаметр основания конуса равен 6, а угол при вершине осевого сечения равен  $90^\circ$ . Вычислите объем конуса, деленный на  $\pi$ .



Решение: В равнобедренном прямоугольном треугольнике высота, проведенная из вершины прямого угла равна половине гипотенузы, т.е. радиусу основания конуса:  $H = R = 3$ . Тогда объем конуса вычисляется следующим образом:

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H = \frac{1}{3} \pi R^3 = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^3 = 9\pi;$$

$$\frac{V}{\pi} = \frac{9\pi}{\pi} = 9$$

# Решить самостоятельно

1) Диаметр основания конуса равен 66, а угол при вершине осевого сечения равен  $90^\circ$ . Вычислите объем конуса, деленный на  $\pi$ .

Ответ: 11979

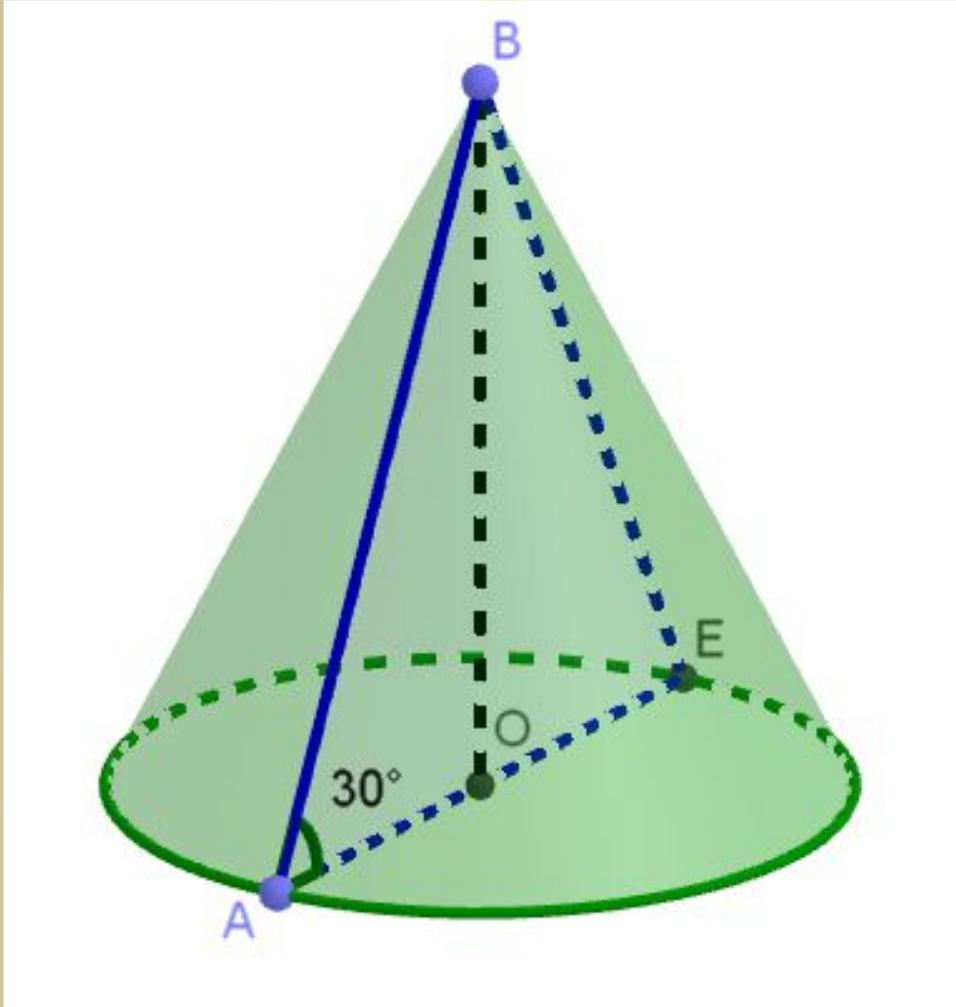
2) Диаметр основания конуса равен 12, а угол при вершине осевого сечения равен  $90^\circ$ . Вычислите объем конуса, деленный на  $\pi$ .

Ответ: 72

3) Диаметр основания конуса равен 36, а угол при вершине осевого сечения равен  $90^\circ$ . Вычислите объем конуса, деленный на  $\pi$ .

