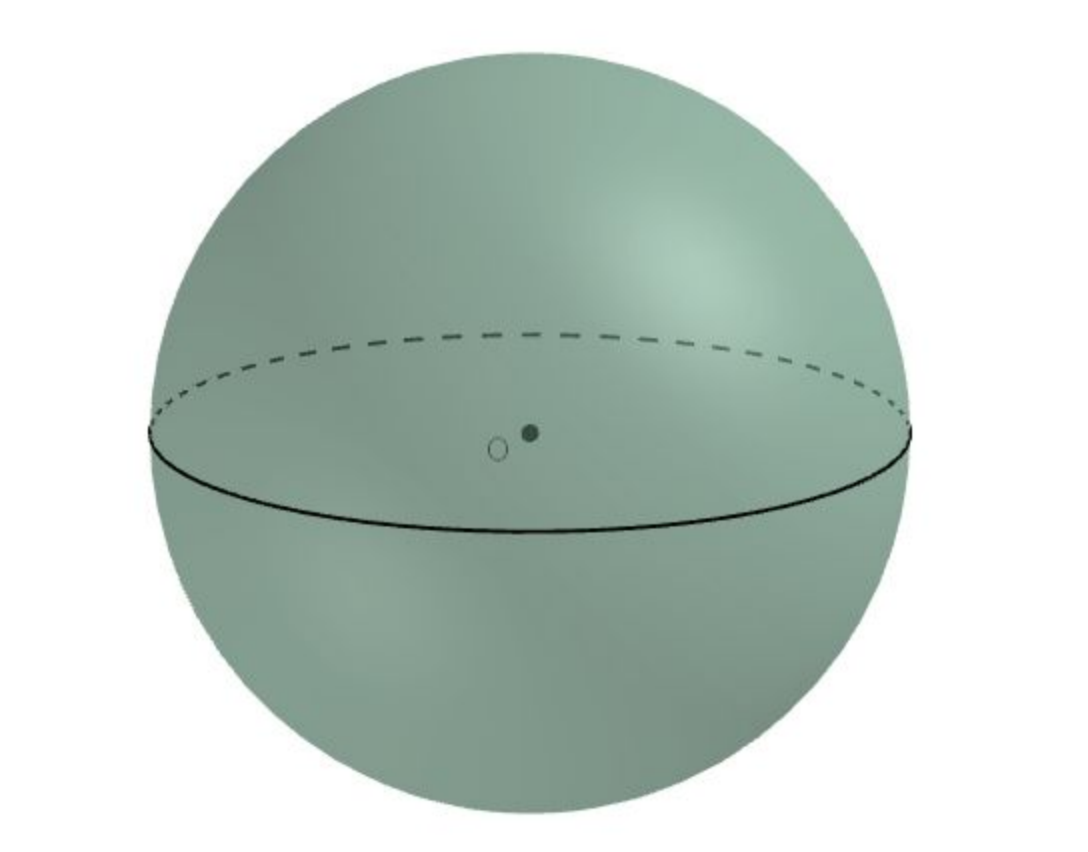
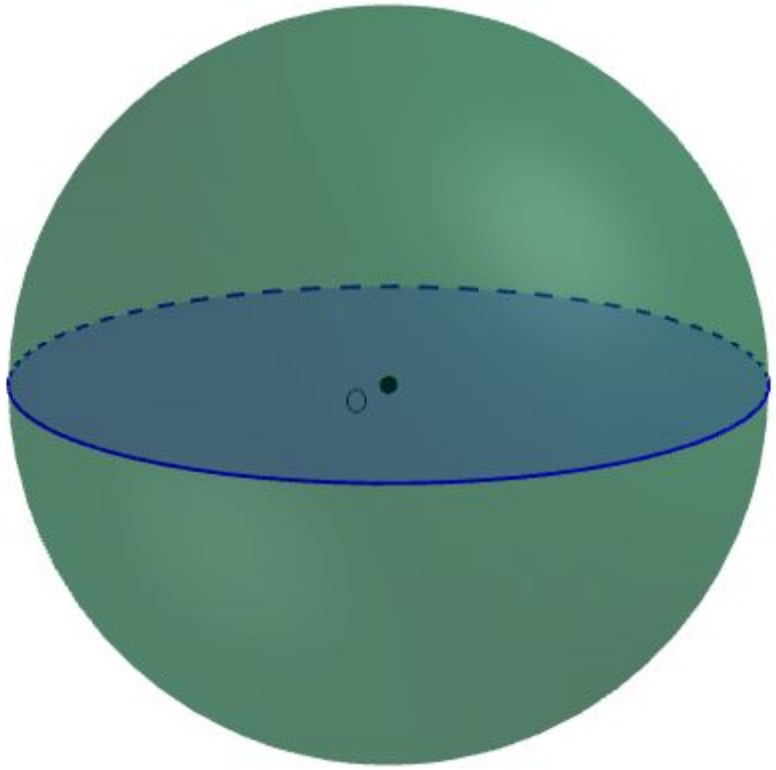


Шар

Площадь большого круга шара равна 3. Найдите площадь поверхности шара

Решение:

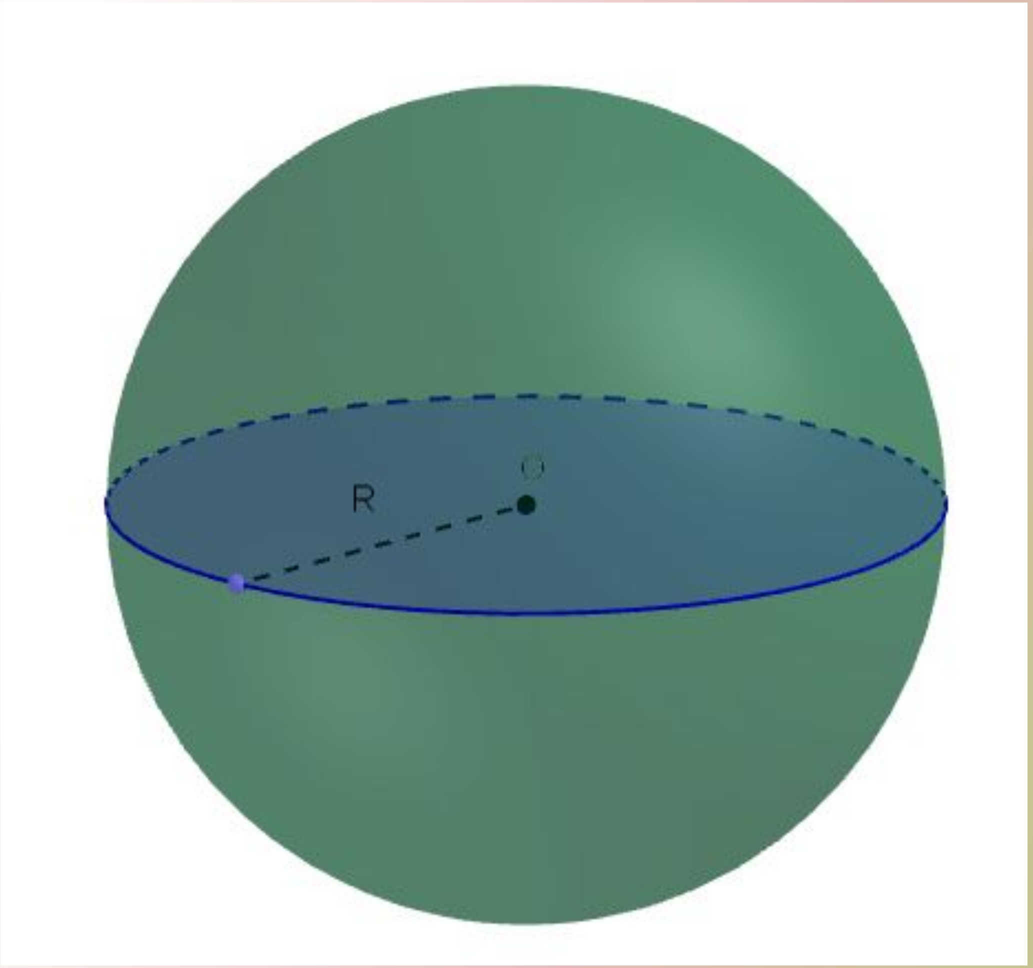


Радиус большого круга является радиусом шара. Площадь круга выражается через радиус $S_{\text{кр}} = \pi R^2$, а площадь поверхности сферы $S_{\text{ш}} = 4\pi R^2$. Видно, что площадь поверхности шара в 4 раза больше площади поверхности большого круга. Значит $S_{\text{ш}} = 4 \cdot 3 = 12$

Решите самостоятельно

1) **Площадь большого круга шара равна 41. Найдите площадь поверхности шара. Ответ: 164**
2) **Площадь большого круга шара равна 10. Найдите площадь поверхности шара. Ответ: 40**
3) **Площадь большого круга шара равна 26. Найдите площадь поверхности шара. Ответ: 104**

Во сколько раз увеличится площадь поверхности шара, если радиус шара увеличить в 2 раза?



Решение:

Площадь поверхности шара выражается через его радиус формулой $S_{ш} = 4\pi R^2$, поэтому при увеличении радиуса вдвое площадь увеличится в $2^2 = 4$ раза.

