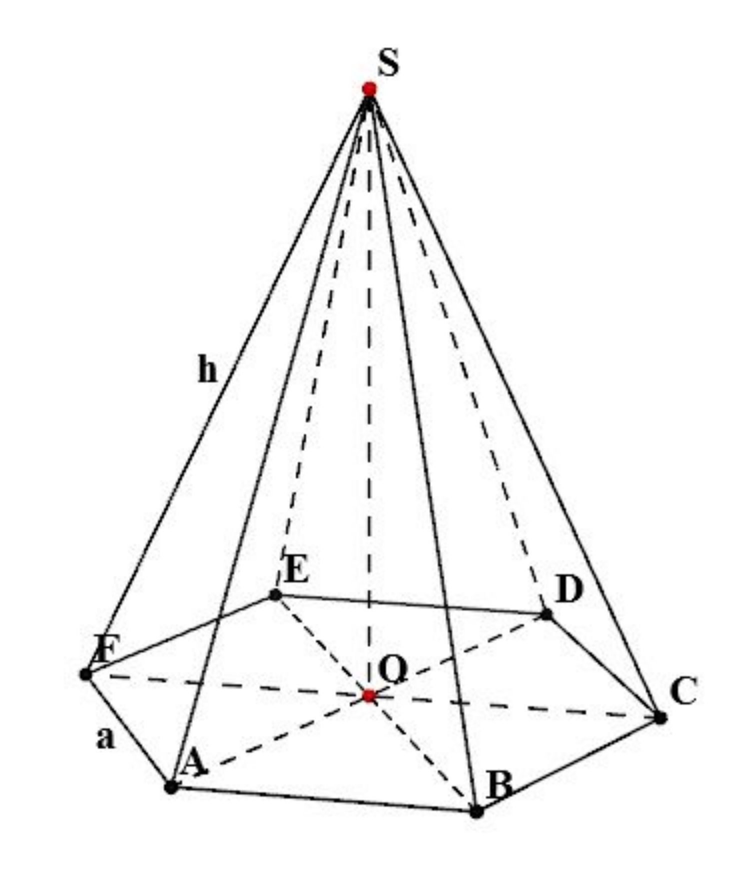
Шестиугольная пирамида

Правильная шестиугольная пирамида



Правильная шестиугольная пирамида – пирамида, в основании которой лежит правильный шестиугольник.

Свойства пирамиды

Если все боковые рёбра равны, то:

Вокруг основания пирамиды можно описать окружность, причём вершина пирамиды проецируется в её центр;

Боковые рёбра образуют с плоскостью основания равные углы;

Также верно и обратное, то есть если боковые рёбра образуют с плоскостью основания равные углы, или если около основания пирамиды можно описать окружность, причём вершина пирамиды проецируется в её центр, то все боковые рёбра пирамиды равны.

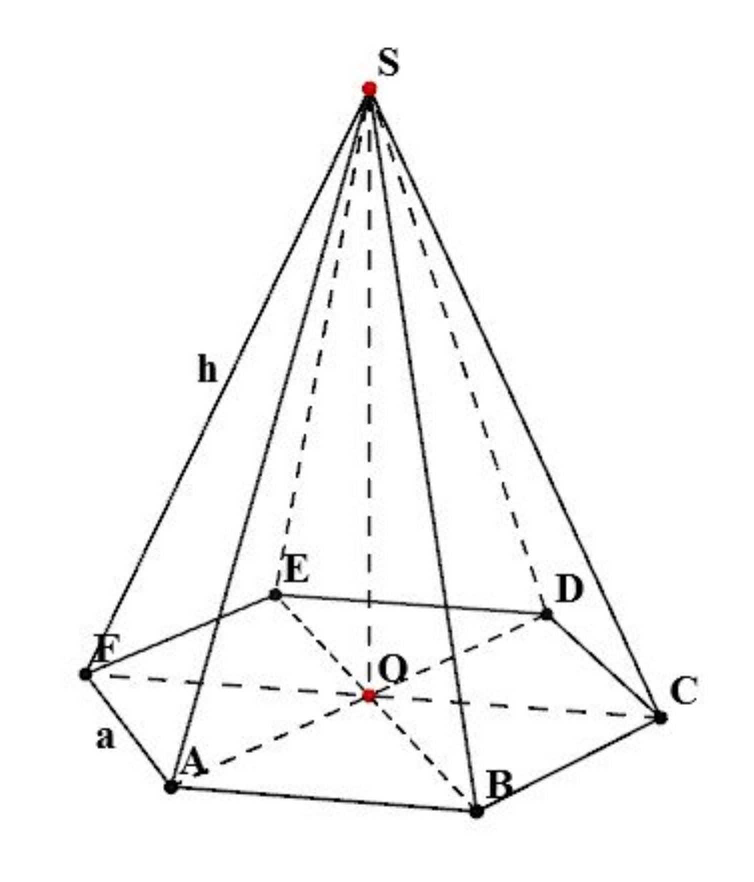
Если боковые грани наклонены к плоскости основания под одним углом, то:

В основание пирамиды можно вписать окружность, причём вершина пирамиды проецируется в её центр;

Высоты боковых граней равны;

Площадь боковой поверхности равна половине произведения периметра основания на высоту боковой грани.

Обозначения



SABCDEF — правильная шестиугольная пирамида

O — центр основания пирамиды

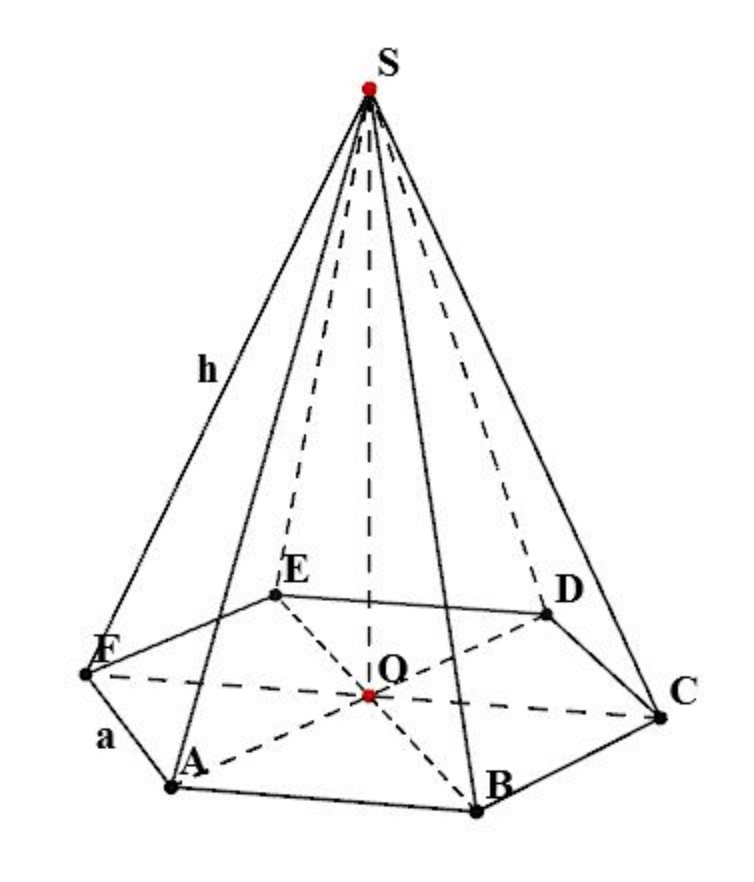
a — длина стороны основания пирамиды

h — длина бокового ребра пирамиды

Sосн. — площадь основания пирамиды

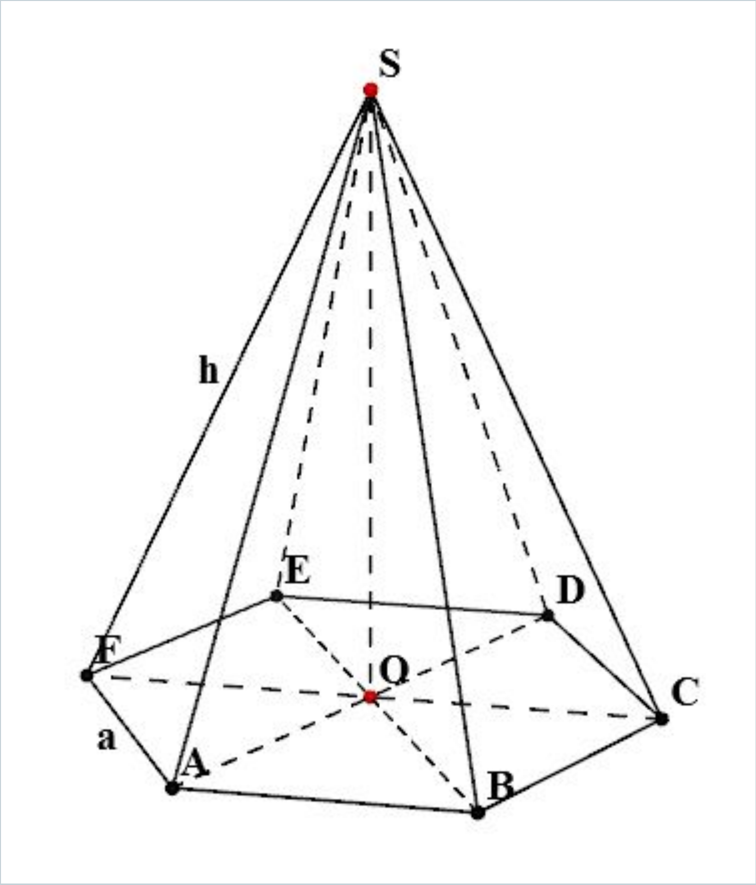
Vпирамиды — объем пирамиды

Площадь основания пирамиды



В основаниях пирамиды находится правильный шестиугольник со стороной а.