Ответ: 1944

Найдите объем конуса, образующая которого равна 2 и наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . В ответе укажите  $V/\pi$ .



Решение: Высоту конуса найдем по свойству стороны прямоугольного треугольника, находящейся напротив угла в  $30^\circ$  – она вдвое меньше гипотенузы, которой в данном случае является образующая конуса.  $H = 1$   
Радиус основания найдем по теореме

Пифагора:  $R = \sqrt{L^2 - H^2} = \sqrt{4 - 1} = \sqrt{3}$

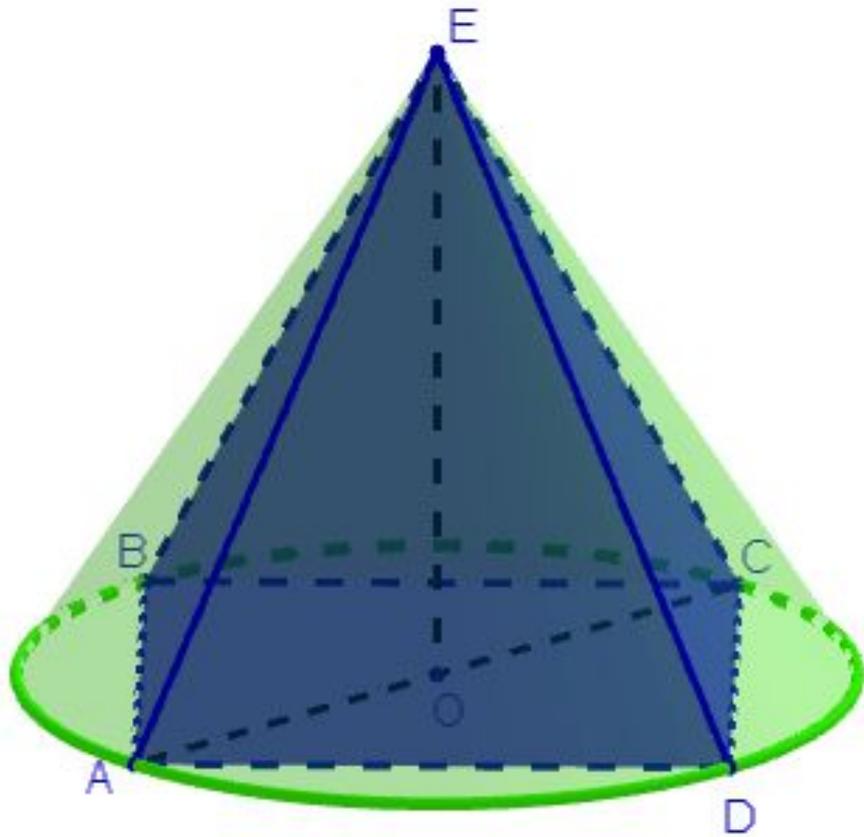
$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H = \frac{1}{3} \pi \cdot \sqrt{3}^2 \cdot 1 = \pi;$$

$$\frac{V}{\pi} = \frac{\pi}{\pi} = 1$$

# Решить самостоятельно

- 1) Найдите объем конуса, образующая которого равна 44 и наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . В ответе укажите  $V/\pi$ .                      Ответ: 10 648
- 2) Найдите объем конуса, образующая которого равна 52 и наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . В ответе укажите  $V/\pi$ .                      Ответ: 17576
- 3) Найдите объем конуса, образующая которого равна 34 и наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ . В ответе укажите  $V/\pi$ .                      Ответ: 4913

Конус описан около правильной четырехугольной пирамиды со стороной основания 4 и высотой 6. Найдите его объем, деленный на  $\pi$ .