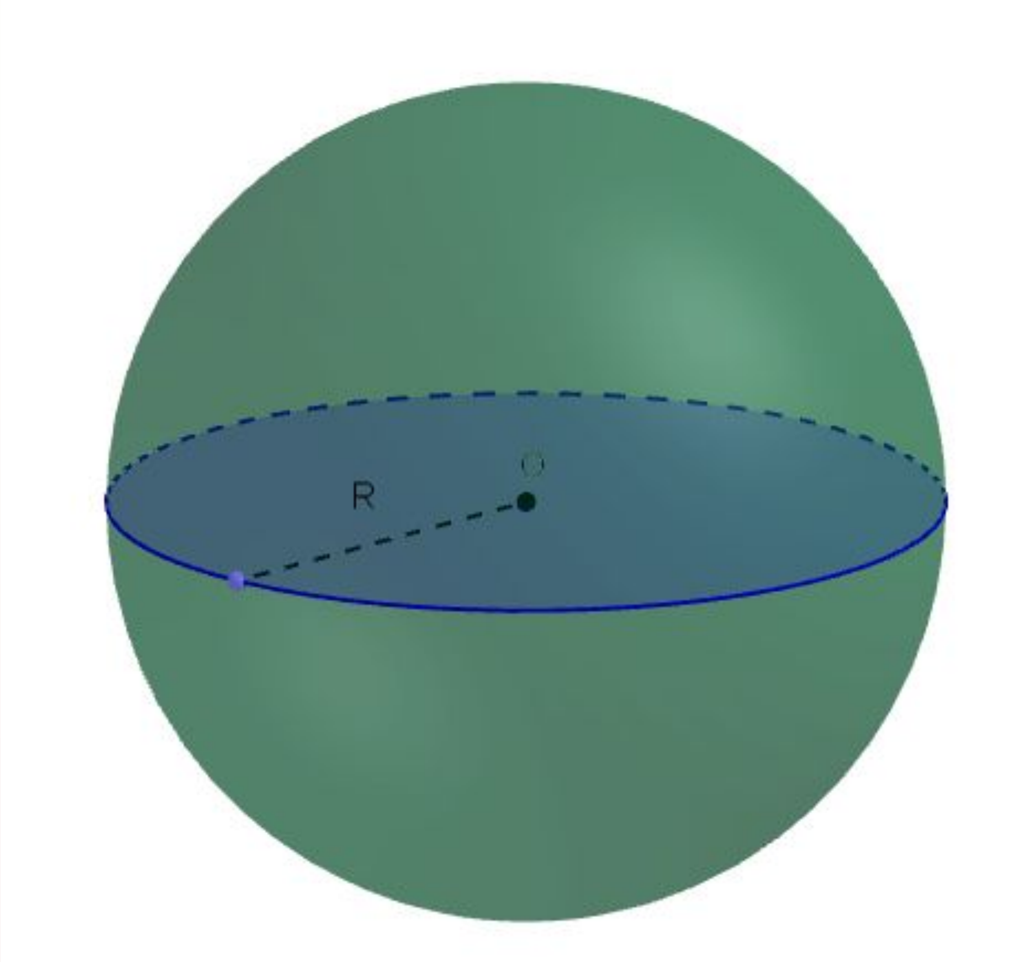
Решите самостоятельно

1) Во сколько раз увеличится площадь поверхности шара, если радиус шара увеличить в 45 раз?

Ответ: 2025

2) Во сколько раз увеличится площадь поверхности шара, если радиус шара увеличить в 16 раз? Ответ: 256
3) Во сколько раз увеличится площадь поверхности шара, если радиус шара увеличить в 1,5 раза? Ответ: 2,25

Во сколько раз увеличится объем шара, если его радиус увеличить в три раза?



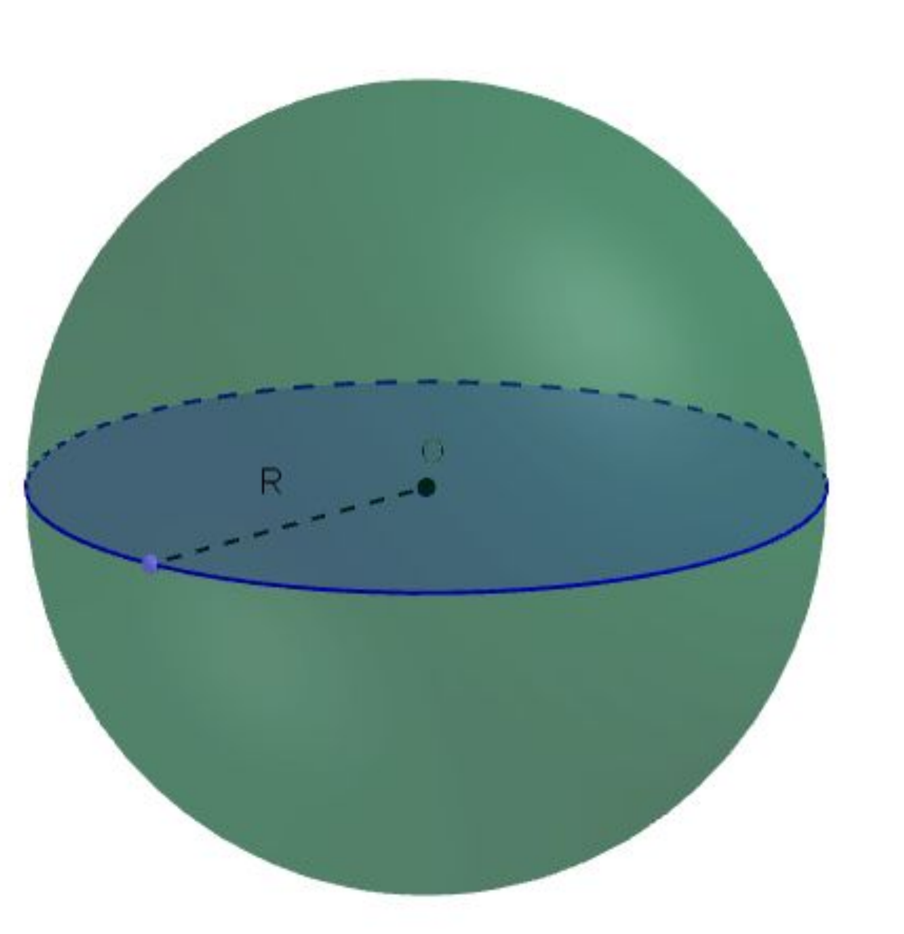
Решение:

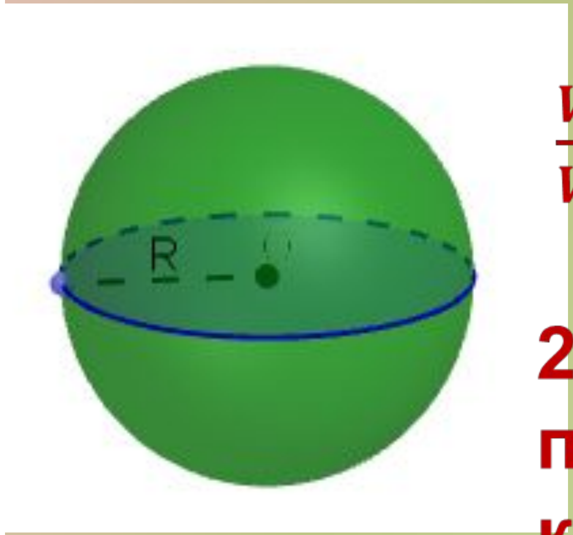
Т.к. объём шара вычисляется по формуле: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, поэтому при увеличении радиуса втрое объем увеличится в $3^3 = 27$ раз.

Решите самостоятельно

1) **Во сколько раз увеличится объем шара, если его радиус увеличить в 10 раз? Ответ: 1000**
2) **Во сколько раз увеличится объем шара, если его радиус увеличить в 4 раза? Ответ: 64**
3) **Во сколько раз увеличится объем шара, если его радиус увеличить в 15 раз? Ответ: 3375**

Объем одного шара в 27 раз больше объема второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?