По свойствам правильного шестиугольника, площадь основания пирамиды равна Sосн.= $\frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot a^2$

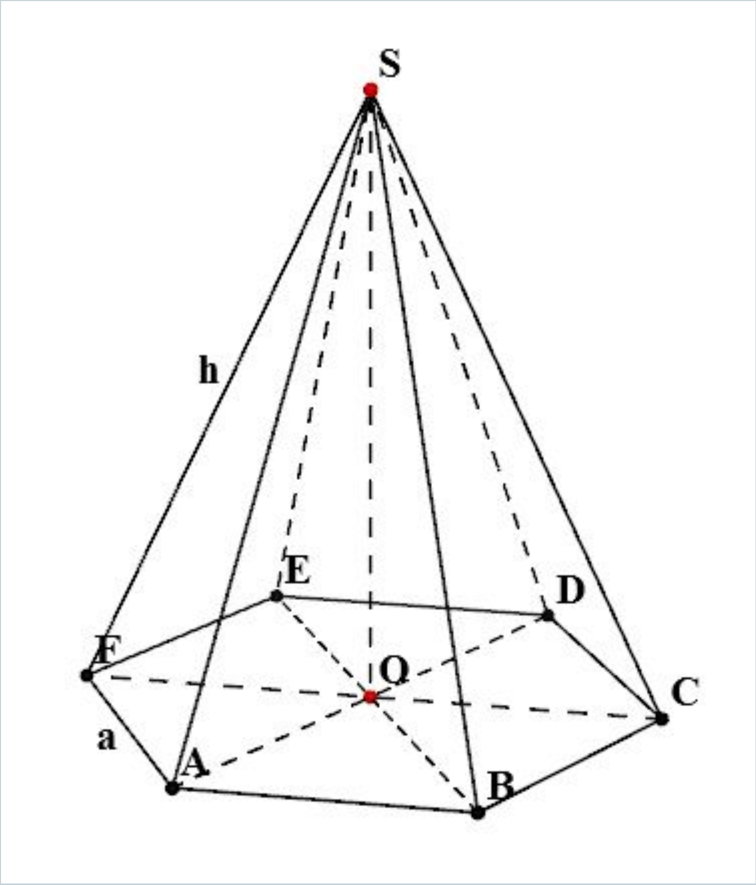
Объём пирамиды



Объем пирамиды вычисляется как треть произведения площади ее основания на ее высоту. Высотой правильной пирамиды является отрезок SO. В основании правильной шестиугольной призмы находится правильный шестиугольник, площадь которого нам известна. Получаем V пирамиды=

$$= \frac{1}{3} \cdot S_{осн.} \cdot SO = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 \cdot \sqrt{h^2 - a^2}$$