Решение: Радиус основания конуса  $R$  равен половине диагонали квадрата  $ABCD$ :

$$R = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

Тогда объем конуса равен:

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H = \frac{1}{3} \pi (2\sqrt{2})^2 \cdot 6 = 16\pi;$$

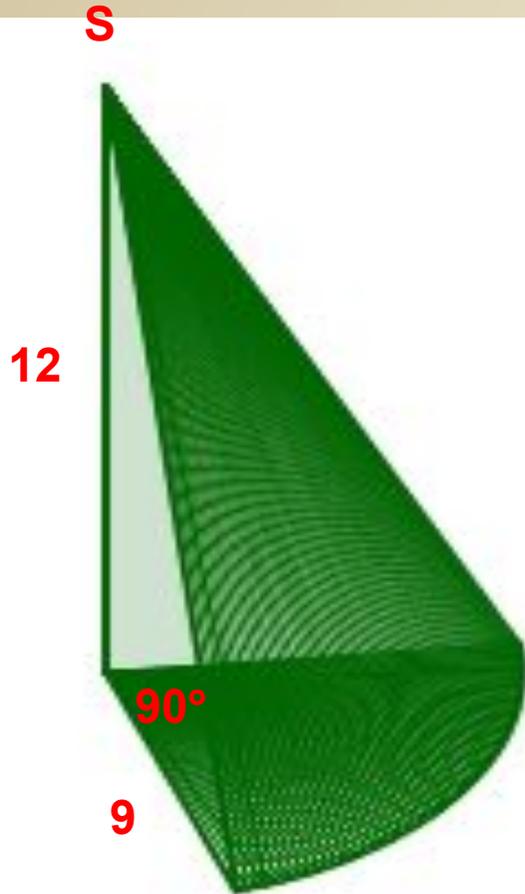
$$\frac{V}{\pi} = \frac{16\pi}{\pi} = 16$$

# Решить самостоятельно

- 1) Конус описан около правильной четырехугольной пирамиды со стороной основания 3 и высотой 13. Найдите его объем, деленный на  $\pi$ . Ответ: 19,5
- 2) Конус описан около правильной четырехугольной пирамиды со стороной основания 8 и высотой 12. Найдите его объем, деленный на  $\pi$ . Ответ: 128
- 3) Конус описан около правильной четырехугольной пирамиды со стороной основания 4 и высотой 9. Найдите его объем, деленный на  $\pi$ . Ответ: 24

Найдите объем  $V$  части конуса, изображенной на рисунке. В ответе укажите  $V/\pi$ .

Решение: Объем данной части конуса равен

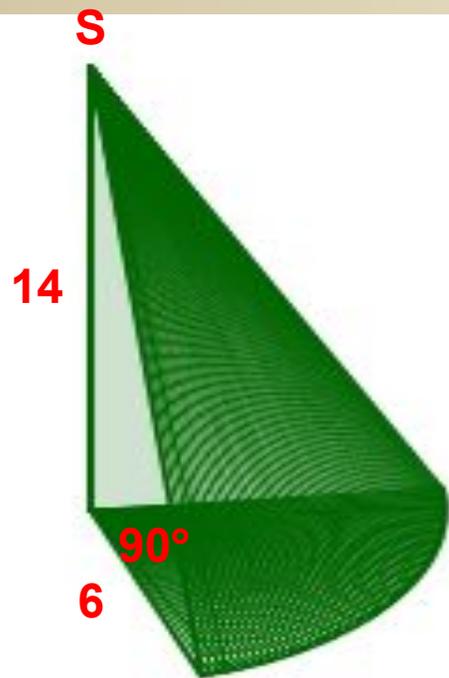


$$\frac{90^\circ}{360^\circ} \cdot \frac{1}{3} \pi R^2 H = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \pi \cdot 9^2 \cdot 12 = 81\pi;$$

$$\frac{V}{\pi} = \frac{81\pi}{\pi} = 81$$

# Решить самостоятельно

1) Найдите объем  $V$  части конуса, изображен-  
рисунке. В ответе укажите  $V/\pi$ .