Решение:

1) **Объемы шаров соотносятся как**

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{{R_1}^3}{{R_2}^3} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3 = 27 \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = 3$$

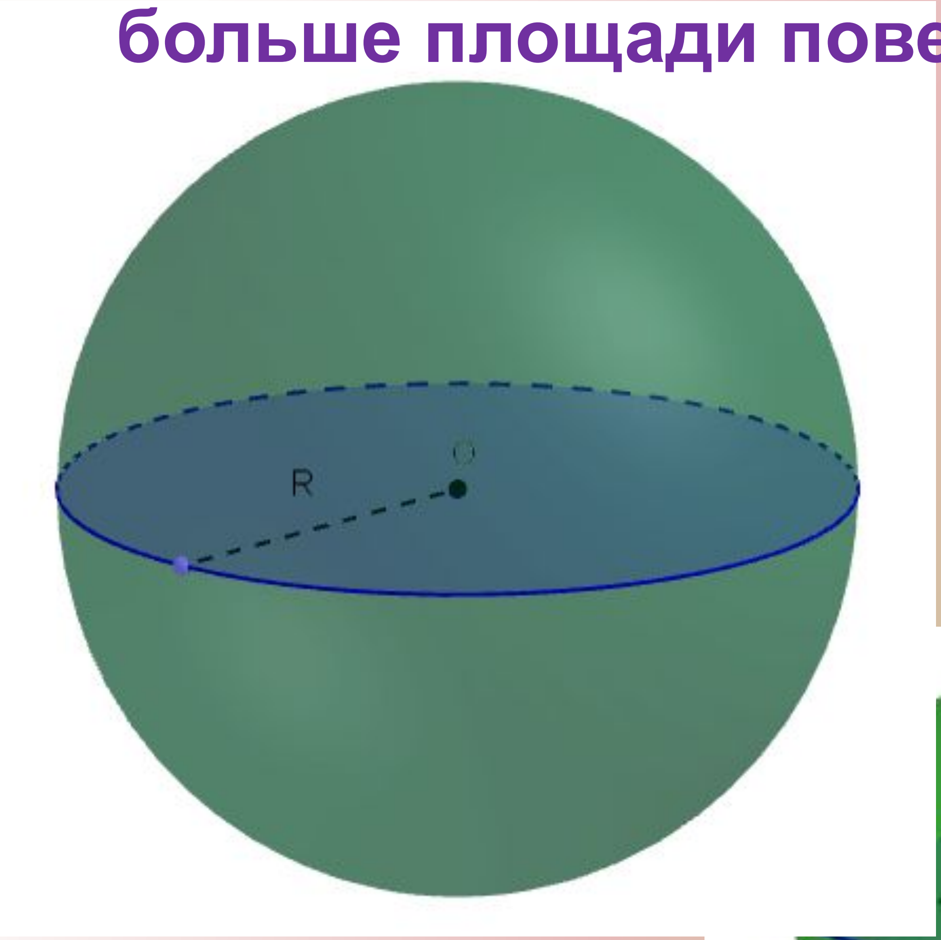
2) **Площади их поверхностей соотносятся как**

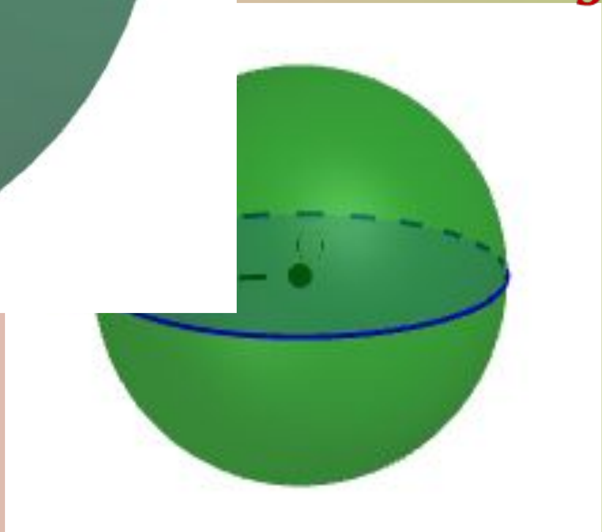
$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{{R_1}^2}{{R_2}^2} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 = 3^2 = 9$$

Решите самостоятельно

1) Объем одного шара в 2197 раз больше объема второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго? Ответ: 169
2) Объем одного шара в 1331 раз больше объема второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго? Ответ: 121
3) Объем одного шара в 1000 раз больше объема второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго? Ответ: 100

Даны два шара. Диаметр первого шара в 8 раз больше диаметра второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?



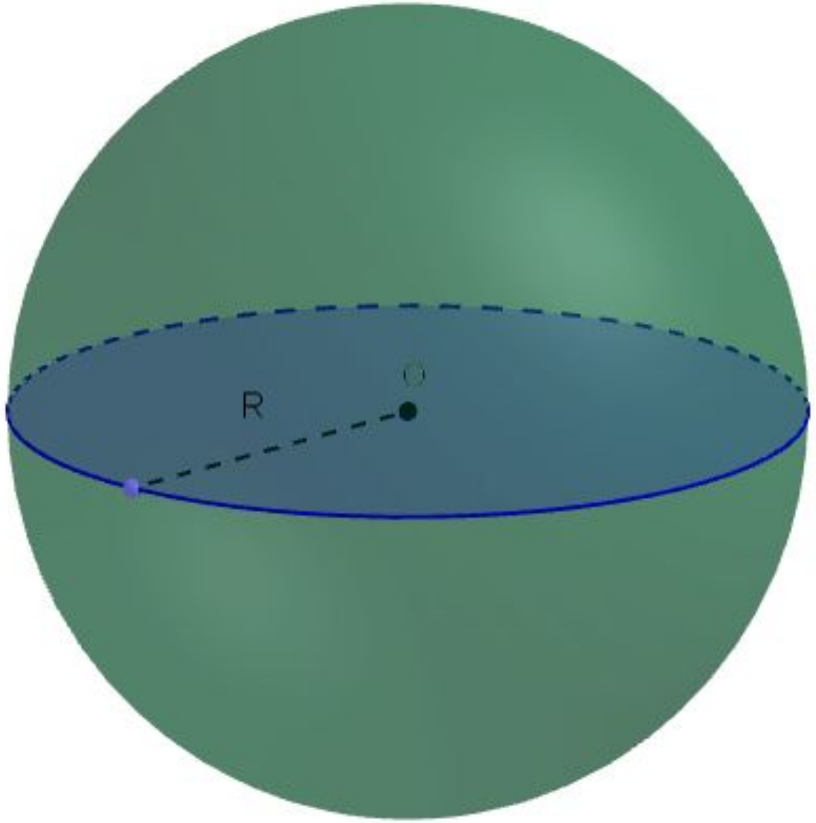


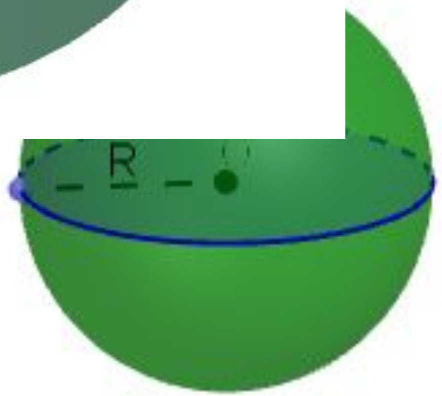
Решение:

Площади поверхностей шаров соотносятся как

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{{R_1}^2}{{R_2}^2} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 = 8^2 = 64$$

Однородный шар диаметром 3 см имеет массу 162 грамма. Чему равна масса шара, изготовленного из того же материала, с диаметром 2 см? Ответ дайте в граммах.





Решение:

Масса шара прямо пропорциональна его объёму. Объёмы шаров относятся как кубы их радиусов:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{R_1{}^3}{R_2{}^3} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3 = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^3 = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8} = \frac{m_1}{m_2};$$

