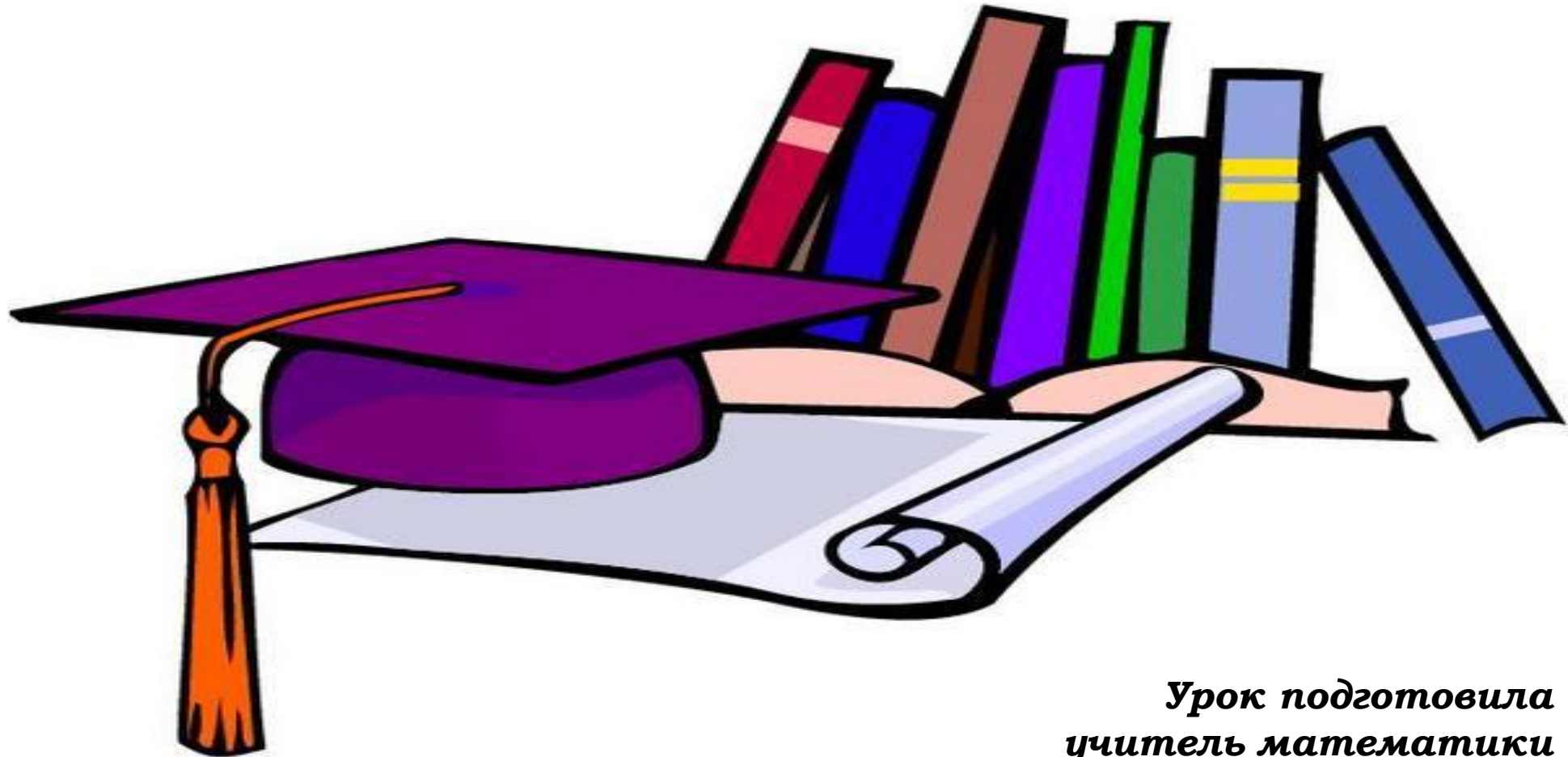


# **Урок геометрии в 11 классе**



**Урок подготовила  
учитель математики  
МБОУ СШ № 10 г.Павлово  
Леонтьева Светлана Ивановна**

**Приветствую вас на уроке**

*Девиз урока*

**Если вы хотите научиться плавать, то  
смело входите в воду, а если хотите  
научиться решать задачи, то решайте их.**  
(Д.По́йа)

**Успешного усвоения учебного материала**

**№358**

**Проверка Д.Р №2 на 20.09.18**

$$a) \overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA_1} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CC_1} = \overline{AC_1}$$

$$б) \overline{DA} + \overline{DC} + \overline{DD_1} = \overline{DB_1}$$

$$в) \overline{A_1B_1} + \overline{C_1B_1} + \overline{BB_1} = \overline{DC} + \overline{CB} + \overline{BB_1} = \overline{DB_1}$$

$$г) \overline{A_1A} + \overline{A_1D_1} + \overline{AB} = \overline{A_1A} + \overline{AD} + \overline{DC} = \overline{A_1C}$$

$$д) \overline{B_1A_1} + \overline{BB_1} + \overline{BC} = \overline{BA} + \overline{BC} + \overline{DD_1} = \overline{BD_1}$$

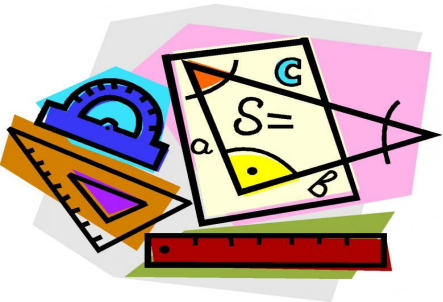
**№ 379.**

$$a) \overline{AB} + \overline{BD} + \overline{DC} = \overline{AC}$$

$$б) \overline{AD} + \overline{CB} + \overline{DC} = \overline{AD} + \overline{DC} + \overline{CB} = \overline{AB}$$

$$в) \overline{AB} + \overline{CD} + \overline{BC} + \overline{DA} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} = \overline{0}$$

20.09.18



***K.P.***

***Разложение вектора по трем  
некомпланарным векторам.***

***Глава IV. § 3 п.45.***

***Д***ать понятие разложения вектора по трем некопланарным векторам

***З***акрепить умение разложить вектор по трем некопланарным векторам

***Р***азвивать пространственное мышление, формировать стремление к приобретению новых знаний, интерес к предмету.



***Закрепление изученного  
материала***

## ***Заполните пропуски в формулировках***

***Отрезок, для которого указано, какой из его концов считается ..., а какой – концом, называется ...?***



## ***Заполните пропуски в формулировках***

***Отрезок, для которого указано, какой из его концов считается **началом**, а какой – **концом**, называется **вектором**?***

***Заполните пропуски в формулировках***

***Направление вектора отмечается ...***

***Заполните пропуски в формулировках***

***Направление вектора отмечается  
стрелкой***

***Заполните пропуски в формулировках***

***Любая точка пространства считается***



***Заполните пропуски в формулировках***

***Любая точка пространства считается  
нулевым вектором***

***Заполните пропуски в формулировках***

***Нулевой вектор направления ... ..***

***Заполните пропуски в формулировках***

***Нулевой вектор направления **не имеет*****

**Длиной вектора  $\overline{AB}$  называется**  
**... ..  $AB$**



**Длиной вектора  $\overline{AB}$  называется**  
**длина отрезка  $AB$**

***Длина вектора  $\overline{AB}$  обозначается ...***

**Длина вектора  $\overline{AB}$  обозначается  $|\overline{AB}|$**

***Длина нулевого вектора равна ...***

***Длина нулевого вектора равна 0***

***Два ... вектора называются  
коллинеарными, если они лежат на ...  
или на ...***

**Два ненулевых вектора называются коллинеарными, если они лежат на параллельных прямых или на одной прямой**

**Два ... вектора  $\vec{AB}$  и  $\vec{CD}$  называются  
сонаправленными, если они ... и лучи  $AB$  и  $CD$**

**...**



**Два ненулевых вектора  $\vec{AB}$  и  $\vec{CD}$  называются сонаправленными, если они коллинеарны и лучи  $AB$  и  $CD$  сонаправлены.**

**Два ... вектора  $\vec{AB}$  и  $\vec{CD}$  называются  
противоположно направленными, если они ...  
и лучи  $AB$  и  $CD$  ...**

Два **ненулевых** вектора  $\vec{AB}$  и  $\vec{CD}$   
называются **противоположно**  
**онаправленными**, если они **коллинеарны** и  
лучи  $AB$  и  $CD$   
**противоположно направлены**.

***Нулевой вектор сонаправлен с ...  
вектором***

***Нулевой вектор сонаправлен с **любым** вектором***

**Векторы называются**  
**равными, если ... и их ... ..**

***Векторы называются  
равными, если сонаправлены и  
их длины равны***

***Для сложения векторов используются  
правило ... и правило ...***



**Для сложения векторов используются  
правило *треугольника* и правило  
*параллелограмма***

***Коллинеарные векторы можно сложить  
только по ... ..***

***Коллинеарные векторы можно сложить  
только по правилу треугольника***

***Для любых трёх точек  $A, B$  и  $C$  имеет место равенство***

$$\overline{AB} + \overline{BC} = \dots$$

***Для любых трёх точек  $A, B$  и  $C$  имеет место равенство***

$$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$$

**Для сложения векторов применяются ... и  
... свойство**

**Для сложения векторов применяются  
переместительное и сочетательное  
свойство**

***Два вектора называются  
противоположными, если их ... .. и они ... ..***



**Два вектора называются  
противоположными, если их *длины равны*  
и они *противоположно направлены***

***Нулевому вектору считается  
противоположным ... ..***

**Нулевому вектору считается  
противоположным нулевой вектор.**

**Разностью векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  называется**

**такой  $\dots$   $\vec{c}$ , сумма которого с**

**вектором  $\vec{b}$  равна вектору  $\dots$**

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{c}, \quad \dots + \dots = \dots$$

**Разностью векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  называется**

**такой вектор  $\vec{c}$ , сумма которого с**

**вектором  $\vec{b}$  равна вектору  $\vec{a}$**

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{c}, \quad \vec{b} + \vec{c} = \vec{a}$$

$$\boxed{a} - \boxed{b} = \boxed{a} + \dots$$

$$\overset{\boxtimes}{a} - \overset{\boxtimes}{b} = \overset{\boxtimes}{a} + (-\overset{\boxtimes}{b})$$

**Произведением ненулевого вектора  $\vec{a}$  на число  $k$  называется такой вектор  $\vec{b}$ ,**

**... которого равна  $|k| \cdot |\vec{a}|$ ,**

**причем векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , ... , если  $k \geq 0$  и**

**противоположно направлены, если ...**



**Произведением ненулевого вектора  $\vec{a}$  на число  $k$  называется такой вектор  $\vec{b}$ , длина которого равна  $|k| \cdot |\vec{a}|$ ,**

**причем векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , **сонаправлены**, если**

**$k \geq 0$  и**

**противоположно направлены, если  $k < 0$**

**Векторы  $\vec{a}$  и  $k\vec{a}$  являются ...**

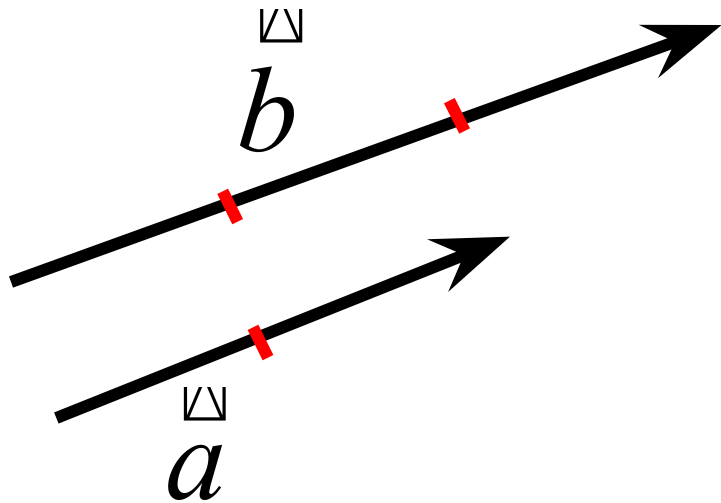
**Векторы  $\vec{a}$  и  $k\vec{a}$  являются**