Ответ: 126



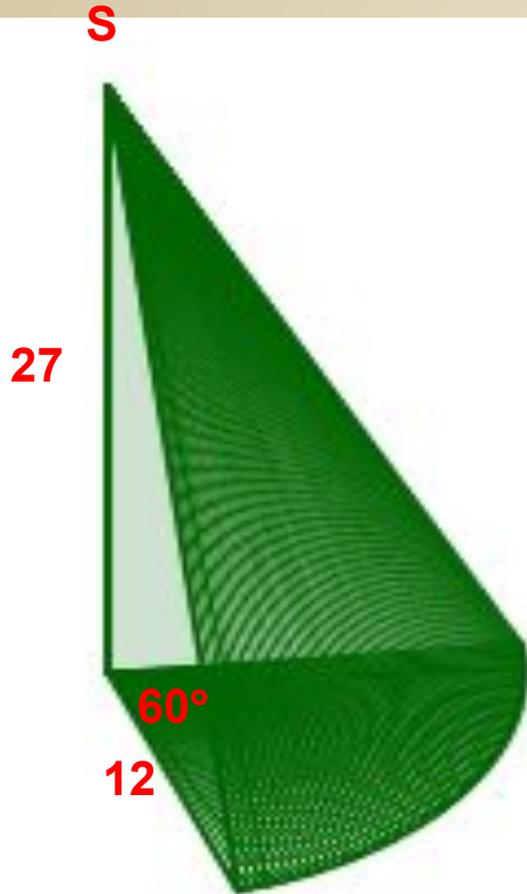
Ответ: 648



Ответ: 486

Найдите объем  $V$  части конуса, изображенной на рисунке. В ответе укажите  $V/\pi$ .

Решение: Объем данной части конуса равен

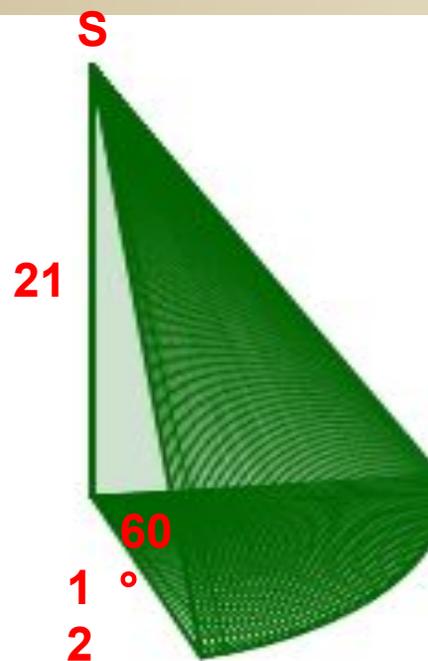


$$\frac{30^\circ}{60^\circ} \cdot \frac{1}{3} \pi R^2 H = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} \pi \cdot 12^2 \cdot 27 = 216\pi;$$

$$\frac{V}{\pi} = \frac{216\pi}{\pi} = 216$$

# Решить самостоятельно

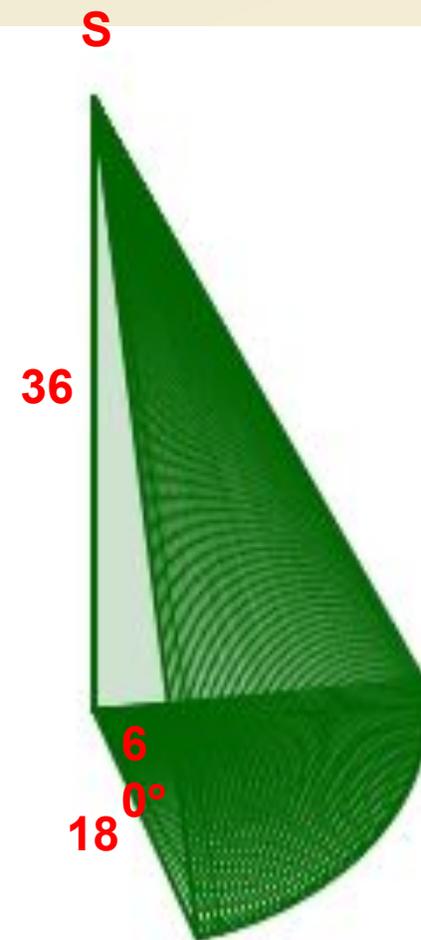
Найдите объем  $V$  части конуса, изображенной на рисунке. В ответе укажите  $V/\pi$ .