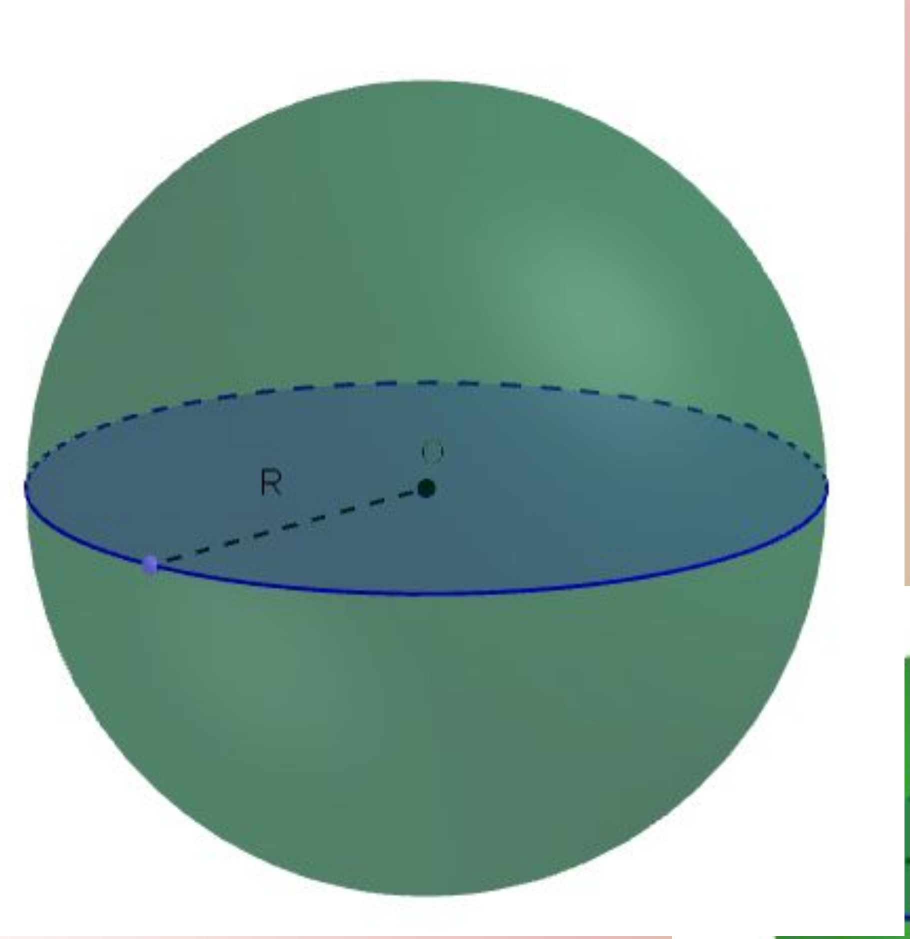
$$m_2 = 162 \cdot \frac{8}{27} = 48$$

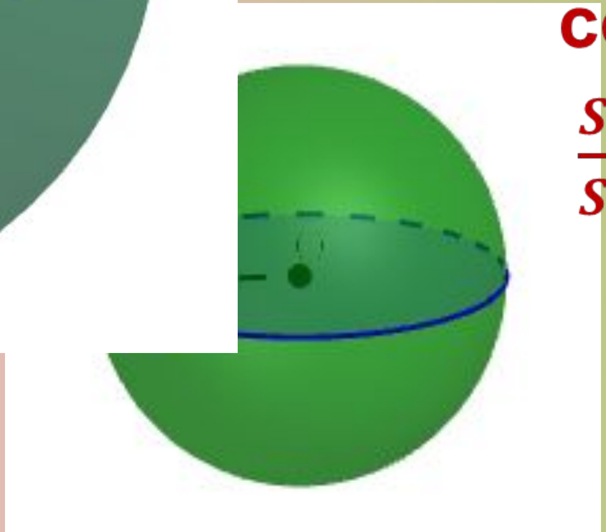
Решите самостоятельно

1) **Однородный шар диаметром 3 см имеет массу 81 грамма. Чему равна масса шара, изготовленного из того же материала, с диаметром 5 см? Ответ дайте в граммах.**

Ответ: 375

Даны два шара с радиусами 8 и 4. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?





Решение:

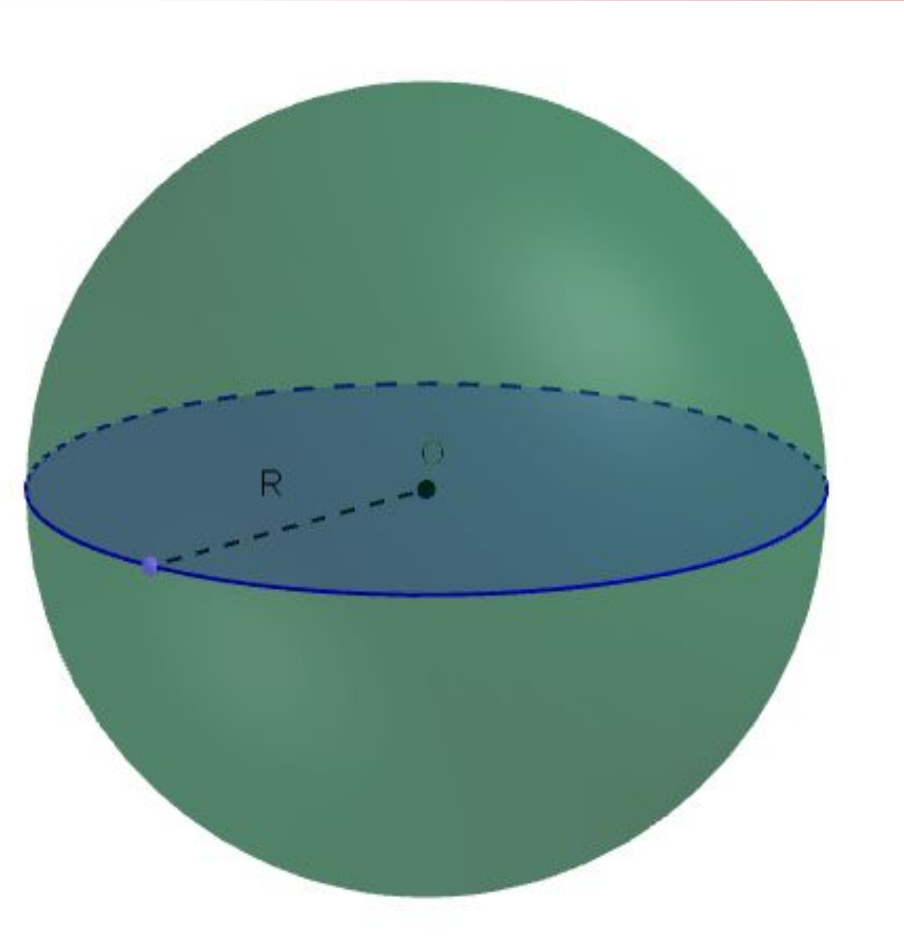
Площади поверхностей шаров соотносятся как

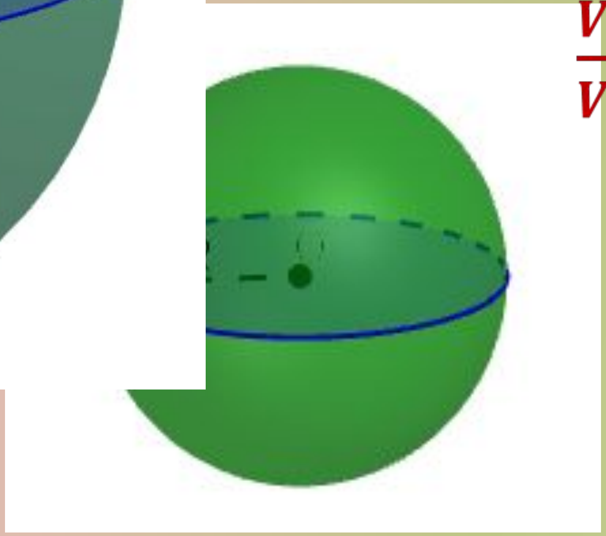
$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{{R_1}^2}{{R_2}^2} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 = \left(\frac{8}{4}\right)^2 = 2^2 = 4$$

Решите самостоятельно

1) Даны два шара с радиусами 5 и 1. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго? Ответ: 25
2) Даны два шара с радиусами 3 и 1. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго? Ответ: 9
3) Даны два шара с радиусами 14 и 2. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго? Ответ: 49

Даны два шара с радиусами 2 и 1. Во сколько раз объём первого шара больше объёма второго?





Решение: Объемы шаров соотносятся как

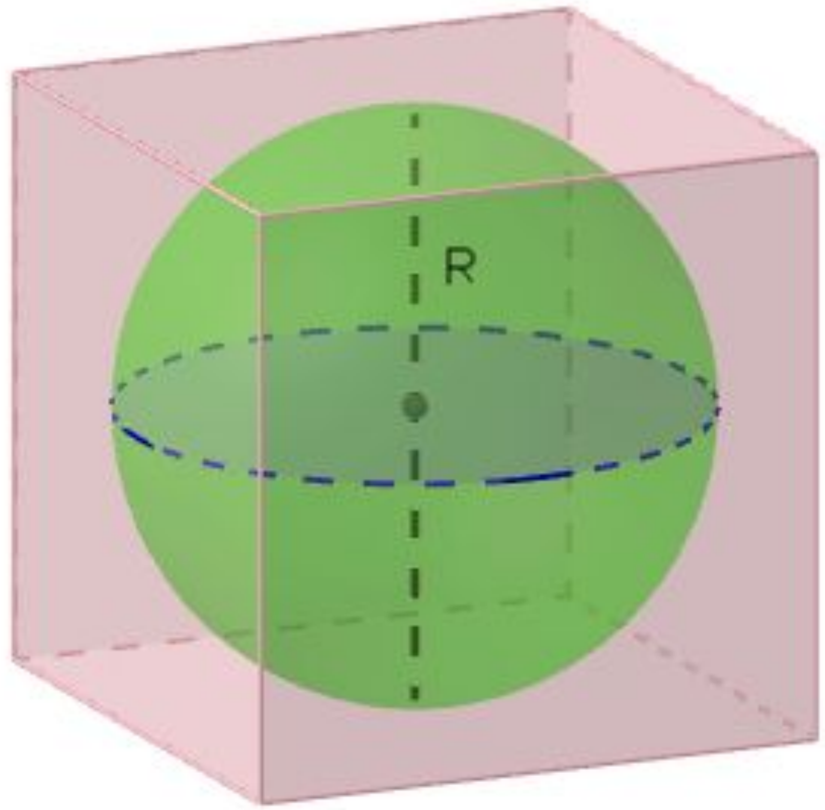
$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{R_1{}^3}{R_2{}^3} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3 = \left(\frac{2}{1}\right)^3 = 2^3 = 8$$

Решите самостоятельно

1) **Даны два шара с радиусами 4 и 1. Во сколько раз объём первого шара больше объёма второго?**

Ответ: 64

Шар, объём которого равен 6π, вписан в куб. Найдите объём куба.