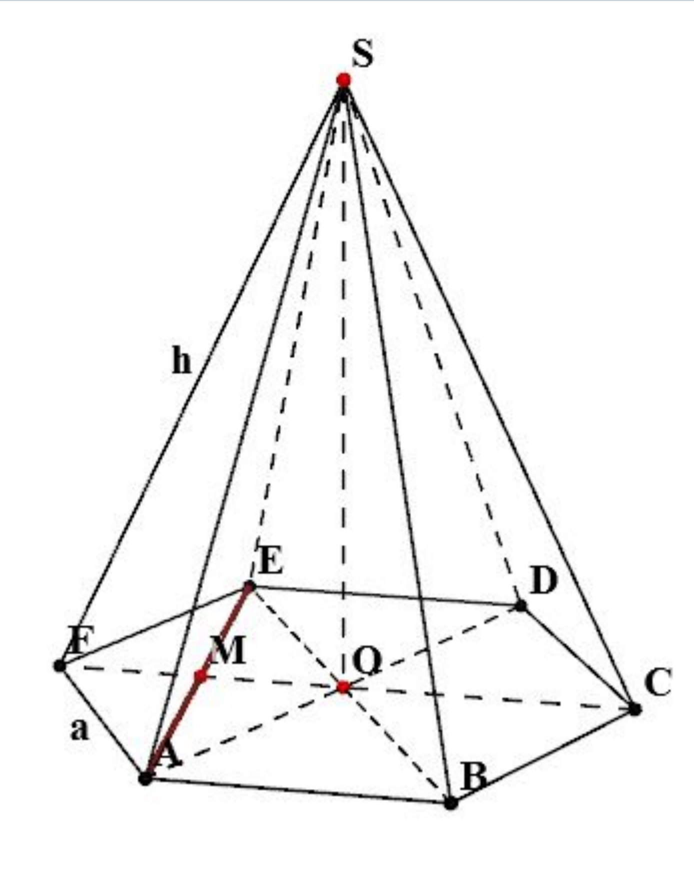
Высота пирамиды



Прямая SO является высотой пирамиды,
поэтому $\angle SOF=90^\circ$.
Треугольник SOF прямоугольный, в нем FO=a, FS=h. По свойствам прямоугольного треугольника

$SO = \sqrt{FS^2 - FO^2} = \sqrt{h^2 - a^2}$

Правильный шестиугольник в основании пирамиды



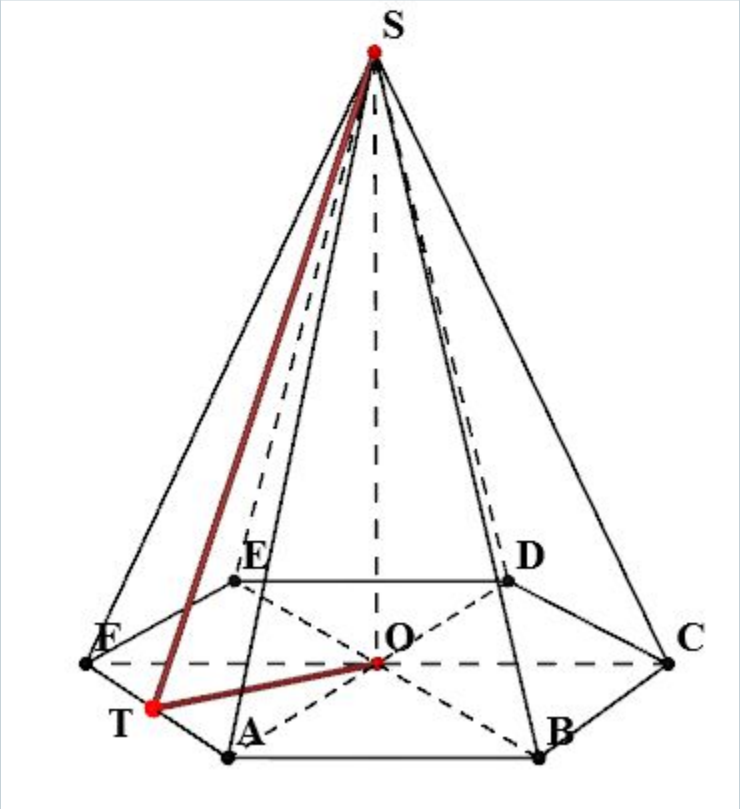
По свойствам правильного шестиугольника, треугольники AOB, BOC, COD, DOE, EOF, FOA являются правильными треугольниками. Отсюда следует, что AO=OD=EO=OB=CO=OF=a Проводим отрезок AE, пересекающийся с отрезком CF в точке M. Треугольник AEO равнобедренный, в нём AO=OE=a, $\angle$EOA=120°. По свойствам равнобедренного треугольника

AE= a $\sqrt{2(1-\cos EOA)} = \sqrt{3} \cdot$ a

Аналогичным образом приходим к заключению, что AC=CE $= \sqrt{3} \cdot$ a

FM=MO= $\frac{1}{2} \cdot$ a

Находим ST и TO



Пусть точка T является серединой ребра AF.
Треугольник AOF правильный, поэтому, по свойствам правильного треугольника

$$TO = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a$$

Треугольник STO прямоугольный, высота SO равна $\sqrt{h^2 - a^2}$.

По теореме Пифагора:

$$ST = \sqrt{SO^2 + TO^2} = \sqrt{h^2 - \frac{1}{4} \cdot a^2}$$