**коллинеарными**

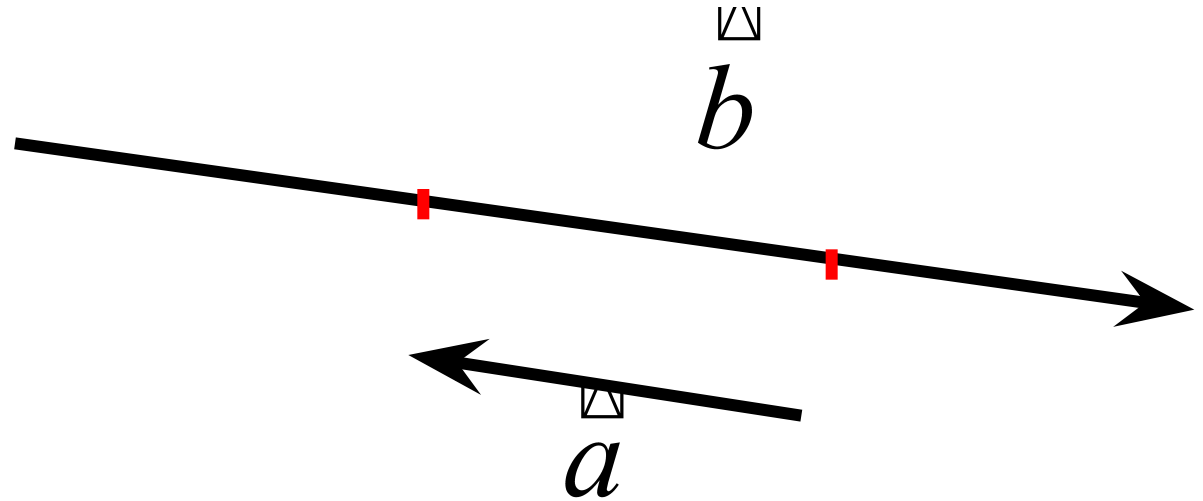
$$0 \cdot \overset{\forall}{a} = \dots$$