Решение:

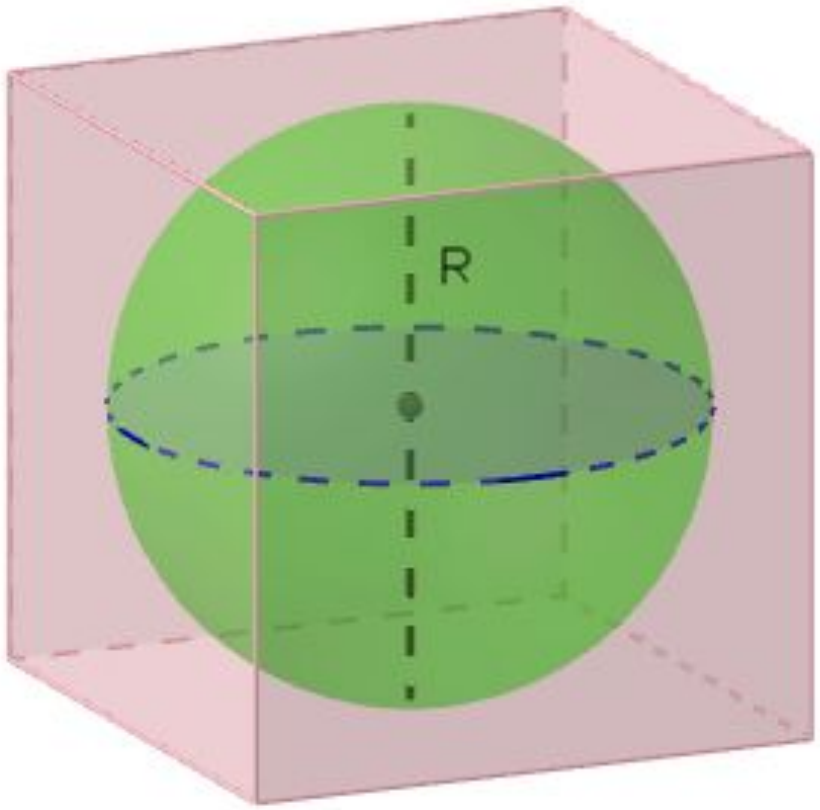
Ребро куба равно двум радиусам вписанного в куб шара, поэтому объем куба, выраженный через радиус вписанного в него шара, находится по формуле $V_к = (2R)^3 = 8R^3$

Объём шара вычисляется по формуле

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 6\pi \Rightarrow R^3 = \frac{18\pi}{4\pi} = \frac{9}{2};$$

$$V_к = 8R^3 = 8 \cdot \frac{9}{2} = 36$$

В куб с ребром 3 вписан шар. Найдите объем этого шара, деленный на π .



<u>Решение</u>:

Радиус вписанного в куб шара равен половине длины ребра куба, т.е. $R = \frac{3}{2}$

Объём шара вычисляется по формуле

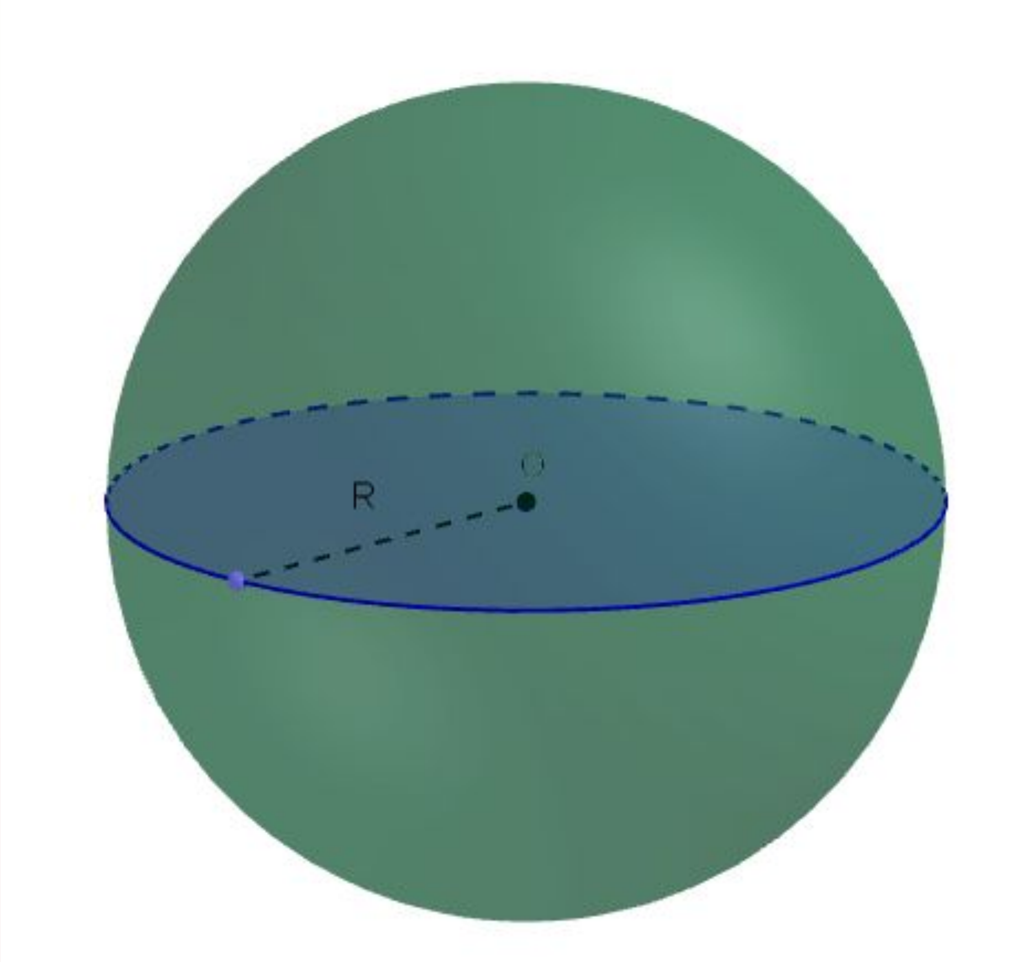
$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{9}{2}\pi = 4,5\pi;$$

$$\frac{V}{\pi} = \frac{4,5\pi}{\pi} = 4,5$$

Решите самостоятельно

1) **В куб с ребром 21 вписан шар. Найдите объем этого шара, деленный на π . Ответ: 1543,5**
2) **В куб с ребром 9 вписан шар. Найдите объем этого шара, деленный на π . Ответ: 121,5**
3) **В куб с ребром 18 вписан шар. Найдите объем этого шара, деленный на π . Ответ: 972**

Объем шара равен 288π. Найдите площадь его поверхности, деленную на π .



Решение:

Объём шара вычисляется по формуле $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 288\pi; R^3 = \frac{3 \cdot 288\pi}{4\pi};$

$$R = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 288\pi}{4\pi}} = \sqrt[3]{216} = 6$$

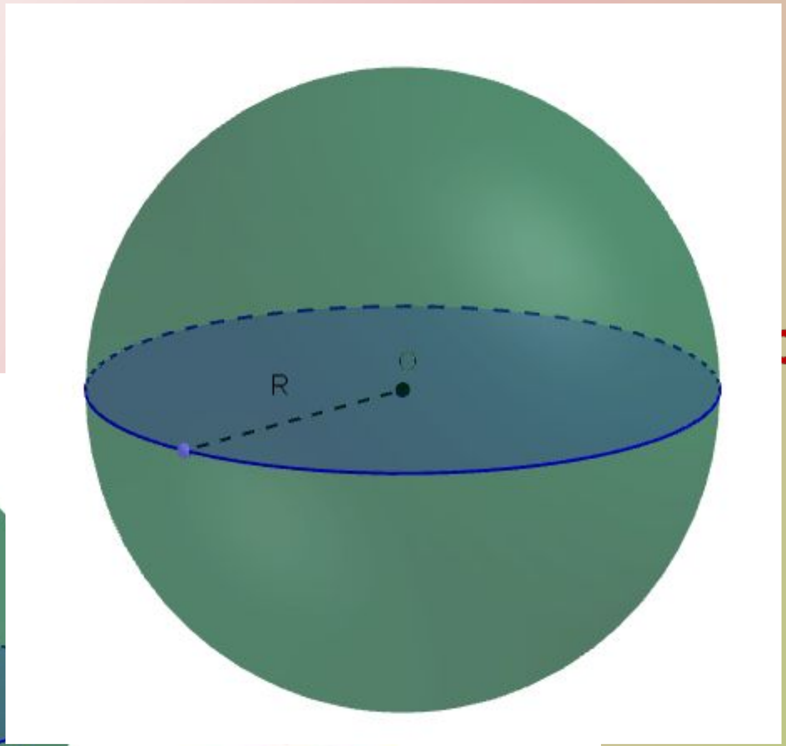
Площадь поверхности шара выражается через его радиус формулой $S_{ш} = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 36 = 144\pi;$

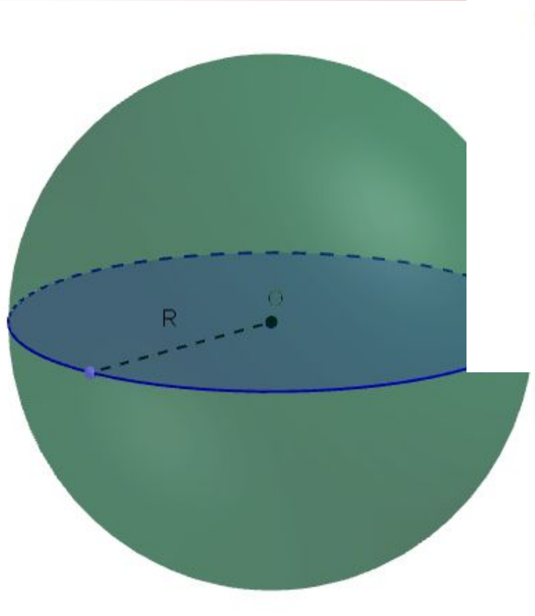
$$\frac{S_{ш}}{\pi} = \frac{144\pi}{\pi} = 144$$

