

Добрый день!



27.04.2018

Чего нельзя делать на уроке, но очень хочется?

1

БОЛТАТЬ 15

2

ИГРАТЬ 21

3

СПАТЬ 5

4

СМЕЯТЬСЯ 2

5

СПИСЫВАТЬ 7

6

ЕСТЬ, ЖЕВАТЬ 5

Психологическая установка

На уроке можно:

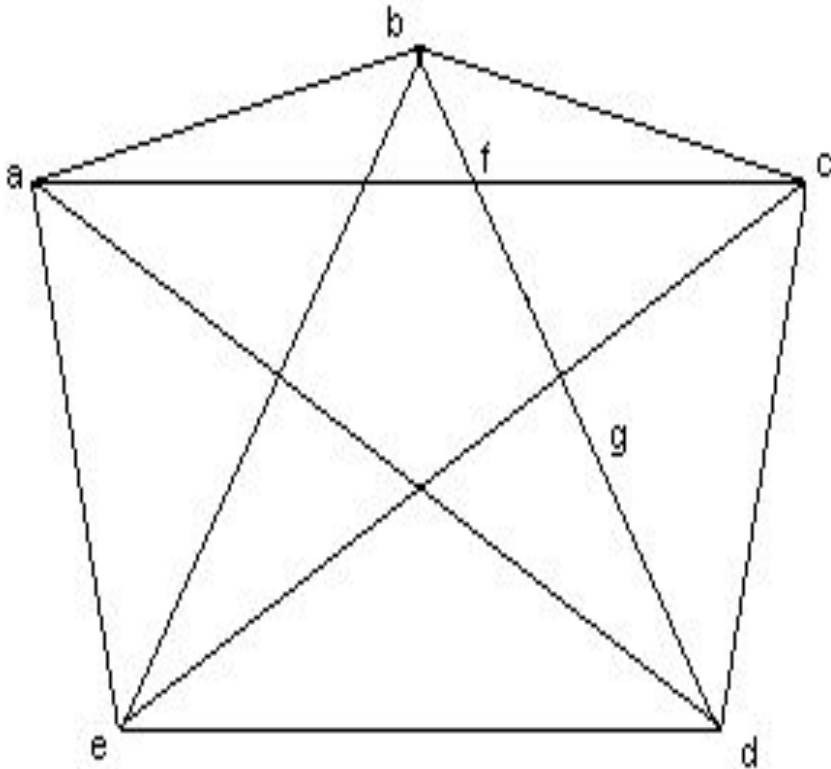
ошибаться,

сомневаться,

консультироваться.

Выполни задание

1. Сколько треугольников на рисунке?



2. Сколько треугольников можно построить с данными вершинами?

1. Ставим произвольно т. А
2. От А вверх 2 клетки – т. В
3. От А вниз 3 клетки – т. С
4. От А вниз 3, вправо 3 – т. М
5. От А вниз 3, влево 2 – т. N

Тема урока «Треугольники»

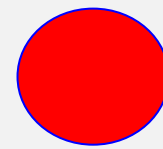
Урок П+П (повторение + познание)

Цель: повторить всё о треугольниках.

Аукцион «Треугольники»

*Какие треугольники
вы ещё знаете,
о каких треугольниках
слышали?*

Треугольники



1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

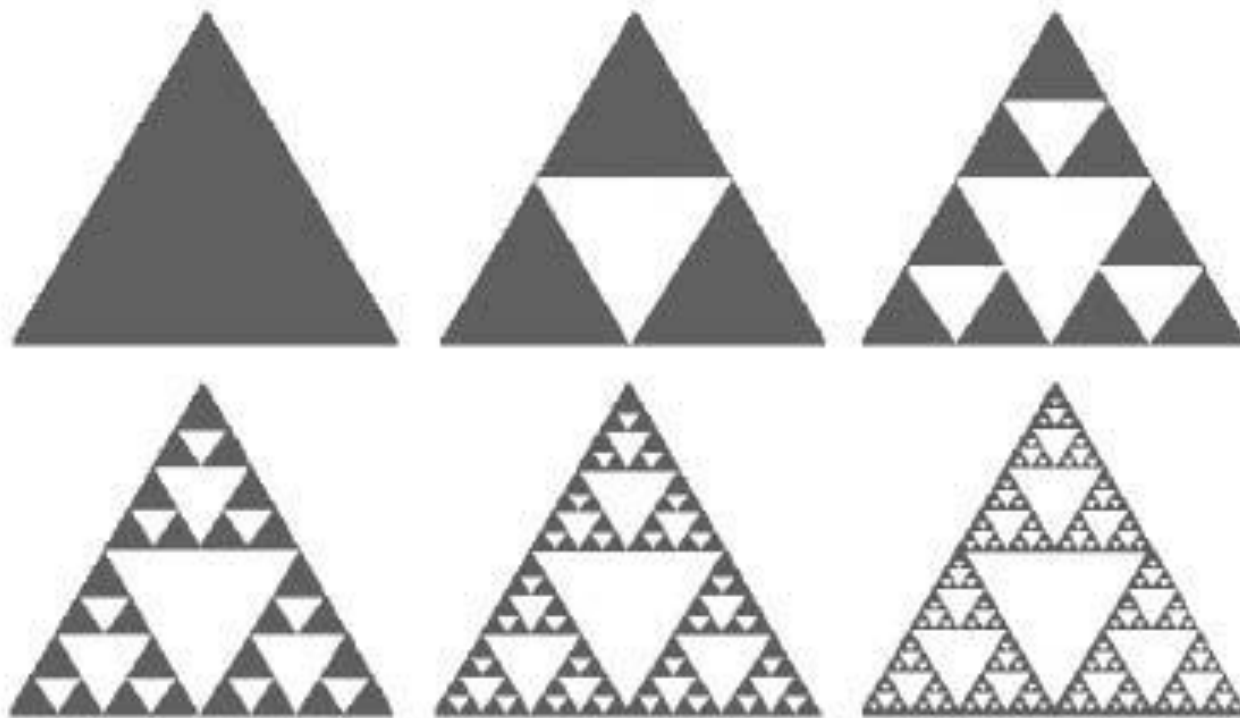
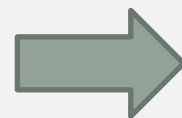
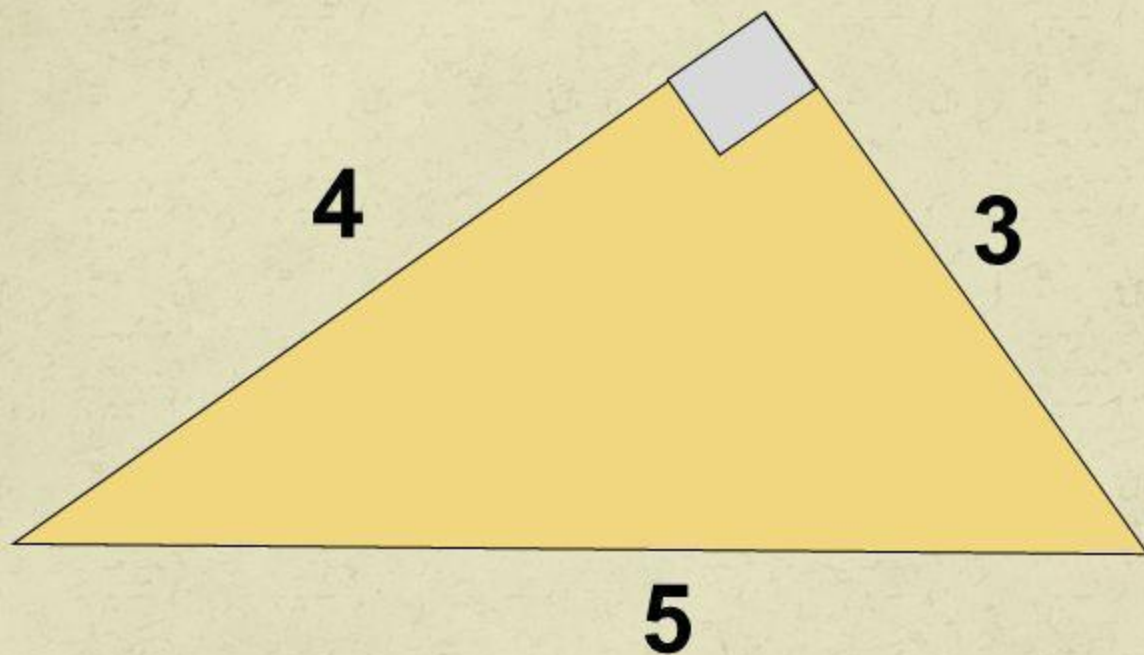
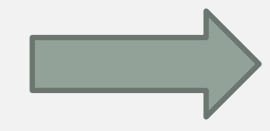