$$0 \cdot \overset{\boxtimes}{a} = \overset{\boxtimes}{0}$$

**Заполните пропуски по рисунку:**



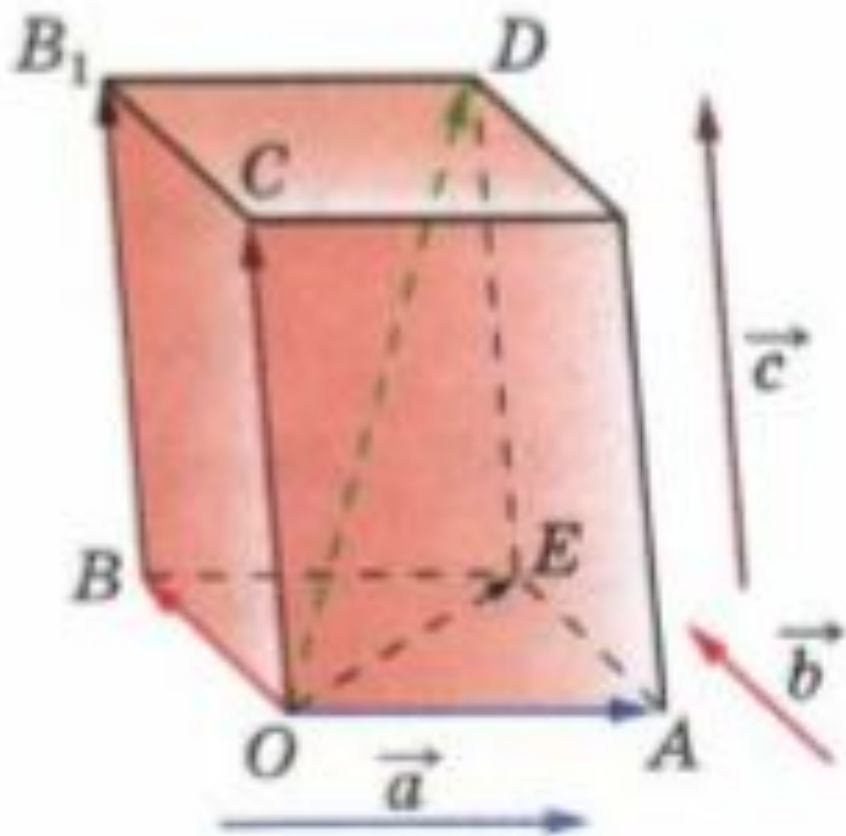
$$\square b = \dots \square a$$



$$\square a = \dots \square b$$

**Стр.93. п.44**

**Прочитайте текст учебника.**



$$\vec{OD} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$$

Рис. 114

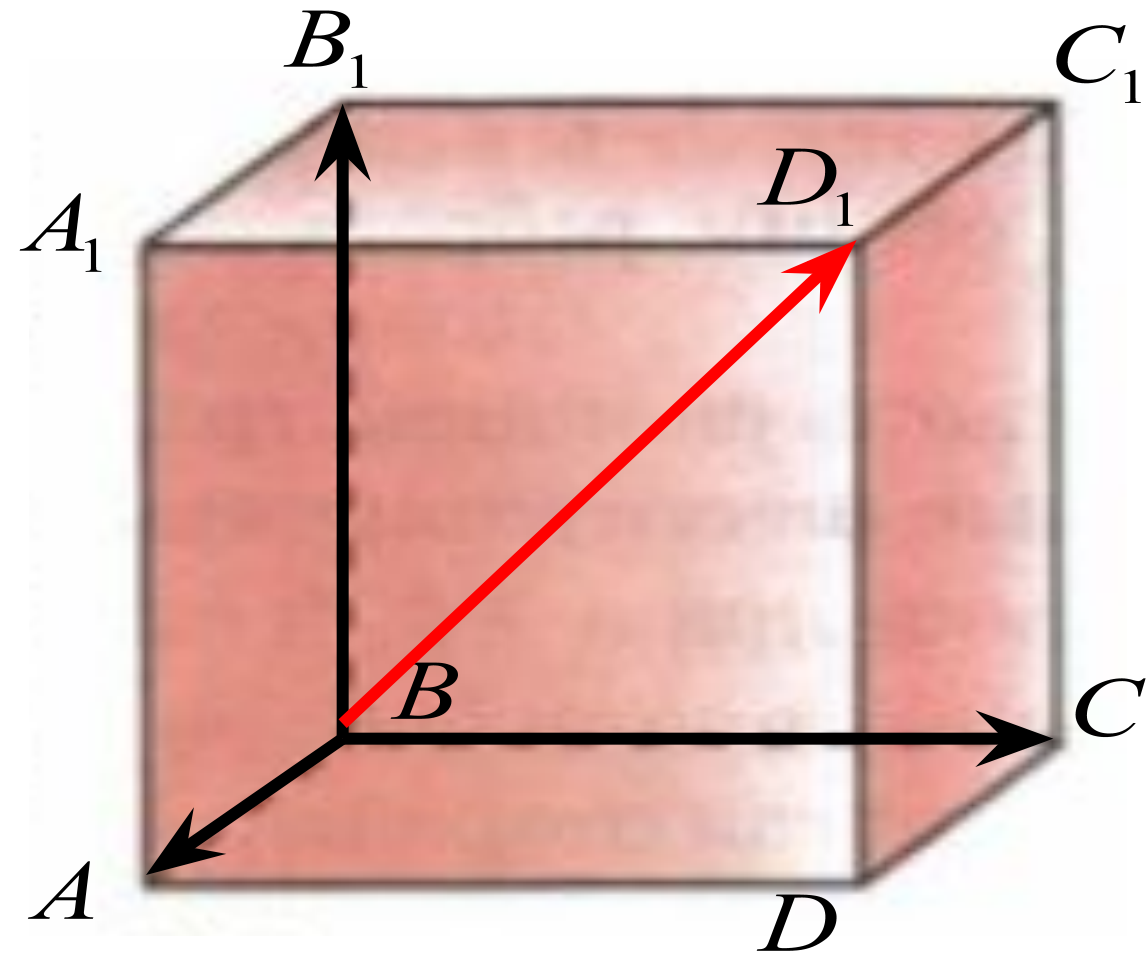
**Стр.95, №359**

***Прочитайте задачу.  
Что нужно сделать в задаче?  
Выполните чертеж.***



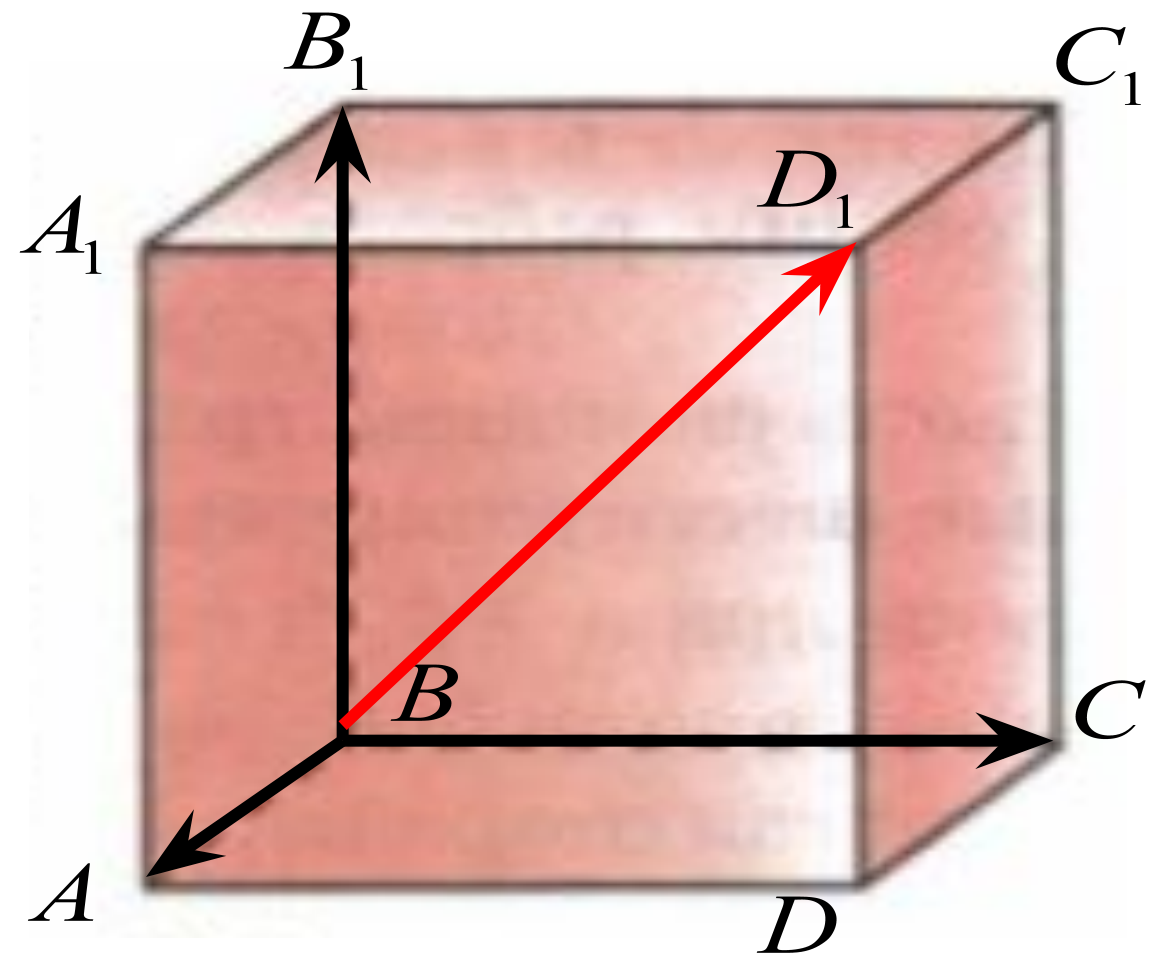


**Сmp.95, №359(a)**



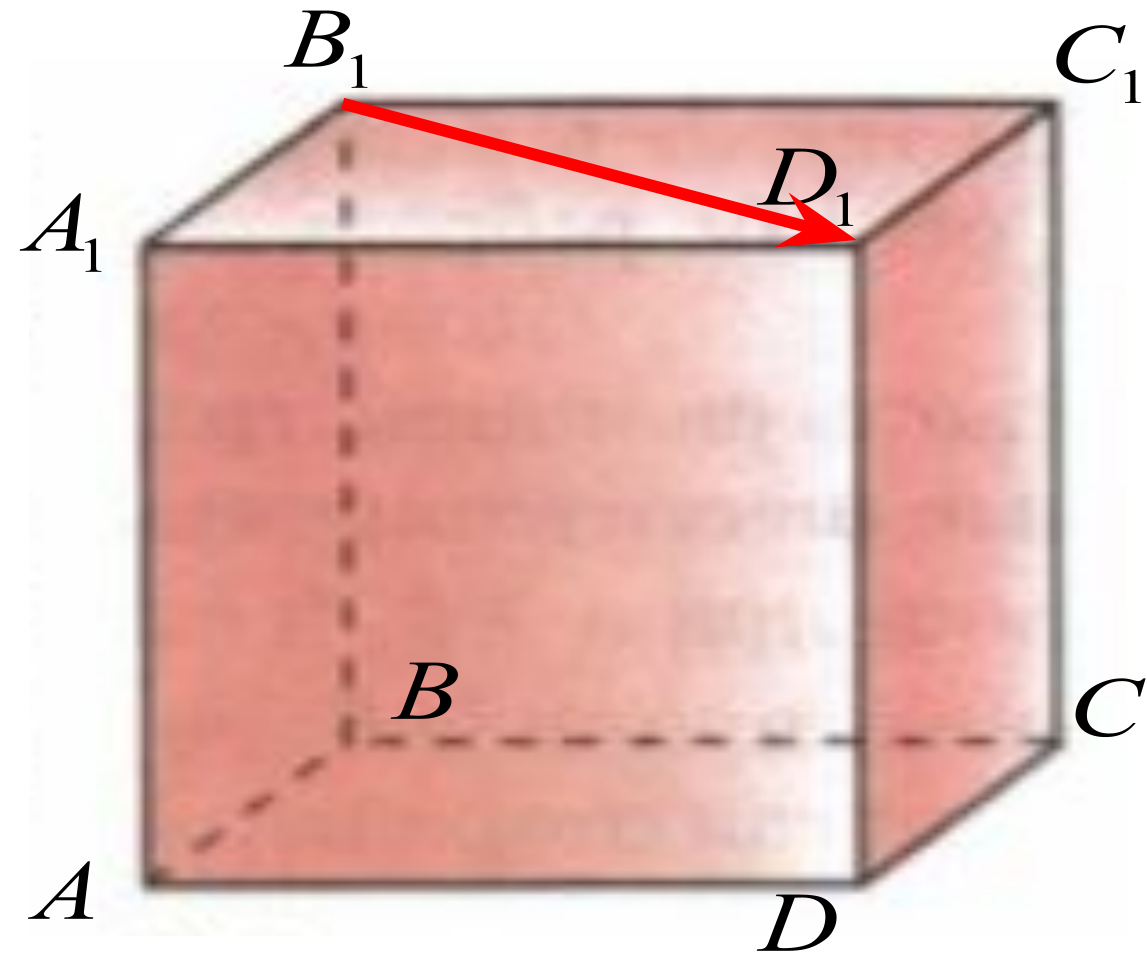
a)  $\overline{BD_1} = \dots$

**Сmp.95, №359(a)**



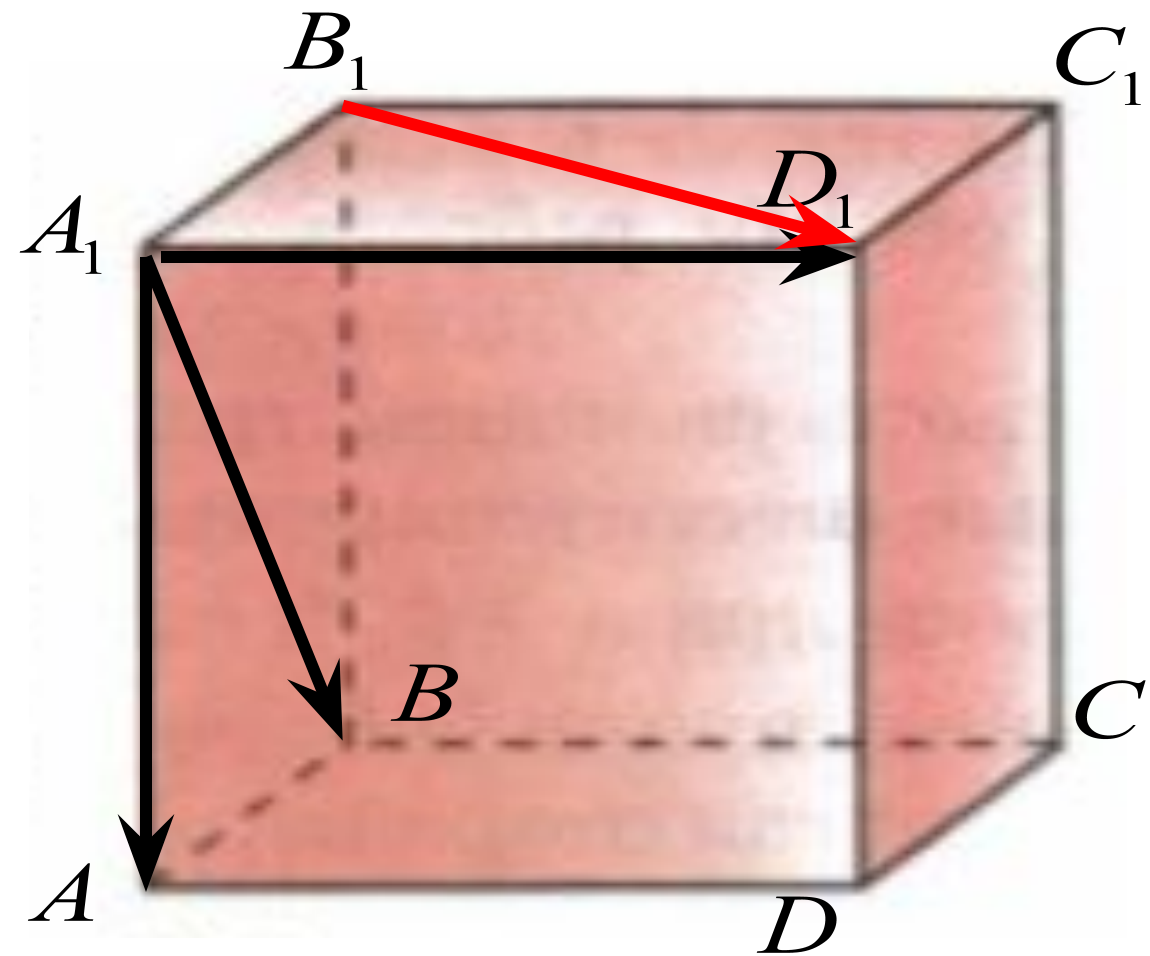
$$a) \vec{BD_1} = \vec{BC} + \vec{BB_1} + \vec{BA}$$

**Сmp.95, №359(б)**



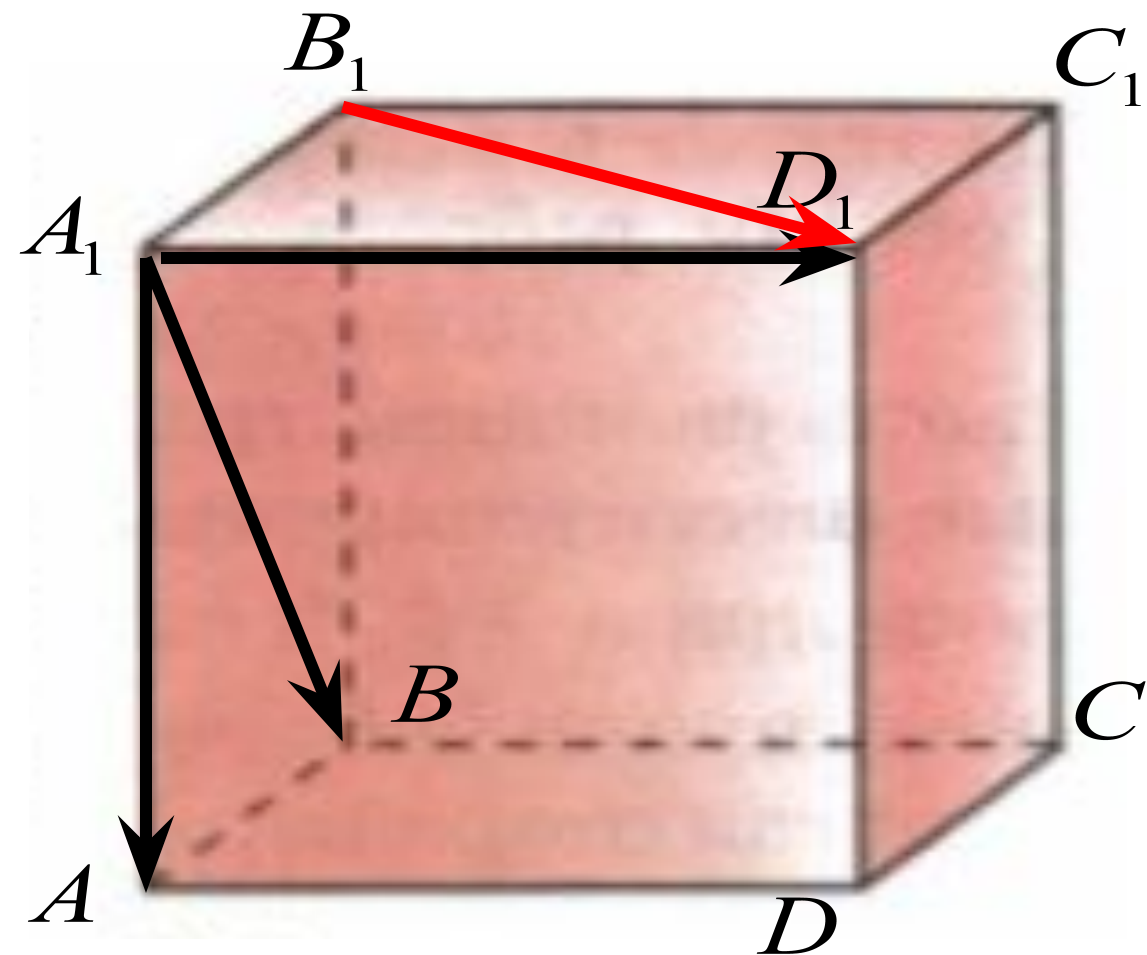
$$\text{б) } \overline{B_1 D_1} = \dots$$