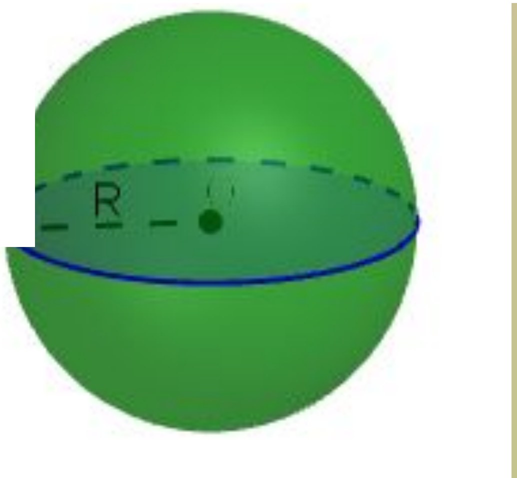
Решите самостоятельно

1) **Объем шара равен 18 432 π. Найдите площадь его поверхности, деленную на π . Ответ: 2304**
2) **Объем шара равен 12 348π. Найдите площадь его поверхности, деленную на π . Ответ: 1764**
3) **Объем шара равен 26 244π. Найдите площадь его поверхности, деленную на π . Ответ: 2916**
4) **Объем шара равен 972π. Найдите площадь его поверхности, деленную на π . Ответ: 324**

Радиусы трех шаров равны 6, 8 и 10. Найдите радиус шара, объем которого равен сумме их объемов.







Решение: Объёма шара $V=\frac{4}{3}\pi R^3$

Поэтому сумма объёмов трёх шаров равна:

$$V_1+V_2+V_3=\frac{4}{3}\pi\left({R_1}^3+{R_2}^3+{R_3}^3\right)=$$

$$=\frac{4}{3}\pi\left(6^3+8^3+10^3\right)=$$

$$=\frac{4}{3}\pi\cdot 2^3\cdot\left(3^3+4^3+5^3\right)=$$

$$=\frac{4}{3}\pi\cdot 2^3\cdot 6^3=\frac{4}{3}\pi\cdot 12^3$$

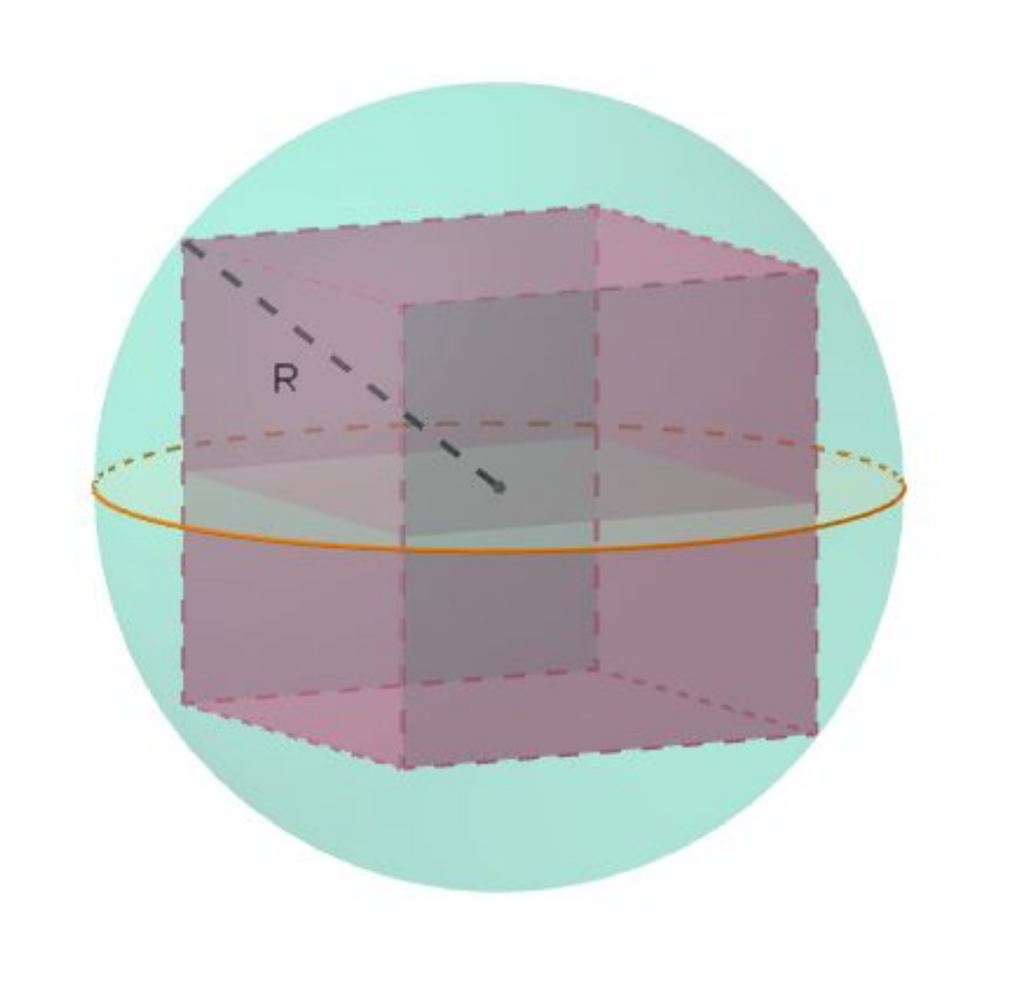
Значит искомый радиус равен 12.

Решите самостоятельно

1) **Радиусы трех шаров равны 2, 12 и 16. Найдите радиус шара, объем которого равен сумме их объемов. Ответ:18**
2) **Радиусы трех шаров равны 1, 6 и 8. Найдите радиус шара, объем которого равен сумме их объемов. Ответ: 9**
3) **Радиусы трех шаров равны 15, 20 и 25. Найдите радиус шара, объем которого равен сумме их объемов. Ответ: 30**

Около куба с ребром $\sqrt{3}$ описан шар. Найдите объем этого

- шара, деленный на π .



Решение:

Пусть длина ребра куба равна *a*, а его диагональ равна *d*. Радиус описанного шара *R* равен половине диагонали куба: $R = \frac{1}{2}d = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{3} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = \frac{3}{2}$

Объём шара вычисляется по формуле

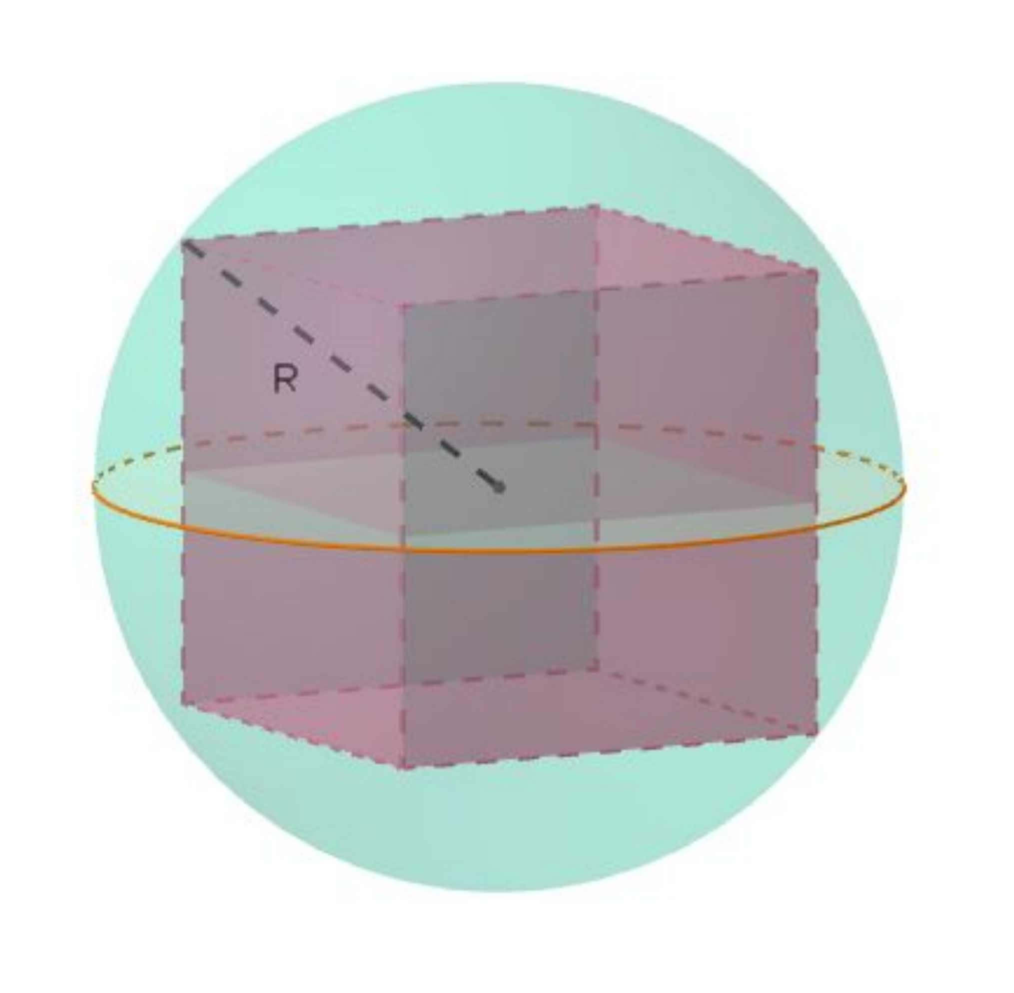
$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{9}{2}\pi = 4,5\pi;$$

$$\frac{V}{\pi} = \frac{4,5\pi}{\pi} = 4,5$$

Решите самостоятельно

1) Около куба с ребром $\sqrt{243}$ описан шар. Найдите объем этого шара, деленный на π . Ответ: 26 244
2) Около куба с ребром $\sqrt{300}$ описан шар. Найдите объем этого шара, деленный на π . Ответ: 36 000
3) Около куба с ребром $\sqrt{507}$ описан шар. Найдите объем этого шара, деленный на π . Ответ: 79 092