Рисунок 65. Фрактал «Треугольник Серпинского». Процесс построения фрактала в треугольнике путём постоянного повторения деления на четыре равных равносторонних треугольника.



Египетский треугольник – треугольник со сторонами 3, 4 и 5



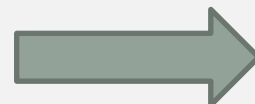
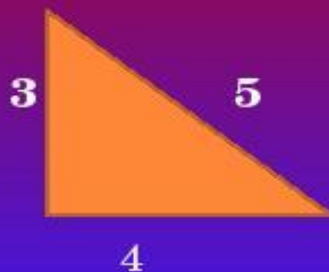


ПИФАГОРОВ ТРЕУГОЛЬНИК

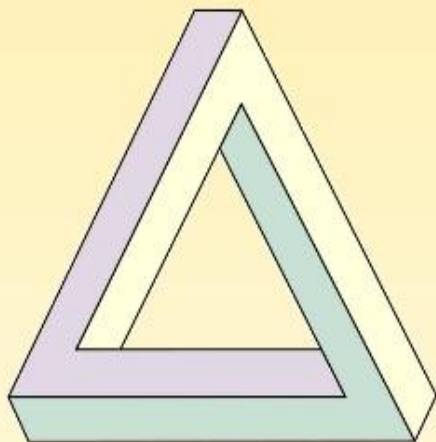


Пифагоровыми треугольниками называются прямоугольные треугольники, длины сторон которых выражаются целыми числами.

Например треугольники со сторонами 1) 3,4,5 ; 2) 5,12,13 ; 3) 17,8,15.



Нереальные объекты



Треугольник Пенроуза -невозможный объект. Плоский рисунок может обманывать, изображая невозможное. Закройте одну из вершин этого треугольника, и станет ясно, что одна из его сторон направлена к нам, а другая от нас, в пространстве они не могут соединиться.



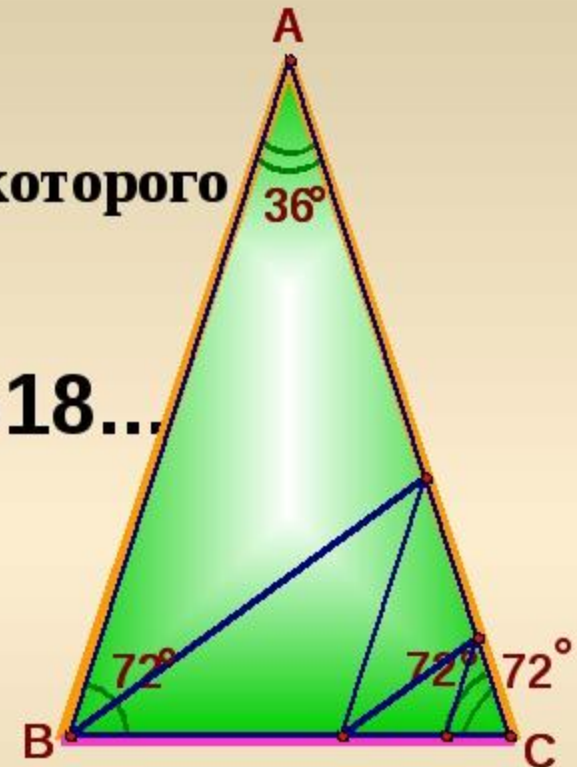
13-метровая скульптура невозможного треугольника из алюминия была воздвигнута в 1999 году в городе Перт (Австралия).



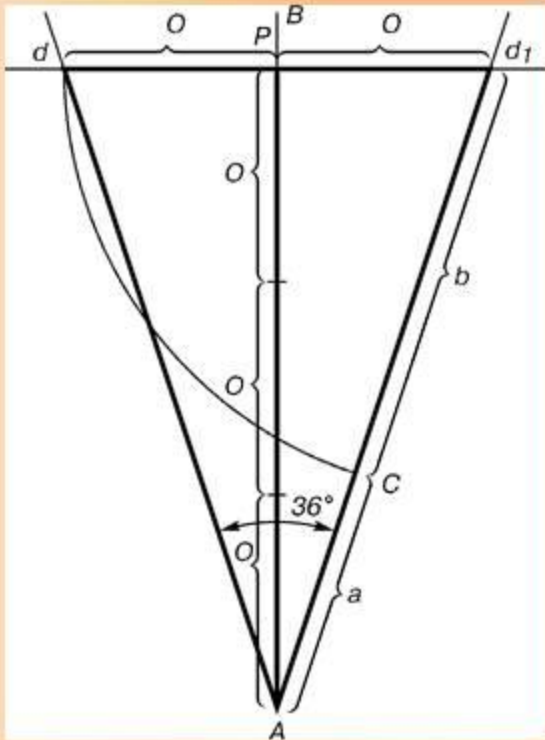
**«Золотой»
треугольник -
это равнобедренный треугольник, у которого**

$$\frac{\text{боковая сторона}}{\text{основание}} = 1,618\dots$$

Каждый "золотой" треугольник имеет
острый $\angle A = 36^\circ$ при вершине
и два острых $\angle B = \angle C = 72^\circ$ при основании.