**Сmp.95, №359(б)**



б)  $\overline{B_1 D_1} = \dots$

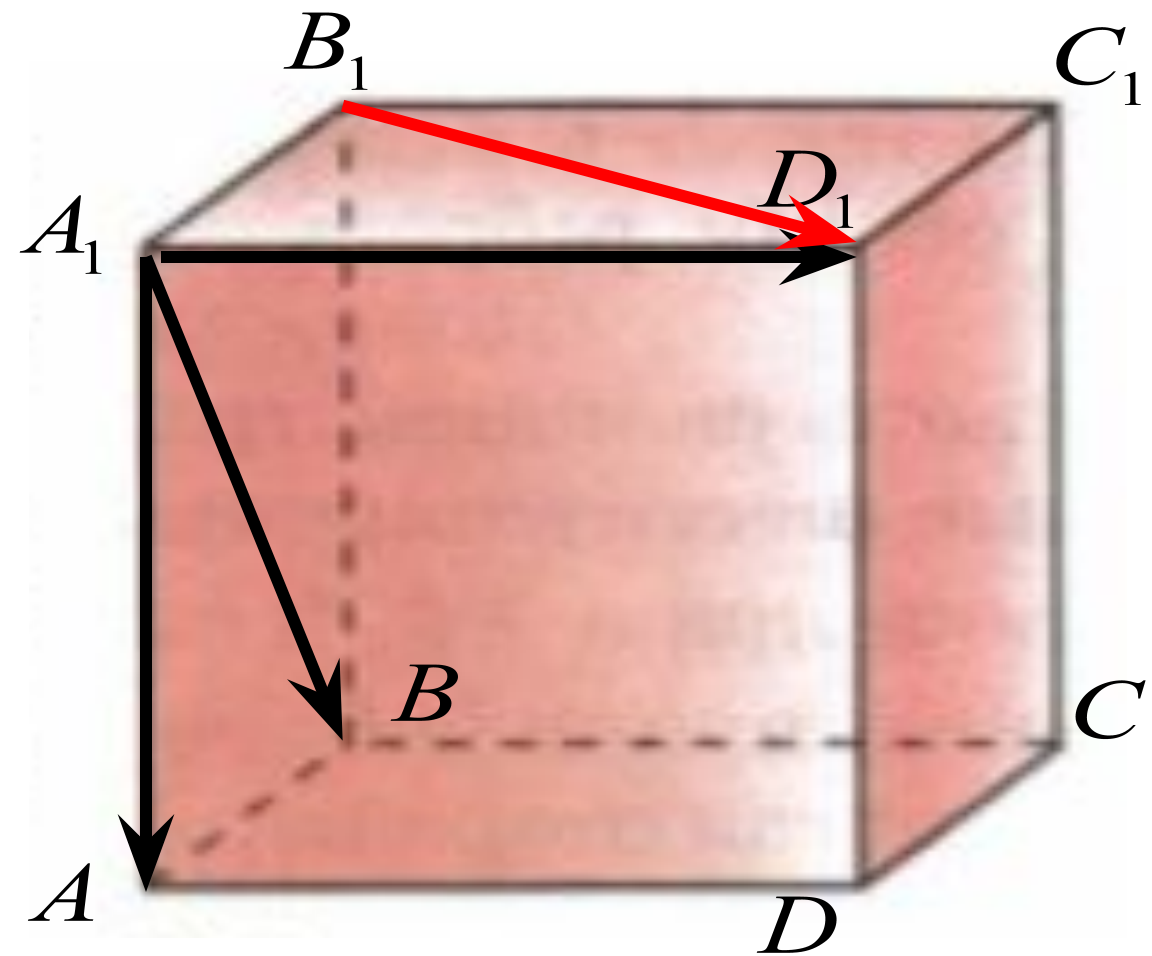
**Сmp.95, №359(б)**



$$б) \overline{B_1 D_1} = \dots$$

$$\overline{B_1 D_1} = \overline{A_1 D_1} - \overline{A_1 B_1}$$

**Сmp.95, №359(6)**

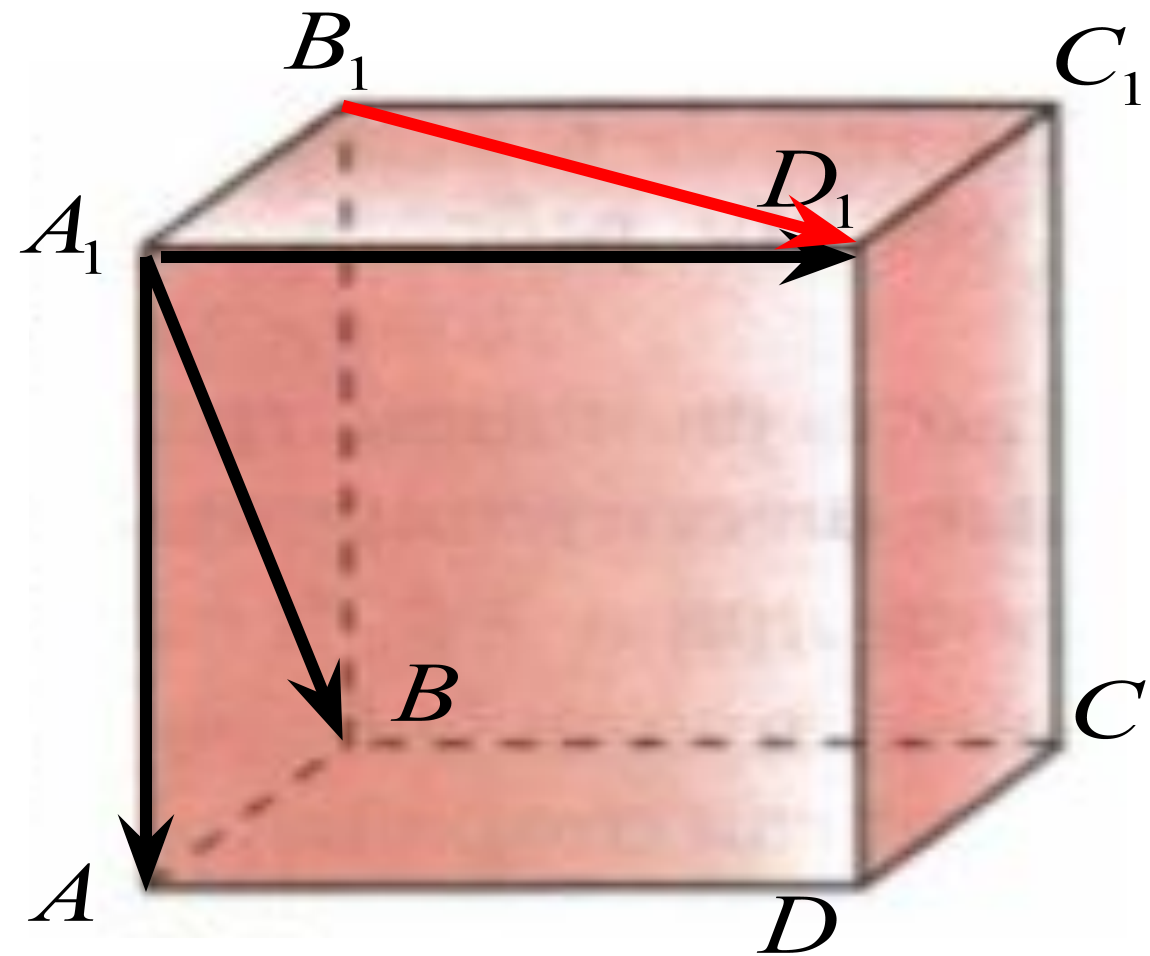


$$\text{б) } \overline{B_1 D_1} = \dots$$

$$\overline{B_1 D_1} = \overline{A_1 D_1} - \overline{A_1 B_1}$$

$$\overline{A_1 B_1} = \overline{AB}$$

**Сmp. 95, №359(6)**



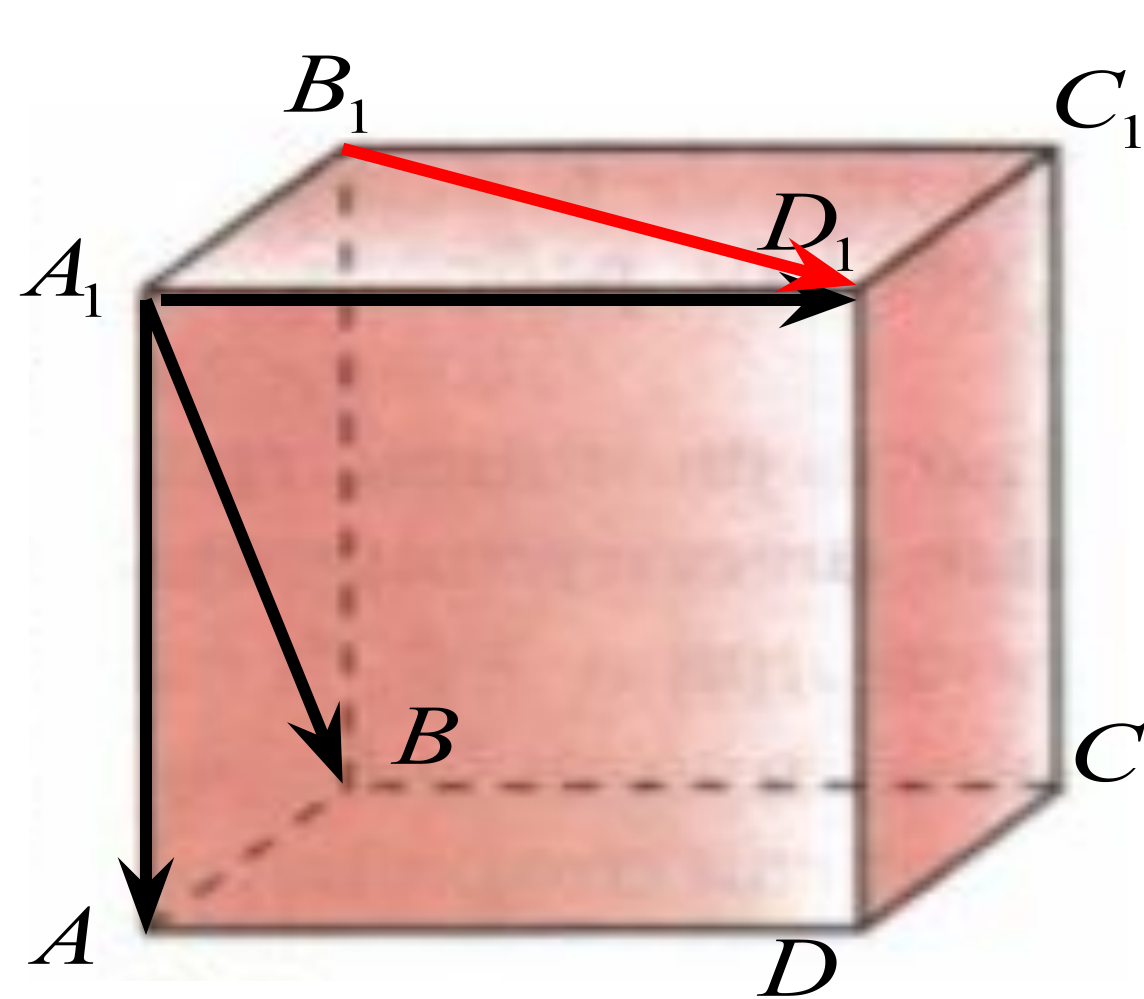
$$\text{б) } \overset{\sphericalangle}{B_1 D_1} = \dots$$

$$\overset{\sphericalangle}{B_1 D_1} = \overset{\sphericalangle}{A_1 D_1} - \overset{\sphericalangle}{A_1 B_1}$$

$$\overset{\sphericalangle}{A_1 B_1} = \overset{\sphericalangle}{AB}$$

$$\overset{\sphericalangle}{AB} = \overset{\sphericalangle}{A_1 B} - \overset{\sphericalangle}{A_1 A}$$