Куб вписан в шар радиуса $\sqrt{3}$. Найдите объем куба.



Решение:

Радиус описанного шара *R* равен половине диагонали куба:

$$R = \frac{1}{2}d = \frac{1}{2}\cdot a\sqrt{3} = \sqrt{3} \Rightarrow a = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2$$

Ребро куба равно 2, значит объем куба равен: $V = a^3 = 2^3 = 8$;

Решите самостоятельно

1) Куб вписан в шар радиуса $0,5\sqrt{3}$. Найдите объем куба.

   Ответ: 1

2) Куб вписан в шар радиуса $10,5\sqrt{3}$. Найдите объем куба.

   Ответ: 9261

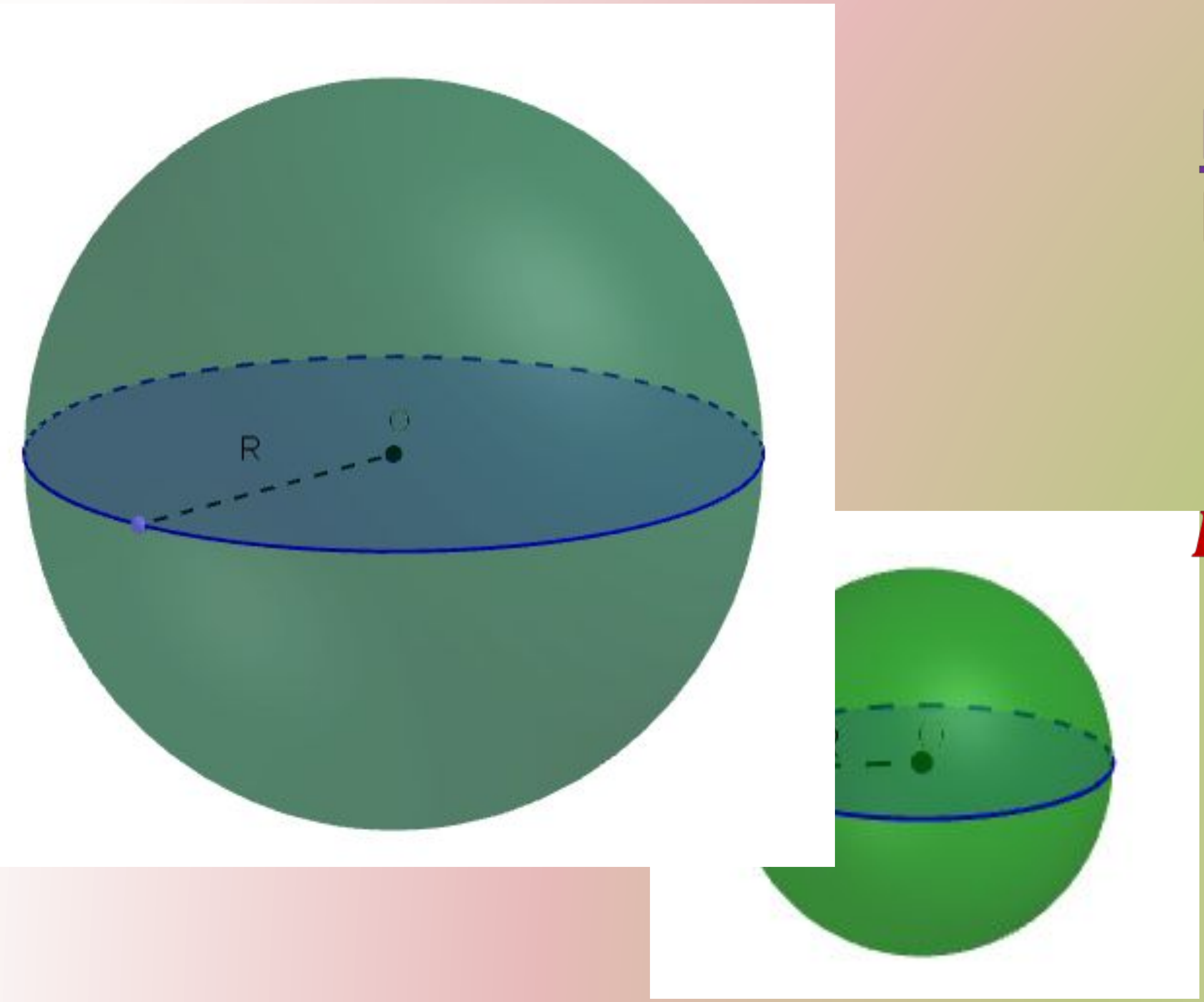
1) Куб вписан в шар радиуса $8\sqrt{3}$. Найдите объем куба.

   Ответ: 4096

4) Куб вписан в шар радиуса $15,5\sqrt{3}$. Найдите объем куба.

   Ответ: 29 791

Радиусы двух шаров равны 6, 8. Найдите радиус шара, площадь поверхности которого равна сумме площадей поверхностей данных шаров.



Решение:

Из условия $S_3 = S_1 + S_2 \Rightarrow$

$$4\pi {R_3}^2 = 4\pi {R_1}^2 + 4\pi {R_2}^2 \Rightarrow$$

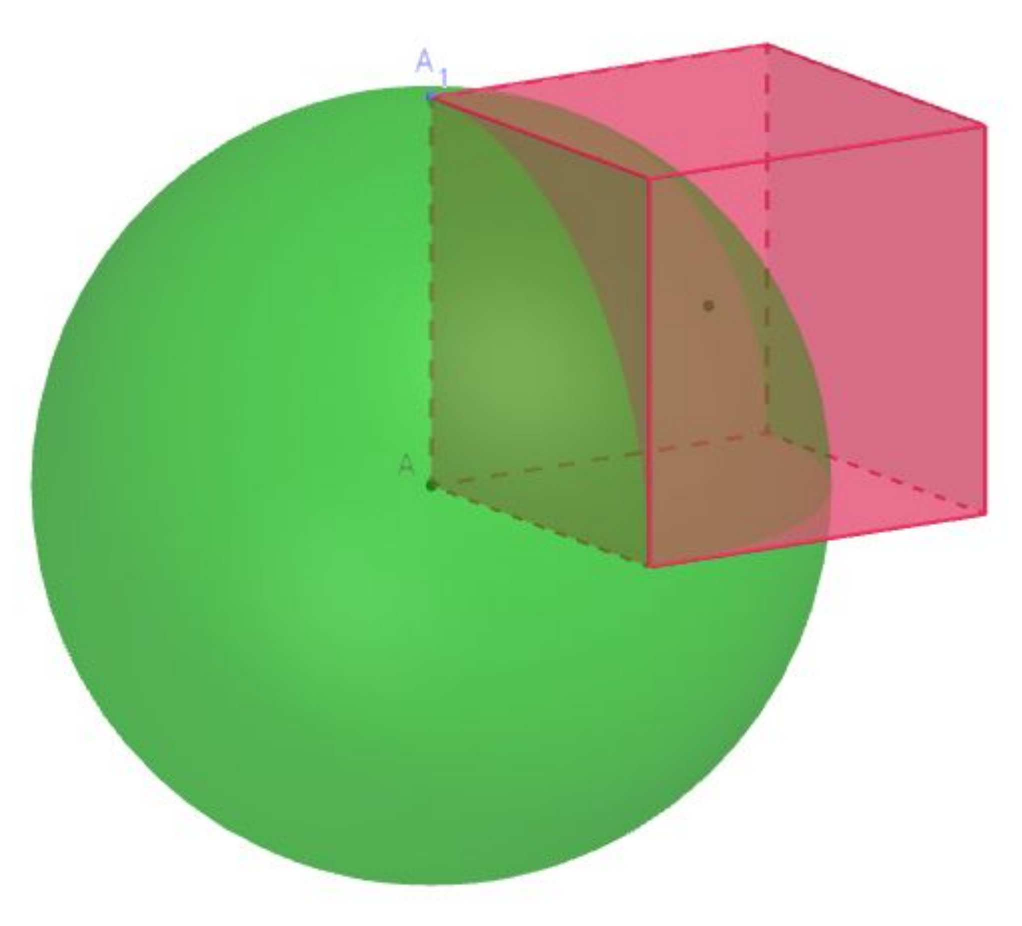
$$ {R_3}^2 = {R_1}^2 + {R_2}^2 \Rightarrow$$

$$R_3 = \sqrt{{R_1}^2 + {R_2}^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

Решите самостоятельно

1) **Радиусы двух шаров равны 21, 72. Найдите радиус шара, площадь поверхности которого равна сумме площадей их поверхностей. Ответ: 75**
2) **Радиусы двух шаров равны 8, 15. Найдите радиус шара, площадь поверхности которого равна сумме площадей их поверхностей. Ответ: 17**
3) **Радиусы двух шаров равны 32, 60. Найдите радиус шара, площадь поверхности которого равна сумме площадей их поверхностей. Ответ: 68**

Вершина A куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ со стороной 1,6 является центром сферы, проходящей через точку A_1. Найдите площадь S части сферы, содержащейся внутри куба. В ответе запишите величину S/π .