«Золотой треугольник»

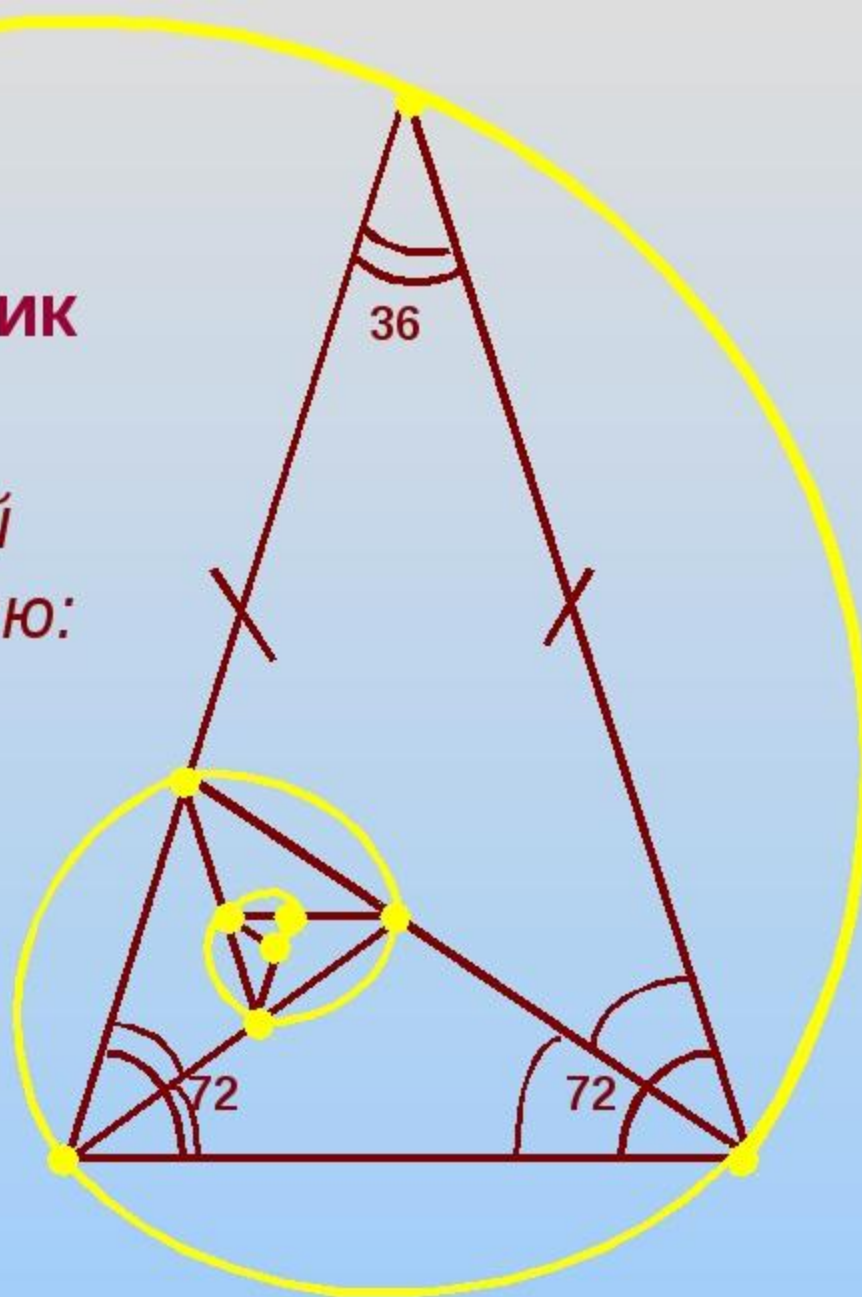


1. Золотой треугольник представляет собой равнобедренный треугольник, у которого отношение длины боковой стороны к длине основания равняется числу Фидия. Одним из его свойств является то что, длины биссектрис его углов при основании равны длине самого основания.

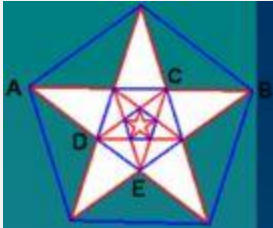
Золотой треугольник

Отношение боковой стороны к основанию:

$$\frac{b}{a} \approx 1,6$$

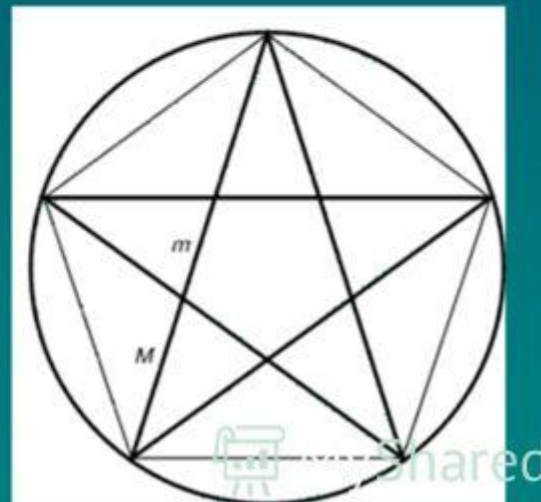
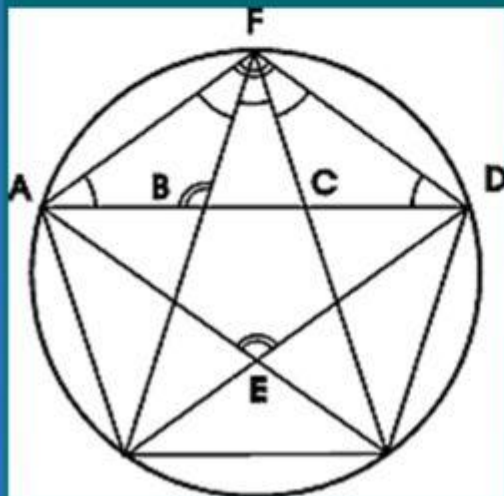


Золотая спираль

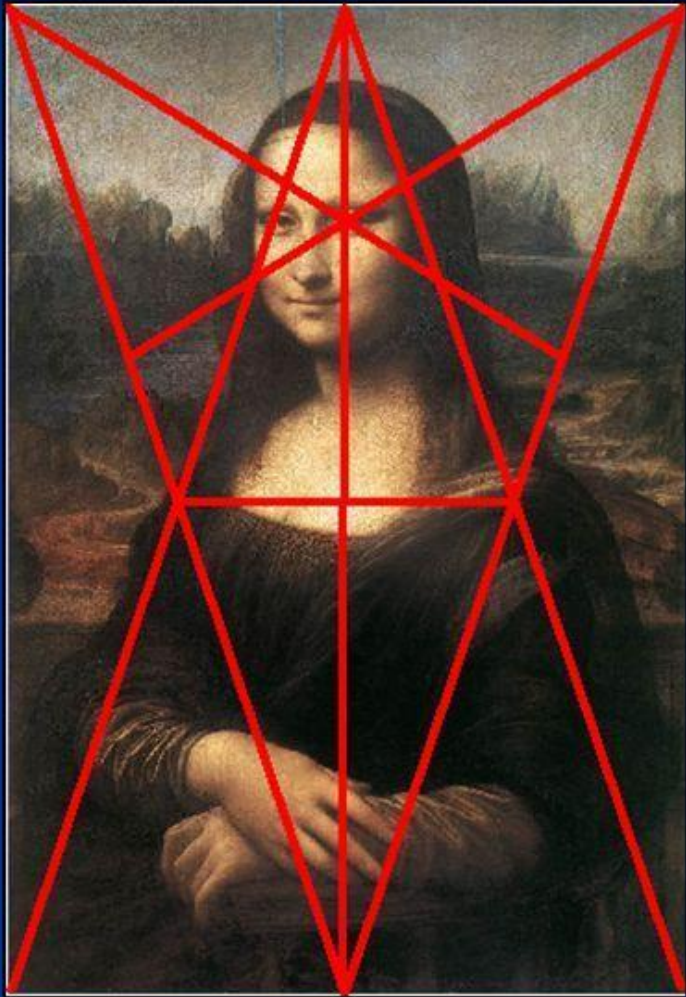


Золотой треугольник

Каждый конец пятиугольной звезды представляет собой золотой треугольник. Его стороны образуют угол 36° при вершине, а основание, отложенное на боковую сторону, делит ее в пропорции золотого сечения.