**Сmp.95, №359(6)**



$$\text{б) } \overline{B_1 D_1} = \dots$$

$$\overline{B_1 D_1} = \overline{A_1 D_1} - \overline{A_1 B_1}$$

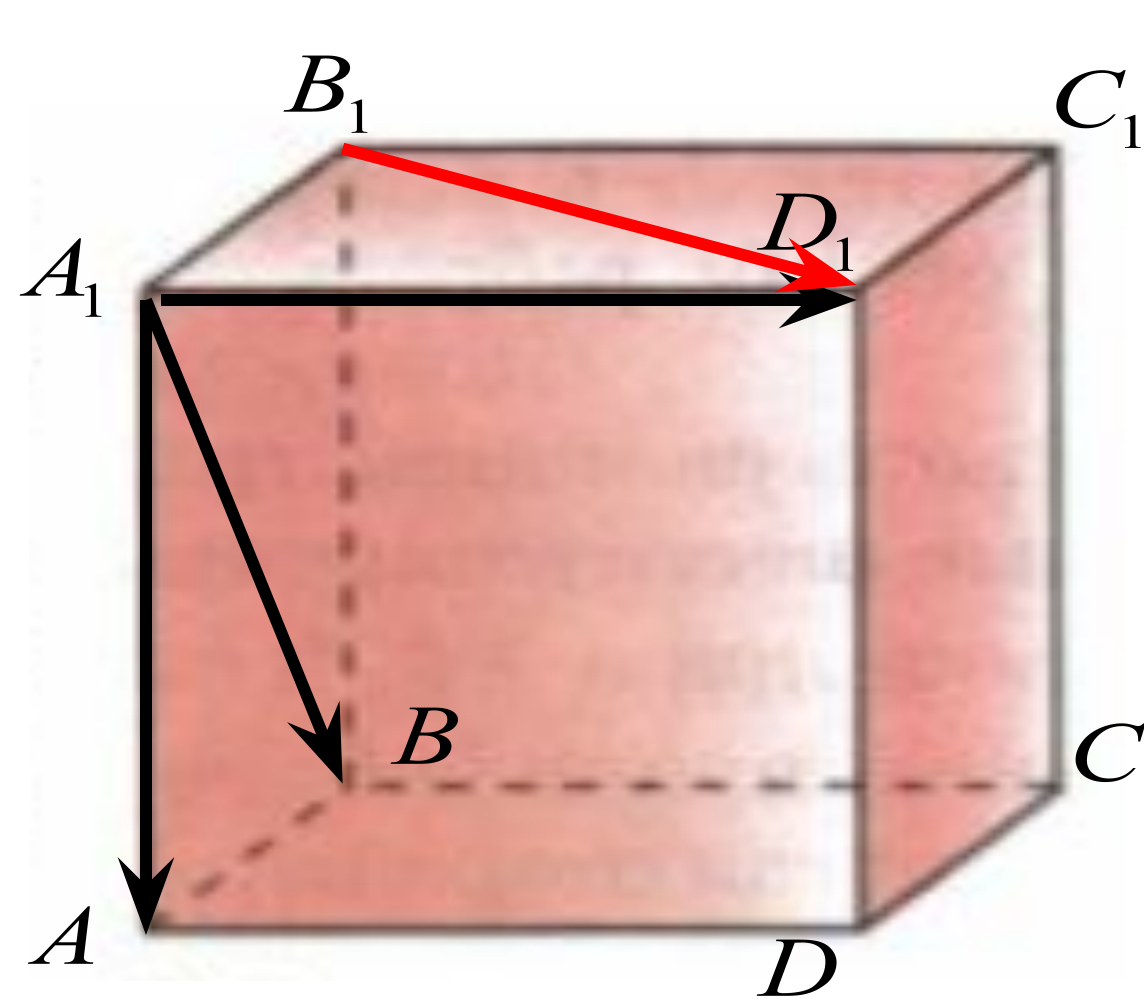
$$\overline{A_1 B_1} = \overline{AB}$$

$$\overline{AB} = \overline{A_1 B} - \overline{A_1 A}$$

$$\overline{B_1 D_1} = \overline{A_1 D_1} - (\overline{A_1 B} - \overline{A_1 A})$$



**Смп. 95, №359(6)**



$$C_1 \quad \overline{\overline{B_1 D_1}} = \dots$$

$$\overline{\overline{B_1 D_1}} = \overline{\overline{A_1 D_1}} - \overline{\overline{A_1 B_1}}$$

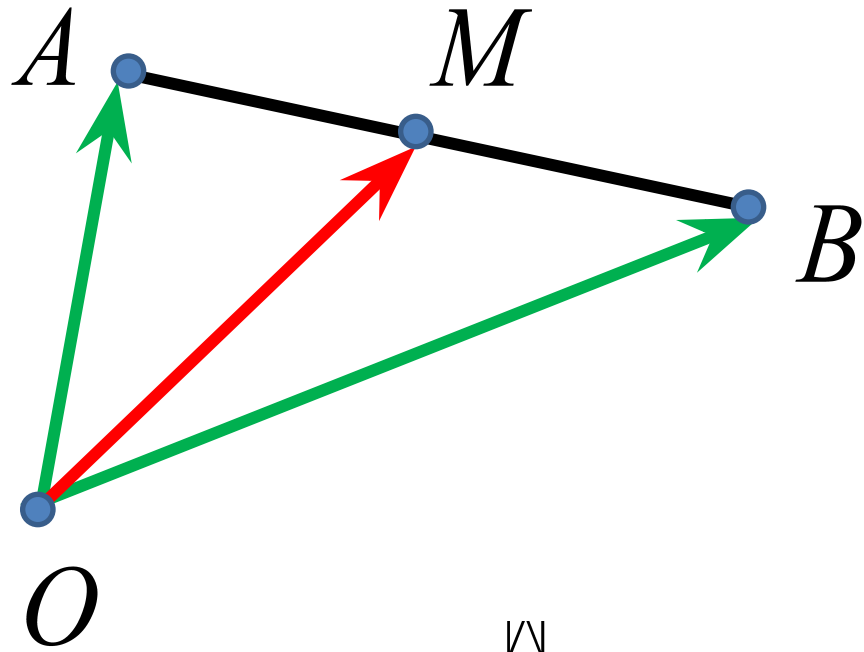
$$\overline{\overline{A_1 B_1}} = \overline{\overline{AB}}$$

$$\overline{\overline{AB}} = \overline{\overline{A_1 B}} - \overline{\overline{A_1 A}}$$

$$\overline{\overline{B_1 D_1}} = \overline{\overline{A_1 D_1}} - (\overline{\overline{A_1 B}} - \overline{\overline{A_1 A}}) = \overline{\overline{A_1 D_1}} - \overline{\overline{A_1 B}} + \overline{\overline{A_1 A}}$$

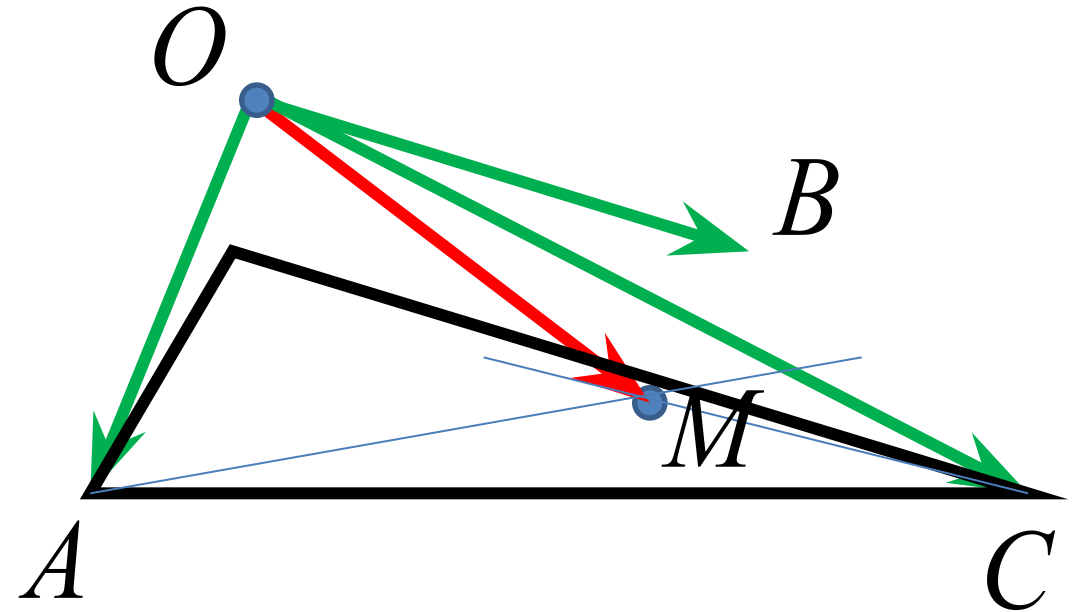
# Некоторые важные выводы:

***М- середина  
отрезка АВ***



$$OM = \frac{OA + OB}{2}$$

***М- точка пересечения  
медиан ΔABC***

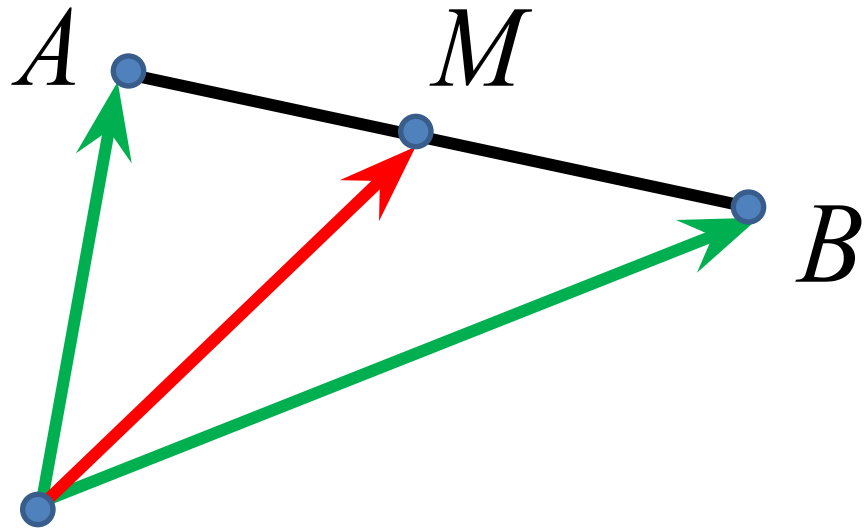


$$OM = \frac{OA + OB + OC}{3}$$

**О – произвольная точка**

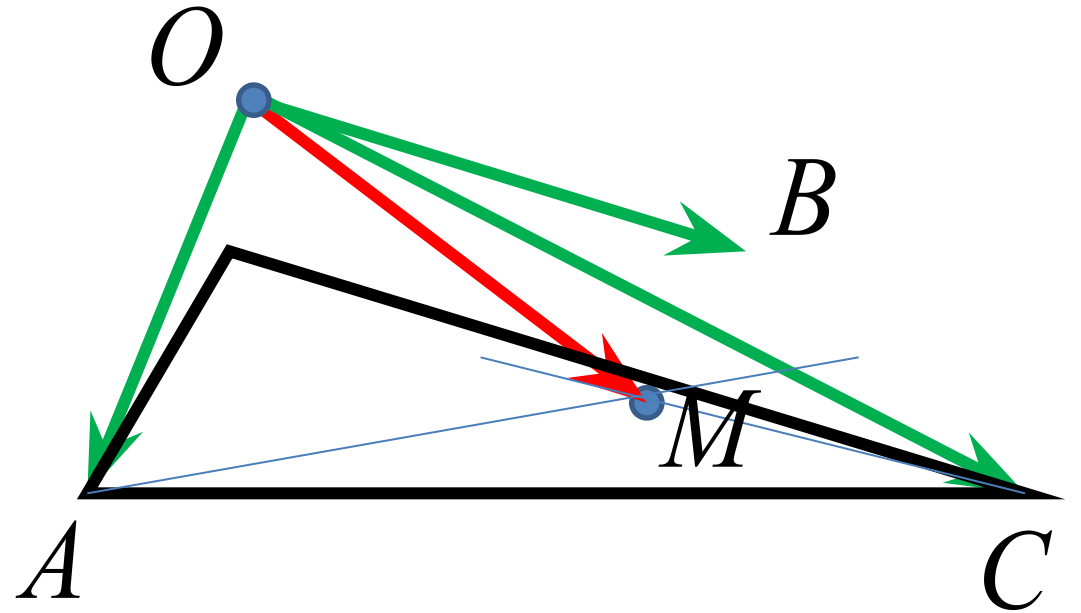
## Некоторые важные выводы:

***$M$ - середина  
отрезка  $AB$***



$$\vec{OM} = \frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OB})$$

***$M$ - точка пересечения  
медиан  $\triangle ABC$***

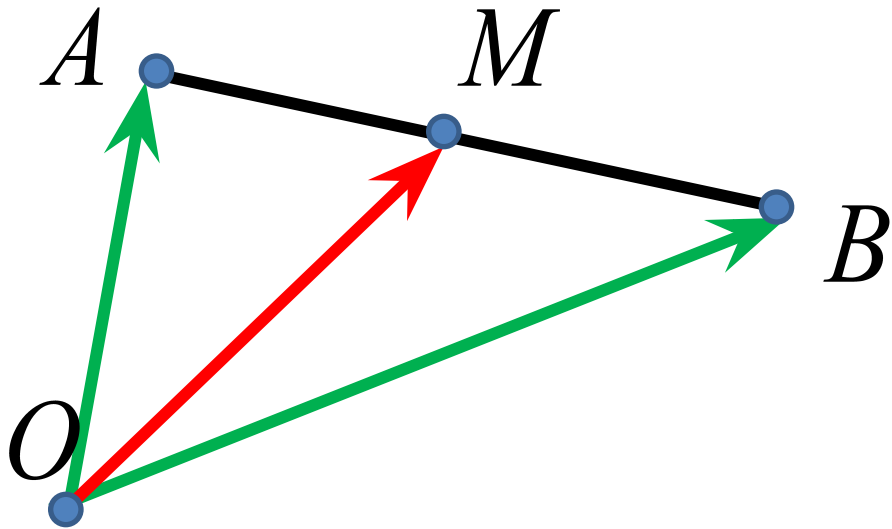


$$\vec{OM} = \dots$$

**$O$  – произвольная точка**

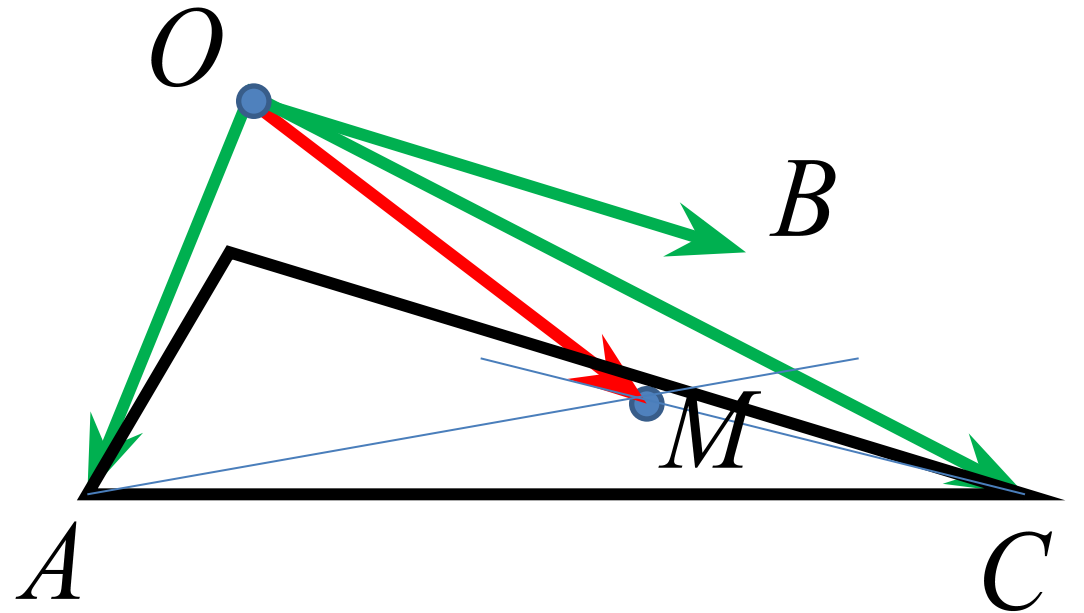
## Некоторые важные выводы:

***M***- середина  
отрезка ***AB***



$$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$$

***M***- точка пересечения  
медиан  $\triangle ABC$

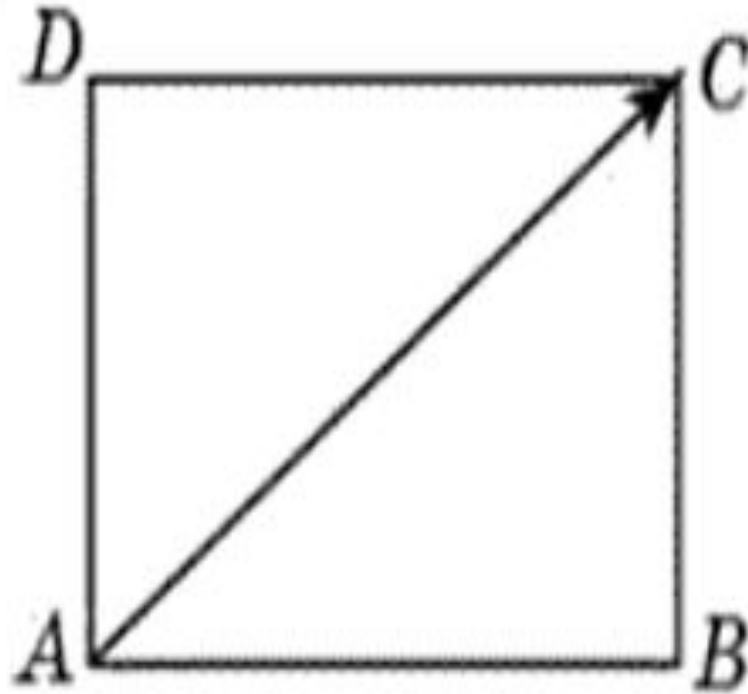


$$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$$

***O*** – произвольная точка

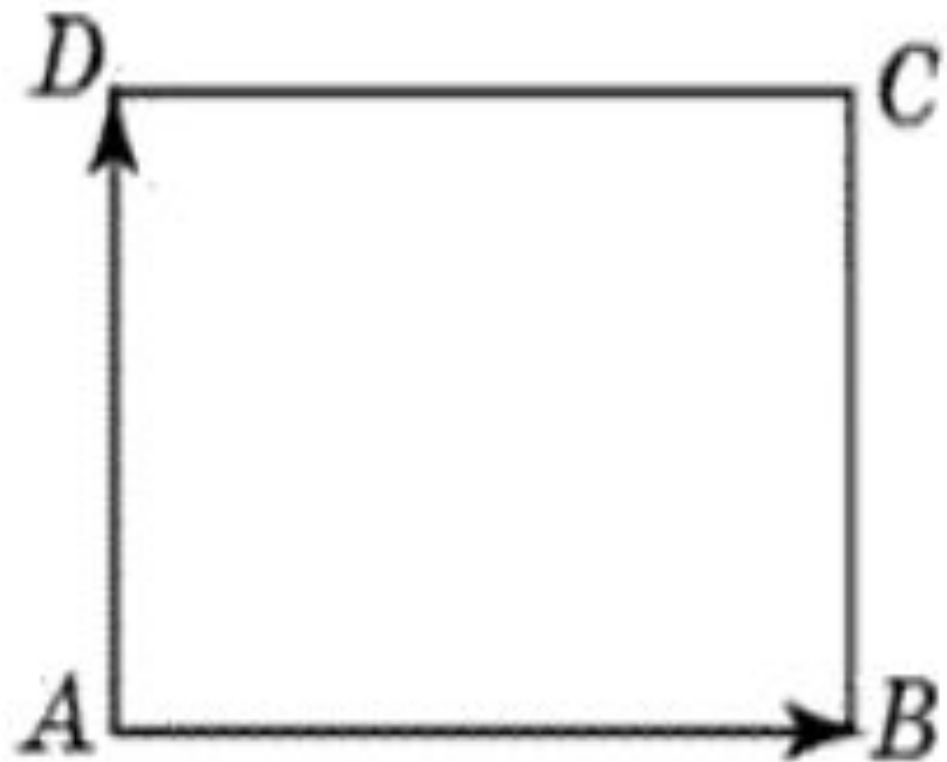
## Решаем задачи из открытого банка ЕГЭ

27707. Две стороны прямоугольника  $ABCD$  равны 6 и 8. Найдите длину вектора  $\vec{AC}$ . Ответ: 10.

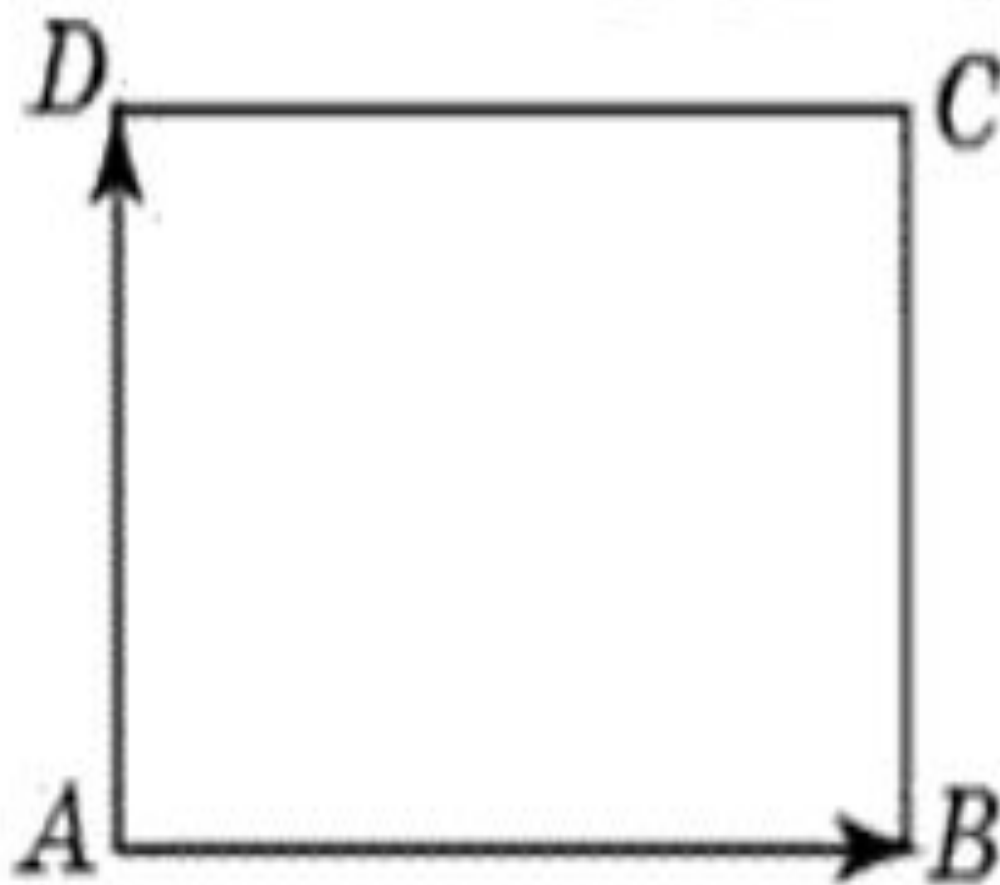


## Решаем задачи из открытого банка ЕГЭ

27708. Две стороны прямоугольника  $ABCD$  равны 6 и 8. Найдите длину суммы векторов  $\vec{AB}$  и  $\vec{AD}$ . Ответ: 10.