Ответ: 504



Ответ: 792



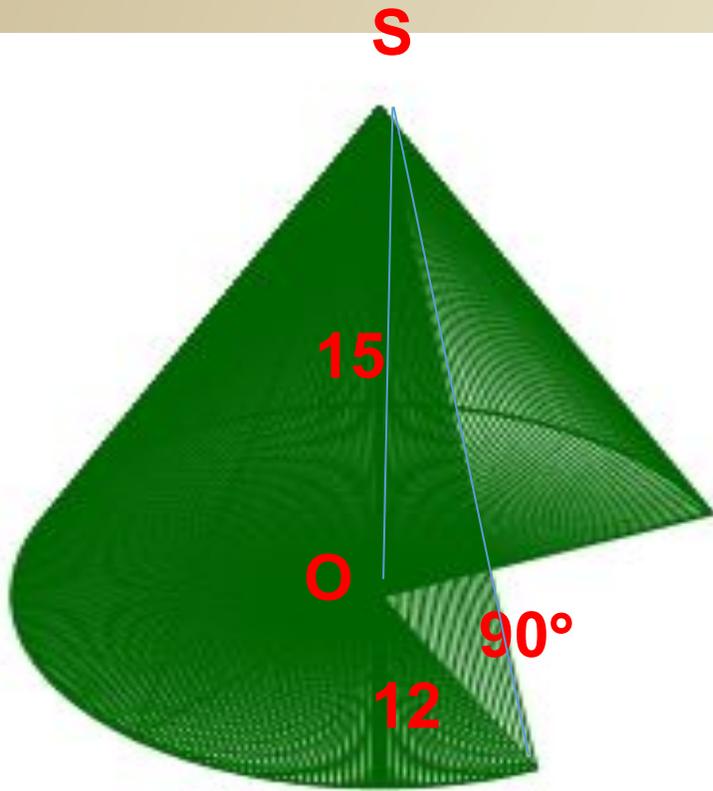
Ответ: 1944

Найдите объем  $V$  части конуса, изображенной на рисунке. В ответе укажите  $V/\pi$ .

Решение: Объем данной части конуса равен

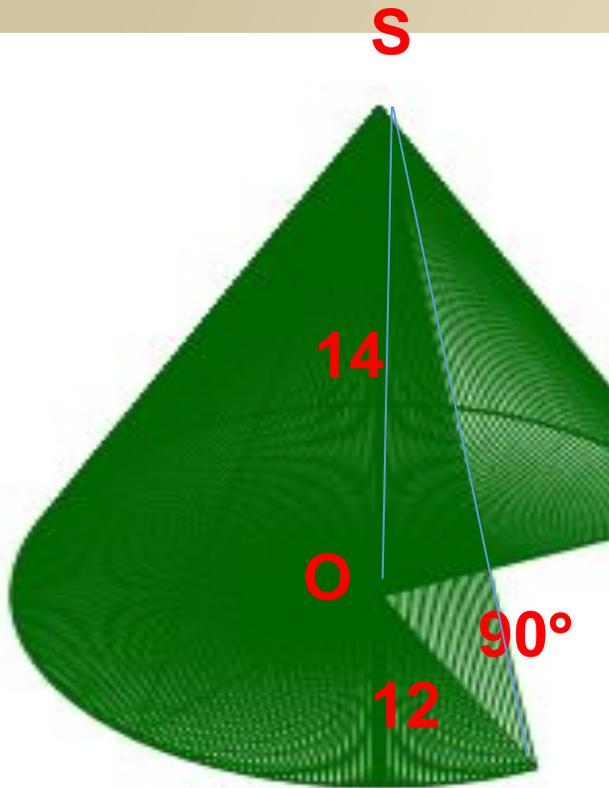
$$\frac{270^\circ}{360^\circ} \cdot \frac{1}{3} \pi R^2 H = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \pi \cdot 12^2 \cdot 15 = 540\pi;$$