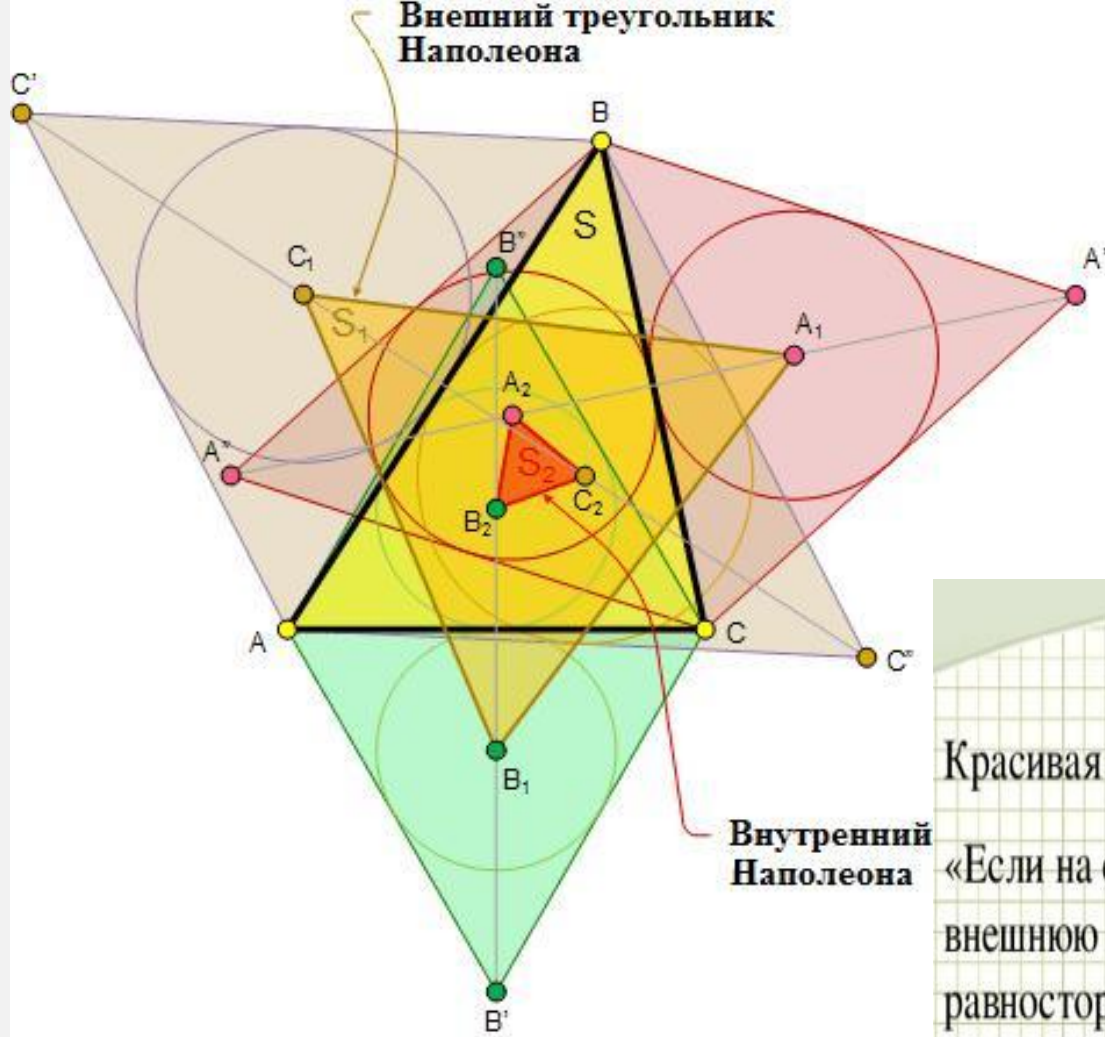


Золотые треугольники в портрете Монны Лизы



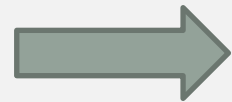
Композиция картины
основана на золотых
треугольниках,
являющихся частями
правильного
звездчатого
пятиугольника.





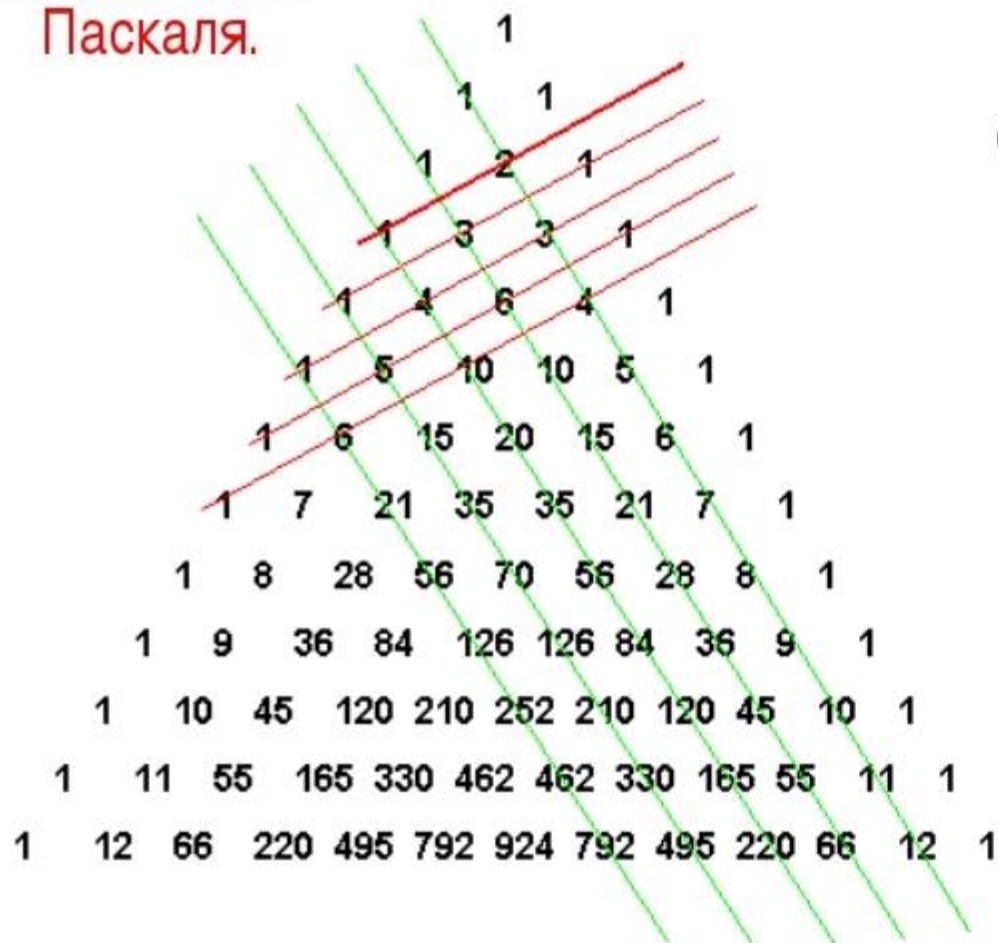
Наполеон I, - Наполеон Бонапарт (1769 -1821)

Красивая теорема **Наполеона**.
 «Если на сторонах треугольника во внешнюю сторону построить равносторонние треугольники, то их центры будут вершинами равностороннего треугольника»



Замечательные треугольники

Треугольник Паскаля.