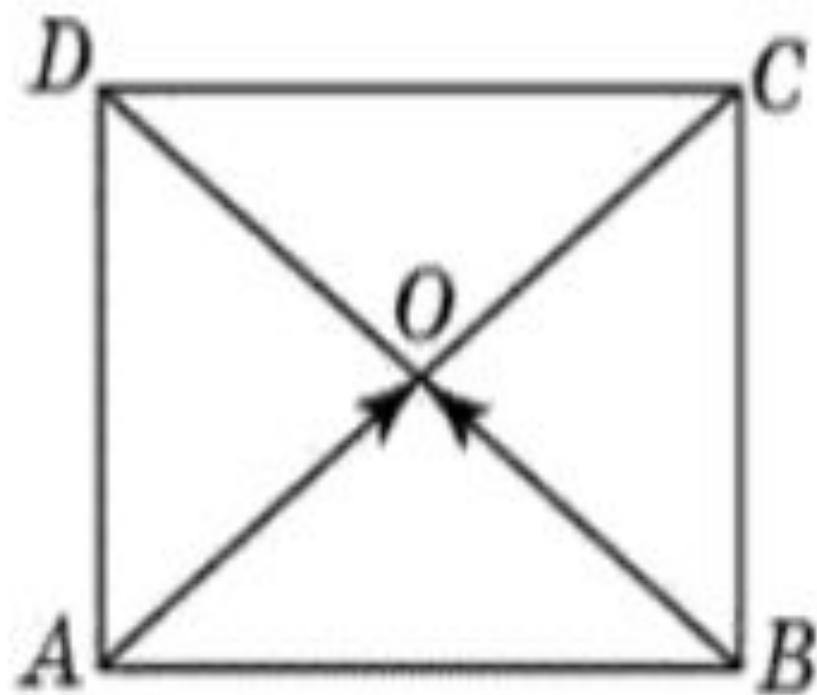


27709. Две стороны прямоугольника  $ABCD$  равны 6 и 8. Найдите длину разности векторов  $\vec{AB}$  и  $\vec{AD}$ . Ответ: 10.



27711. Две стороны прямоугольника  $ABCD$  равны 6 и 8. Диагонали пересекаются в точке  $O$ . Найдите длину суммы векторов  $\vec{AO}$  и  $\vec{BO}$ .

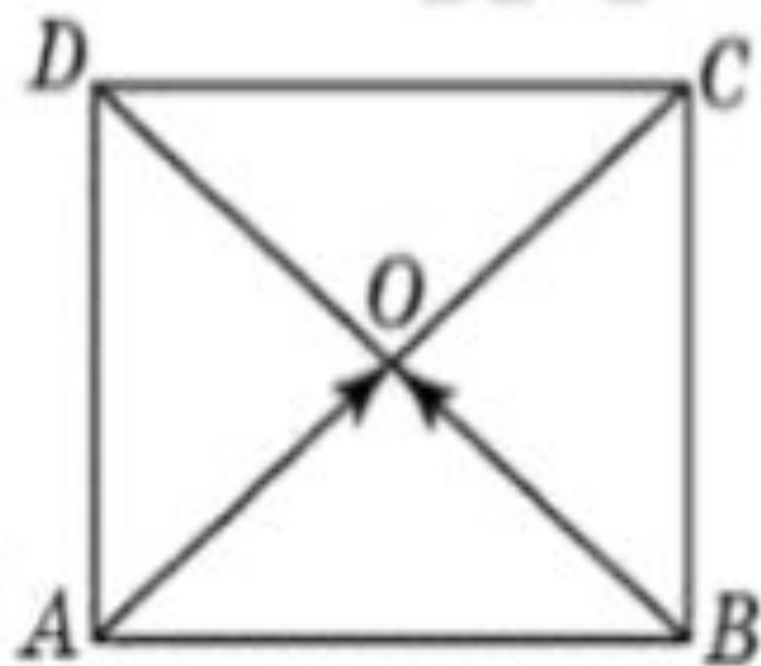
Ответ: 6.





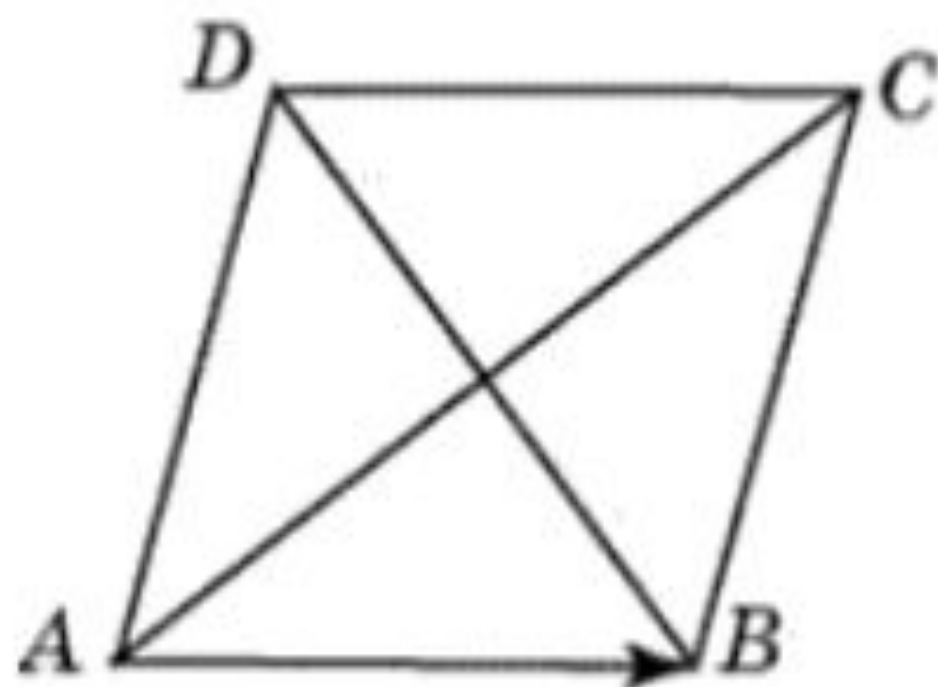
27712. Две стороны прямоугольника  $ABCD$  равны 6 и 8. Диагонали пересекаются в точке  $O$ . Найдите длину разности векторов  $\vec{AO}$  и  $\vec{BO}$ .

Ответ: 8.

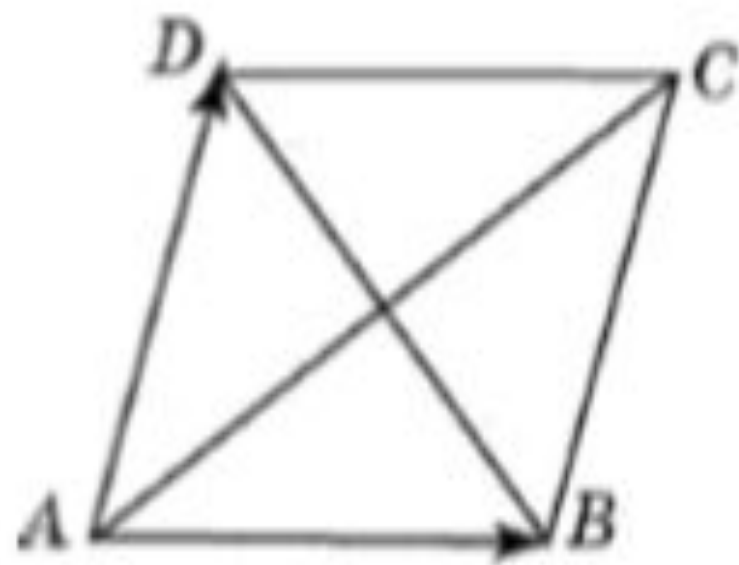


27713. Диагонали ромба  $ABCD$  равны 12 и 16. Найдите длину вектора  $\vec{AB}$ .

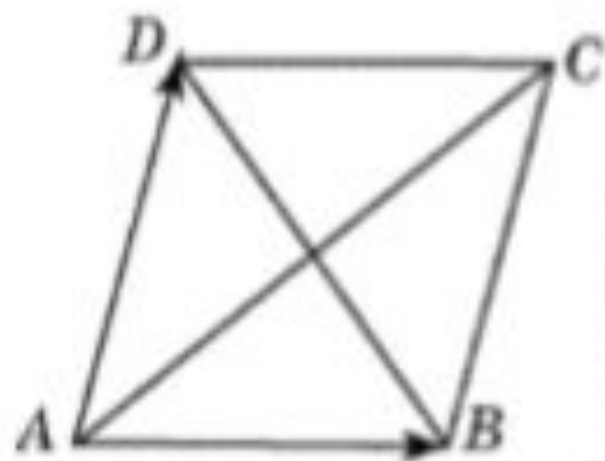
Ответ: 10.



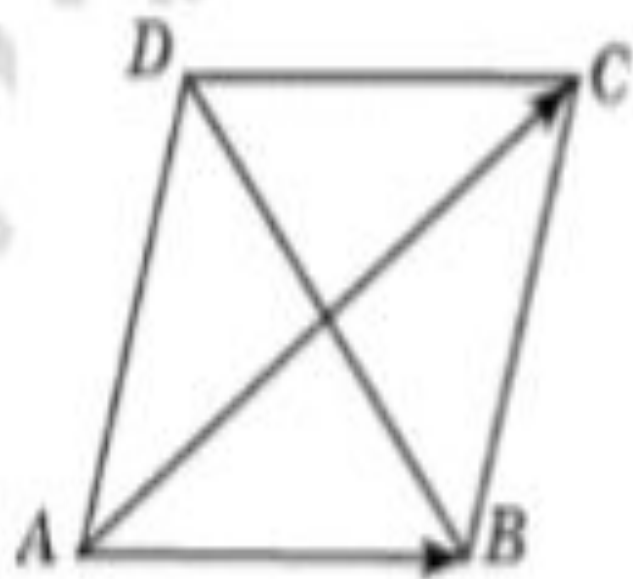
27714. Диагонали ромба  $ABCD$  равны 12 и 16. Найдите длину вектора  $\vec{AB} + \vec{AD}$ . Ответ: 16.