Решение:

Так как одна из вершин куба является центром сферы с радиусом, равным стороне куба, в кубе содержится 1/8 сферы и, соответственно, 1/8 ее поверхности, равная

$$S = \frac{1}{8} \cdot 4\pi R^2 = \frac{1}{2}\pi R^2 = \frac{1}{2}\pi \cdot (1,6)^2 = 1,28\pi$$

$$\frac{S}{\pi} = \frac{1,28\pi}{\pi} = 1,28$$

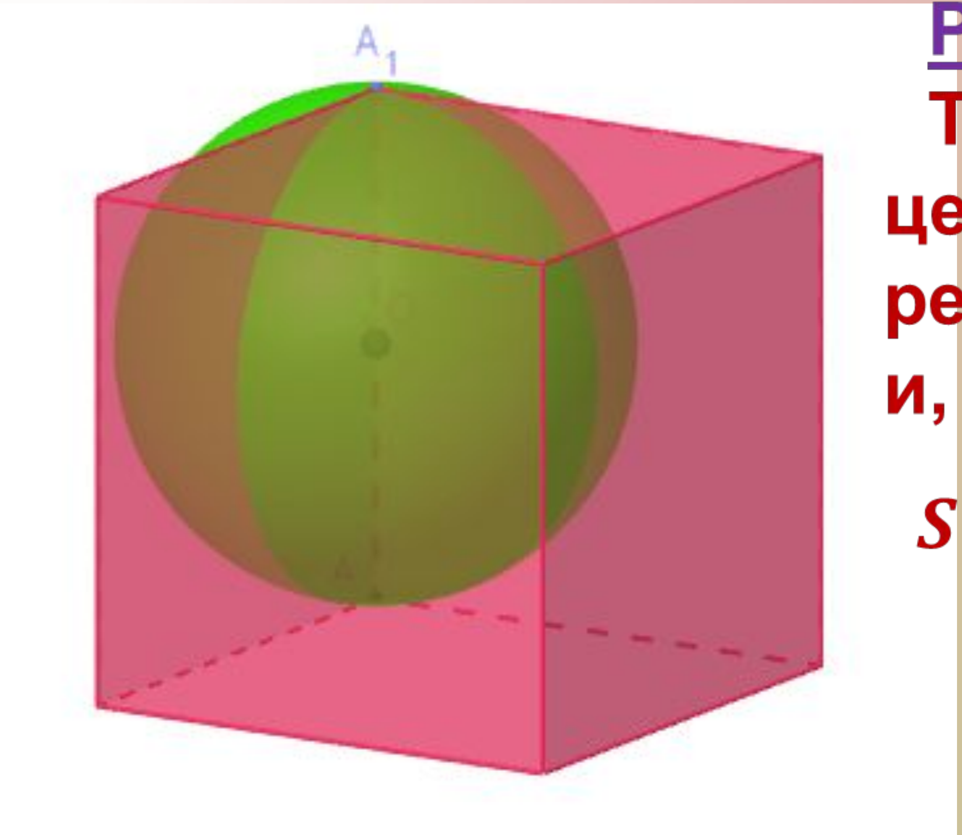
Решите самостоятельно

1) **Вершина А куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ со стороной 1,2 является центром сферы, проходящей через точку A_1. Найдите площадь S части сферы, содержащейся внутри куба. В ответе запишите величину S/π . Ответ: 0,72**

2) **Вершина А куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ со стороной 0,7 является центром сферы, проходящей через точку A_1. Найдите площадь S части сферы, содержащейся внутри куба. В ответе запишите величину S/π . Ответ: 0,245**

3) **Вершина А куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ со стороной 0,9 является центром сферы, проходящей через точку A_1. Найдите площадь S части сферы, содержащейся внутри куба. В ответе запишите величину S/π . Ответ: 0,405**

Середина ребра куба со стороной 1,9 является центром шара радиуса 0,95. Найдите площадь S части поверхности шара, лежащей внутри куба. В ответе запишите S/π .



Решение:

Так как середина ребра куба является центром сферы, диаметр которой равен ребру куба, в кубе содержится 1/4 сферы и, соответственно, 1/4 ее поверхности.

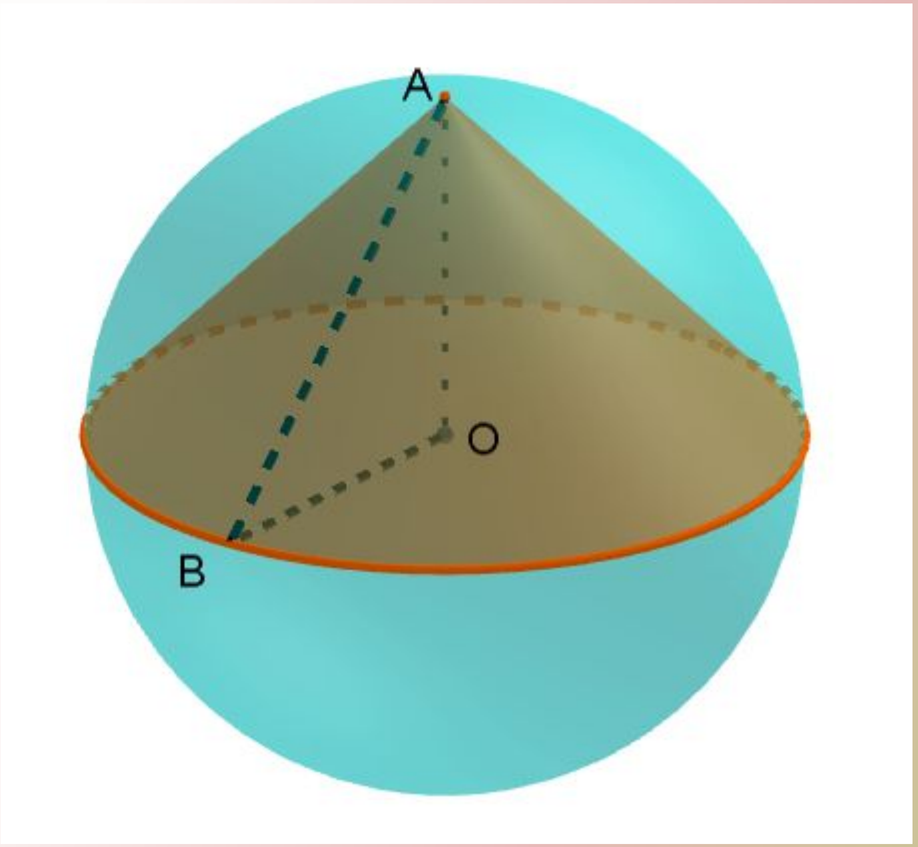
$$S = \frac{1}{4} \cdot 4\pi R^2 = \pi R^2 = \pi \cdot (0,95)^2 = 0,9025\pi$$

$$\frac{S}{\pi} = \frac{0,9025\pi}{\pi} = 0,9025$$

Решите самостоятельно

1) **Середина ребра куба со стороной 1,8 является центром шара радиуса 0,8. Найдите площадь S части поверхности шара, лежащей внутри куба. В ответе запишите S/π . Ответ: 0,64**
2) **Середина ребра куба со стороной 2,4 является центром шара радиуса 1,2. Найдите площадь S части поверхности шара, лежащей внутри куба. В ответе запишите S/π . Ответ: 1,44**

Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем конуса равен 6. Найдите объем шара.



Решение:

Так как радиус основания конуса равен радиусу шара, значит основание конуса совпадает с диаметральным кругом шара и значит высота конуса равна радиусу шара:

$$V_к = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot R = \frac{1}{3}\pi R^3 = 6;$$

$$V_ш = \frac{4}{3}\pi R^3 = 4V_к = 4 \cdot 6 = 24$$

Решите самостоятельно

1) **Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем конуса равен 27. Найдите объем шара. Ответ: 108**

2) **Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен**
- **радиусу шара. Объем конуса равен 45. Найдите объем шара. Ответ: 180**

3) **Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем конуса равен $12\sqrt{3}$. Найдите объем шара. Ответ:$48\sqrt{3}$**