Устройство треугольника

Паскаля:

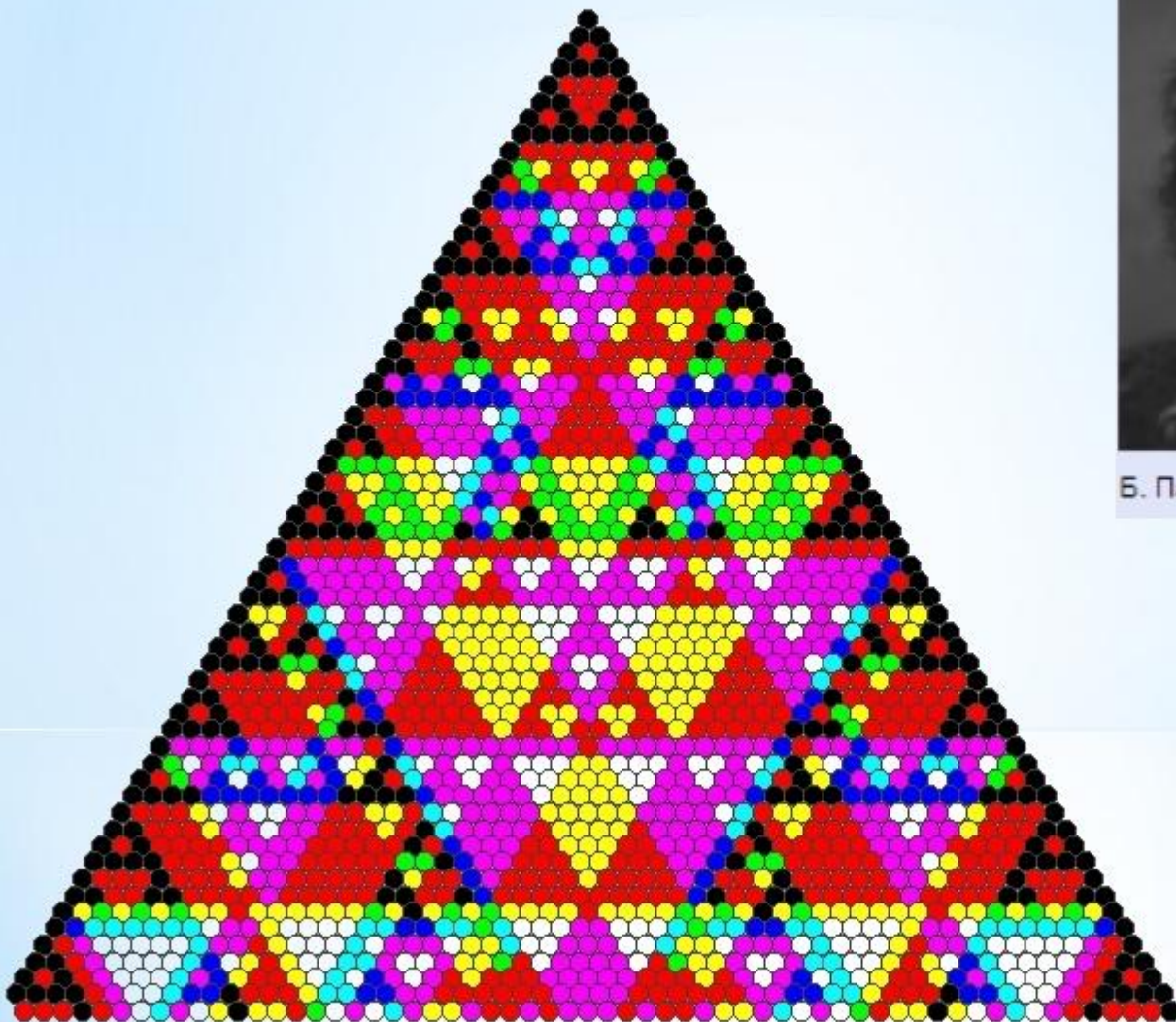
каждое число равно сумме
двух расположенных над
ним чисел.

Все элементарно, но
сколько в этом таится
чудес.

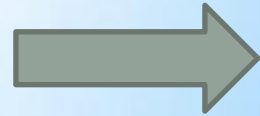
Треугольник можно
продолжать
неограниченно.



Треугольник Паскаля компьютер перевёл на язык цвета.



Б. Паскаль.

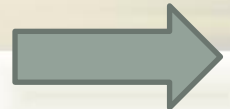


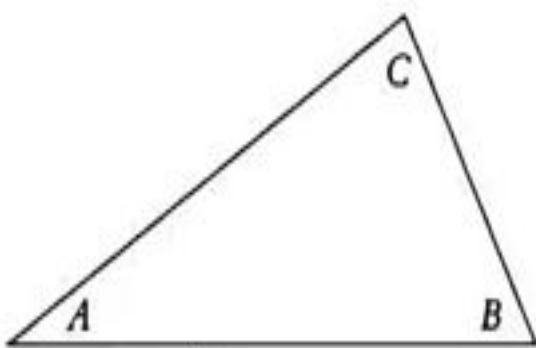
Треугольники вокруг нас.

География

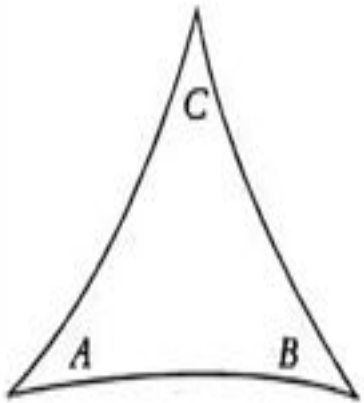


Бермудский треугольник — район в Атлантическом океане, в котором происходят якобы таинственные исчезновения морских и воздушных судов. Район ограничен линиями от Флориды к Бермудским островам, далее к Пуэрто-Рико и назад к Флориде через Багамы.