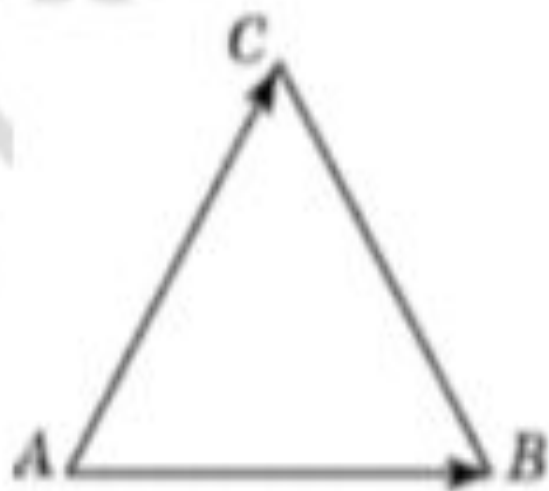
27715. Диагонали ромба  $ABCD$  равны 12 и 16. Найдите длину вектора  $\vec{AB} - \vec{AD}$ . Ответ: 12.



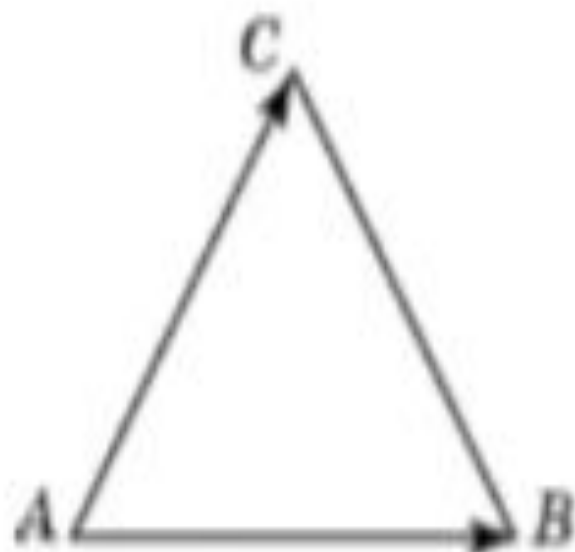
27716. Диагонали ромба  $ABCD$  равны 12 и 16. Найдите длину вектора  $\vec{AB} - \vec{AC}$ . Ответ: 10.



27720. Стороны правильного треугольника  $ABC$  равны  $2\sqrt{3}$ . Найдите длину вектора  $\vec{AB} + \vec{AC}$ . Ответ: 6.



27721. Стороны правильного треугольника  $ABC$  равны 3. Найдите длину вектора  $\vec{AB} - \vec{AC}$ . Ответ: 3.



## **Оцените усвоение материала в классе**

**«5»-** все было понятно и задания выполнялись без особого труда;

**«4»** – были трудные моменты, осталось еще раз разобрат задания, чтобы не было проблем в будущем;

**«3»-** остались непонятными некоторые задания из-за пробелов в знаниях. Следует поработать **индивидуально**.



**Д.Р №2 на 20.09.18**

**1. Теория. Глава IV, §2,3.**

**Разобрать п.42-44, стр. 89-93.**

**Выучить** выделенные в тексте учебника формулировки.

**Вопросы к главе на стр.98.( к зачету)**

**2. Практика. №№ 358, 379.**

**Выполните задания из РТ**

102

Точка  $M$  — середина ребра  $BC$  правильного тетраэдра  $DABC$ .

а) Началом каких ненулевых векторов, изображенных на рисунке, служит точка  $A$ ?

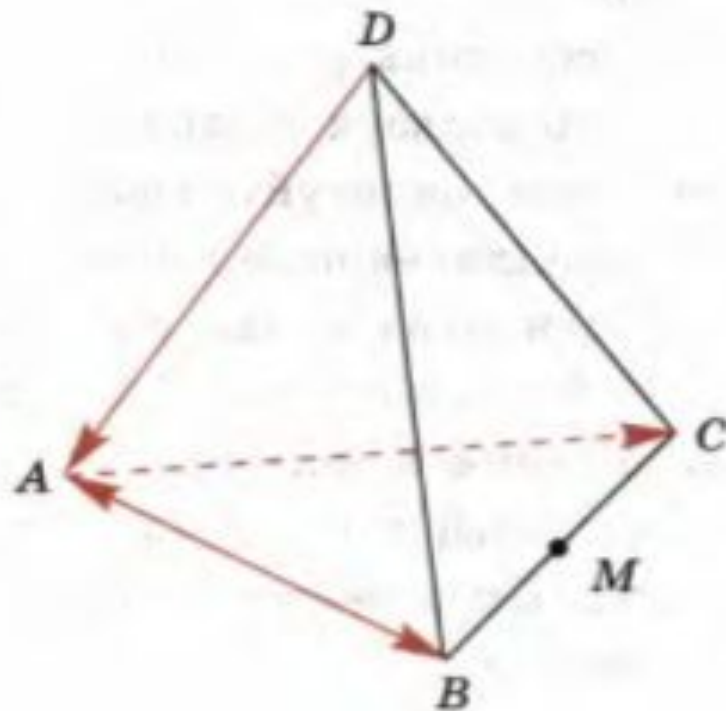
б) Концом каких данных ненулевых векторов служит точка  $A$ ?

в) Как называется и обозначается вектор с концом и началом в точке  $C$ ?

г) Нарисуйте цветным карандашом векторы  $\vec{MC}$ ,  $\vec{MB}$ ,  $\vec{AM}$ .

д) Найдите длины векторов  $\vec{AB}$ ,  $\vec{AC}$ ,  $\vec{MC}$ ,  $\vec{MB}$ ,  $\vec{AM}$ , если  $|\vec{DA}| = 2$ .

Ответ. а)  $\vec{AB}$ , \_\_\_\_\_; б) \_\_\_\_\_; в) вектор с началом и \_\_\_\_\_ в точке  $C$  называется \_\_\_\_\_ и обозначается \_\_\_\_\_ или \_\_\_\_\_; д)  $|\vec{AB}| = \underline{\hspace{1cm}}$ ,  $|\underline{\hspace{1cm}}| = \underline{\hspace{1cm}}$ , \_\_\_\_\_



# Задания из РТ

119

Докажите следующее утверждение:

Если точка  $M$  — середина отрезка  $AB$  и точка  $O$  — произвольная точка пространства, то  $\vec{OM} = \frac{1}{2} \vec{OA} + \frac{1}{2} \vec{OB}$ .

Доказательство. Так как точка  $M$  — \_\_\_\_\_ отрезка  $AB$ , то векторы  $\vec{AM}$  и  $\vec{BM}$  \_\_\_\_\_, т. е.  $\vec{AM} = -$  \_\_\_\_\_, и, значит,  $\vec{AM} + \vec{BM} =$  \_\_\_\_\_.

Для точек  $A$ ,  $M$  и произвольной точки  $O$  по правилу треугольника получаем:

$$\vec{OM} = \vec{OA} + \text{_____}, \quad (1)$$

а для точек  $B$ ,  $M$  и  $O$  получаем:

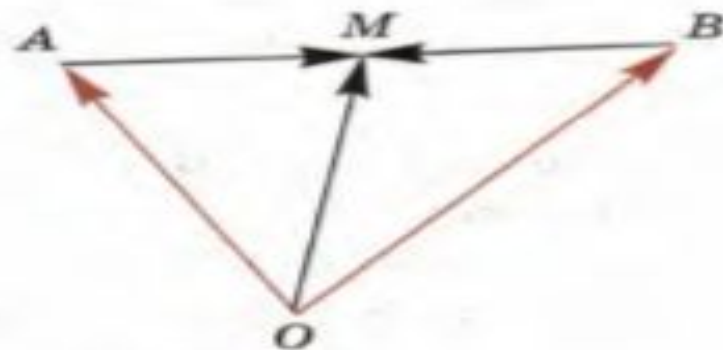
$$\vec{OM} = \text{_____} + \vec{BM}. \quad (2)$$

Сложим равенства (1) и (2):

$$\vec{OM} + \text{_____} = \vec{OA} + \text{_____} + \vec{OB} + \text{_____}.$$

$$\text{Отсюда следует: } 2\vec{OM} = \vec{OA} + \text{_____} + \vec{AM} + \vec{BM} = \text{_____} + \vec{OB} + \vec{0}.$$

Итак,  $2\vec{OM} = \text{_____} + \text{_____}$ , поэтому  $\vec{OM} = \text{_____}$ , что и требовалось доказать.



# Задания из РТ

122

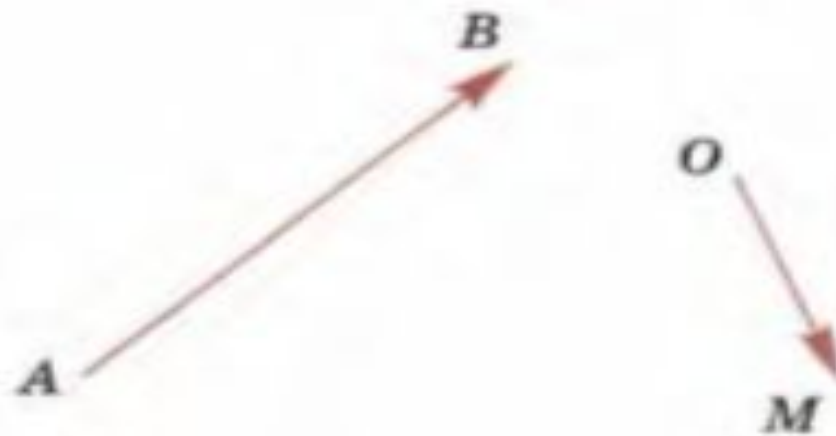
Докажите, что компланарны:

а) любые два вектора;

б) любые три вектора, два из которых коллинеарны.

Доказательство.

а) Векторы называются компланарными, если при \_\_\_\_\_ их от одной и той же \_\_\_\_\_ они будут лежать в \_\_\_\_\_ плоскости. Рассмотрим два произвольных вектора  $\vec{AB}$  и  $\vec{OM}$ . От любой точки пространства \_\_\_\_\_ отложить вектор, равный данному \_\_\_\_\_ . Отложим от точки  $A$  вектор  $\vec{AH}$ , равный \_\_\_\_\_  $\vec{OM}$



# Задания из РТ

(выполните построение). Через любые три точки проходит \_\_\_\_\_, следовательно, векторы  $\vec{AH}$  и \_\_\_\_\_ лежат в одной \_\_\_\_\_, поэтому векторы  $\vec{OM}$  и  $\vec{AB}$  \_\_\_\_\_, что и требовалось доказать.

б) Рассмотрим векторы  $\vec{AB}$ ,  $\vec{CE}$  и  $\vec{OM}$ , два из которых, например  $\vec{AB}$  и  $\vec{CE}$ , коллинеарны. Отложим от точки  $A$  вектор  $\vec{AH}$ , равный \_\_\_\_\_  $\vec{OM}$ , и вектор  $\vec{AK}$ , равный вектору \_\_\_\_\_ (выполните построение). Так как  $AK \parallel AB$ , то точка  $K$  \_\_\_\_\_ на прямой  $AB$ . Через прямую  $AB$  и точку  $H$  проходит \_\_\_\_\_. Векторы  $\vec{AB}$ ,  $\vec{AK}$  и  $\vec{AM}$  \_\_\_\_\_ в этой плоскости. Следовательно, данные векторы  $\vec{AB}$ , \_\_\_\_\_ и  $\vec{OM}$  \_\_\_\_\_, что и требовалось доказать.



**Справочный материал по математике**  
**(для подготовки к ЕГЭ)**

**«Сборник формул»**

**Составитель:**  
**Андрюшенко Татьяна Яковлевна**