

# ПОВТОРЕНИЕ «МНОГОГРАННИКИ»

Цель: отработать навыки решения задач на нахождение элементов многогранников.

# Задача № 1

В основании прямой призмы  $MNP M_1 N_1 P_1$  лежит  
треугольник  $MNP$  со сторонами  $MN=NP, MP=3\sqrt{3}$ .  
На ребре  $MP_1$  выбрана точка  $K$  так, что  $MK = 3:4$ .  
Угол между плоскостями  $MNP$  и  $MKP$  равен  $60^\circ$ .

- А) Докажите, что расстояние между прямыми  $MN, M_1 P_1$   
равно боковому ребру призмы.
- б) Найдите расстояние между прямыми  $MN, M_1 P_1$ ,  
если  $KP=9$

## Задача № 2

- В основании прямой призмы  $ABC A_1 B_1 C_1$  лежит треугольник  $ABC$  со сторонами  $AB=BC$ ,  $AC = 16$ .  
На ребре  $BB_1$  выбрана точка  $F$  так, что  $B_1 F = 3:5$ .  
Угол между плоскостями  $AA_1 C_1$  и  $AFC$  равен  $45^\circ$ .
- А) Докажите, что расстояние между прямыми  $AB_1$  и  $A_1 C_1$  равно боковому ребру призмы.
- б) Найдите расстояние между прямыми  $AB$  и  $A_1 C_1$ , если  $FC=10$

## Задача №3

В основании четырехугольной пирамиды  $SABCD$  лежит прямоугольник со сторонами  $AB=12$ ,  $BC=5$ . Боковые ребра  $SA=\sqrt{171}$ ,  $SB=SD=2\sqrt{13}$ .

- Докажите, что  $SA$  – высота пирамиды.
- Найдите угол между  $SC$  и  $BD$ .

## Задача №4

В основании четырехугольной пирамиды  $SABCD$  лежит прямоугольник со сторонами  $AB=8$ ,  $BC=15$ . Боковые ребра  $SB=3\sqrt{33}$ ,  $SC=SA=2\sqrt{34}$ .

- а) Докажите, что  $SB$  – высота пирамиды.
- б) Найдите угол между  $SD$  и  $AC$ .

## Задача №5

В основании четырехугольной пирамиды  $SABCD$  лежит прямоугольник со сторонами  $AB=12$ ,  $BC=9$ . Боковые ребра  $SA=5\sqrt{7}$ ,  $SB=SD=4\sqrt{7}$ .

- Докажите, что  $SA$  – высота пирамиды.
- Найдите угол между  $SC$  и  $BD$ .

## Задача № 6

В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  со стороной основания  $BC=12$  и боковым ребром  $SB=8$  на ребрах  $SB$  и  $SC$  взяты точки  $E$  и  $F$  соответственно, являющиеся серединами ребер. Плоскость  $\alpha$ , содержащая прямую  $EF$ , перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

$AA_1$

- А) Докажите, что плоскость  $\alpha$  делит биссектрису основания пирамиды в отношении  $5:1$ , считая от точки  $A$ .
- Б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью  $\alpha$ .

## Задача № 7

В правильной треугольной пирамиде  $DAVC$  со стороной основания  $AB=30$  и боковым ребром  $DB=20$ . Точки  $N$  и  $M$  делят ребра  $DA$  и  $DB$  в отношении  $2:1$ , считая от вершины  $D$ . Плоскость  $\alpha$ , содержащая прямую  $MN$ , перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

- А) Докажите, что плоскость  $\alpha$  делит высоту  $CE$  основания пирамиды в отношении  $8:1$ , считая от точки  $C$ .
- Б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью  $\alpha$ .



## Задача № 8

- В правильном тетраэдре  $SABC$  точка  $M$  — середина ребра  $AB$ , а точка  $N$  расположена на ребре  $SC$  так, что  $SN : NC = 3 : 1$ .
- а) Докажите, что плоскости  $SMC$  и  $ANB$  перпендикулярны.
- б) Найдите длину отрезка  $MN$ , если длина ребра  $AB$  равна 8

## Задача 9

В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что ребро  $AB=24$ ,  $BC = 7$ ,  $BB_1 = 4$

- А) Докажите, что расстояние от точек В и D одинаковы.
- Б) Найдите это расстояние.