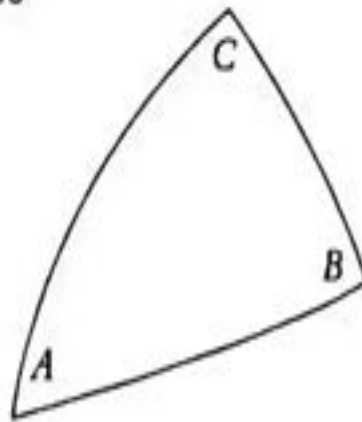




Евклидова геометрия
 $A + B + C = 180^\circ$

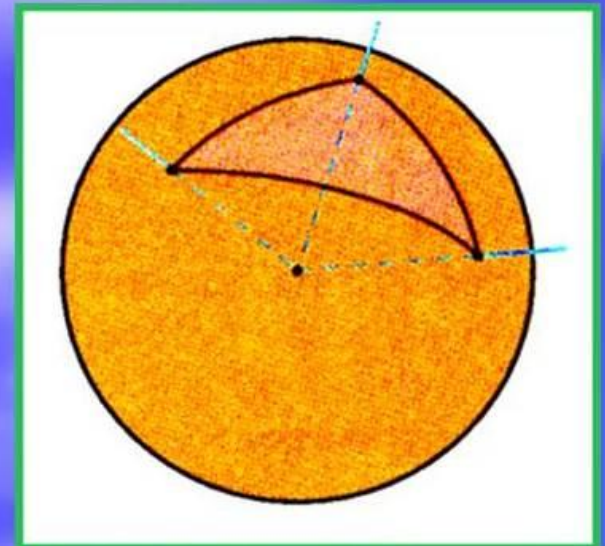


Гиперболическая геометрия
 $A + B + C < 180^\circ$

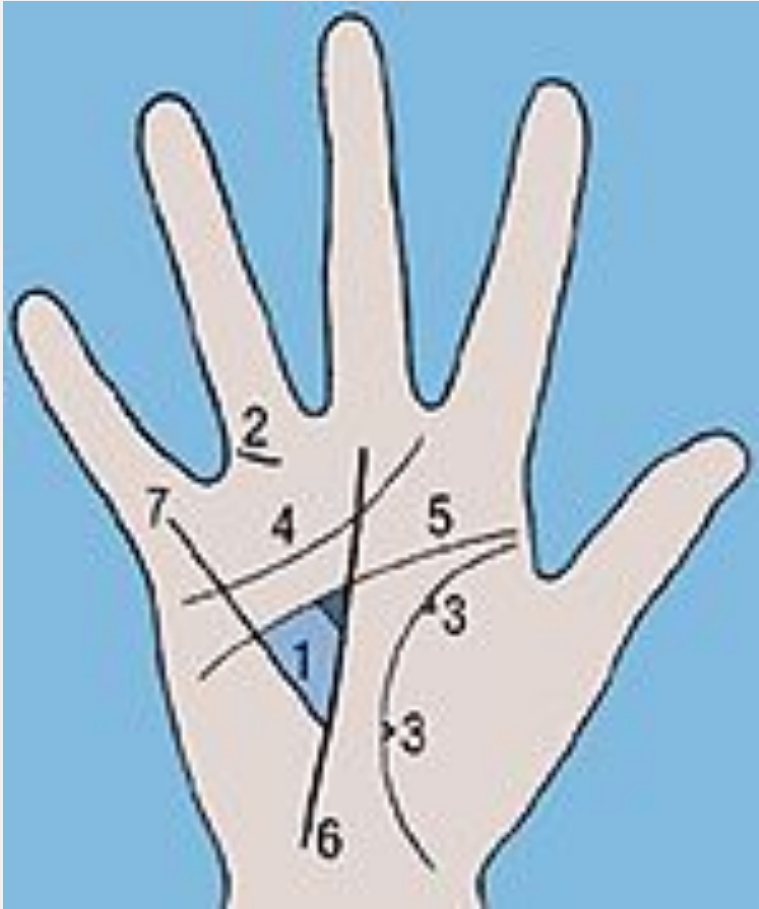


Эллиптическая геометрия
 $A + B + C > 180^\circ$

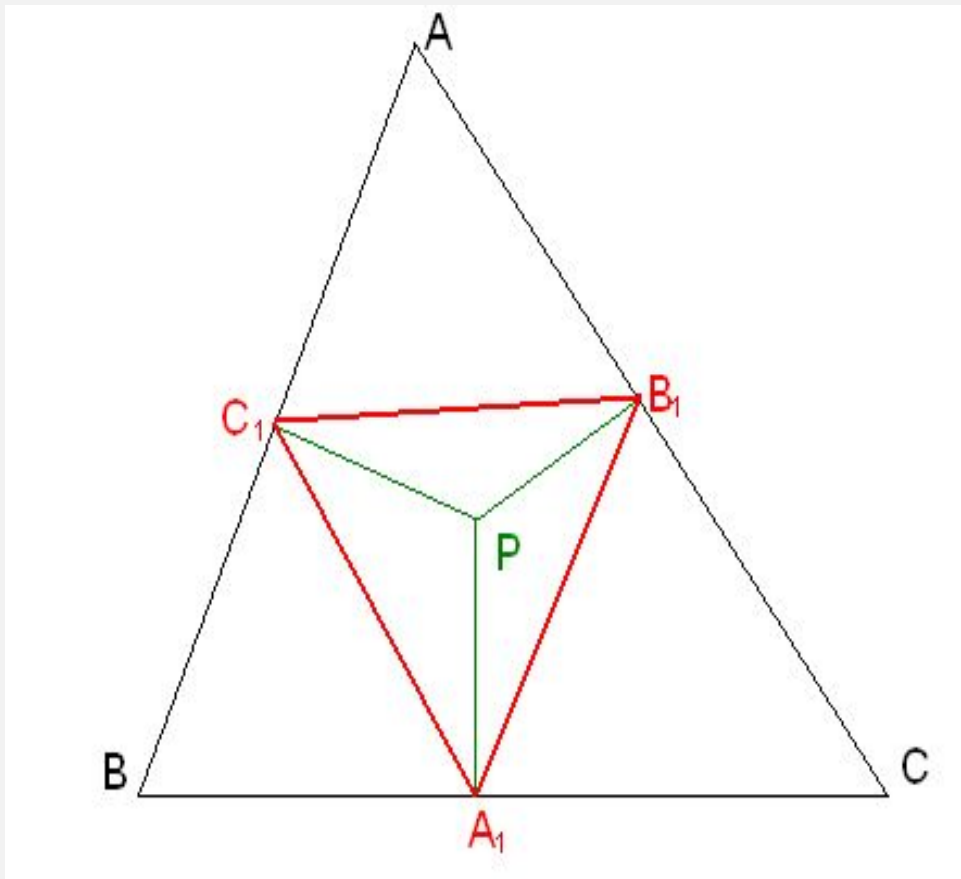
**Сферический
треугольник** - все
стороны которого
меньше половины
большого круга