$$\frac{V}{\pi} = \frac{540\pi}{\pi} = 540$$

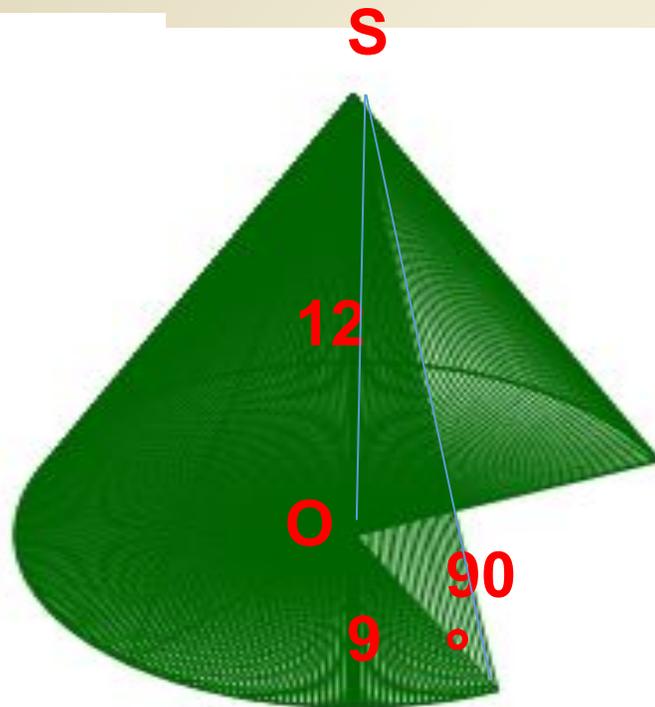


# Решить самостоятельно

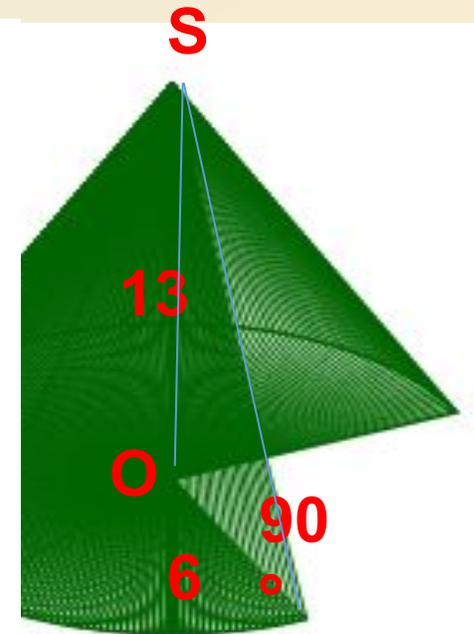
Найдите объем  $V$  части конуса, изображенной на рисунке. В ответе укажите  $V/\pi$ .



Ответ: 504



Ответ: 243



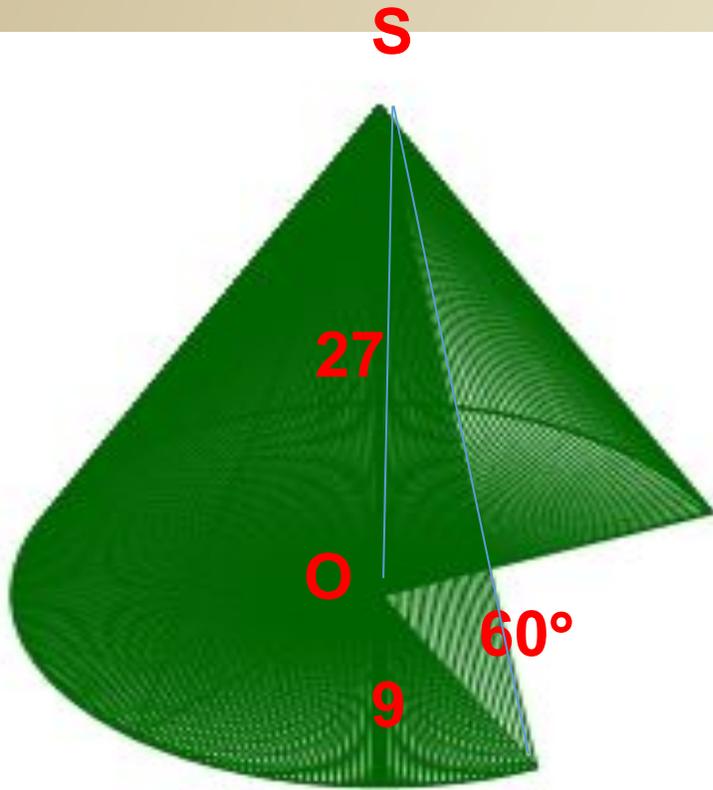
Ответ: 117

Найдите объем  $V$  части конуса, изображенной на рисунке. В ответе укажите  $V/\pi$ .