Магический треугольник

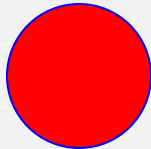


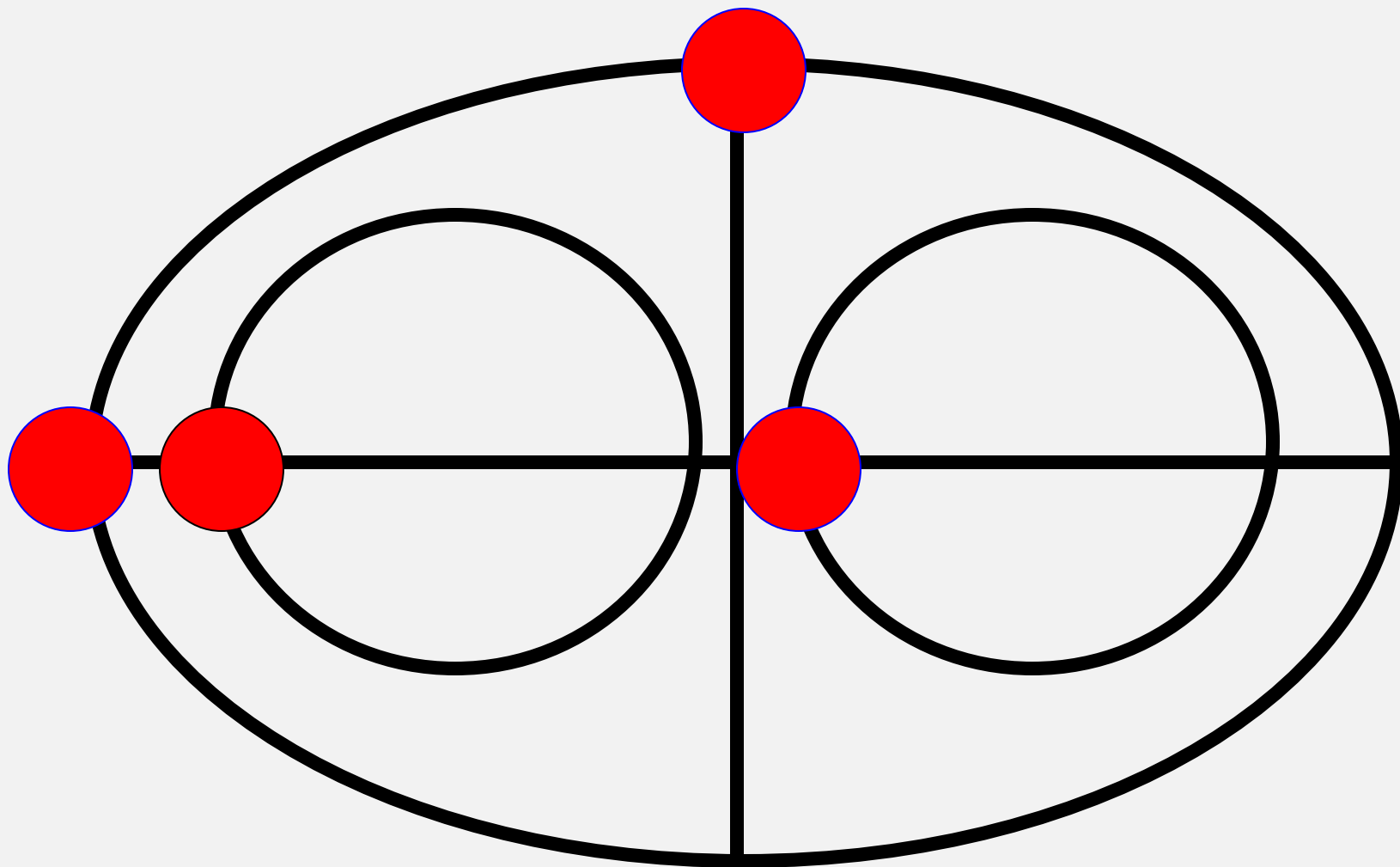
Педальный треугольник



Педальный треугольник - треугольник, вершинами которого являются основания перпендикуляров, опущенных из точки, находящейся внутри треугольника. А сама эта точка называется **педальной точкой**.

Если при построении педального треугольника углы получаются равными, то они называются **углами Брокара**, а педальная точка - **точкой Брокара**.

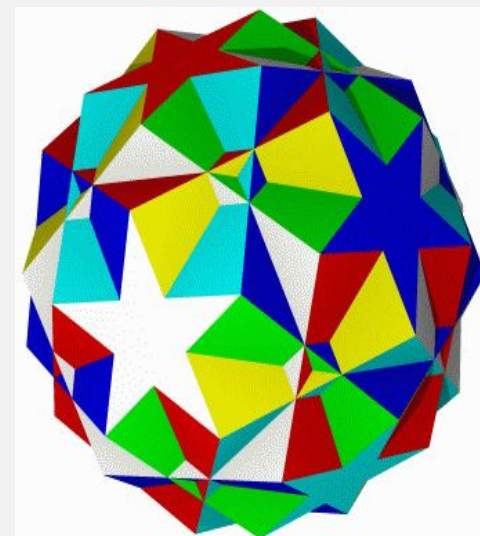
Лови  шарик!



Подведем итоги



- *Сегодня я узнал...*
- *Было интересно...*
- *Было трудно...*
- *Я выполнял задания...*
- *Меня удивило...*
- *Теперь я могу...*



Домашнее задание.



Творческая работа.

Провести исследовательскую работу
по теме «Педальный треугольник»



**«Ученик, который учится без желания –
это птица без крыльев» .**

древнегреческий философ Саади

**И мне хотелось бы, чтобы было у вас желание учиться,
узнавать новое, неопознанное не только сегодня, а всегда.
И только в этом случае своими «крыльями» вы будете
взлетать все выше и выше.**

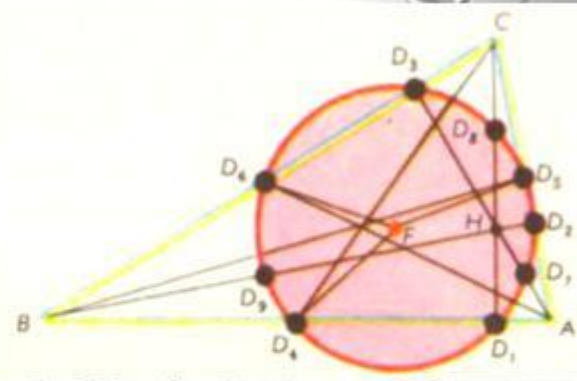
Высоких полётов вам!

Спасибо за урок!

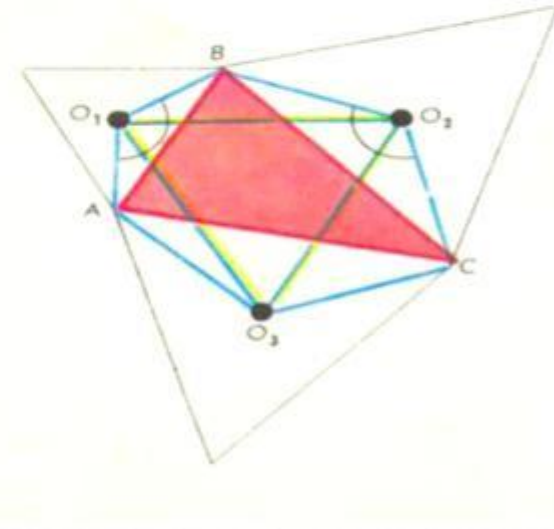


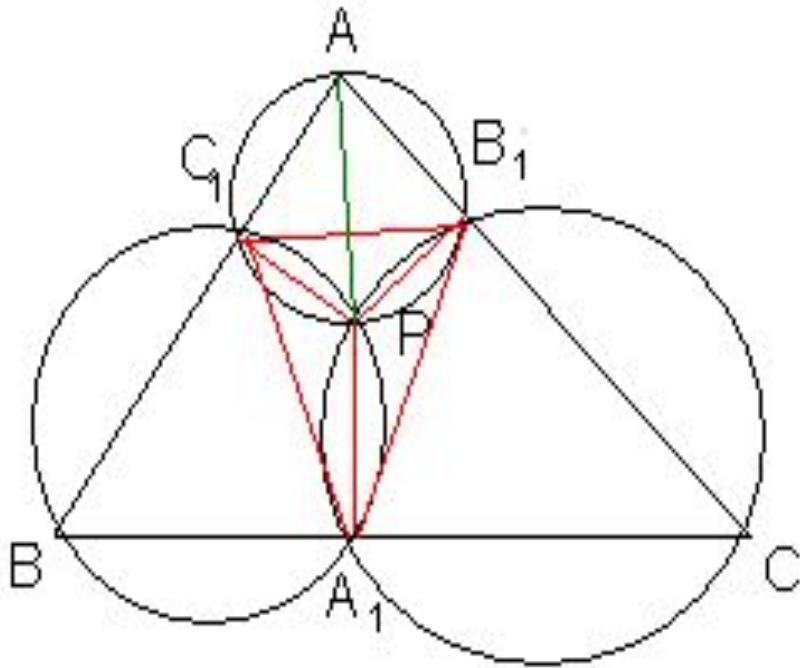
Эйлер и Наполеон.

Особенно активно свойства треугольника исследовались в XV—XVI веках. Вот одна из красивейших теорем того времени, принадлежащая Леонарду Эйлеру: «Средины сторон треугольника, основания его высот и середины отрезков высот от вершины до точки их пересечения лежат на одной окружности». Эта окружность получила название «окружности девяти точек». Ее центр оказался в середине отрезка, соединяющего точку пересечения высот с центром описанной окружности



Император Франции Наполеон свободное время посвящал занятиям математикой. Ему приписывают такую красивую теорему: «Если на сторонах треугольника во внешнюю сторону построить равносторонние треугольники, то их центры будут вершинам равностороннего треугольника». Этот треугольник называется внешним треугольником Наполеона. Аналогично строится и внутренний треугольник Наполеона.