Решение: Объем данной части конуса равен

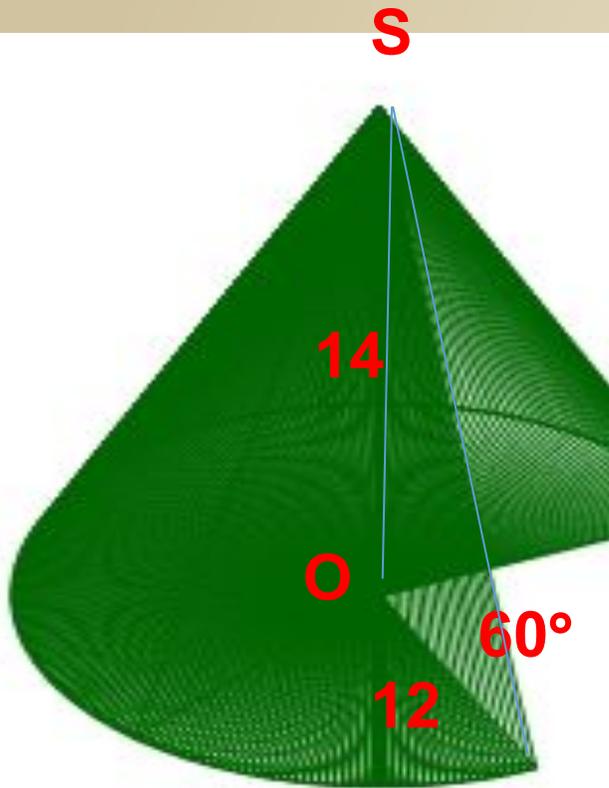
$$\frac{300^\circ}{360^\circ} \cdot \frac{1}{3} \pi R^2 H = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{3} \pi \cdot 9^2 \cdot 27 = 1822,5\pi;$$

$$\frac{V}{\pi} = \frac{1822,5\pi}{\pi} = 1822,5$$

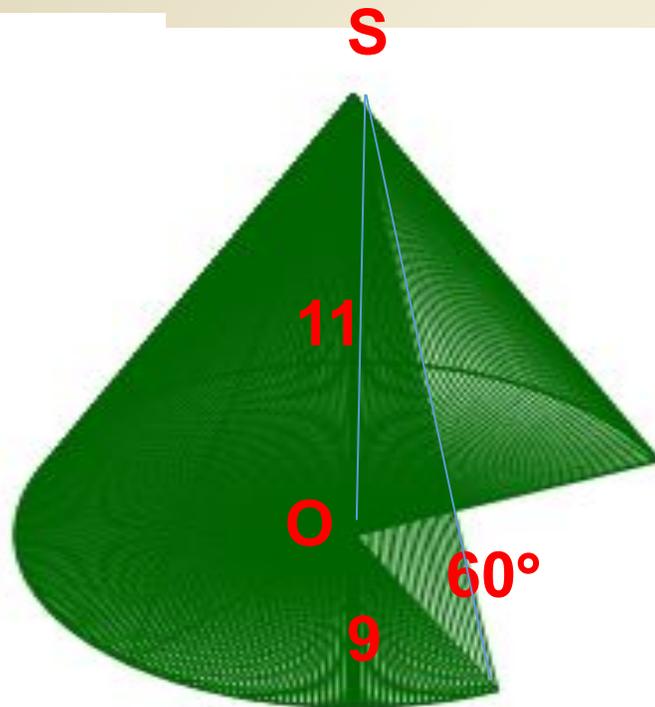


# Решить самостоятельно

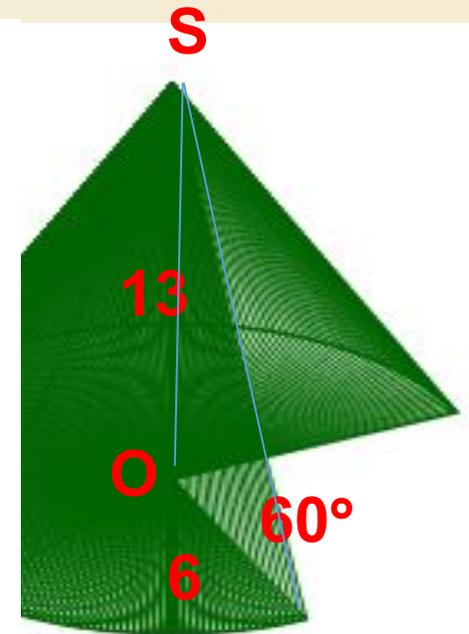
Найдите объем  $V$  части конуса, изображенной на рисунке. В ответе укажите  $V/\pi$ .



Ответ: 1680



Ответ: 742,5



Ответ: 390