Теорема 1. Если расстояние от педальной точки до вершины треугольника ABC равны x, y, z , то длины сторон педального треугольника равны , где R – радиус описанной окружности

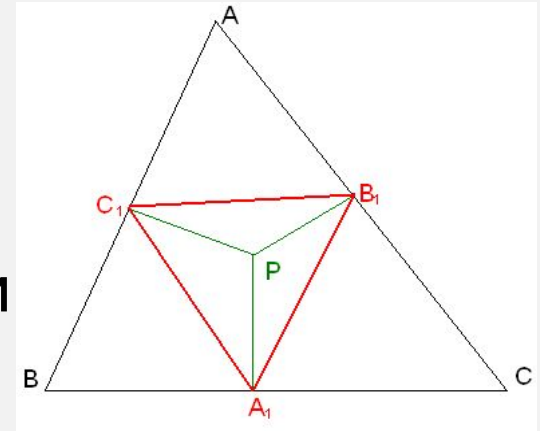
$$a_1 = \frac{a}{2}, b_1 = \frac{b}{2}, c_1 = \frac{c}{2}$$

Замечание. Если точка P является центром описанной окружности ($x=y=z=R$), то длины сторон педального треугольника равны

$$a_1 = \frac{a}{2}, b_1 = \frac{b}{2}, c_1 = \frac{c}{2}$$

Задача 1. Вычислить стороны педального треугольника, если расстояния от педальной точки до вершин треугольника $x = 3,5$ см, $y = 5$ см, $z = 3,5$ см, $R = 4$ см, а стороны самого треугольника равны соответственно 8 см, 6 см, 7 см.

Дано: треугольник ABC ,
 $BC = 8$ см, $AC = 6$ см, $AB = 7$ см
треугольник $A_1B_1C_1$ – педальный точки
 $PA_1 = x = 3,5$ см, $PB_1 = y = 5$ см, $PC_1 = z = 3,5$ см,
 $R = 4$ см



Найти: стороны педального треугольника.

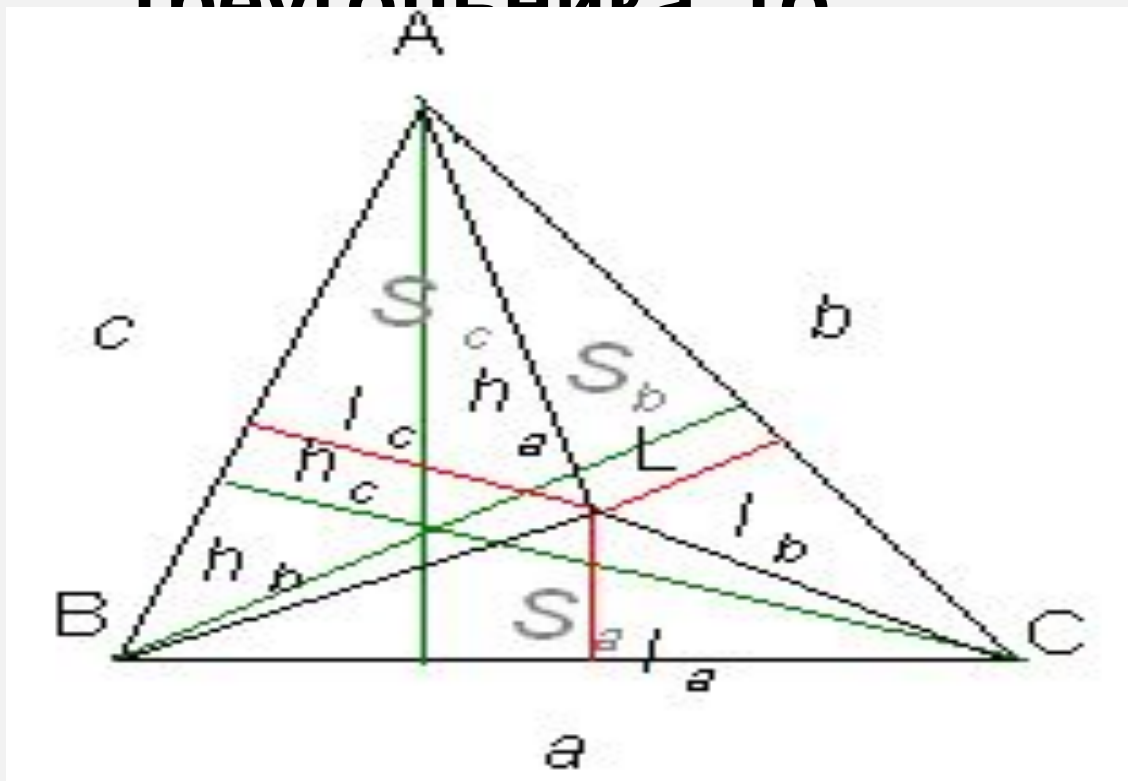
Решение: Пусть стороны педального треугольника равны a_1 , b_1 и c_1 , тогда согласно теореме 1 имеем:

$$a_1 = (3,5 \cdot 8) : 8 = 3,5 \text{ (см)}, b_1 = (5 \cdot 6) : 8 = 3,75 \text{ (см)}, c_1 = (3,5 \cdot 7) : 8 = 3 \text{ (см)}.$$

Ответ: 3,5 см, 3,75 см, 3 см.

**Теорема 2: Если из точки L внутри
треугольника опущены
перпендикуляры l_a, l_b, l_c
соответственно на стороны a, b, c
треугольника, то**

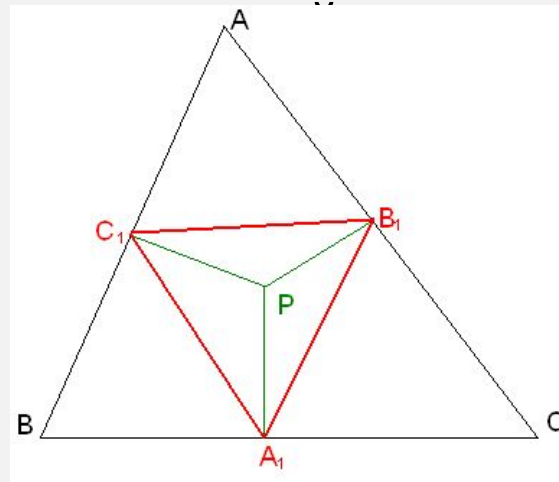
$$\frac{l_a}{h_a} + \frac{l_b}{h_b} + \frac{l_c}{h_c} = 1$$



Задача 4. Стороны треугольника равны 4 см, 13 см, 15 см. Внутри него взята точка P , которая отстоит от первой стороны на расстоянии 5 см, от второй на 1 см.

Найдите расстояние от этой точки

Дано: треугольник ABC ,
 $AB = 4$ см, $BC = 13$ см, $AC = 15$ см,
точка P – внутри треугольника,
 AH , BH , CH – высоты,
 $PA_1 = 1$ см, $PC_1 = 5$ см,
Найти: PB_1



Решение: Заметим, что треугольник $A_1B_1C_1$, образованный основаниями перпендикуляров, опущенных из точки P – педальный. Найдем площадь треугольника ABC по формуле Герона, $S = 24$ см². Найдем высоты треугольника ABC $AH = 48/13$ см, $CH = 12$ см, $BH = 48/15$ см.

Тогда по теореме 3 имеем: $13/48 + 5/12 + 15x/48 = 1$. Решая это уравнение, получим $15x = 15$, $x = 1$. Значит расстояние от точки P до третьей стороны треугольника равно 1 см.

Ответ: 1 см.